

# Kőzetfizikai modellek továbbfejlesztése a szeizmikus/akusztikus sebesség és a jósági tényező nyomásfüggésének leírására

KISS A.<sup>1,2</sup>, DOBRÓKA M.<sup>1,2,@</sup>

<sup>1</sup>Miskolci Egyetem, Geofizikai Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros

<sup>2</sup>MTA-ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport, 3515 Miskolc-Egyetemváros

@E-mail: dobroka@uni-miskolc.hu

A korábbi években a ME Geofizikai Tanszékén modellfejlesztést végeztünk a kőzetekben terjedő rugalmas hullámok diszperziós paraméterei (terjedési sebesség, jósági tényező) nyomásfüggésének leírására. A modellalkotás során kiindulópontként egy-egy, a szakirodalomban elfogadott fizikai kép szolgált (pl. mikrorepedések nyílása és záródása vagy pórusok térfogatának változása a nyomás hatására). A modelleket hazai szénhidrogén-kutató fúrásokból származó kőzetmintákon mért longitudinális sebességi adatokon, illetve a nemzetközi irodalomban publikált szeizmikus sebesség és jósági tényező adatrendszerain teszteltük, és számos esetben jó egyezést tapasztaltunk a mért és a kőzetfizikai modell alapján számított adatok között. Méréseink és nemzetközi szakirodalmi adatok azt mutatják, hogy a jelenség magyarázatára nem mindig elégséges egyetlen mechanizmus feltételezése. Egyes kőzetekben egyszerre több különböző fizikai folyamat is alakíthatja a sebesség vagy a jósági tényező nyomásfüggését. Ennek megfelelően indokolt korábbi modelljeink általánosítása, amelyet a jelen dolgozatban mutatunk be. Az új algoritmust a sorfejtéses inverzió kereteibe illesztve tárgyaljuk. Az új kőzetfizikai modelleket különböző nyomáson végzett akusztikus laboratóriumi mérések alapján teszteljük, az új modellparamétereket linearizált inverziós módszerrel határozzuk meg.

## Kiss, A., Dobróka, M.: Development of rock physics models to describe the dependence of seismic/acoustic velocity and quality factor of waves on pressure

In earlier papers, we reported the results of rock physical model development in the field of pressure dependence of phase velocity as well as quality factor of acoustic waves propagating in rock samples. In the model development as a starting point, we used some physical mechanisms proposed in the international literature (the closing of microcracks or pore volume by virtue of the change in the rock pressure). The rock physical models were successfully tested using longitudinal velocity data measured on core samples originated from oil drilling wells and also seismic/acoustic velocity and quality factor data sets published in the literature. On the other hand, in some cases we experienced systematic model errors suggesting a need for further developing the model. In this paper, we show the first results of our new model development. The crucial point of the development is to include more physical mechanisms responsible for the change of the propagation velocity and quality factor caused by the change in rock pressure. The new algorithm is discussed in the framework of series expansion based inversion. The new rock physical models are tested on acoustic laboratory data measured at different pressures, the new model parameters are determined by linearized inversion method. It is shown that the new models give a more accurate description of the phenomenon.

*Beérkezett:* 2017. augusztus 10.; *elfogadva:* 2017. augusztus 22.

## Bevezetés

A kőzetekben terjedő rugalmas hullámok sebessége nyomásfüggésének leírására több kvalitatív elgondolás is létezik. A nyomásfüggés jelenségét a mikrorepedések záródásával magyarázta Walsh és Brace (1964). Az általuk javasolt fizikai kép szerint a mikrorepedések felterheléskor záród-

nak, leterheléskor újra kinyílnak, ezáltal változik a kőzetváz hozzájárulása a hullámvezetéshez, ami a hullám diszperziós jellemzőinek (sebesség, jósági tényező) változását okozza. Ezt a kvalitatív képet elfogadva, Somogyi Molnár és Dobróka (2010, 2012) kvantitatív kőzetfizikai modellt vezetett be a longitudinális hullámterjedési sebesség és a jósági tényező nyomásfüggésének leírására.

Birch (1961) a kőzetnyomás hatását a terjedési jellemzőkre azzal magyarázta, hogy a nyomás növekedésével a pórusok térfogata csökken, így a hullámterjedés egyre nagyobb súllyal a nagy sebességű kőzetvázra hárul, ezért a kőzetmintán növekvő terjedési sebesség mérhető. Az erre a képre épített kőzetfizikai modell (Somogyi Molnár, Kiss, Dobróka 2015a) a longitudinális és transzverzális hullámok terjedési sebességének és jósági tényezőjének nyomásfüggését elfogadható pontossággal írja le.

A kőzetnyomás és a hullámterjedési jellemzők kapcsolata számos további fizikai kép is felállítható (a kőzetszemcsék érintkezési felületének változása, a repedési felületek közötti súrlódás változása stb.) Ezek mindegyikére kőzetfizikai modell konstruálható. Nyilvánvalóan felmerül azonban annak lehetősége, hogy a kőzetekben az említett egyedi mechanizmusok egyidejűleg is felléphetnek. Kézenfekvő feltételezés például, hogy porózus és repedezett kőzetekben a nyomás növekedésével a mikrorepedések záródnak, és egyidejűleg a szemcséközi póruster térfogata is csökken, azaz mindkét folyamat közreműködik a diszperziós jellemzők változásában. Indokolt ezért a korábbiakban – egy adott fizikai képre alapozva – felállított kvantitatív kőzetfizikai modellek továbbfejlesztése, ill. általánosítása annak érdekében, hogy két vagy több, a kőzetnyomás hatására megjelenő, a szeizmikus/akusztikus hullám terjedési jellemzőit befolyásoló belső folyamat is figyelembe vehető legyen.

## A nyomásfüggő sebesség modelljének továbbfejlesztése

A szóban forgó egyedi jelenségek közös jellemzője, hogy leírásukra egy-egy extenzív (a kiterjedéssel arányos) mennyiség vezethető be. Ilyen extenzív mennyiség a mikrorepedések száma, a pórusok (össz)térfogata, a kőzetszemcsék teljes érintkezési felülete stb. A továbbiakban tegyük fel, hogy egy adott kőzetben  $M$  számú egyedi jelenség játszik szerepet a hullámterjedés jellemzőinek a kőzetnyomástól való függésének leírásában, és rendeljünk mind-egyikükhöz egy extenzív mennyiséget! Így az  $i$ -edik belső folyamathoz tartozó (egységnyi térfogatra vonatkoztatott) extenzívet jelölje  $\Psi_i$ !

