

A Bangui-mágneses anomália értelmezése inverzióval a Swarm A mesterséges hold mérései alapján

KIS K.^{1,@}, P. T. TAYLOR², TORONYI B.³, PUSZTA S.⁴

¹Eötvös Loránd Tudományegyetem, Geofizikai és Űrtudományi Tanszék,
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C

²Hydrospheric, Biosphere and Geophysics Laboratory NASA/GSFC,
Greenbelt, MD 20771, USA

³Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék,
1111 Budapest, Műegyetem rakpart 1–3.

⁴Fractal Bt. 1155 Budapest, Óda u. 37.

@E-mail: kisk@caesar.elte.hu

Az első részben összefoglaljuk az ismereteket a Bangui-mágneses anomáliáról. Ezt követően bemutatjuk a korábbi kutatásokat és értelmezéseket a vizsgált területről. Részletesen összefoglaljuk az adatkezelés lépéseit a Swarm A mesterséges holdra vonatkozóan. A meghatározott anomáliák vonatkoztatási szintje az IGRF 12. generációja. Az inverz feladat megoldása mindig igényli a direkt feladat megoldását, ez jelen esetben vízszintes alap- és fedőlappal határolt poligon. A direkt feladat egyenletei derékszögű Descartes-féle koordináta-rendszerben adóttak, ezért szükséges a gömbkoordináta-rendszerben regisztrált totális Bangui-mágneses anomáliák transzformálása derékszögű koordináta-rendszerbe. A mágnesezettséget és annak irányát a szakirodalomban elfogadott értéknek tekintettük. A Simplex-eljárással a poligon 14 paraméterét kellett meghatározni, így az inverz feladatot, azaz a minimum meghatározását 14 dimenziós térben szükséges elvégezni. Az inverz feladat megoldása a 12 horizontális koordináta és a poligon alsó és felső mélysége. A szakirodalomban részben földtani eredetű, részben becsapódásból származó totális mágneses anomáliaként értelmezik a Bangui-anomáliát. Az elvégzett inverziós számítások szerint nem dönthető el egyértelműen az anomália eredete. A Gauss-féle hibaterjedési törvény alapján kiszámítottuk a meghatározott anomália-térkép hibáját.

Kis, K., Taylor, P. T., Toronyi, B., Puszt, S.: A new map of the Bangui magnetic anomaly produced by an inversion method using Swarm A data

We wanted to make a satellite altitude magnetic anomaly map of the large magnetic anomaly in the Central African Republic, the Bangui magnetic anomaly, with data from the Swarm A satellites. In the first part of our study we summarize the earlier investigations and their interpretation. In the second we discuss our data processing applied to produce magnetic anomaly map. We used the IGRF 12th to remove the long-wavelength regional anomaly. We will use an inverse procedure, they always require the solution of the direct problem, a horizontal polygonal prism given in the Descartes coordinate system. For this reason the total magnetic anomaly was transformed into the Descartes coordinate system. The magnetization and its direction were used from our previous paper. The inverse problem is solved by the Simplex procedure. Our selected polygon has 14 geometrical parameters however, the inverse problem that is the numerical determination of the minimum problem is solved in the 14 dimensions. The result of our inverse problem was the 12 horizontal coordinates and the two upper and lower data of the polygon. The origin of the Bangui anomaly has been discussed in several scientific reports, either as a deep crustal tectonic feature or the result of a large external impactor. However, according to our inversion computations we cannot make any unambiguous finding for the origin of this feature. The inaccuracy in our total anomaly map is given by the Gaussian error propagation.

Beérkezett: 2020. december 18.; *elfogadva:* 2021. március 1.

Bevezetés

A mesterséges holdak által meghatározott mágneses mérések feldolgozása lehetővé teszi a földkéregben található mágneses anomáliák globális értelmezését. A magnetométerrel felszerelt mesterséges holdak (Kozmosz-49, POGO-2,4,6, Magsat, Oersted, CHAMP, SAC-C) detektáltak több, már ismert anomáliát, és elvégezték azok értelmezését. Ezeknek a mágneses méréseknek és anomáliáknak az összefoglalása megtalálható Langel és Hinze (1998) könyvében. A SWARM mesterséges holdak (l. később) további részletes méréseket tettek lehetővé.

Taylor et al. (1989) és Taylor és Schnetzler (1990) korai tanulmányukban felhívták a figyelmet arra, hogy a mesterséges holdak által detektált mágneses anomáliák felhasználhatók a nyersanyagkutatásban is. Kifejtették azt is, milyen magasságban keringő holdakat lehet felhasználni, az ezektől megkívánt pontosságot és a hibaanalízis fontosságát.

A Bangui-mágneses anomália

A Földön előforduló mágneses anomáliák közül egyik legnagyobb a Közép-afrikai Köztársaságban található Bangui-mágneses anomália. A Bangui-mágneses anomália Bangui városától kissé északra található.

Ezt a mágneses anomáliát először szárazföldi mérésekkel detektálták az ORSTOM (Office de la Recherche Scientifique et Technique Outer-Mer) project keretében 1953-ban (Godivier, Le Donche 1956). Ez a mágneses anomália prekambriumi pajzson található a Csád és Kongó

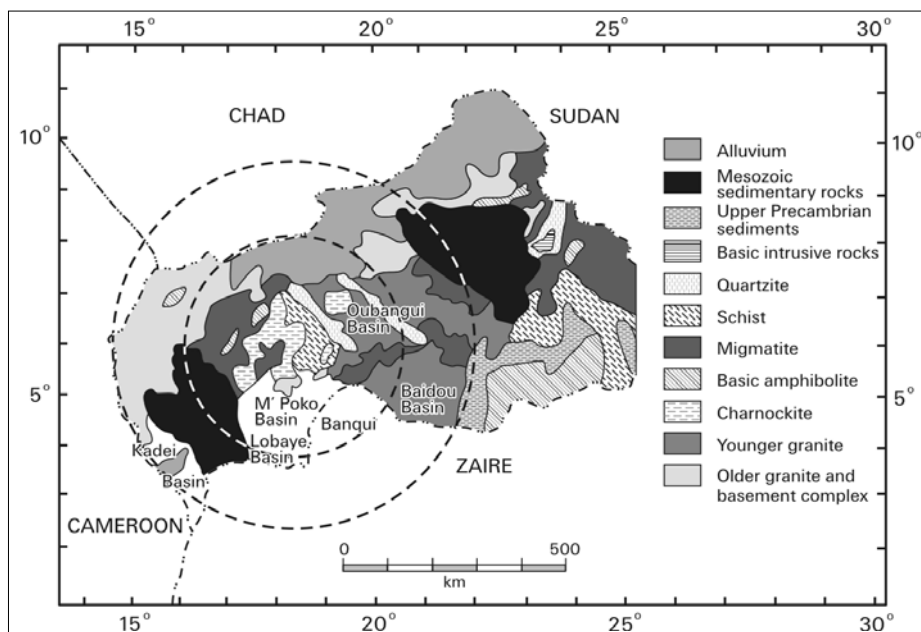
medencék között, több prekambriumi medence található a mágneses anomália középső részén (1. ábra).

