

A gerjesztett polarizáció fenomenológiai értelmezése kőzetfizikai analógiák alapján

DOBROKA M.[@], TURAI E.

Miskolci Egyetem, Geofizikai Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros

[@]E-mail: dobroka@uni-miskolc.hu

A dolgozatban a gerjesztett polarizáció (GP) jelenség fenomenológiai értelmezésének egy új elvi lehetőségére mutatunk rá. Az új értelmezés alapjául a kőzetekben terjedő szeizmikus/akusztikus hullámok abszorpció–diszperziós jellemzőinek nyomásfüggését leíró kőzetfizikai modellek fejlesztéseink szolgálnak. Ezért bevezetésként rövid áttekintést adunk ezekről a fenomenológikus kutatásokról, majd ezek analógiájára egy kőzetfizikai modellt állítunk fel a GP jelenségének leírására. A modelltől kiindulva eljutunk a GP-probléma ismert – TAU-transzformációs – megoldásához. Ennek lényege, hogy a látszólagos polarizálhatósági adatokat olyan inverziós eljárás keretében dolgozzuk fel, amelynek során a polarizációs hatásokat tartalmazó időállandó-spektrumot sorfejtéses közelítéssel állítjuk elő. A sorfejtési együtthatók mint ismeretlenek jelentik az inverzió modellparamétereit.

Dobróka, M., Turai, E.: A phenomenological interpretation of induced polarization based on an analogy with previously developed rock physical models

In this paper, we show the existence of an analogy between the induced polarization (IP) and the pressure dependence of absorption–dispersion characteristics of seismic/acoustic waves. Based on this analogy, we derive the time dependent apparent polarization by using the same procedure previously developed for the description of the pressure dependence of propagation characteristics of seismic/acoustic waves. To solve the IP inverse problem, we propose the series-expansion-based inversion method. The series expansion coefficients as unknowns are the model parameters of the inversion.

Beérkezett: 2018 február 8.; *elfogadva:* 2018. március 20.

Bevezetés

A korábbi években a ME Geofizikai Tanszékén modell-fejlesztést végeztünk a kőzetekben terjedő rugalmas hullámok abszorpció–diszperziós paramétereit (terjedési sebesség, jósági tényező) nyomásfüggésének leírására. A modellalkotás során kiindulunk pontként egy-egy, a szakirodalomban elfogadott fizikai kép szolgált (pl. mikro-repedések nyílása és záródása vagy pórusok térfogatának változása a nyomás hatására). Ezt a kvalitatív képet elfogadva, Somogyiné Molnár és Dobróka (2011), Dobróka és szerzőtársai (2014), Somogyiné Molnár és szerzőtársai (2015a, 2015b) kvantitatív kőzetfizikai modelleket vezettek be a hullámterjedési sebesség és a jósági tényező nyomásfüggésének leírására.

A kőzetnyomás és a hullámterjedési jellemzők kapcsolata számos további fizikai kép is felállítható (a kőzet-szemcsék érintkezési felületének változása, a repedési felületek közötti súrlódás változása stb.). Ezek mindegyikére kőzetfizikai modell konstruálható, és felmerül annak lehetősége, hogy a kőzetekben az említett egyedi mechanizmusok egyidejűleg is felléphetnek. Indokolt ezért a korábbiakban – egy adott fizikai képre alapozva – felállított kvantitatív kőzetfizikai modellek továbbfejlesztése (Kiss, Dobróka 2017). A GP-vel mutatkozó analógia megvilágítása érdekében a modellt röviden összefoglaljuk.