Ha a kőzetben  $d\sigma$  feszültségnövekedést hozunk létre, akkor a jellemző extenzívek  $d\Psi_i$  infinitezimális változásáról (mint korábbi modellünkben pl. a bezáruló mikrorepedések  $dN$  számáról) feltételezhetjük, hogy egyenesen arányos a  $d\sigma$  feszültségnövekménnyel. Ugyanakkor  $d\Psi_i$  egyenesen arányos  $\Psi_i$ -vel (pl. a nyitott mikrorepedések számával) is. Ezt az alapfeltevést a

$$d\Psi_i = -\lambda_i \Psi_i d\sigma \quad (1)$$

differenciálegyenlettel írhatjuk le, ahol  $\lambda_i \geq 0$  egy, az anyagra jellemző új kőzetfizikai paraméter, és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy növekvő feszültségnél ( $d\sigma \geq 0$ ) az  $i$ -edik belső extenzív csökken (pl. a repedések zárulásával a még nyitott mikrorepedések száma csökken, a pórusok zá-

rulásával az egységnyi térfogatban foglalt pórusterfogot csökken stb.). A fenti differenciál egyenletet megoldva kapjuk:

$$\Psi_i = \Psi_{0i} \exp(-\lambda_i \sigma), \quad (2)$$

ahol  $\Psi_{0i}$  az  $i$ -edik extenzív értéke feszültségmentes állapotban ( $\sigma = 0$ ).

Egy másik alapfeltevés, hogy a kőzetnyomás  $d\sigma$  változása a hullám terjedési sebességét az egyedi folyamatokban a jellemző extenzív mennyiségek  $d\Psi_i$  változásával arányosan módosítja:

$$dv_i = -\alpha_i d\Psi_i, \quad (3)$$

ahol az  $\alpha_i$  egy arányossági tényező (anyagi minőségtől függő konstans), a negatív előjel pedig azt fejezi ki, hogy a sebesség csökkenő extenzív esetén növekszik. A (2) egyenlet alapján

$$dv_i = \alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} \exp(-\lambda_i \sigma) d\sigma, \quad (4)$$

amivel a terjedési sebesség teljes elemi megváltozása a

$$dv = \sum_{i=1}^M dv_i = \sum_{i=1}^M \alpha_i \lambda_i \Psi_{0i} e^{-\lambda_i \sigma} d\sigma \quad (5)$$

alakot ölti. Az (5) egyenlet megoldásával a

$$v = K - \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i} e^{-\lambda_i \sigma} \quad (6)$$

kifejezést kapjuk, ahol  $K$  ismeretlen integrációs állandó. Terheletlen állapotban ( $\sigma = 0$ ) a kőzetben terjedő rugalmas hullám sebessége mérhető, ennek értékét jelölje  $v_0$ . A fenti egyenlet alapján ekkor

$$v_0 = K - \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i},$$

amiből a  $K$  integrációs konstansra

$$K = v_0 + \sum_{i=1}^M \alpha_i \Psi_{0i}$$

adódik. Bevezetve a  $\Delta v_i = \alpha_i \Psi_{0i}$  jelölést, a (6) egyenlet a

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^M \Delta v_i (1 - e^{-\lambda_i \sigma}) \quad (7)$$

formában írható fel. A (7) egyenlet elvi összefüggést ad a terjedési sebesség és a kőzetnyomás kapcsolatára. A sebesség mint a nyomás függvénye  $v_0$ -tól

$$v_{\max} = v_0 + \sum_{i=1}^M \Delta v_i$$

értékig növekszik. Ezt figyelembe véve a (7) formula így is írható:

$$v = v_{\max} - \sum_{i=1}^M \Delta v_i e^{-\lambda_i \sigma}. \quad (8)$$

A sebesség a  $v_{\max}$  határértéket – a modell szerint – nagy nyomásértékek mellett veszi fel. Mindez természetesen csak az ún. reverzibilis modell keretében érvényes, mert a nagy feszültségeknél a kőzetben új mikrorepedések is

keletkeznek, amit azonban a jelen modell keretében nem tárgyalunk.

A bevezetett  $\nu_{\max}$ ,  $\Delta\nu_i$  és  $\lambda_i$  mennyiségek a modell paraméterei, melyeket a kőzetmintákon végzett akusztikus laboratóriumi mérési adatok alapján inverziós módszerrel határozhatunk meg. Az inverzió terminológiájában (8) a direkt feladatot jelenti, amelyet az  $A = \nu_{\max}$  és a  $B_i = -\Delta\nu_i$  jelöléssel így is írhatunk:

$$\nu = A + \sum_{i=1}^M B_i e^{-\lambda_i \sigma},$$

vagy a  $B_0 = A$  és  $\lambda_i = 1/\tau_i$  jelölésekkel a terjedési sebesség nyomásfüggésére a

$$\nu(\sigma) = \sum_{i=0}^M B_i e^{-\sigma/\tau_i} \quad (9)$$

kifejezés adódik. A  $\tau_i$  anyagjellemző paraméter a sebességfüggést meghatározó  $i$ -edik fizikai folyamat karakterisztikus nyomása (feszültsége).  $M$  számú ilyen folyamat esetén a  $\tau_i$  karakterisztikus nyomások sorozatát (más geofizikai területek, mint pl. gerjesztett polarizáció mintájára) spektrumnak (nyomásspektrum) is nevezhetünk, amely (9) esetében „vonalas”. Ezt az analógiát továbbgondolva folytonos spektrum feltételezésével a hullám terjedési sebességének nyomásfüggését így írhatjuk:

$$\nu(\sigma) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} w(\tau) e^{-\sigma/\tau} d\tau, \quad (10)$$

ahol  $w(\tau)$  a nyomásspektrum sűrűségfüggvénye.

Az inverz feladatot a (10) kifejezéssel adott válaszegyenlet esetén a sorfejtéses inverzió módszerével oldhatjuk meg. Ennek során a spektrumot megfelelően választott bázisfüggvények segítségével diszkrétizáljuk:

$$w(\tau) = \sum_{q=1}^Q B_q \Phi_q(\tau), \quad (11)$$

ahol  $\Phi_q$  a  $q$ -adik bázisfüggvény,  $B_q$  sorfejtési együttható. Mivel a bázisfüggvények ismertek, a nyomásspektrum előállítás az ismeretlen sorfejtési együtthatók meghatározására egyszerűsödik. A  $\mathbf{B}$  sorfejtési együtthatók vektora az ismeretlen modellparaméter-vektor, a (10) egyenlet a direkt feladatot megoldó válaszegyenlet, amelyet a (11) egyenlettel kombinálva a  $k$ -adik mérés  $\sigma_k$  nyomásánál a

$$\nu(\sigma_k) = \nu_k = \sum_{q=1}^Q B_q \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \Phi_q(\tau) \exp(-\sigma_k/\tau) d\tau \quad (12)$$

