

Termohalin konvekció numerikus vizsgálata porózus közegmodellben

SZIJÁRTÓ M.^{1,2,@}, GALSA A.¹

¹Eötvös Loránd Tudományegyetem, Geofizikai és Űrtudományi Tanszék, Budapest

²Tóth József és Erzsébet Hidrogeológia Professzúra Alapítvány

@E-mail: mark.szijarto@ttk.elte.hu

A porózus közegben lejátszódó hő- és tömegtranszport-folyamatok teoretikus vizsgálata miatt fontos, hogy jobban megérthessük a termohalin konvekció folyamatát, legyen szó lokális vagy medenceléptékű felszín alatti vízáramlási rendszerekről. Kétdimenziós numerikus számításokat végeztünk, hogy megvizsgáljuk a hőmérséklet- (ΔT) és a (só) koncentrációkülönbség (Δc) okozta, felhajtóerő hajtotta természetes konvektív áramlást porózus közegben. Szisztematikus paraméterteszteléssel tanulmányoztuk a dimenziótlan hőtágulás ($\alpha' = \alpha \Delta T = 10^{-3} - 1$) és a sókoncentráció-különbség okozta dimenziótlan relatív sűrűségkülönbség ($\beta' = \beta \Delta c = 10^{-7} - 0,1$) hatását a hőmérséklet- és koncentrációeloszlásra, valamint az áramlás intenzitására vonatkozólag. A felhajtóerő és a konvekciós áramlást akadályozó erők viszonyát kifejező Rayleigh-számok, így a termikus (Ra_t) és a halin Rayleigh-szám (Ra_h) értéke, valamint a felhajtóerő-arány (buoyancy ratio – BR) a következő intervallumokon változtak: $1,4 \leq Ra_t \leq 1400$; $0,1 \leq Ra_h \leq 10^5$; $10^{-7} \leq BR \leq 100$. Mindeközben a hődiffúziós tényezőt (κ) és a molekuláris diffúziós együtthatót (D_0) – valós értékeken alapulva – rögzítettük, így a kettő hányadosából képzett Lewis-szám állandó ($Le = 714$). A szimulációk eredményeként kiszámítottuk a Darcy-fluxust (U) a modelltartományon, a teljes és a konduktív hőfluxus viszonyát kifejező dimenziótlan Nusselt-számot (Nu), illetve a teljes és a diffúziós koncentrációfluxus arányát mutató Sherwood-számot (Sh) a modell felszínén. A bemutatott modell-elrendezésben mindkét felhajtóerő elősegítette a természetes konvekció megindulását. Az eredmények alapján hat különböző jellegű – α' és β' paraméterektől erősen függő – áramlást tudtunk elkülöníteni, amikor 1) nem történt áramlás, 2) stacionárius, 3) időfüggő halin, 4) kényszertermohalin, 5) stacionárius termohalin és 6) időfüggő termohalin konvekció alakult ki. Általánosan elmondható, hogy a hőtranszport erősen befolyásolta – majdhogynem felülírta – az anyagtranszportot. Ez annak köszönhető, hogy a közeg hődiffúziós tényezője két nagyságrenddel nagyobb a víz molekuláris diffúziós együtthatójánál ($\kappa \gg D_0$). Az elvégzett szimulációk felhívják a figyelmet a termohalin konvekciós áramlás fizikai hátterének megértésére. A jelenség előfordulhat például sódomok közelében lévő vízáadó rétegekben, mély (hipogén) karsztosodott karbonátos vízáadóknak (pl. Budai-termálkarszt), geotermikus erőművek termelő- és visszacsajtoló kútjainak környezetében, vagy szennyezett felszínalatti víz transzportja során.