A nyomásfüggést befolyásoló egyedi jelenségek közös jellemzője, hogy leírásukra egy-egy extenzív (kiterjedéssel arányos) mennyiség vezethető be (pl. a mikrorepedések száma, a pórusok (össz)terfogata, a kőzet-szemcsék teljes

érintkezési felülete stb.). Jelölje az i -edik belső folyamat-hoz tartozó (egységnyi térfogatra vonatkoztatott) extenzív Ψ_i ($i = 1, 2, \dots, M$)! A modell alapfeltevése, hogy $d\sigma$ feszültségnövekedés hatására a jellemző extenzívek $d\Psi_i$ infinitezimális változása egyenesen arányos a $d\sigma$ feszültségnövekménnyel és Ψ_i -vel (pl. a még nyitott mikro-repedések számával), azaz

$$d\Psi_i = -\lambda_i \Psi_i d\sigma, \quad (1)$$

ahol $\lambda_i \geq 0$ az anyagra jellemző új közetfizikai paraméter és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy növekvő feszültségnél ($d\sigma \geq 0$) az i -edik belső extenzív csökken (pl. a repedések zárulásával a még nyitott mikro-repedések száma csökken). A fenti differenciálegyenletet megoldva kapjuk:

$$\Psi_i = \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i \sigma\}, \quad (2)$$

ahol Ψ_{0i} az i -edik extenzív értéke feszültség mentes állapotban ($\sigma = 0$).

Egy másik alapfeltevés, hogy a közetnyomás $d\sigma$ változása a hullám terjedési sebességét az egyedi folyamatokban a jellemző extenzív mennyiségek $d\Psi_i$ változásával arányosan módosítja,

$$dv_i = \alpha_i d\Psi_i, \quad (3)$$

ahol az α_i arányossági tényező (anyagi minőségtől függő konstans), a negatív előjel pedig azt fejezi ki, hogy a sebesség csökkenő extenzív esetén növekszik. A (2) egyenlet alapján

$$dv_i = \alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i \sigma\} d\sigma. \quad (4)$$

M számú elemi folyamat esetén a terjedési sebességváltozások összeadódnak

$$dv = \sum_{i=1}^M dv_i = \sum_{i=1}^M \alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i \sigma\} d\sigma, \quad (5)$$

és ezzel a

$$v = K - \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i \sigma\} \quad (6)$$

kifejezésre jutunk, ahol K egy ismeretlen integrációs állandó. Terheletlen állapotban ($\sigma = 0$) a közetben terjedő rugalmas hullám sebessége mérhető, melynek értékét jelölje v_0 . A fenti egyenlet alapján ekkor a K integrációs konstansra

$$K = v_0 + \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i}$$

adódik. Bevezetve a $\Delta v_i = \alpha_i \Psi_{0i}$ jelölést, a (6) egyenlet a

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^M \Delta v_i [1 - \exp\{-\lambda_i \sigma\}] \quad (7)$$

formában írható fel. A sebesség mint a nyomás függvénye v_0 -tól $v_{\max} = v_0 + \sum_{i=1}^M \Delta v_i$ értékig növekszik. Ezt figyelembe véve a (7) formula így is írható:

$$v = v_{\max} - \sum_{i=1}^M \Delta v_i \exp\{-\lambda_i \sigma\}. \quad (8)$$

A bevezetett $v_{\max}$, Δv_i és λ_i mennyiségek a modell paraméterei, melyeket közetmintákon végzett akusztikus laboratóriumi mérési adatok alapján inverziós módszerrel

határozhatunk meg. Az inverzió terminológiájában (8) a direkt feladatot jelenti, amelyet az $A = v_{\max}$ és $B_i = -\Delta v_i$ jelöléssel így is írhatunk:

$$v = A + \sum_{i=1}^M B_i \exp\{-\lambda_i \sigma\},$$

vagy $B_0 = A$ és $\lambda_i = 1/\tau_i$ jelölésekkel a terjedési sebesség nyomásfüggésére a

$$v(\sigma) = \sum_{i=0}^M B_i \exp\{-\sigma/\tau_i\} \quad (9)$$

kifejezés adódik. A τ_i anyagjellemző paraméter a sebességfüggést meghatározó i -edik fizikai folyamat karakterisztikus nyomása (feszültsége). M számú ilyen folyamat esetén a τ_i karakterisztikus nyomások sorozatát (más geofizikai területek, mint pl. gerjesztett polarizáció mintájára) spektrumnak (nyomásspektrum) is nevezhetünk, amely (9) esetében „vonalas”. Ezt az analógiát tovább gondolva, folytonos spektrum feltételezésével a hullám terjedési sebességének nyomásfüggését így írhatjuk fel:

$$v(\sigma) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} w(\tau) \exp\{-\sigma/\tau\} d\tau, \quad (10)$$

ahol $w(\tau)$ a nyomásspektrum sűrűségfüggvénye.