összefüggést kapjuk. Bevezetve az

$$S_{kq} = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \Phi_q(\tau) \exp(-\sigma_k/\tau) d\tau \quad (13)$$

jelölést, a számított adatokat a

$$\nu_k^{\text{szám}} = \sum_{q=1}^Q B_q S_{kq} \quad (14)$$

lineáris kifejezéssel állíthatjuk elő, vagy ez mátrix írás-módban:

$$\mathbf{v}^{\text{szám}} = \mathbf{S}\mathbf{B}.$$

Az inverz feladat megfogalmazásához bevezetjük a mért és számított terjedési sebességi adatok

$$\mathbf{e} = \mathbf{v}^{\text{mért}} + \mathbf{v}^{\text{szám}} \quad (15)$$

eltérésvektorát. Ha a diszkrétizációt megfelelő módon végezzük, elérhető, hogy a mérési adatok száma meghaladja a sorfejtési együtthatók számát. Ekkor az inverz feladat túlhatározott, megoldását a (15) eltérésvektor ( $L_2$ ) normájának minimalizálásával állíthatjuk elő, ami az ismert

$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{B} = \mathbf{S}^T \mathbf{v}^{\text{mért}} \quad (16)$$

normálegyenlet-rendszerre vezet. Az egyenletrendszer megoldva

$$\mathbf{B} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{v}^{\text{mért}} \quad (17)$$

a mérési adatok alapján előállított sorfejtési együtthatókkal a  $w(\tau)$  nyomásspektrum (11) alapján számítható.

A  $\Phi_q$  bázisfüggvények alkalmas megválasztása a feladattól függ. A Dirac-féle delta-függvények szerinti sorfejtéssel

$$w(\tau) = \sum_{q=1}^Q B_q \delta(\tau - \tau_q), \quad (18)$$

ahol  $\tau_q$  a  $q$ -adik diszkrét relaxációs mechanizmushoz tartozó karakterisztikus nyomás. A direkt feladatot megfogalmazó (10) egyenlet:

$$\nu_k = \sum_{q=1}^Q B_q \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \delta(\tau - \tau_q) \exp(-\sigma_k/\tau) d\tau, \quad (19)$$

amely a Dirac-delta integrációs tulajdonsága miatt így is írható:

$$\nu_k = \sum_{q=1}^Q B_q \exp(-\sigma_k/\tau_q). \quad (20)$$

Láthatjuk, hogy a sorfejtési együtthatók jelentése ebben az esetben az adott  $\tau_q$  karakterisztikus nyomáshoz tartozó spektrális amplitúdó. Ez az egyenlet az indexek átirása után a (9) kifejezést adja vissza.

## A nyomásfüggő jósági tényező modelljének továbbfejlesztése

Az általánosított sebességmodellnél követett megfontolások alapján az általánosított jósági tényező modellje is megfogalmazható. Nyilvánvaló, hogy az egyedi folyamatok kapcsán bevezetett extenzív mennyiségek változása hatással van a jósági tényező megváltozására, azaz

$$dQ_i = -\beta_i d\Psi_i, \quad (21)$$

ahol a  $\beta_i$  arányossági tényező egy új anyagjellemző. Összevetve a fenti feltételt a (2) egyenlettel

$$dQ_i = \beta_i \lambda_i \Psi_{0i} e^{-\lambda_i \sigma} d\sigma \quad (22)$$

adódik, amivel a jósági tényező teljes elemi változása a

$$dQ = \sum_{i=1}^M dQ_i = \sum_{i=1}^M \beta_i \lambda_i \Psi_{0i} e^{-\lambda_i \sigma} d\sigma \quad (23)$$

alakot ölti. Integrálás után a

$$Q = K' - \sum_{i=1}^M \beta_i \Psi_{0i} e^{-\lambda_i \sigma} \quad (24)$$

kifejezést kapjuk, ahol  $K'$  ismeretlen integrációs állandó. Terheletlen állapotban ( $\sigma = 0$ ) a közetben terjedő rugalmas hullám jósági tényezője mérhető, melynek értékét jelölje  $Q_0$ . A fenti egyenlet alapján ekkor

$$Q_0 = K' - \sum_{i=1}^M \beta_i \Psi_{0i},$$

amiből az integrációs konstansra

$$K' = Q_0 + \sum_{i=1}^M \beta_i \Psi_{0i}$$

adódik. Bevezetve a  $\Delta Q_i = \beta_i \Psi_{0i}$  jelölést, a (24) egyenlet a

$$Q = Q_0 + \sum_{i=1}^M \Delta Q_i (1 - e^{-\lambda_i \sigma}) \quad (25)$$

formában írható fel. Bevezetve a

$$Q_{\max} = Q_0 + \sum_{i=1}^M \Delta Q_i$$

jelölést a (25) formula így is írható:

$$Q = Q_{\max} - \sum_{i=1}^M \Delta Q_i e^{-\lambda_i \sigma}. \quad (26)$$

## Az új modellek tesztelése a laboratóriumi akusztikus sebesség és a jósági tényező adatain

Az új közetfizikai modell teszteléséhez közetmintákon mért akusztikus sebességi és abszorpciós tényezőt (ill. ezekből származtatott jósági tényezőt) leíró adatokra van szükség, melyeket részben saját méréseinkből állítottunk elő, részben pedig a nemzetközi szakirodalomban publikált mérési adatokat használtuk. A ME Geofizikai Tan-szék akusztikus laboratóriumának lehetőségeit, a fel-használt mérési adatokat korábbi publikációkban is-mertettük (Somogyi Molnár és Dobróka 2011, Dobróka és Somogyi Molnár 2012, Somogyi Molnár és szerzőtársai 2015b). A nemzetközi szakirodalomban közetmintákon mért akusztikus adatrendszer bőségesen áll rendelkezésre. Ezek közül a Yu et al. (1993), és Zimmer (2003) által pub-likált adatokat választottuk. A hullámsebességek mérésére a szerzők az impulzusátviteli módszert alkalmazták, a jósági tényezőt ( $Q$ ) a spektrális arány módszerét (Toksöz és szerzőtársai 1979) segítségével mérték a konstans  $Q$  modell feltételezésével.