Szijártó, M., Galsa, A.: Thermohaline convection in a homogeneous porous medium

The theoretical examination of the combined effect of heat and mass transfer in porous media is relevant to improve understanding thermohaline natural convection in both local- and basin-scale groundwater flow systems. Numerical model calculations were carried out to investigate the interaction of the temperature- (ΔT) and salinity-driven (Δc) natural convection in a synthetic model, as in a two-dimensional homogeneous porous medium. Effects of the non-dimensional thermal expansion ($\alpha' = \alpha \Delta T = 10^{-3} - 1$) and the non-dimensional relative density contrast ($\beta' = \beta \Delta c = 10^{-7} - 0,1$) were systematically studied in order to examine their influence on the temperature, the concentration and the Darcy flux field. Thus, the thermal (Ra_t) and the haline (Ra_h) Rayleigh number, and the Buoyancy ratio (BR) were varied within the following ranges: $1.4 \leq Ra_t \leq 1400$, $0.1 \leq Ra_h \leq 10^5$, $10^{-7} \leq BR \leq 100$, while the Lewis number was fixed, $Le = 714$. As the results of simulations, the Darcy flux (U), the Nusselt (Nu) and Sherwood numbers (Sh) were computed. In the examined cases, both effects facilitated the onset of natural convection. Depending on the studied parameters (α' and β'), six types of flow systems were separated in the numerical model including: 1) no convection, 2) steady-state haline convection, 3) time-dependent haline convection, 4) forced thermohaline convection, 5) steady-state thermohaline convection, 6) time-dependent thermohaline convection. However, the effect of haline term was strongly influenced by the heat transport mechanism due to the relation between the thermal and the molecular diffusivity ($\kappa \gg D_0$). These simulations draw attention to the importance of understanding the physical background of thermohaline convection, for instance, in aquifers separated by salt domes, in the deep (hypogene) karstified carbonates (e.g. the Buda Thermal Karst), in the case of groundwater flow induced by water pumping/injection of deep geothermal power plants, or in contaminated groundwater transport process.

Beérkezett: 2020. december 21.; elfogadva: 2021. február 16.

Bevezetés

Földünkön tapasztalható globális és regionális természeti jelenségek működését – mint például a légköri ciklonok/anticiklonok mozgását, az óceáni áramlásokat vagy a felszín alatti áramlási rendszereket – első közelítésben megpróbáljuk analitikus összefüggésekkel leírni. A földkéregben kialakuló hőmérséklet-különbségek (ΔT) és a szaturált pórufolyadékban tapasztalható (só)koncentrációkülönbségek (Δc) olyan felhajtóerőt indukálnak, amelynek hatására természetes konvekció alakulhat ki a felszín alatti vízáramlási rendszerekben. Annak érdekében, hogy megérthessük a különböző rendszerekben létrejövő összetett fizikai folyamatokat, először fontos megvizsgálni az egyes hajtóerők kölcsönhatását olyan egyszerű numerikus modellekben, amelyeknek létezik analitikus megoldása.

Kétdimenziós, horizontálisan végtelen kiterjedésű, homogén és izotróp modellekben analitikus módszerekkel külön-külön már vizsgálták a hőmérséklet-különbség (ΔT) okozta termikus és az oldott sótartalom miatt fellépő koncentrációkülönbség (Δc) által előidézett halin konvekciót (Lapwood 1948, Wooding 1957). A két szeparált fizikai probléma matematikai leírása hasonló, természetes/szabad konvektív áramlás alakul ki, ha a rendszerben definiált termikus (Ra_t) vagy halin Rayleigh-szám (Ra_h) meghaladja a kritikus értéket: $Ra_t > 4\pi^2$, $Ra_h > 4\pi^2$ (Nield, Bejan 2013). A kialakult áramlás a modell dimenziójának, vastagságának, permeabilitásának és az áramlás intenzitásának függvényében, illetve a dimenziótlan Rayleigh-szám segítségével jellemezhető. Egyszerűsített porózus közegmodellekben, különböző Rayleigh-számok mellett numerikusan vizsgálták mind a termikus (pl. Cserepes, Lenkey 2004, Yang et al. 2010, Szijártó et al. 2019), mind a halin konvektív áramlás (pl. Diersch, Kolditz 2002, Weatherill et al. 2004, Post, Simmons 2010) típusait stacionárius és időfüggő megoldások esetén. A teoretikus vizsgálatokon túl mindkét jelenség kialakulását alátámasztották helyszíni megfigyelésekkel, illetve területspecifikus numerikus modellezések segítségével: termikus konvekció (pl. Lenkey 1993, Pasquale et al. 2013, Lopez et al. 2016, Szijártó et al. 2021), halin konvekció (pl. Sharp et al. 2001, van Dam et al. 2009, Soboleva 2017).