A fenomenologikus GP-modell bevezetése

A GP módszert az 1950-es évektől kezdve eredményesen alkalmazták az ércutatásban, és később fontos alkalmazást nyert a környezet- és hidrogeofizikai kutatásban is. A módszer alapját Schlumberger 1920-as megfigyelése jelenti, miszerint a mérőelektrodák között létrejövő potenciálkülönbség a gerjesztő áram kikapcsolása után csak egy adott lecsengési időt követően lesz zérus. Ennek oka, hogy a gerjesztő áram hatására a közet/talaj elektromosan polarizált lesz, az áram kikapcsolása után a közetek fokozatosan veszítik el töltöttségüket és kerülnek újra egyensúlyi állapotba.

A közetek polarizációjának négy forrását különítjük el. A *membránpolarizáció* ionos vezetőképességű porózus közetekben alakul ki az agyagszemcsék negatív felületi töltése következtében, ha a pórusok átmérője nem haladja meg a pozitív ionkoncentrációjú réteg vastagságát. Az *elektrodapolarizáció* során elektrokémiai kölcsönhatás jön létre a közetben található elektronos vezetőképességű szemcsék és a pórustérben található ionos oldat között. *Filtrációs polarizáció* jelentkezik üledékes összletekben a pórusokat kitöltő vezető fluidumokhoz kötődően, a negatív és pozitív ionok eltérő mozgékonyága miatt fellépő ionkoncentráció-különbség miatt. *Redox polarizáció* lép fel oxidatív vagy redukzív kémiai komponenseket tartalmazó talajok és közetek esetén, például vegyi szennyeződés hatására. Az említett polarizációs típusok közül az ércutatásban az elektróda- vagy más néven kontakt polarizáció kap szerepet. Megjelenése a szulfidos ércesedések (pirit, kal-kopirit, molibdenit, galenit), néhány oxid (magnetit, ilme-

nit), illetve a grafit indikátora. Alkalmazása az érc kutatás mellett környezetszennyezések kutatásánál és jellemzésénél, szén- és grafitkutatásnál, homokos-agyagos kőzetek szétválasztásánál, hidrogeofizikai és régészeti kutatásoknál kap szerepet.

A GP-folyamatok közös jellemzője, hogy gerjesztéskor a közetalkotó elemek és az ezeket körülvevő folyadék határán felületi jelenséggént polarizációs töltés keletkezik, amely a gerjesztés megszűntével egy kiegyenlítődési folyamatban áramot generál. Az ilyen relaxációs jelenségek közös sajátossága a jellemző extenzív mennyiség exponenciálisan lecsengő időbeni változása. Kézenfekvő tehát a Ψ_i extenzív jellemzőre a feltételezés:

$$d\Psi_i = -\lambda_i \Psi_i dt, \quad (11)$$

miszerint dt idő alatt a jellemző extenzív mennyiség (pl. polarizációs töltés) változása annál nagyobb, minél nagyobb töltésmennyiség „vár” kiegyenlítődésre és minél hosszabb az idő intervallum. Ha a $\lambda_i \geq 0$ anyagjellemző konstans (a fenomenológiai közelítésben tipikus a hőmérsékletfüggés), a (11) egyenlet megoldása:

$$\Psi_i = \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i t\}. \quad (12)$$

A gerjesztett polarizáció mérhető mennyisége a látszólagos polarizáció (η), ennek elemi megváltozásáról (3) analógiájára feltételezzük, hogy arányos a Ψ_i elemi változásával

$$d\eta_i = \alpha_i d\Psi_i, \quad (13)$$

ahol az α_i arányossági tényező (anyagi minőségtől függő konstans). A (12) egyenlet alapján

$$d\eta_i = -\alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i t\} dt, \quad (14)$$