A Project Magnet keretében végzett totális mágneses mérések között, a 3 km magasságban mért szelvények közül a T 204 jelű keresztezte a Bangui-mágneses anomáliát (Green 1976). A légi mágneses szelvény -1500 nT-t mutat (2. ábra). Green (1976) értelmezése szerint nagy mélységig kiterjedő, vas meteorit becsapódása okozhatta a negatív értékű anomáliát.

Hastings (1982) bemutatta a Magsat (a mesterséges hold 1979. X. 30. és 1980. VI. 11. között végezte méréseit) előzetes értelmezését az afrikai kontinensre vonatkozóan. Véleménye szerint a prekambriumi kiemelkedés okozhatta a Bangui-mágneses anomáliát. Közel vízszintesen mágnesezett ható hozta létre a jellegzetesen negatív mágneses anomáliát.

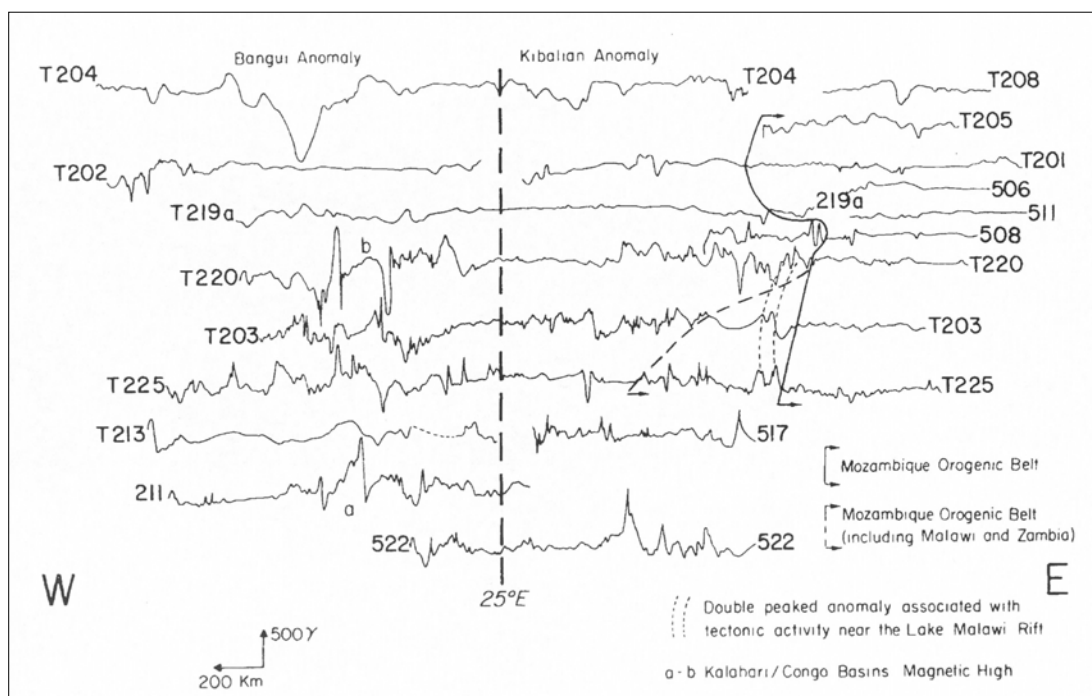
Ravat (1989) az afrikai régióra vizsgálta a mágneses anomáliák eloszlását a Magsat mérései alapján.

Regan és Marsh (1982) úgy interpretálta a Bangui-mágneses anomáliát, hogy azt a földkéregbe benyomult, nagyméretű mafikus pluton hozta létre. Az értelmezést a Magsat mérései alapján végezték. Tanulmányukban bemutatták a különböző magasságban és szélességeken jelentkező anomáliákat (3. ábra). A szelvények közül több helyezkedett mágneses ható fölött. A benyomulás izosztatikusan kompenzált. A negatív Bouguer-anomáliát a medencét kitöltő üledékes kőzet okozza. A ható mélysége 3 km-től 35 km-ig terjed. A ható mágneses szuszceptibilitása $0,01$ (SI) a ható és környezete közötti sűrűségeltérés 100 kgm^{-3} . Az üledékes kőzet – amely a hatót fedi – szuszceptibilitása 10^{-6} (SI), a sűrűségeltérés -150 kgm^{-3} értékűnek tekinthető.



1. ábra A Közép-afrikai Köztársaságban található Bangui-mágneses anomália környezetének egyszerűsített geológiai környezete. A kettős kör mutatja a később tárgyalt becsapódási szerkezetet (Girdler et al. 1992)

Figure 1 Simplified geological map in the region of the Bangui magnetic anomaly in the Central African Republic. The double circles show (later discussed) the position of the impact structure (Girdler et al. 1992)