Ugyanakkor előfordulnak olyan fizikai folyamatok, amelyekben a termikus és a halin felhajtóerők együttesen alakítanak ki egy összetett áramlási rendszert, melyet termohalin konvekciónak nevezünk. A jelenség kialakulási feltételének matematikai leírását Nield (1968) adta meg, melyet később laborkísérleteivel Caldwell (1974) támasztotta alá. Az elméletet először karsztosodott vízáadókban történő (Rubin 1976), majd ténylegesen porózus közegben létrejövő felszín alatti vízáramlási rendszerek (Rubin, Roth 1983) vizsgálatára alkalmazták stacionárius esetben. Később Rosenberg és Spera (1992) végeztek olyan számításokat, melyekben vizsgálták a porózus közegmodellekben kialakuló termohalin konvekció karakterisztikáját, miközben a Rayleigh- (Ra_t), a Lewis-számot (Le) és a felhajtóerő-arányt (BR – buoyancy ratio) a követ-

kező tartományokon változtatták: $100 < Ra_t < 600$; $10 < Le < 100$; $0 < BR < 0,4$. Azonban a jelenség részletes, elméleti leírása továbbra is nyitott kérdés maradt, hiszen már maga a modellalkotás sem egyszerű feladat. A két felhajtóerő bizonyos esetekben segíti, máskor gátolja egymás hatását (Nield, Bejan 2013), ami nagyban megnehezíti a jelenség általános tárgyalását. Termohalin konvekció fordulhat elő olyan hidrogeológia helyzetekben, ahol mind a szaturált pórufolyadék sótartalma magas, mind a kontinentális kéregben tapasztalható geotermikus gradiens meghaladja az átlagértéket ($\nabla T > 25\text{--}30$ °C/km). Potenciális zónák lehetnek például a sódómközelében elhelyezkedő vízádórétegek, a karsztosodott mély (hipogén) karbonátos rendszerek és a hidrotermális ércképződéses rendszerek is. Speciális esetekben nem tekinthetünk el a termohalin konvekció hatásától termelő- és visszasajtoló kutak által megnyitott vízádó rétegek esetében, illetve a felszín alatti vízáramlási rendszerbe bekerülő szennyezőanyagok transzportfolyamatai során.

Jelen tanulmányban a dimenziótlan hőtágulási együttható (α') és a dimenziótlan relatív sűrűségkülönbség (β') szisztematikus változtatásával vizsgáltuk a termohalin konvekció létrejöttének feltételeit, illetve kategorizáltuk a kialakuló áramlást, hogy az eredmények segítségével általános érvényű információkkal szolgálhassunk a különböző hidrogeológiai rendszerekben kialakuló összetett áramlások alaposabb megértéséhez. A munka során a termikus (Ra_t), a halin Rayleigh-számot (Ra_h) és a felhajtóerő-arányt (BR) a következő tartományokon változtattuk: $1,4 \leq Ra_t \leq 1400$; $0,1 \leq Ra_h \leq 10^5$; $10^{-7} \leq BR \leq 100$. Az eredményeket kvalitatívan, a hőmérsékleti, a koncentrációs és a Darcy-fluxus-eloszlások segítségével, illetve kvantitatívan, a kontrollparaméterek (Darcy-fluxus, Nusselt-szám, Sherwood-szám) követésével értelmeztük.