A polarizációnak is lehetnek különböző mechanizmusai. M számú elemi folyamat esetén a látszólagos polarizáció-változások összeadódnak:

$$d\eta = \sum_{i=1}^M d\eta_i = -\sum_{i=1}^M \alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i t\} dt, \quad (15)$$

és ezzel az

$$\eta = K + \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i} \exp\{-\lambda_i t\} \quad (16)$$

kifejezésre jutunk, ahol K egy ismeretlen integrációs állandó. A $t = 0$ időpontban legyen $\eta = \eta_0$, innen az integrációs konstansra $K = \eta_0 - \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i}$ adódik. Bevezetve a $\Delta\eta_i = -\alpha_i \lambda_i \Psi_{0i}$ jelölést, a (16) egyenlet a

$$\eta = \eta_0 - \sum_{i=1}^M \Delta\eta_i [1 - \exp\{-\lambda_i t\}] \quad (17)$$

formában írható fel. A látszólagos polarizáció mint az idő függvénye η_0 -tól $\eta_\infty = \eta_0 - \sum_{i=1}^M \Delta\eta_i$ értékre csökken $t \rightarrow \infty$ esetén. Ezt figyelembe véve a (17) formula így is írható:

$$\eta(t) = \eta_\infty + \sum_{i=1}^M \Delta\eta_i \exp\{-\lambda_i t\}, \quad (18)$$

vagy $\eta_\infty = 0$ esetén, $\tau_i = 1/\lambda_i$ jelöléssel:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^M \Delta\eta_i \exp\{-t/\tau_i\}. \quad (19)$$

A τ_i anyagjellemző paraméter az időfüggést meghatározó i -edik relaxációs folyamat karakterisztikus ideje (relaxációs idő). M számú ilyen folyamat esetén a τ_i karakterisztikus időparaméterek sorozatát időállandó-spektrumnak is nevezhetjük, amely (19) esetében „vonalas”, $w_i = \Delta\eta_i$ spektrális amplitúdóval. Ezt az analógiát továbbgondolva, folytonos spektrum feltételezésével a látszólagos polarizáció időfüggését így írhatjuk fel:

$$\eta(t) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} w(\tau) \exp\{-t/\tau\} d\tau,$$

vagy általánosan

$$\eta(t) = \int_0^\infty w(\tau) \exp\{-t/\tau\} d\tau, \quad (20)$$

ahol $w(\tau)$ az időállandó-spektrum sűrűségfüggvénye. Ez a kifejezés jól ismert a GP szakirodalmában, és ennek inverzeként definiálta Turai (1981) a TAU-transzformációt:

$$w(\tau) = \text{TAU}[\eta(t)],$$

melynek közelítő megoldására Turai (1985) polinomos interpolációs és Fourier-soros megoldásokat dolgozott ki.

A TAU-transzformáció az inverz feladat problémakörében is tárgyalható (Kiss és szerzőtársai 2016). Ekkor a (20) egyenlet a direkt feladatot jelenti. Mivel a $w(\tau)$ időállandó-spektrum ismeretlen folytonos függvény, amelyet diszkrétizálni kell, azaz véges számú paraméterrel kell leírni a spektrumot. A diszkrétizációt sorfejtés formájában, megfelelően Φ_q választott bázisfüggvény-rendszer szerint végezhetjük el.