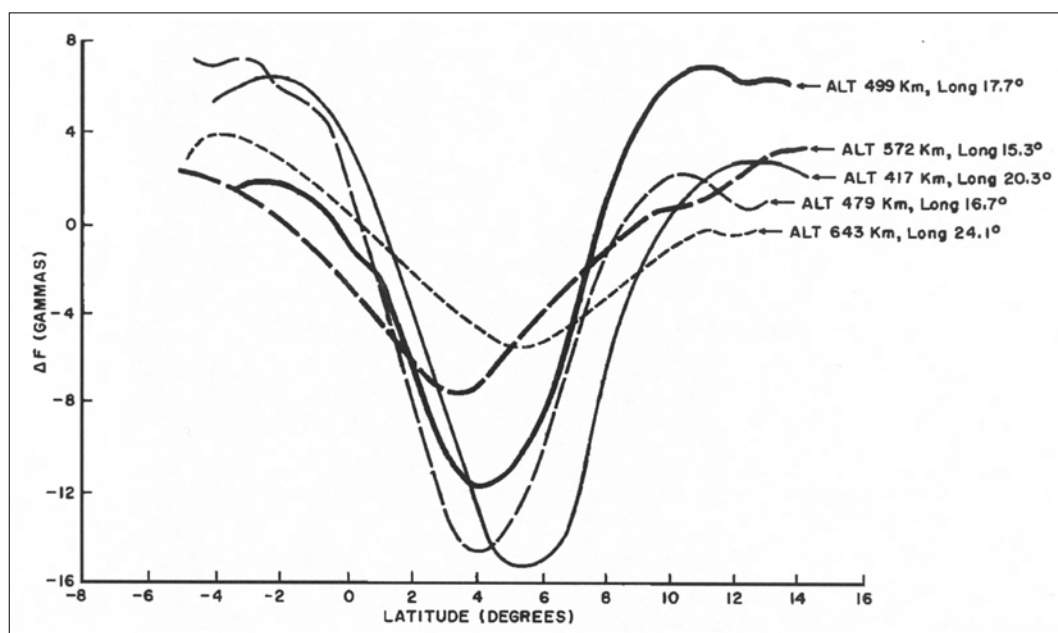


2. ábra A Bangui-mágneses anomália felett 3 km-es magasságban regisztrált anomália. Az ábra több szelvényt mutat. Az ábrán látható T 204 szelvény mutatja a totális Bangui-mágneses anomáliát (Green 1976)

Figure 2 Bangui magnetic anomaly at 3 km altitude. Several profiles are presented with profile T 204 showing the Bangui total magnetic anomaly (Green 1976)

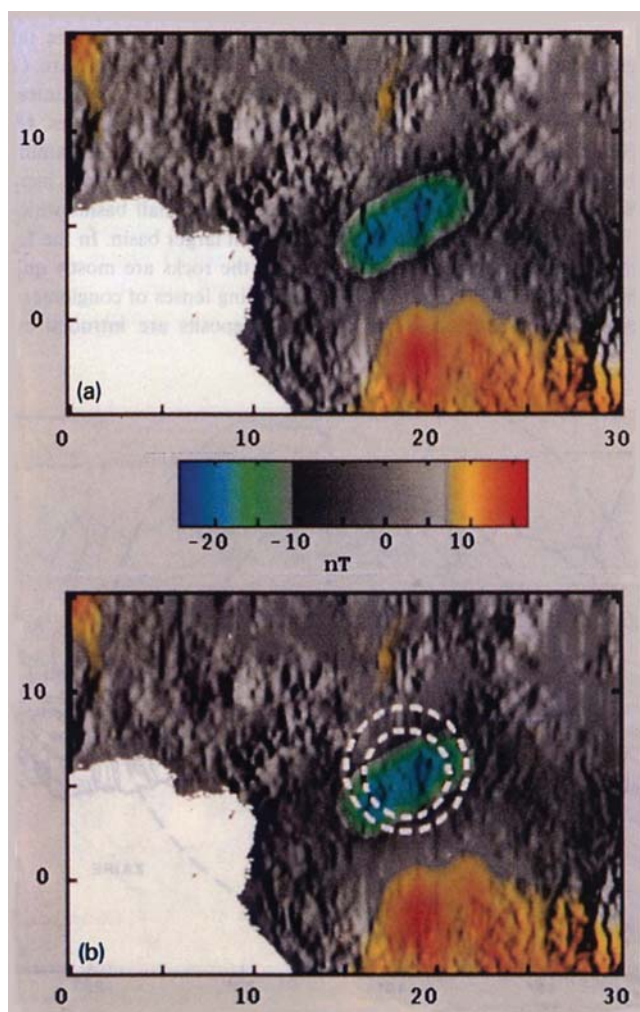
Girdler et al. (1992) geológiai térképe szerint a mágneses anomália középpontja közel helyezkedik el az Oubangui-medencéhez. Migmatitok, charnockitok, idősebb és fiatalabb gránitok jellemzik az alsó földkérget, míg prekambriumi metaszedimentek töltik ki a medencét, ezek

fedik a becsapódási szerkezetet. Girdler et al. (1992) egybevetette a LANDSAT felszín ábrázoló felvételét a Magsat méréseiből levezetett mágneses anomália-képpel (4. ábra). A felszín ábrázoló felvétel kettősgyűrű-szerkezetet mutatott, a külső gyűrű átmérője 810 km, míg a



3. ábra A Magsat által regisztrált, a Bangui-mágneses anomália szelvénye különböző magasságban és hosszúság mentén (Regan, Marsh 1982)

Figure 3 Magsat data indicating the Bangui magnetic anomaly at different altitudes and longitudes (Regan, Marsh 1982)



4. ábra A Magsat Bangui-mágneses anomália a topográfiai térképre vetítve (felső ábra), a Bangui-mágneses anomália a topográfiai térképre vetítve a kettős gyűrűs szerkezetet kiemelve (alsó ábra) (Girdler et al. 1992)

Figure 4 The Bangui Magsat magnetic anomaly superimposed on a topographic image (upper panel), the Bangui Magsat anomaly map superimposed on the topographic image with the double ring structure (lower panel) (Girdler et al. 1992)

belső gyűrű átmérője 491 km. A külső gyűrű nagy átmérője arra utal, hogy az anomália forrása becsapódásból származhat. A becsapódó meteorit nagyméretű lehetett, átmérője nagyobb, mint 80 km. Ha a szerkezetet becsapódás hozta létre, akkor a szerkezet egyike a Földön található legnagyobbaknak. Girdler et al. (1992) az anomália forrását korong alakúnak modellezte, amelynek átmérője 800 km, vastagsága 4,5 km. Felső lapja 3 km mélységben helyezkedik el. A ható mágnesezettséget 10 Am^{-1} nagyságrendűnek tételezték fel, amelynek deklinációja -18° , inklinációja 25° . Az indukált mágnesezettség iránya $D = -3^\circ$ és $I = -12^\circ$. Az inverziós számítások során ezeket a paramétereket fogadtuk el. A negatív Bouguer-anomáliát a hatót fedő üledékes kőzet okozhatja, amely kisebb sűrűséggel rendelkezik, mint a környezete.

A Bangui-anomáliát sok szerző vizsgálta (Taylor 2007) és (Kim 2007). Kim (2007) a Bangui-mágneses anomáliát a CHAMP mágneses méréseiből vezette le.

Ouabego et al. (2013) a kőzetek mágnesezettségének eloszlását vizsgálta a Bangui-mágneses anomália okának meghatározására. Vizsgálatuk szerint nem találtak becsapódás következtében létrejött mágnesezettséget. A mágneses anomália lehetséges forrásának oka: az Afrikai-lemez mozgása során lépett kölcsönhatásba az ősi, Gondvánához tartozó afrikai kratonokkal. Az anomália kialakításában a neoproterozoikumi vasban gazdag metaszedimentek játszhatnak szerepet.