A numerikus modell

Abból a célból, hogy megvizsgáljuk a porózus közegben kialakuló termohalin konvekció létrejöttének feltételeit, illetve jellemezzük az összetett áramlást, kétdimenziós modellszámításokat végeztünk. A munka során egy olyan parciális differenciálegyenlet-rendszert oldottunk meg, amely a kontinuitási, a Darcy-, a hő- és a tömegtranszport-egyenlettel írható fel (pl. Delgado 2012, Nield, Bejan 2013):

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \nabla[\rho_w \mathbf{u}] = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} [\nabla p - \rho_w \mathbf{g}], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \left[\phi \rho_w c_{pw} + (1-\phi) \rho_m c_{pm} \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_w c_w \mathbf{u} \nabla T \\ & = \nabla \cdot \left\{ \left[\phi \lambda_w + (1-\phi) \lambda_m \right] \nabla T \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi c}{\partial t} = -\mathbf{u} \nabla c + \nabla (D_0 \nabla c), \quad (4)$$

ahol $\mathbf{u}$ (u_x, u_y), p , T és c az ismeretlen Darcy-fluxus, a nyomás, a hőmérséklet és az oldott anyag koncentrációja. A vízsűrűség hőmérséklet- és koncentrációfüggését – a Boussinesq-approximációnak megfelelően – a

$$\rho_w = \rho_r [1 + \beta c - \alpha T] \quad (5)$$

lineáris összefüggéssel írtuk le, ahol $\rho_r = 1000 \text{ kg/m}^3$ a referencia-vízsűrűség $T_r = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékleten, $\alpha [1/^\circ\text{C}]$ a víz hőtágulás-együtthatója, míg $\beta [\text{m}^3/\text{mol}]$ a sótartalom okozta relatív sűrűségkülönbség. Az (1)–(4) parciális differenciálegyenleteket a vízsűrűség ($\rho_w(c, T)$) csatolásával oldottuk meg. Az egyenletekben feltüntetett paramétereiket az 1. táblázatban összegeztük.

A kétdimenziós, horizontális, homogén és izotróp porózus közegmodell geometriáját Weatherill et al. (2004) munkájával analóg módon építettük meg, ahol a modell szélessége $L = 200 \text{ m}$, míg vastagsága $H = 10 \text{ m}$ volt. A modell felépítését az 1. ábra szemlélteti.

A szimulációk során eltekintettünk a valós hidrogeológiai rendszerekben fellépő topográfiavezérelt – vagy más néven – felszín alatti víztükör által vezérelt áramlások szerepétől (pl. Tóth 1963, Person 1996, Szijártó et al. 2019), azaz a „kényszerkonvekció” megjelenésétől. Fókuszálva a

modellben zajló fizikai folyamatok értelmezésére, a számításokat impermeábilis határokkal szegélyezett véges elemes modellben végeztük el (1. ábra). Ilyen feltételek mellett a modell egy hidraulikai értelemben zárt rendszernek tekinthető. A felső és az alsó határon állandó hőmérsékletet ($T_s = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_b = 1 \text{ }^\circ\text{C}$) és koncentrációt ($c_s = 1 \text{ mol/m}^3$, $c_b = 0 \text{ mol/m}^3$) írtunk elő. Így a horizontális határok közötti hőmérséklet- és koncentrációváltozás egységnyinek adódott, $\Delta T = T_b - T_s = 1 \text{ }^\circ\text{C}$ és $\Delta c = c_s - c_b = 1 \text{ mol/m}^3$. A modell oldalsó határait szimmetrikusnak, illetve hőszigetelőnek tekintettük. Jelen elrendezésben mind a hőmérséklet-, mind a koncentrációkülönbség okozta felhajtóerő segítette a természetes konvekció kialakulását a porózus közegben (Nield, Bejan 2013).