Numerikus vizsgálatainkban a fokozatosság elvét követ-ve a fent bevezetett modellek közül csupán az  $M = 2$  eseté-hez tartozó, azaz két exponenciális tagot tartalmazó

$$v(\sigma) = A - B_1 e^{-\lambda_1 \sigma} - B_2 e^{-\lambda_2 \sigma} \quad (27)$$

(9) szerinti sebesség, ill. (26) szerint írható:

$$Q(\sigma) = A - B_1 e^{-\lambda_1 \sigma} - B_2 e^{-\lambda_2 \sigma} \quad (28)$$

jósági tényező válaszegyenletekkel foglalkozunk (az  $A, B, \lambda$  modellparaméterek jelölése a két válaszegyenletben azo-nos, számszerű értékük egy-egy adott inverziós feladatban eltérő). Ezek két exponenciálisan „lecsengő” tagot tar-talmaznak  $\tau_1 = 1/\lambda_1$ , ill.  $\tau_2 = 1/\lambda_2$ , karakterisztikus nyo-mással, azaz két relaxációs folyamatot írnak le. Az egy-szerűség kedvéért a továbbiakban a modellt Kettős Re-laxációs Modellnek nevezzük (az ábrákon rövidítve: KRM, az angol ábrafeliratokban DRM (Double Relaxation Mod-el)). Eredményeinket a korábban publikált – egy relaxációs folyamatot ( $M = 1$ ) feltételező – közetfizikai modellel való összehasonlításban tárgyaljuk (Somogyi Molnár, Dobróka 2011, Dobróka, Somogyi Molnár 2012, Somogyi Molnár 2013, Somogyiné és szerzőtársai 2015a), amelyet a rövid-ség kedvéért Egyszerű Relaxációs Modellnek (ERM, az angol ábrafeliratokban pedig SRM (Single Relaxation Model)) nevezzük. A modellegyenlet (a (9) egyenletben  $M = 1$  helyettesítéssel) ekkor a

$$v(\sigma) = v_0 + \Delta v (1 - e^{-\lambda \sigma}) = v_\infty + \Delta v e^{-\lambda \sigma} \quad (29)$$

alakot ölti, ahol  $v_\infty = v_0 + \Delta v$ . A jósági tényezőre (a (26) egyenletben  $M = 1$  helyettesítéssel) az ERM hasonló for-mulát ad:

$$Q(\sigma) = q_0 + \Delta q (1 - e^{-\lambda \sigma}) = q_\infty + \Delta q e^{-\lambda \sigma}, \quad (30)$$

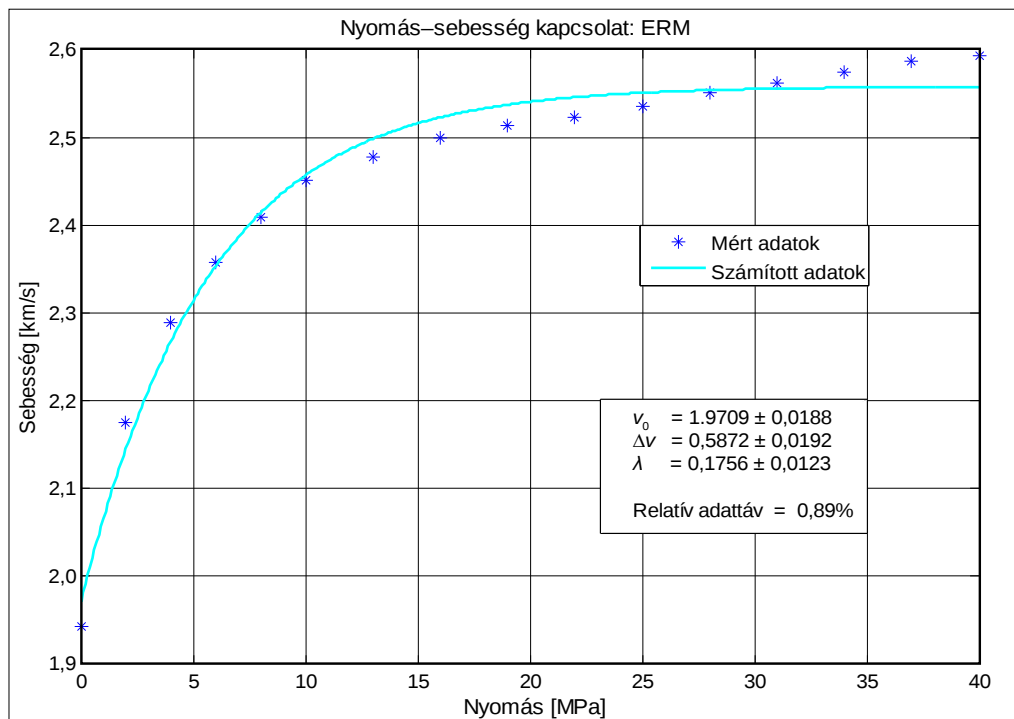
ahol  $q_\infty = q_0 + \Delta q$ .

A (27), (28) (KRM) modellegyenletek paramétereit (és hasonlóan a (29), (30) ERM paramétereit) a sebesség, ill. jósági tényező különböző nyomásértékei mellett mért ada-tai alapján linearizált optimalizáción alapuló geofizikai in-verziós eljárással határozhatjuk meg, az eljárás az ismeret-lenek becslési pontosságát is megadja (Menke 1984). A mért és számított adatok illeszkedésének jellemzésére be-vezetjük a

$$D = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{d_k^{\text{mért}} - d_k^{\text{számított}}}{d_k^{\text{mért}}} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot 100 [\%] \quad (31)$$

adattávolságot, ahol  $N$  az adatok száma. Mivel a mérési adatok száma lényegesen meghaladja a modellparaméterek (inverziós ismeretlenek) számát, ezért az inverz feladat je-lentősen túlhatározott.

Első vizsgálatunkat az I. jelű mintán végezzük. A száraz szénmintán kapott longitudinálshullám-terjedési sebes-ségadatokat Yu és szerzőtársai (1993) publikációjából me-rítettük. Az ERM alapján kapott eredményt az 1. ábra mutatja, amelyen (mint ahogyan további ábráinkon is) fel-tüntetjük a modellparamétereket és azok becslési hibáját, valamint az adattávolságot. Ez utóbbi paraméter elfogad-ható, azonban az ábra azt sugallja, hogy a modell nem írja le pontosan a fizikai folyamatot. Az adatrendszert a KRM (27) egyenlettel adott válaszegyenletével is invertáltuk és a 2. ábrán látható eredményt kaptuk. Megállapíthatjuk, hogy a KRM lényegesen pontosabb illeszkedést hozott.