A Bangui-mágneses anomáliával kapcsolatban felmerülő kérdés: az anomália eredete. A szakirodalomban két eredetet tárgyalnak: egyik az anomália meteoritbecsapódásból származik (Green 1976, Girdler et al. 1992); másik megközelítés az anomália földtani szerkezetet tükröz (Godivier, Le Donche 1956, Hastings 1982, Regan, Marsh 1982, Ouabego et al. 2013). A következtetés: az anomália alakja, kiterjedése és beágyazódása alapján geológiai folyamat hatására jött létre.

Adatkezelés

A SWARM holdakat Rokot rakétával bocsátották Föld körüli pályára a Plesetsk űrbázisról 2013. november 22-én. A SWARM küldetést az Európai Űrügynökség (ESA) irányította a Living Planets Program keretében.

A SWARM holdakat közel kör alakú pályára állították. Két mesterséges hold (A és C) közel keringett egymáshoz képest, kezdeti magasságuk 460 km volt, míg a harmadik hold (B) kezdeti magasságának 530 km-t választottak. A pályák inklinációja az A és C hold esetében $87,4^\circ$ míg a B hold inklinációja 88° . Az A és C holdak közel párhuzamos pályával rendelkeztek, gömbi távolságuk $1,5^\circ$ az Egyenlítőn.

A feldolgozás során 2015. február 27. és 2015. július 20. közé eső adatokat használtuk fel.

A SWARM holdak flux-gate vektor-magnetométerrel és Overhauser skalár-magnetométerrel voltak felszerelve (Leger et al. 2015). A skalár- és vektor-magnetométerek minden másodpercben végeztek méréseket, így egy magnetométer egy napi regisztrátuma 86400 rekordot tartalmazott. Ha az átlagos 90 perces keringési időt vesszük figyelembe, akkor az egy napos regisztráció közel 16 pályamenti fordulatnak felel meg.

A SWARM holdak mágneses mérései a Level 1B folderben találhatók. Az A, B, és C holdak mérései CDF (Content Definition File) formátumban adóttak. Az adatkezelés első fázisa a CDF-fájlok konverziója ASCII (American Standard Code for Information Interchange) formátumba, mivel a későbbi FORTRAN számítások ezt a formátumot teszik szükségessé. A letöltött fájlok tartalmazzák az adatok keltjét és idő voltát, az adatok gömbi koordinátáit (szélesség, hosszúság és gömbi távolság). A mágneses tér X , Y , Z komponenseit, a totális T mágneses

méréseit és a mérések hibáit. Ezek az adatok szükségesek a további számításokhoz.

Azok az adatok kerültek további felhasználásra, amelyekre vonatkozó Kp index $\leq 1+$. A Kp indexeket az IAGA International Service of Geomagnetic Indices táblázatai tartalmazzák.

Az adatkezelés következő lépése az anomáliák meghatározása. Az anomáliák vonatkoztatási szintjét az International Geomagnetic Reference Field 12. generációja adta meg (Thébaud et al. 2015). Susan Macmillan (British Geological Survey) dolgozott ki FORTRAN programot az IGRF számítására, amely az IAGA honlapján található. Ennek kicsit módosított változatát használtuk fel. A vonatkoztatási szint a mesterséges holdak méréseinek idejére és pozíciójára vonatkozik. A számításokkal meghatároztuk a ΔX , ΔY , ΔZ és ΔT anomáliákat. Az anomáliákat a teljes pályára számítottuk ki.

A Kp index alapján és az IGRF által megadott referenciaértékhez viszonyított totális Bangui-mágneses anomáliákat a $-9,75^\circ \leq \varphi \leq 19,25^\circ$ és $0,25^\circ \leq \lambda \leq 29,5^\circ$ területre szelektáltuk.

A Bangui-mágneses anomália meghatározása

A Bangui-mágneses anomália meghatározásakor a mesterséges hold pályáit szeparálni kellett felszálló és leszálló ágra. A pályák közel észak–déli irányúak. A pályákra külön-külön mediánszűrőt alkalmaztunk a kilógó adatok eltávolítására. A jellegében eltérő pályaszakaszokat kizártuk a további feldolgozásból. Mindegyik pályaszakaszra különböző fokszámú trendet illesztettünk. Ezek közül a lineáris trend mutatkozott dominánsnak. Így, lineáris trendet illesztettünk a különálló pályaszakaszokra. A li-

neáris trendet levontuk a pályaszakaszokból. Külön számítottuk a felszálló és leszálló pályákból álló térképeket. A két térkép jellege hasonló volt, azoknak átlagát vettük. Utolsó lépésként aluláteresztő szűrést alkalmaztunk. A szűrő paraméterét úgy választottuk meg, hogy a 460 km magasságban a lokális dipólus tér még az áteresztett tartományba essen. A totális Bangui-mágneses anomáliát Transverse Mercator vetületben ábrázoltuk (5. ábra).

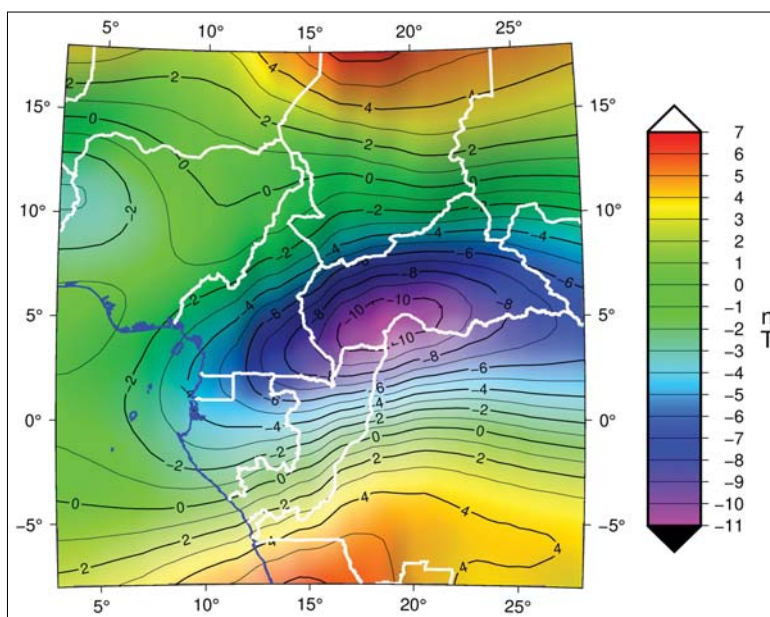
Az inverzióhoz redukált méretű ($-3^\circ \leq \varphi \leq 13^\circ$ és $5^\circ \leq \lambda \leq 29,5^\circ$) anomáliát használtunk. A redukált méretű totális mágneses anomáliát Transverse Mercator vetületben ábrázoltuk (6. ábra).