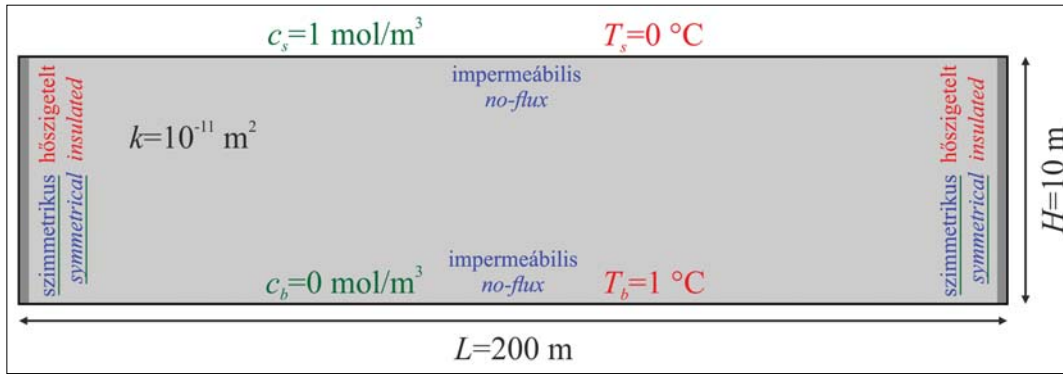
Az időfüggő modellszámítások nyomás-, hőmérséklet- és koncentrációeloszlására vonatkozó kezdeti feltételek:

$$p_{in} = \rho_r g \left\{ (H - y) + \beta \Delta c \left[\left(\frac{H^2 - y^2}{2H} \right) + 1 \right] - \alpha \Delta T \left[(H - y) - \left(\frac{H^2 - y^2}{2H} \right) + 1 \right] \right\}, \quad (6)$$

$$T_{in} = \left(1 - \frac{y}{H} \right) \Delta T + A_t \cos \left(\frac{\pi x}{H} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{H} \right), \quad (7)$$

1. táblázat | Modellparaméterek. A szimulációk során változtatott paraméterek félkövér stílusban vannak kiemelve
Table 1 | Model parameters. Bold typeface marks the studied parameters

Paraméterek	Jelölés	Érték	Mértékegység
A modell vastagsága	H	10	m
A modell szélessége	L	200	m
A modell permeabilitása	k	10^{-11}	m^2
A mátrix porozitása	φ	0,2	–
A mátrix hővezető-képessége	λ_m	3,6	$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
A mátrix fajhője ($p = \text{állandó}$)	c_{pm}	900	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
A mátrix sűrűsége	ρ_m	2450	kg/m^3
A víz hővezető-képessége	λ_w	0,6	$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
A víz fajhője ($p = \text{állandó}$)	c_{pw}	4200	$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
A víz referencia sűrűsége	ρ_r	1000	kg/m^3
A víz referencia hőmérséklete	T_r	4	$^\circ\text{C}$
A víz dinamikus viszkozitása	μ	10^{-3}	$\text{Pa}\cdot\text{s}$
A víz molekuláris diffúziós együtthatója	D_0	10^{-9}	m^2/s
A porózus közeg hődiffúziós tényezője	κ	$7,14 \cdot 10^{-7}$	m^2/s
A víz hőtágulási együtthatója	α	$10^{-3} - 10^0$	$1/^\circ\text{C}$
A dimenziótlan hőtágulási együttható	$\alpha' = \alpha \Delta T$	$10^{-3} - 10^0$	–
A termikus Rayleigh-szám	Ra_t	1,4–1400	–
A sótartalom okozta relatív sűrűségkülönbség	β	$10^{-7} - 10^{-1}$	m^3/mol
A dimenziótlan relatív sűrűségkülönbség	$\beta' = \beta \Delta c$	$10^{-7} - 10^{-1}$	–
A halin Rayleigh-szám	Ra_h	$10^{-1} - 10^5$	–
A nehézségi gyorsulás	g	10	m/s^2



1. ábra | A véges elemes numerikus modell geometriája az áramlásra (kék), a hő- (piros) és a tömegtranszportra (zöld) vonatkozó határfeltételekkel
Figure 1 | The model geometry with boundary conditions for flow (blue), heat (red) and mass transfer (green)

$$c_{in} = \left(\frac{y}{H} \right) \Delta c - A_c \cos \left(\frac{\pi x}{H} \right) \sin \left(\frac{\pi y}{H} \right), \quad (8)$$

ahol x a vízszintes, y a függőleges koordináta. A levezetés során felhasználtuk, hogy az a kritikus horizontális hullámhossz, amelyenél porózus közegben megindul a természetes konvekció, $\lambda_{kr} = 2H$ (Turcotte, Schubert 2014). A szimuláció gyorsítása végett a konduktív hőmérséklet- és a diffúziós koncentrációeloszlást horizontálisan és vertikálisan is perturbáltuk, melynek amplitúdója $A_t = 0,05$ °C és $A_c = 0,05$ mol/m³ volt. A kezdeti, másodfokú nyomáseloszlást a T_{in} kezdeti hőmérséklet- és c_{in} kezdeti koncentrációeloszlás alapján számítottuk ki.