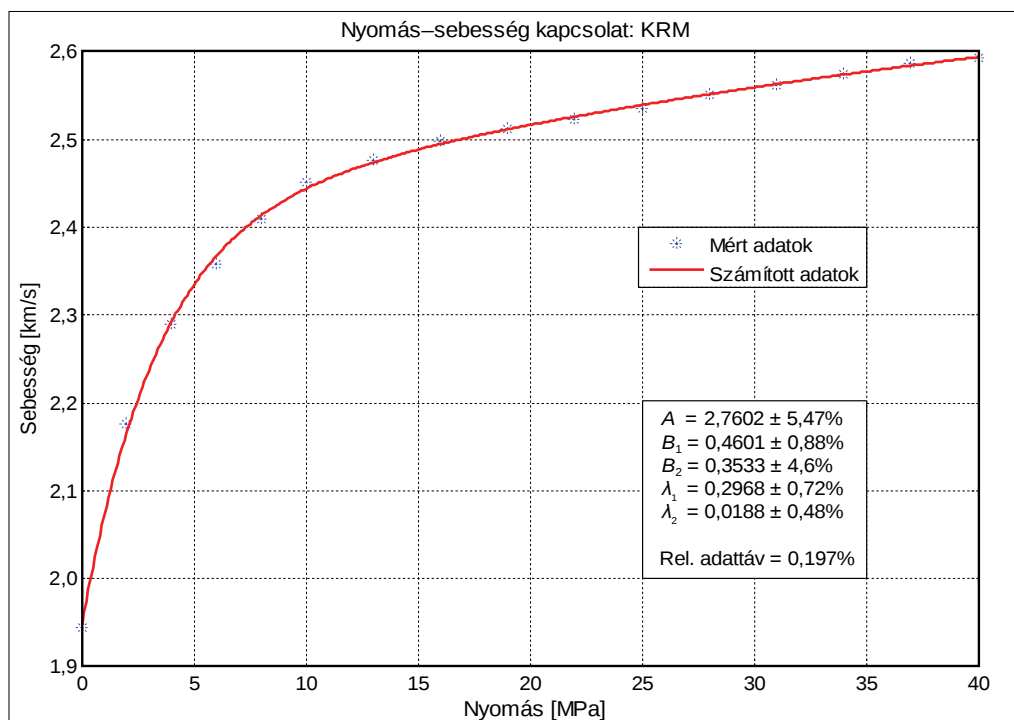


1. ábra A I. jelű (száraz szén) kőzetmintán mért longitudinális sebesség adatok alapján inverzióval meghatározott ERM paraméterek és a számított sebesség–nyomás függvény

Figure 1 The calculated SRM velocity–pressure function on rock sample I. (dry coal) and the model parameters

Regressziós szempontból az eredmény triviálisnak is mondható, hiszen (az ERM-hez képest) alkalmasan bevezetett további regressziós paraméterekkel jobb illeszkedést kell kapnunk. Eredményünk azonban egy általánosabb fi-

zikai modellen alapul, amellyel a jelenség (a nyomás hatása a terjedési sebességre) belső „dinamikáját” igyekeztünk megfogni, így a jobb illeszkedés a közelítés jóságát, a modell alkalmasságát kell jellemeznie.

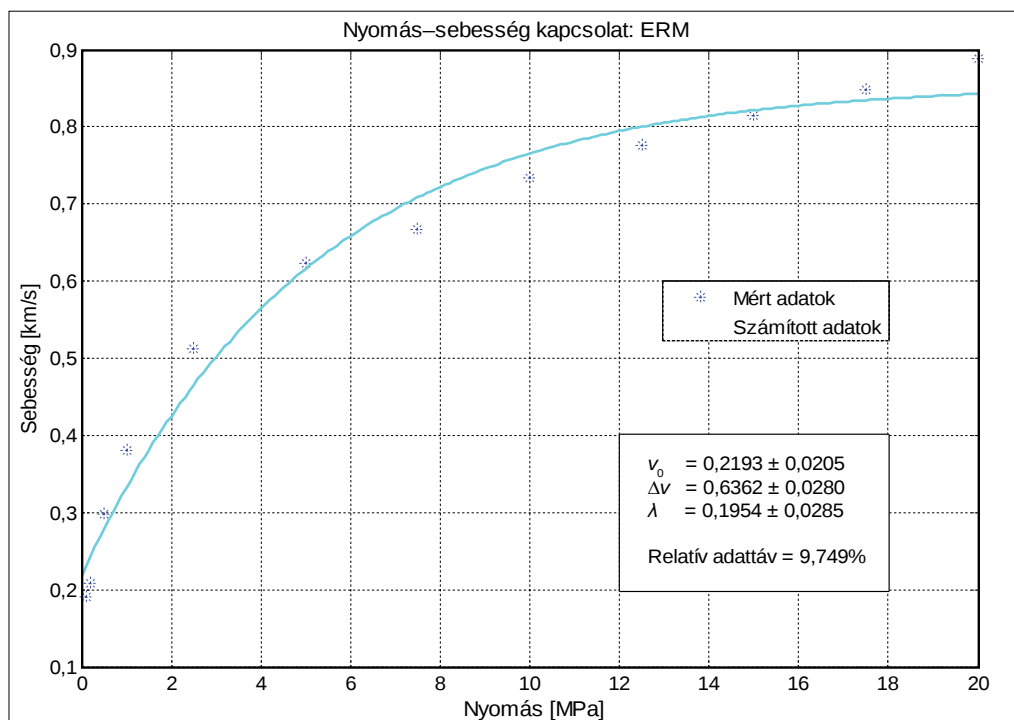


2. ábra A I. jelű kőzetmintán mért longitudinális sebességi adatok alapján inverzióval meghatározott KRM paraméterek és a számított sebesség–nyomás függvény

Figure 2 The calculated DRM velocity–pressure function on rock sample I. and the model parameters