Gyakran szükséges a gömbi polárkoordináta-rendszerben meghatározott adatok transzformálása a xyz Descartes-féle koordináta-rendszerbe. Ez az eljárás korábbi számításaink során effektívnek bizonyult (Kis et al. 2010, Kis et al. 2011). Ez azért szükséges mivel a mérési adatok gömbi polárkoordináta-rendszerben adóttak, a számításokat leíró egyenletek xyz koordináta-rendszerben adóttak. Ezt a transzformációt a redukált méretű anomália-adatokra alkalmaztuk.

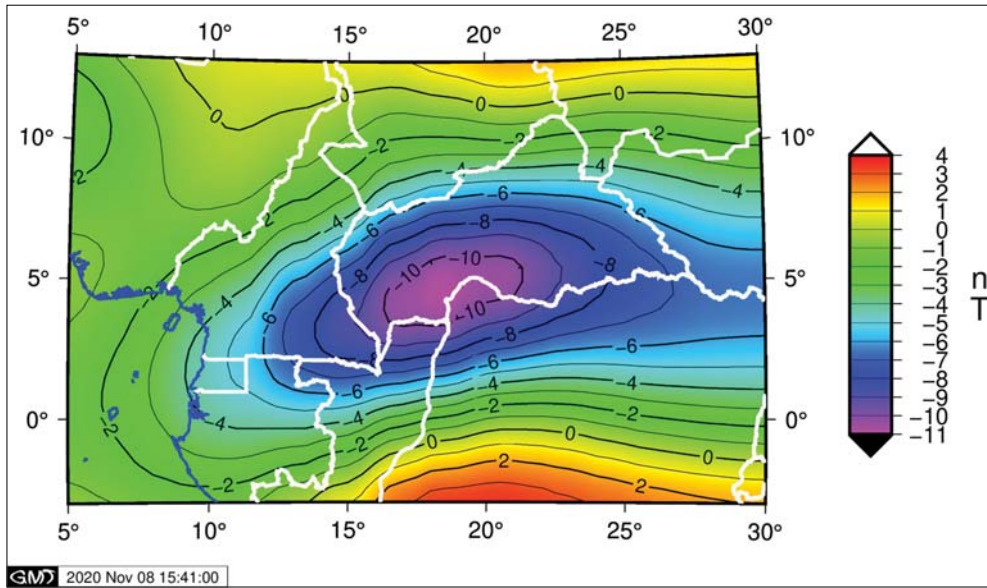
Ez a transzformáció két lépésben hajtható végre: egy transláció és egy rotáció alkalmazásával lehet végrehajtani. Az XYZ koordináta-rendszer origója legyen a Föld középpontjában! Az X tengely helyezkedjen el az Egyenlítő síkjában és irányuljon a greenwichi meridián irányába! A Z tengely essen egybe a Föld forgástengelyével és irányuljon felfelé! Az Y tengely szintén az Egyenlítő síkjában helyezkedik el, legyen merőleges az XZ síkra és keleti irányba mutasson. A mesterséges hold XYZ koordinátái:

$$X = r \sin \theta \cos \lambda, \quad Y = r \sin \theta \sin \lambda, \quad Z = r \cos \theta,$$

θ jelölje a pólustávolságot és λ a gömbi hosszúságot!



5. ábra A totális Bangui-mágneses anomália Transverse Mercator projekcióban ábrázolva
Figure 5 Bangui total magnetic anomaly plotted on a Transverse Mercator projection



6. ábra Az inverzióhoz használt redukált kiterjedésű totális Bangui-mágneses anomália Transverse Mercator projekcióban ábrázolva

Figure 6 Reduced extension Bangui total magnetic anomaly applied for the inversion procedure, the anomaly is plotted on a Transverse Mercator projection

A derékszögű xyz koordinátatengelyek legyenek párhuzamosak az X , Y és a Z tengelyekkel, és helyezzük el az r_0 , θ_0 és a λ_0 pontba (ahol r_0 = a Föld sugara + a mester-séges hold magassága, jelen esetben r_0 legyen = 6371,2 km + 460 km)! A θ_0 és λ_0 koordinátákat válasszuk a redukált méretű anomália-térkép középső részéhez $\theta_0 = 86^\circ$ (pólus-távolság) és $\lambda_0 = 19^\circ$ (hosszúság)! Vezessük be a követ-kező koordinátákat:

$$t_x = r_0 \sin \theta_0 \cos \lambda_0, \quad t_y = r_0 \sin \theta_0 \sin \lambda_0, \quad t_z = r_0 \cos \theta_0.$$

A translációt az

$$x' = X - t_x, \quad y' = Y - t_y, \quad z' = Z - t_z$$

egyenletek írják le. Mutasson az x tengely az északi, az y tengely keleti irányba, míg a z tengely függőlegesen lefelé! A rotáció egyenletei:

$$x = -x' \cos \theta_0 \cos \lambda_0 - y' \cos \theta_0 \sin \lambda_0 + z' \cos \theta_0,$$

$$y = -x' \sin \lambda_0 - y' \cos \lambda_0,$$

$$z = -x' \sin \theta_0 \cos \lambda_0 - y' \sin \theta_0 \sin \lambda_0 + z' \cos \theta_0.$$

Ezzel a translációval és rotációval tudjuk a mérési ada-tokat a derékszögű xyz koordináta-rendszerbe transzfor-málni. Ez a transzformáció az inverzió során felhasznált adatok esetében az adatrendszer szélén mintegy 10 km-es magasságtérést okoz. Ezt az eltérést mint teoretikus hibát vettük figyelembe az inverz feladat megoldása során.