Ahhoz, hogy megvizsgáljuk a termikus és a halin felhajtóerő következtében létrejövő összetett áramlást, a dimenziótlan hőtágulást ($\alpha' = \alpha \Delta T = 10^{-3}-1$) és a dimenziótlan – koncentráció okozta – relatív sűrűségkülönbséget ($\beta' = \beta \Delta c = 10^{-7}-0,1$), szisztematikusan változtattuk a szimulációk során (Szijártó, Galsa 2020). A vizsgált paramétereket az 1. táblázatban félkövér betűkkel emeltük ki. A vizsgált tartományt a víz molekuláris diffúziós együtthatójának ($D_0 = 10^{-9}$ m²/s), illetve a közeg hődiffúziós tényezőjének ($\kappa = 7,14 \cdot 10^{-7}$ m²/s) figyelembevételével határoztuk meg. Így a két felhajtóerő mértéke összehasonlíthatóvá vált. Az utóbbi konstans érték a következő

$$\kappa = \frac{\phi \lambda_w + (1-\phi) \lambda_m}{\rho_r c_{pw}} \quad (9)$$

összefüggés segítségével határozható meg (1. táblázat). A szimulációk során a hődiffúziós tényező és a molekuláris diffúziós együttható arányát kifejező Lewis-számot nem változtattuk:

$$Le = (\kappa/D_0) = \text{konst.} \quad (10)$$

A termikus és a halin konvekció intenzitása a dimenziótlan termikus (Ra_t) és a dimenziótlan halin Rayleigh-szám (Ra_h) segítségével írható le, melyek értéke az α' és a β' paraméterek változtatásával módosult (1. táblázat). Ha a két felhajtóerő hatását el lehet különíteni, akkor a kialakuló áramlás két – a matematikai szintaktika szempontjából hasonló – összefüggés segítségével jellemezhető:

$$Ra_t = \frac{k \rho_r g H}{\mu} \frac{\alpha \Delta T}{\kappa} = \frac{k \rho_r g H}{\mu} \frac{\alpha'}{\kappa}, \quad (11)$$

$$Ra_h = \frac{k \rho_r g H}{\mu} \frac{\beta \Delta c}{D_0} = \frac{k \rho_r g H}{\mu} \frac{\beta'}{D_0}. \quad (12)$$

A legegyszerűbb szintetikus modellek esetében a kritikus termikus és halin Rayleigh-számok megegyeznek: $Ra_{hkr} = Ra_{tkr} = 4\pi^2$ (Lapwood 1948, Diersch, Kolditz 2002).

Az időfüggő termohalin konvektív áramlás jellemzése céljából olyan kontrollparamétereket definiáltunk, melyek egyszerre írják le a rendszer tér- és időbeli változásait, illetve a két hajtóerő arányát. A különböző modellelrendezésekben tapasztalt áramlások karakterisztikája az átlag-négyzetes Darcy-fluxus (U), a Nusselt-szám (Nu), a Sherwood-szám (Sh), illetve a két felhajtóerő arányát kifejező felhajtóerő-arány (BR) segítségével írható le:

$$U = [u_x^2 + u_y^2]^{1/2}, \quad (13)$$

$$Nu = \frac{q_t(y=H)}{[\phi \lambda_w + (1-\phi) \lambda_m] (\Delta T/H)}, \quad (14)$$

$$Sh = \frac{q_c(y=H)}{D_0 (\Delta c/H)}, \quad (15)$$

$$BR = (\beta \Delta c / \alpha \Delta T) = (\beta' / \alpha'), \quad (16)$$

ahol u_x a horizontális, u_y a vertikális irányú Darcy-fluxus, $q_t(y=H)$ a modell felső határán számított teljes hőfluxus, míg $q_c(y=H)$ a felső határon számított teljes koncentrációfluxus. A kontrollparamétereket a 2. táblázatban foglaltuk össze.