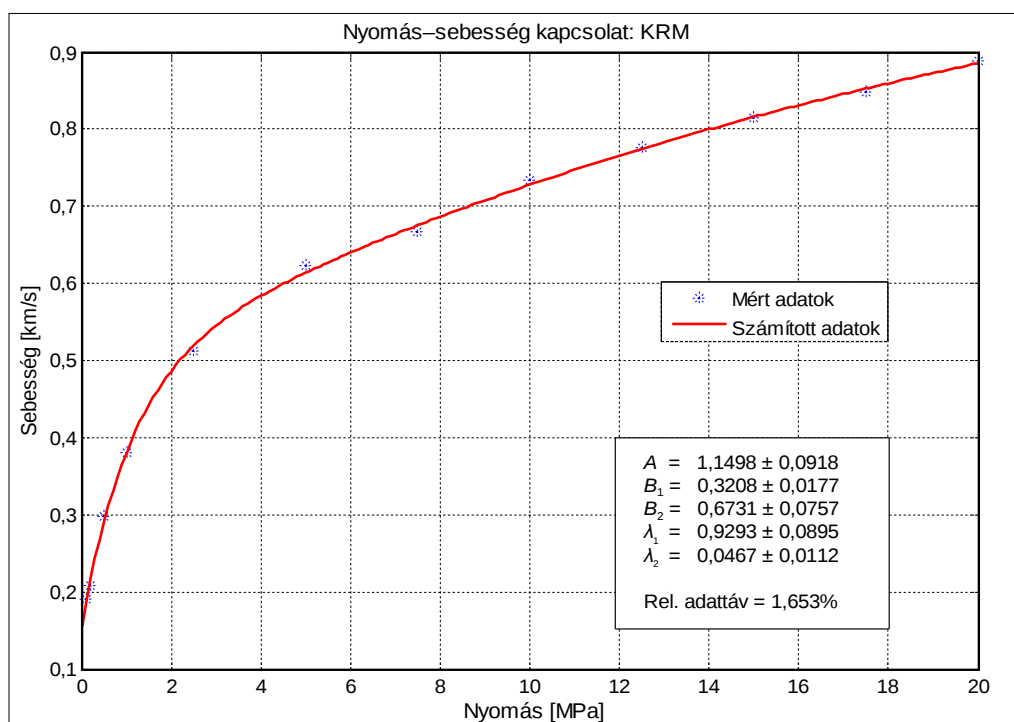
A két ábra koherens eredményt mutat. Az ERM-ben  $v_{\infty} = v_0 + \Delta v = 2,56$ , ami közel van a KRM  $v_{\infty} = A = 2,76$  paraméteréhez. Az ERM  $\lambda$  relaxációs paraméteréhez

$\tau = 1/\lambda = 5,69$  MPa karakterisztikus nyomás tartozik. A KRM első relaxációs paramétere ettől kisebb ( $\tau_1 = 1/\lambda_1 = 3,37$  MPa) karakterisztikus nyomásnak felel



3. ábra A II. jelű (Gulf of Mexico homokkő) mintán mért transzverzális sebességi adatok alapján inverzióval meghatározott ERM paraméterek és a számított sebesség–nyomás függvény

Figure 3 The calculated SRM velocity–pressure function on rock sample II. (Gulf of Mexico sandstone) and the model parameters



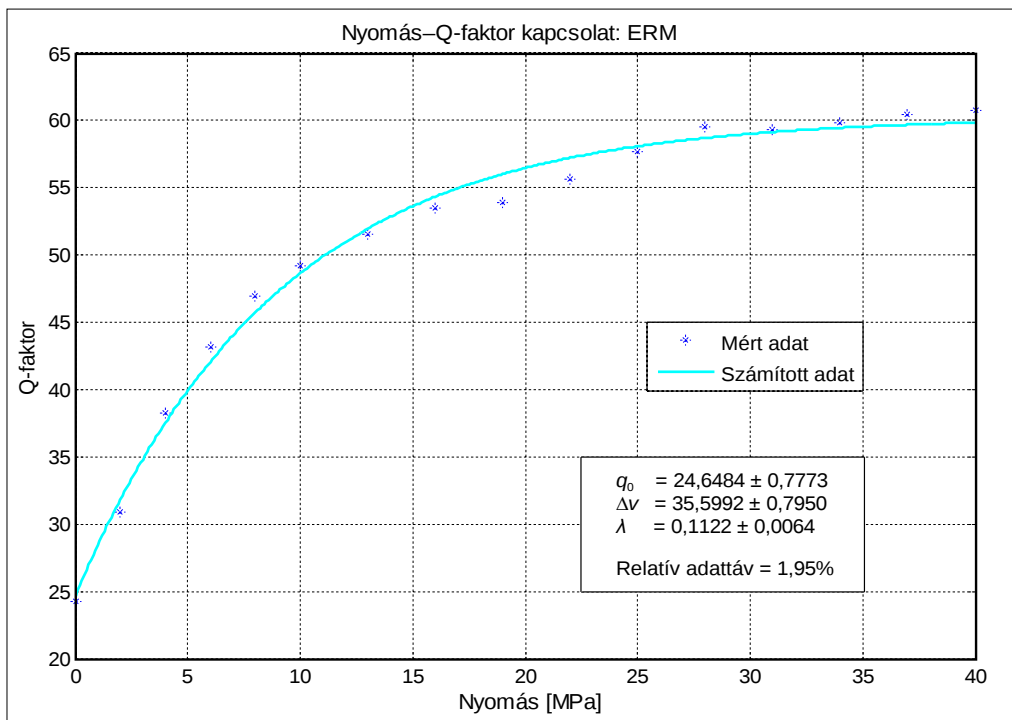
4. ábra A II. jelű kőzetmintán mért transzverzális sebességi adatok alapján inverzióval meghatározott KRM paraméterek és a számított sebesség–nyomás függvény

Figure 4 The calculated DRM velocity–pressure function on rock sample II. and the model parameters

meg, a második relaxációs paraméter azonban igen nagy ( $\tau_2 = 1/\lambda_2 = 53,19$  MPa) karakterisztikus nyomást jelent. Az eredmény alapján megállapíthatjuk, hogy a kőzetmintában egyidejűleg két különböző mechaniz-

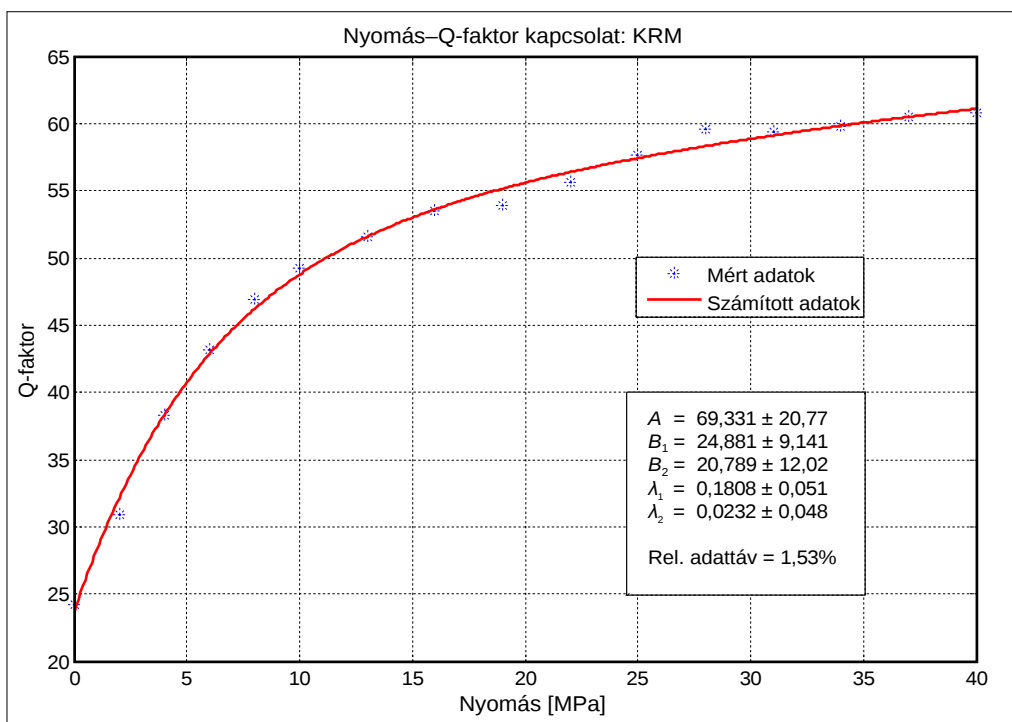
mus működik, befolyásolva a sebesség nyomásfüggését.