Mágneses direkt feladat

A mágneses inverz feladat megoldásának alapeleme a mág-neses direkt feladat kiválasztása, azaz a mágneses teret leíró egyenlet meghatározása. Több lehetőség közül a mágneses

direkt feladat leírására a Plouff (1976) által megadott mo-dellt választottuk. Ez az egyenleteket xyz Descartes-féle koordináta-rendszerben írja le. A Plouff-féle modell poli-gonnal határolt vízszintes prizma formájában írja le a totá-lis mágneses teret. A poligonon határolt prizma vízszintes fedő- és alaplappal rendelkezik, amelyeknek a mélysége z_1 és z_2 . A poligonon határolt prizma totális mágneses terét a

$$T(x, y, z) = (\mu_0/4\pi) [J_x(lV_1 + mV_2 + nV_3) + J_y(lV_2 + mV_4 + nV_5) + J_z(lV_3 + mV_5 + nV_6)]$$

egyenlet adja meg, ahol μ_0 a vákuum mágneses permea-bilitása; J_x , J_y és J_z a ható mágnesezettségének három kom-ponense; l , m és n a földi mágneses tér iránykoszinuszai, azaz

$$l = \cos I \cos D, \quad m = \cos I \sin D \quad \text{és} \quad n = \sin I,$$

ahol I és D a földi mágneses tér inklinációja és dekliná-ciója; $V_1, V_2, \dots, V_6$ a ható térfogatra vonatkozó nume-rikus integrálások eredményét tartalmazzák.

A ható mágnesezettségének három komponensét a kö-vetkező összefüggések adják meg:

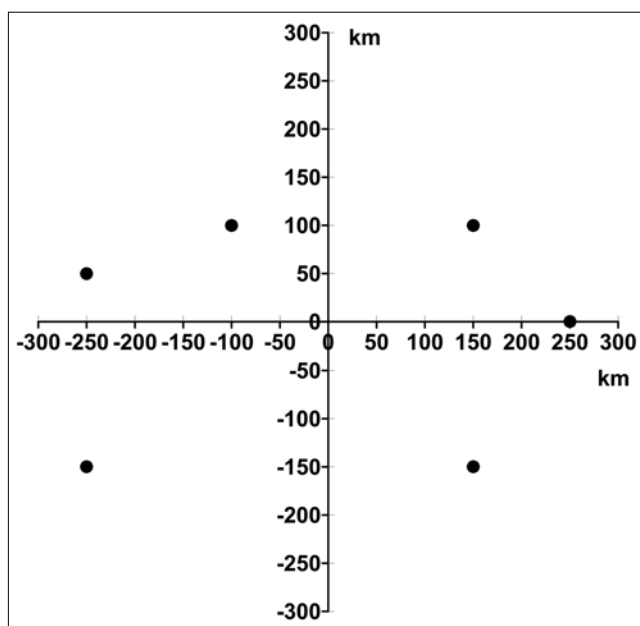
$$J_x = \kappa Tl + J_r L,$$

$$J_y = \kappa Tm + J_r M,$$

$$J_z = \kappa Tn + J_r N,$$

ahol a ható mágneses szuszceptibilitása, T a ható környe-zetének mágneses tere, J_r a ható remanens mágnesezett-ségének értéke, L , M és N a ható remanens mágnesese-zettségének iránykoszinuszai, azaz

$$L = \cos \alpha \cos \beta, \quad M = \cos \alpha \sin \beta, \quad N = \sin \alpha,$$



7. ábra Az inverzió során alkalmazott direkt feladat kiválasztott pontjainak horizontális koordinátái derékszögű Descartes-féle koordináta-rendszerben. A Descartes-féle koordináta-rendszer kezdőpontja (pólustávolság) $\theta = 86^\circ$, (hosszúság) $\lambda = 19^\circ$

Figure 7 The horizontal coordinates of the applied points of direct problem are plotted in Descartes coordinate system. The origin of the Descartes coordinate system is positioned in the point of (polar distance) $\theta = 86^\circ$ and (longitude) $\lambda = 19^\circ$

ahol α és β a remanens mágnesezettség inklinációja és deklinációja.

A későbbi számítások során a következő rögzített paraméterek közül a Girdler et al. (1992) által megadott adatokat használtuk fel: a totális földi tér értéke $T = 33\,000$ nT az indukált mágneses tér a ható környezetében; a ható átlagos mágneses szuszceptibilitása, $\kappa = 0,63$ SI; indukált mágneses tér inklinációja -12° és deklinációja -3° ; rema-

nens mágnesezettség 10 Am^{-1} értékű; a remanens mágnesezettség inklinációja 25° , deklinációja -18° .

A poligonnal határolt prizmat hat csúcspont határolja, amelyet 6 pontpár (x és y koordináta) ad meg (7. ábra) és a felső és alaplapp mélysége: z_1 és z_2 . A kiválasztott ható 14 koordinátáját mint geometriát kívánjuk az inverzió alapján meghatározni. Az ábrán bemutatott 6 koordináta- (x és y koordináta-) pár és az alsó és felső mélységadat jelentik az iterációval 14 geometriai adat kezdeti értékét. A mágnesezettséget leíró adatok rögzítettek, és a geometriát leíró adatok helyzetét kívánjuk az inverz feladat megoldásaként iterációval meghatározni. A később bemutatott eredményekből jól látható, hogy a 14 geometriai adat jól leírja a kiválasztott hatót.

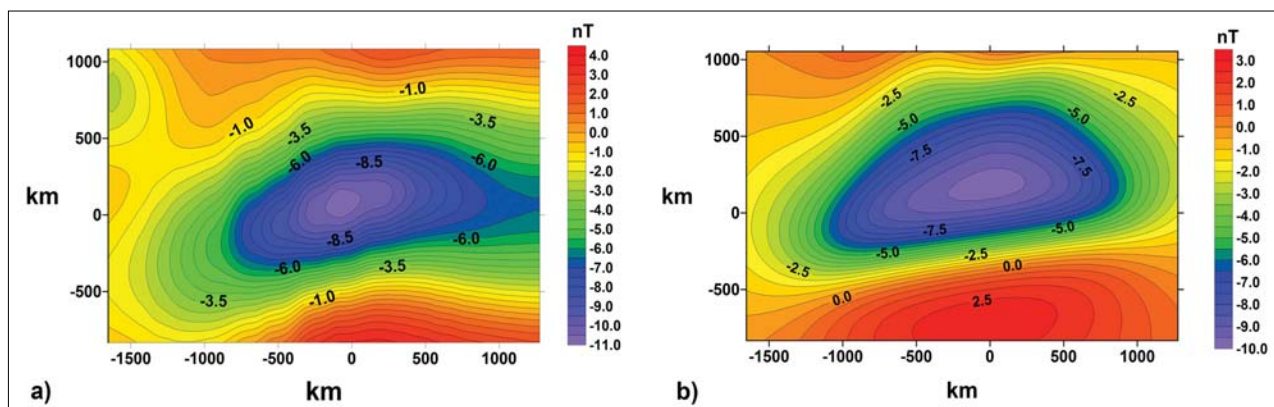
Az inverz feladat megoldása

Amennyiben a Bayes-elméletet használjuk, az inverz feladatot leíró *a posteriori* függvényt kell maximalizálni (Tarantola 1987, Menke 1989). Az *a posteriori* függvényt a következő egyenlet

$$E(\mathbf{m}) = \text{konst.} \times \exp\left\{-(1/2)[(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{a\text{ priori}})^T \mathbf{C}_M^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{a\text{ priori}}) + (\mathbf{g}_{\text{modell}}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{megfigyelt}})^T \mathbf{C}_D^{-1}(\mathbf{g}_{\text{modell}}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{megfigyelt}})]\right\}$$