A különböző modellparaméterek sorfejtéses diszkrétizációján alapuló inverziós módszerek fejlesztésének a ME Geofizikai Tanszékén több évtizedes hagyománya van. Geoelektromos inverz probléma megoldására sorfejtéses inverziós módszert Gyulai és szerzőtársai (2010) dolgoztak ki. A módszer gravitációs (Völgyesi és szerzőtársai 2010), magnetotellurikus (Dobróka, Prácsér 2015) és mélyfúrási geofizikai alkalmazást is nyert (Szabó 2004, Szabó és szerzőtársai 2018). Ez utóbbi területen a viszonylag nagyszámú mérési változó sorfejtéses (együttes) inverzióját egyrészt támogatjuk az elméleti szonda-válaszfüggvényekben megjelenő nagyszámú állandó (ún. zónaparaméterek) inverziós eljárásból történő meghatározásával (Szabó 2018), másrészt a túlhatározottság javítása érdekében bizonyos modellparaméterek inverziós eljárásból kívülről történő (független) meghatározásával (Szabó 2011). A sorfejtéses inverzió lehetőséget adott a Fourier-transzformáció újszerű értelmezésére is (Dobróka et al. 2017).

Az inverz feladatot a (20) kifejezéssel adott válaszgyenlet esetén a sorfejtéses inverzió módszerével oldhatjuk meg. Ennek során a spektrumot megfelelően választott bázisfüggvények segítségével diszkrétizáljuk:

$$w(\tau) = \sum_{q=1}^Q B_q \Phi_q(\tau), \quad (21)$$

ahol Φ_q a q -ik bázisfüggvény, B_q sorfejtési együttható. Ezt felhasználva a k -adik számított adatot

$$\eta_k^{\text{számított}} = \sum_{q=1}^Q B_q G_{kq} \quad (22)$$

alakban írhatjuk, ahol

$$G_{kq} = \int_0^\infty \Phi_q(\tau) \exp\{-t_k/\tau\} d\tau.$$

Bázisfüggvényekként Dirac-delta alkalmazásával a vonalas spektrum közelítéshez jutunk:

$$G_{kq} = \int_0^\infty \delta(\tau - \tau_q) \exp\{-t_k/\tau\} d\tau = \exp\{-t_k/\tau_q\},$$

míg intervallumon konstans bázisfüggvényekkel

$$\Phi_q(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \tau_{q-1} < \tau < \tau_q \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

sávós spektrumot írhatunk le. A Jakobi-mátrix ekkor

$$G_{kq} = \int_{\tau_{q-1}}^{\tau_q} \exp\{-t_k/\tau\} d\tau$$

alakú (Dobróka, Kiss 2017).

A mért és a (22) egyenlet alapján számított adatok eltérését tartalmazó vektor felírható az

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\eta}^{\text{mért}} - \boldsymbol{\eta}^{\text{számított}} \quad (23)$$

alakban, melynek L_2 normájaként megfogalmazható az inverz feladat célfüggvénye. A nagyobb inverziós stabilitás érdekében a csillapított legkisebb négyzetek módszerét alkalmazzuk:

$$E = \|\mathbf{e}\|^2 + \varepsilon^2 \|\mathbf{B}\|^2 = \min. \quad (24)$$

A megoldás az ismert normál egyenletrendszerre vezet:

$$(\mathcal{G}^T \mathcal{G} + \varepsilon^2 \mathcal{I}) \mathbf{B} = \mathcal{G}^T \boldsymbol{\eta}^{\text{mért}}, \quad (25)$$

amelynek ismert megoldása a sorfejtési együtthatókra

$$\mathbf{B} = (\mathcal{G}^T \mathcal{G} + \varepsilon^2 \mathcal{I})^{-1} \mathcal{G}^T \boldsymbol{\eta}^{\text{mért}}. \quad (26)$$

Itt ε a csillapítási faktor, $\mathcal{I}$ az egységmátrix. Megoldásként az utolsó iterációs lépésben becsült modellparaméter vektorelemeit fogadjuk el, melyekkel számított elméleti értékek a mért adatokhoz legközelebb állnak. A sorfejtési együtthatók vektorának meghatározása után, a (21) egyenletbe helyettesítve kiszámítható az időállandó-spektrum, melyet az időállandók függvényében ábrázolva elkülöníthetővé válnak az egyes polarizációs hatások.