Következő vizsgálatunkat transzverzális hullámokra vonatkozó adatokon (II. jelű homokkő mintán) végeztük.



5. ábra A III. jelű kőzetmintán mért jósági tényező adatai alapján inverzióval meghatározott ERM paraméterek és a számított jósági tényező–nyomás függvény

Figure 5 The calculated SRM quality factor–pressure function on rock sample III. and the model parameters



6. ábra A III. jelű kőzetmintán mért jósági tényező adatai alapján inverzióval meghatározott KRM paraméterek és a számított jósági tényező–nyomás függvény

Figure 6 The calculated DRM quality factor–pressure function on rock sample III. and the model parameters

A terjedési sebességeket Zimmer (2003) értékezéséből merítettük (Gulf of Mexico adatsor). Az ERM alapján kapott eredményt a 3. ábra mutatja, amelyen a modellparamétereket és azok becslési hibáját láthatjuk. Az adattávolság 9,75%, ami viszonylag nagy érték. Ennek okaként gondolhatunk arra, hogy a transzverzális beérkezések meghatározása a gyakorlatban mindig nehezebb, mint a longitudinális első beérkezések kijelölése. A 4. ábrán látható KRM-re kapott eredményt tekintve azonban beláthatjuk, hogy a nagy adattávolság oka inkább a modell hibája, vagyis az egy relaxációs folyamat feltételezése (ERM) nem elegendő, a valódi folyamatok leírásában pontosabb közelítést ad a KRM. Ezt a számított görbe és a mérési adatok kvalitatív szemrevételezése mellett pontosan mutatja az adattávolság lényegesen kisebb (1,65%) értéke is.

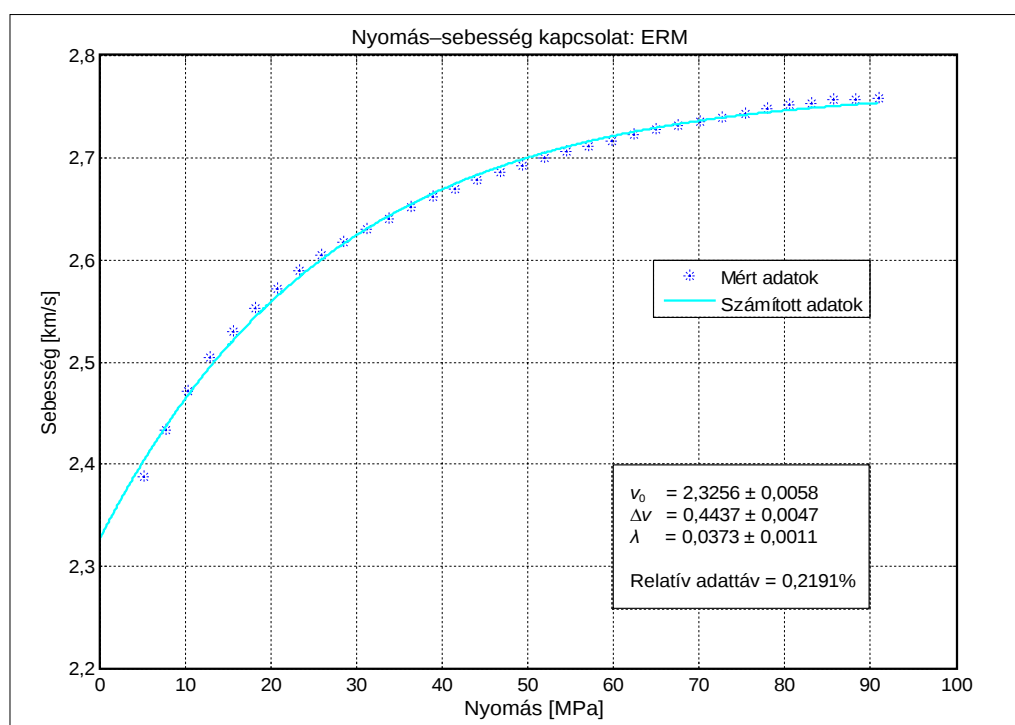
Az 5. és 6. ábrán a jóságítényező-adatokat leíró közetfizikai modellt teszteljük. Az erre szolgáló III. adatrendszert Yu és szerzőtársai (1993) publikációjából választottuk (nedves szénminta). Az 5. ábra az ERM eredményt mutatja 1.95% adattávolsággal. Ehhez képest a KRM nem hoz jelentős javulást ( $D = 1,53\%$ ), azonban a mért és a modell alapján számított adatok szubjektív összevetése ismét azt sugallja, hogy a jósági tényező nyomásfüggését meghatározó folyamatok „belső dinamikáját” a KRM jobban közelíti. A két eredmény koherens: a KRM alapján  $q_0 = A - B_1 - B_2 = 23,66$ , ami közel van az 5. ábrán látható  $q_0 = 24,65$  értékhez. A kettős modell alapján kapott két karakterisztikus nyomás  $\tau_1 = 5,53$  (MPa), ill.  $\tau_1 = 43,10$  (MPa) egyike kisebb, mint az ERM által adott  $\tau = 8,91$  (MPa), a másik pedig lényegesen nagyobb. A két jelentő-

sen eltérő  $\tau_1$  és  $\tau_2$  ismét a KRM alkalmazásának indokolt-ságát támasztja alá.

A fenti irodalmi adatok viszonylag kisszámú (10 körüli) nyomásértéken végzett mérésekből származtak. Ezért végezettül egy homokkő mintán (IV. minta) a ME Geofizikai Tanszéken mért adatrendszeren végzett tesztelés eredményét mutatjuk be. A longitudinális sebességi adatokat a Tanszék nagy pontosságú akusztikus berendezésén mértük 35 különböző nyomásérték mellett. Az ERM alapján kapott eredményt a 7. ábra mutatja. Látható az adatrendszer pontossága, amelyet az igen kis adattávolság ( $D = 0,219$ ) is mutat. A KRM alkalmazásával ez az adattávolság csaknem egy nagyságrenddel csökken (8. ábra), ami indokolja az új modell alkalmazását. Az igényes mérési adatrendszer (nagy számú, pontosan mért adat) további relaxációs mechanizmusok bevonásának lehetőségét veti fel a (9) általános egyenlet alapján. Ez későbbi vizsgálatok tárgyát képezheti.