írja le, ahol $\mathbf{m}$ jelöli a meghatározandó paraméterek vektorát, $\mathbf{m}_{a\text{ priori}}$ az értelmező által meghatározott előzetes paraméterek vektorát, $\mathbf{C}_M$ az *a priori* paraméterek kovarianciamátrixa; $\mathbf{g}_{\text{modell}}(\mathbf{m})$ a direkt feladat megoldásából a modellter a megfigyelés helyén; $\mathbf{d}_{\text{megfigyelt}}$ a mérési adatok vektora; $\mathbf{C}_D$ a megfigyelési adatok kovarianciamátrixa; a T kitevő a transzponáltat jelenti. Az inverzióhoz redukált méretű ($\mathbf{d}_{\text{megfigyelt}}$) adatsort használtunk (6. ábra).

Az *a posteriori* egyenletnek ott van maximuma, ahol az exponenciális résznek minimuma van, így a következő egyenlet minimumát kell keresni:



8. ábra A redukált kiterjedésű totális Bangui-mágneses anomália (az inverzió bemenete) (a) és az inverzióval meghatározott totális Bangui-mágneses anomália (b). Az anomáliaképek Descartes-féle koordináta-rendszerben ábrázolva, a koordináta-rendszer kezdőpontja (pólustávolság) $\theta = 86^\circ$, (hosszúság) $\lambda = 19^\circ$

Figure 8 The reduced extension of the Bangui total magnetic anomaly (the input of the inversion) (a) and the anomaly map determined by the inversion (b), the anomalies are plotted in the Descartes coordinate system. The origin of the Descartes coordinate system is positioned in the point of (polar distance) $\theta = 86^\circ$ and (longitude) $\lambda = 19^\circ$

$$E(\mathbf{m}) = [(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{a\text{ priori}})^T \mathbf{C}_M^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{a\text{ priori}}) + (\mathbf{g}_{\text{modell}}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{megfigyelt}})^T \mathbf{C}_D^{-1} (\mathbf{g}_{\text{modell}}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}_{\text{megfigyelt}})].$$

A minimumfeladatot a nemlineáris *Simplex*-módszerrel oldottuk meg (Walsh 1975). A 14 változós függvény minimumát kell meghatározni iterációval. Az alkalmazott módszer esetében az *a priori* adatok szórása négyzete (10 nT^2) volt. A mérési adatok kovarianciája két részből származik:

$$\mathbf{C}_D = \mathbf{C}_d + \mathbf{C}_T,$$

ahol $\mathbf{C}_d$ a mérési adatok kovarianciája, ezt a mérési hibával tekintettük azonosnak (maximum) 2 nT , $\mathbf{C}_T$ a mérési adatok elméleti hibája. Az elméleti kovarianciára a transzformáció során meghatározott $(3 \text{ nT})^2$ értéket használtuk. A minimumfeladat megoldása a direkt feladatban szereplő 6 pont koordinátája, valamint a tető- és talpmélységeket megadó adatok. E koordináták alapján meghatározott totális anomáliát jelölje T_M ! A 8a ábrán a redukált méretű, azaz a bemenő anomália-térkép és a minimumfeladat megoldásából származó koordinátákból meghatározott totális-anomália-térkép látható a 8b ábrán. A két totális-anomália-térkép jó egyezést mutat. Bár az anomália nagy kiterjedésű, az inverziós számítások alapján nem dönthető el egyértelműen az anomália eredete. Az eredmények bizonyos egyezést mutatnak a Girdler et al. (1992) által meghatározott anomáliával.

A Bangui-anomália mélységi kiterjedésére különböző adatok találhatók a szakirodalomban. Green (1976) szerint az anomália 30 km-es mélységig terjed, a ható tetejét metaszedimentek alkotják, Regan és Marsh (1982) 3 km-es tetőmélységet és 35 km-es talpmélységet határozott meg a mágneses hatóra, Girdler et al. (1992) a ható alsó és felső mélységekre 3 km, illetve 7,5 km állapított meg, a jelen inverziós számításaink alapján pedig 5,2 km illetve 6,4 km mélységek adódnak.

Hibaszámitás

A nemlineáris Simplex-módszerrel meghatározott paraméterek alapján, jelölje ΔT_M a direkt feladat segítségével kiszámított totális mágneses anomáliát! Ennek az anomália-térképnek hibáját a Gauss-féle hibaterjedési törvény alapján határozzuk meg (Clifford 1973). Az anomália-térkép az $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, z_1, z_2$ mennyiségektől (14 paramétertől) függ, amelyeknek közepes hibája legyen $\Delta x_1, \Delta y_1, \dots, \Delta z_2$. A közepes hibákat becsüljük meg a számítás során elkövetett, a mintavételtől függő pontatlanságokból, amelyeket túlbecsülve 5 km értékűnek tekintettünk.

Az első 12 paraméter horizontális elhelyezkedését a 7. ábra mutatja. A hibaszámítás egyenletében szereplő, horizontális koordinátáktól függő deriváltakat a direkt feladat alapján határoztuk meg. Azt vizsgáltuk meg, hogy a mintavételi egység x és y irányú változásra mekkora nT/km eltérés adódik. Ezek relatíve kis értékűek, nagyságrendjük $0,02 \text{ nT/km}$.

A magasságokból adódó változásokat a SWARM mérési adatait megadó honlap felhasználásával határoztuk meg. A magasságokból adódó változások két tényezőtől függenek: egyrészt a kis excentricitású ellipszis alakú pályából adódnak, másrészt a mesterséges hold pálya menti légköri sűrűlódási hatásból származnak.