Összefoglalás

A dolgozatban a gerjesztett polarizáció (GP) jelenségét mint kiegyenlítődési/relaxációs folyamatot hozzuk kapcsolatba egy meglehetősen távoli jelenséggel: a kőzetekben terjedő szeizmikus/akusztikus hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzőinek nyomásfüggésével. Bár az egyik

folyamat független paramétere az idő, a másiké a kőzetnyomás, az összehasonlítás és a két jelenség közötti analógia alapja a meghatározó differenciálegyenletek hasonlósága. Ennek alapján a GP-jelenség közetfizikai modellje új elvi alapon adható meg, de ezen az úton is eljutunk a látszólagos polarizáció ismert egyenleteihez és a TAU-transzformációhoz.

Köszönetnyilvánítás

A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal – NKFIH, K 109441 nyilvántartási számú kutatási projektje támogatta.

A tanulmány szerzői

Dobróka Mihály, Turai Endre

Hivatkozások

- Dobróka M., Somogyiné Molnár J., Szűcs P., Turai E. (2014): Pressure dependence of seismic Q – a microcrack-based petrophysical model. *Near Surface Geophysics* 12/3, 427–436
- Dobróka M., Szegedi H., Vass P. (2017): Inversion-based Fourier transform as a new tool for noise rejection. In: Nikolic G. S., Cakic M. D., Cvetkovic D. J. (eds.) *Fourier Transforms – High-tech Application and Current Trends*. 260 p. Rijeka, InTech Open Access Publisher, pp. 3–23
- Gyulai Á., Szűcs P., Turai E., Baracza K., Fejes J. (2018): Geoelectric characterization of thermal water aquifers using 2.5D inversion of VES measurements. *Surveys in Geophysics* March 2017, 38/2, 503–526
- Kiss A., Dobróka M. (2017): Közetfizikai modellek továbbfejlesztése a szeizmikus/akusztikus sebesség és a jósági tényező nyomásfüggésének leírására. *Magyar Geofizika* 58/2, 57–65
- Kiss A., Turai E., Pethő G., Dobróka M. (2016): Gerjesztett polarizációs laboratóriumi mérések inverziós feldolgozása. *Magyar Geofizika* 57/3, 98–105
- Somogyiné Molnár J., Dobróka M. (2011): A szeizmikus/akusztikus sebesség és a jósági tényező kőzetnyomástól való függését leíró közetfizikai modellek. *Magyar Geofizika* 52/3, 128–134
- Somogyiné Molnár J., Kiss A., Dobróka M. (2015a): Petrophysical models to describe the pressure dependence of acoustic wave propagation characteristics. *Acta Geodaetica et Geophysica* 50/3, 339–352
- Somogyiné Molnár J., Kiss A., Dobróka M., Szűcs I. (2015b): An automatic test system to measure acoustic velocities: proof for the applicability of a new rock physical model. *Geosciences and Engineering – A Publication of the University of Miskolc* 4/6, 22–35
- Szabó N. P. (2004): Global inversion of well log data. *Geophysical Transactions* 44, 313–329
- Szabó N. P. (2011): Shale volume estimation based on the factor analysis of well-logging data. *Acta Geophysica* 59, 935–953
- Szabó N. P. (2018): A genetic meta-algorithm-assisted inversion approach: hydrogeological study for the determination of volumetric rock properties and matrix and fluid parameters in unsaturated formations. *Hydrogeology Journal*, online first paper, 12 p.
- Szabó N. P., Balogh G. P., Stickel J. (2018): Most frequent value-based factor analysis of direct-push logging data. *Geophysical Prospecting* 66/3, 530–548

- Turai E. (1981): GP time-domain görbék Tau-transzformációja. Magyar Geofizika 22/1, 29–36
- Turai E. (1985): TAU-transformation of time-domain IP curves. Annales Univ. Sci. Budap. De R. Eötvös Nominatae, Sectio Geophysica et Meteorologica, Tomus I–II.
- Völgyesi L., Tóth Gy., Dobróka M. (2015): Inversion reconstruction of 3d gravity potential function including vertical deflections. Geosciences and Engineering: A Publication of the University of Miskolc 3/6, 1–10