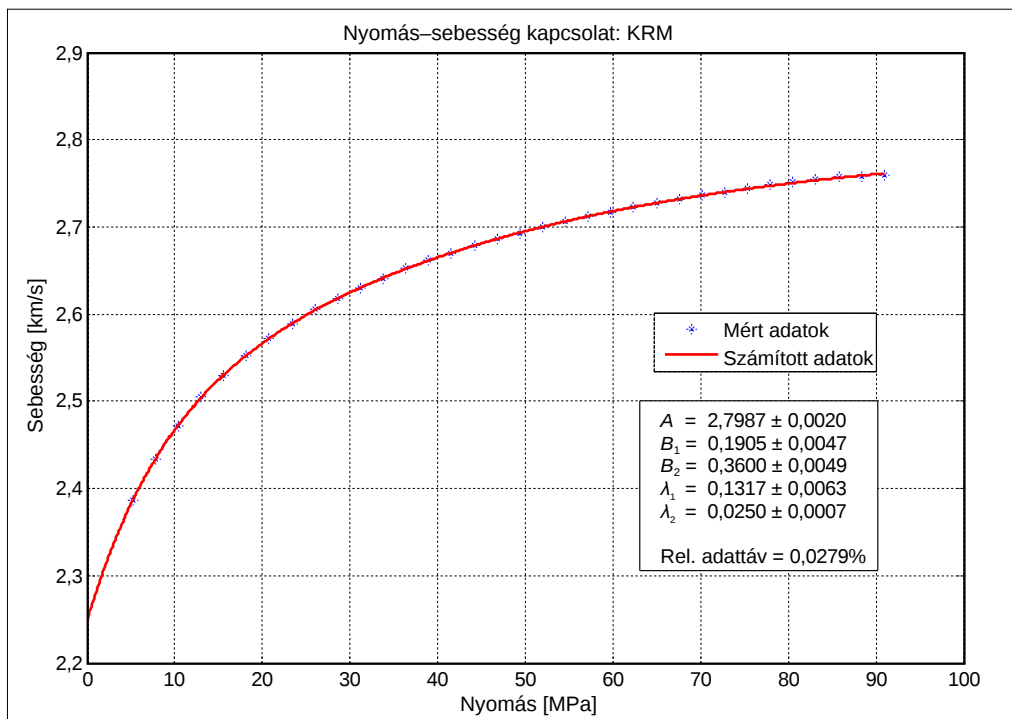
## Összefoglalás

A dolgozatban a ME Geofizikai Tanszéken korábban (az akusztikus hullám terjedési sebességének, ill. jósági tényezőjének nyomásfüggésének magyarázatára) kidolgozott analitikus közetfizikai modellt továbbfejlesztését mutattuk be. Az eredeti modellek a nyomásfüggés magyarázatánál egy jellemző mechanizmust (pl. mikrorepedések záródását vagy a pórustérfogat változását) tételeztek fel. A továbbfejlesztés keretében két vagy több mechanizmus egyidejű



7. ábra A IV. jelű kőzetmintán mért longitudinális sebességi adatok alapján inverzióval meghatározott ERM paraméterek és a számított sebesség–nyomás függvény

Figure 7 The calculated SRM velocity–pressure function on rock sample IV. and the model parameters



8. ábra A IV. jelű kőzetmintán mért longitudinális sebességi adatok alapján inverzióval meghatározott KRM paraméterek és a számított sebesség–nyomás függvény

Figure 8 The calculated DRM velocity–pressure function on rock sample IV. and the model parameters

működését is megengedjük. Ennek megfelelően több exponenciális tag lép be a modellegyenletbe. Az új modellt két különböző mechanizmus feltételezésével vizsgáltuk részletesen (Kettős Relaxációs Modell) irodalmi és saját mérési adatrendszer felhasználásával. A sebesség- és jóságitényező-vizsgálatok egyaránt arra vezettek, hogy a kettős relaxációs modell jobb adattérbeli egyezést szolgáltat.

### Köszönetnyilvánítás

A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal – NKFIH, K 109441 nyilvántartási számú kutatási projektje támogatta.

### A tanulmány szerzői

Kiss Anett, Dobróka Mihály

### Hivatkozások

- Birch F. (1961): The velocity of compression waves in rocks to 10 kilobars, Part 2. *Journal of Geophysical Research* 66, 2199–2224
- Dobróka M., Somogyi Molnár J. (2012): New petrophysical model describing the pressure dependence of seismic velocity. *Acta Geophysica* 60, 371–383
- Menke W. (1984): *Geophysical data analysis – Discrete inverse theory*. Academic Press, Inc., London Ltd.

Molnár J., Dobróka M. (2010): A new petrophysical model for describing the pressure-dependent acoustic velocity in rocks. *Near Surface 2010, Extended Abstracts*, B16

Somogyiné Molnár J., Dobróka M. (2011): A szeizmikus/akusztikus sebesség és a jósági tényező kőzetnyomástól való függését leíró kőzetfizikai modellek. *Magyar Geofizika* 52/3, 128–134

Somogyiné Molnár J. (2013): *Rugalmas hullámok terjedési jellemzőinek nyomásfüggése – új kőzetfizikai modellek*. Doktori (PhD) értekezés, Miskolc

Somogyiné Molnár J., Kiss A., Dobróka M. (2015a): Petrophysical models to describe the pressure dependence of acoustic wave propagation characteristics. *Acta Geodaetica et Geophysica* 50/3, 339–352

Somogyi Molnár J., Kiss A., Dobróka M., Szűcs I. (2015b): An automatic test system to measure acoustic velocities: proof for the applicability of a new rock physical model. *Geosciences and Engineering – A Publication of the University of Miskolc* 4/6, 22–35

Toksöz M. N., Johnston D. H., Timur A. (1979): Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks, I. Laboratory measurements. *Geophysics* 44/4, 681–690

Walsh J. B., Brace W. F. (1964): A fracture criterion for brittle anisotropic rock. *Journal of Geophysical Research* 69, 3449–3456

Yu G., Vozoff K., Durney D. W. (1993): The influence of confining pressure and water saturation on dynamic elastic properties of some Permian coals. *Geophysics* 58/1, 30–38

Zimmer M. (2003): *Seismic velocities in unconsolidated sands: Measurements of pressure, sorting, and compaction effects*. PhD dissertation, Stanford University.