A vízszintes alsólap és felsőlap mélységek a mesterséges hold pályájától mérve, kerültek meghatározásra, azaz a hold pálya menti helyzetétől függenek. A hibaszámítás adataiból megállapítható, hogy a mérési hiba elsősorban a mesterséges hold magasságának változásából adódik, és az eljárás kevésbé érzékeny a horizontális koordinátákra. Ezeknek a nagyságrendje 1 nT/km . Ekkor a meghatározott totális mágneses anomália-térkép ΔT_M hibája:

$$\Delta T_M = \pm \{ [(\partial T / \partial x_1) \Delta x_1]^2 + [(\partial T / \partial y_1) \Delta y_1]^2 + [(\partial T / \partial x_2) \Delta x_2]^2 + [(\partial T / \partial y_2) \Delta y_2]^2 + [(\partial T / \partial x_3) \Delta x_3]^2 + [(\partial T / \partial y_3) \Delta y_3]^2 + [(\partial T / \partial x_4) \Delta x_4]^2 + [(\partial T / \partial y_4) \Delta y_4]^2 + [(\partial T / \partial x_5) \Delta x_5]^2 + [(\partial T / \partial y_5) \Delta y_5]^2 + [(\partial T / \partial x_6) \Delta x_6]^2 + [(\partial T / \partial y_6) \Delta y_6]^2 + [(\partial T / \partial z_1) \Delta z_1]^2 + [(\partial T / \partial z_2) \Delta z_2]^2 \}^{1/2},$$

amennyiben a geometriai paraméterektől függő anomália-adatsort ΔT_M jelöli. Így a ΔT_M hibája $\pm 7 \text{ nT}$. Meg kell állapítani, hogy a hiba dominánsan a ható alap- és felsőlapjának mélységét megadó koordinátáktól függ.

Következtetések

Meg kell állapítani, hogy a 14 paraméterből álló, az inverz feladat során meghatározott koordináták kellő pontossággal leképezik a totális anomáliákat. Az inverzióval meghatározott ΔT_M totális anomáliák jól tükrözik az elvárt anomáliaképet. Az inverzióval meghatározott totális mágneses anomália bár nagy kiterjedésű, de az anomália földtani eredetére vonatkozó kérdés nem dönthető el ezek alapján. A hiba jelentős része a mesterséges holdtól számított mélységadatoktól függ. Meg kell jegyezni, hogy a meghatározott hibákat kissé túlbecsültük.

A tanulmány szerzői

Kis Károly, Patrick T. Taylor, Toronyi Bence, Pusztai Sándor

Hivatkozások

- Clifford A. A. (1973): Multivariate Error Analysis. Applied Science Publishers Ltd., London
- Girdler R. W., Taylor P. T., Frawley J. J. (1992): A possible impact origin for Bangui magnetic anomaly (Central Africa). *Tectonophysics*, 201, 45–58.
- Godivier R., Le Donche L. (1956): Réseau magnétique remené au 1re Janvier 1956. République Céntrafrique Tchad Méridional, ORSTOM, Paris.
- Green A. G. (1976): Interpretation of project magnet aeromagnetic profiles across Africa. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 44, 203–228.
- Hastings D. A. (1982): Preliminary correlations of Magsat anomalies with the tectonic features of Africa. *Geophysical Research Letters*, 9, 303–306.

- Kim H. R. (2007): CHAMP Satellite Magnetic Anomaly Map. Encyclopedia Geomagnetism and Paleomagnetism, 1002.
- Kis K., Taylor P. T., Wittmann G., Toronyi B., Pusztai S. (2010): A CHAMP mesterséges hold méréseinek értelmezése a Pannon-medence és annak környezetében. Magyar Geofizika, 51, 1–9.
- Kis K. I., Taylor P. T., Wittmann G., Toronyi B., Pusztai S. (2011): Inversion of magnetic measurements of the CHAMP satellite over the Pannonian Basin. Journal of Applied Geophysics, 75, 412–415.
- Langel R. A., Hinze W. J. (1998): The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere. Cambridge University Press.
- Léger J.-M., Jager T., Bertrand F., Hulot G., Brocco L., Vigeron P., Lalanne X., Chulliat A., Fratter L. (2015): In-flight performance of the Absolut Scalar Magnetometer vector mode on board the Swarm satellites. Earth, Planets and Space (Open Access) 67, 57, DOI: 10.1186/s40623-015-0231-1.
- Menke W. (1989): Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press, Inc., San Diego, New York, Boston, Sydney, Tokyo, Toronto.
- Ouabego M., Quesnel Y., Rochette P., Demory F., Fozing E. M., Njanko T., Hippolite J.-C., Affton P. (2013): Rock magnetic investigation of possible sources of the Bangui magnetic anomaly. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 224, 11–20. DOI: org/10.1016/j.pepi.2013.09.003.
- Plouff D. (1976): Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. Geophysics, 41, 727–741.
- Ravat D. N. (1989): Magsat investigations over the greater African region. PhD Thesis, Purdue University.
- Reagan R. D., Marsh B. D. (1982): The Bangui magnetic anomaly: its geological origin. Journal of Geophysical Research, 80/B2, 1107–1120.
- Tarantola A. (1987): Inverse Problem Theory. Methods for Data fitting and Model Parameter Estimation. Elsevier, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo.
- Taylor P. T. (2007): Bangui anomaly. In: Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism, pp. 39–40.
- Taylor P. T., Schnetzler C. C., Reagan R. D. (1989): Satellite magnetic data: How useful in exploration? Geophysics: The Leading Edge of Exploration, Nov. 26–28.
- Taylor P. T., Schnetzler C. C. (1990): Satellite magnetic data: The exploration industry rates their usefulness. Geophysics: The Leading Edge of Exploration, Oct. 42–43.
- Thébault E., Finlay Ch. C., Beggan C. D., Alken P., Aubert J., Barrois O., Bertrand F., Bondar T., Boness A., Brocco L., Canet E., Chambodut A., Chulliat A., Coisson P., Civet F., Du A., Fournier A., Fratter I., Gillet N., Hamilton B., Hamoudi M., Hulot G., Jager T., Korte M., Kuang W., Lalanne X., Langlais B., Léger J.-M., Lesur V., Lowes F. J., Macmillan S., Manda M., Manoj Ch., Maus S., Olsen N., Petrov V., Ridley V., Rother M., Sabaka T. J., Saturnino D., Schachtschneider R., Sirol O., Tangborn A., Thomson A., Toffner-Clausen L., Vigneron P., Wardinski I., Zvereva T. (2015): International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. Earth Planets and Space, 67, 79, DOI: 10.1186/s40623-015-0228-9.
- Walsh G. R. (1975): Methods of Optimization. John Wiley & Sons, London, New York, Sydney, Toronto.