Az (1)–(4) egyenletekkel leírt csatolt parciális differenciálegyenlet-rendszert a COMSOL Multiphysics® 5.3a véges elemes numerikus szoftver segítségével oldottuk meg (Zimmermann 2006). A kétdimenziós modell diszkretizálásánál háromszögelemekre osztottuk fel a modell tartományt. Az elemméretet a modell teljes területén 0,5 m mértéken maximalizáltuk, ennek következtében az összes elemszám 20034 darabnak adódott. A véges elemeken belül a nyomást Lagrange-féle kvadratikus polinommal,

2. táblázat | Kontrollparaméterek
Table 2 | Monitoring parameters

Kontrollparaméterek	Jelölés	Mértékegység
Átlagnégyzetes Darcy-fluxus nagysága	U	m/s
Nusselt-szám	Nu	–
Sherwood-szám	Sh	–
Felhajtóerő-arány	BR	–

míg a hőmérsékletet és a koncentrációt lineárisan közelítettük. A szimulációkat – az M10 scenárió kivételével (3. táblázat) – $t = 10^4$ napig végeztük. Az időfüggő modell-

számítások megoldása 5–2000 perc CPU-időt és 4 GB RAM memóriát igényelt, mely értékeket a beállított α' és β' paraméterek erősen befolyásoltak.

3. táblázat | Modellszimulációk (M1–M28) az α' (Ra_t), β' (Ra_h), BR paraméterek szerint. Jelölések: nc – nincs termohalin konvekció, sh – stacionárius halin konvekció, ih – időfüggő halin konvekció, fth – kényszertermohalin konvekció, sth – stacionárius termohalin konvekció, ith – időfüggő termohalin konvekció. A 3–10. ábrán bemutatott esetek félkövér betűtípussal kiemelve

Table 3 | Models (M1–M28) applied for different values of α' (Ra_t), β' (Ra_h), and BR . Abbreviations: nc – no convection, sh – steady-state haline convection, ih – time-dependent haline convection, fth – forced thermohaline convection, sth – steady-state thermohaline convection, ith – time-dependent thermohaline convection. Simulations in Figs 3–10 are marked by boldface

ID	$\log_{10}\alpha'$	$\log_{10}\beta'$	$\log_{10}BR$	Ra_t	Ra_h	Karakter
M1	–3	–7	–4	1,4	10^{-1}	nc
M2	–2	–7	–5	14	10^{-1}	nc
M3	–1	–7	–6	$1,4 \cdot 10^2$	10^{-1}	sth
M4	0	–7	–7	$1,4 \cdot 10^3$	10^{-1}	ith
M5	–3	–6	–3	1,4	1	nc
M6	–2	–6	–4	14	1	nc
M7	–1	–6	–5	$1,4 \cdot 10^2$	1	sth
M8	0	–6	–6	$1,4 \cdot 10^3$	1	ith
M9	–3	–5	–2	1,4	10	nc
M10	–2	–5	–3	14	10	nc
M11	–1	–5	–4	$1,4 \cdot 10^2$	10	sth
M12	0	–5	–5	$1,4 \cdot 10^3$	10	ith
M13	–3	–4	–1	1,4	10^2	sh
M14	–2	–4	–2	14	10^2	sh
M15	–1	–4	–3	$1,4 \cdot 10^2$	10^2	sth
M16	0	–4	–4	$1,4 \cdot 10^3$	10^2	ith
M17	–3	–3	0	1,4	10^3	ih
M18	–2	–3	–1	14	10^3	ih
M19	–1	–3	–2	$1,4 \cdot 10^2$	10^3	sth
M20	0	–3	–2	$1,4 \cdot 10^3$	10^3	ith
M21	–3	–2	1	1,4	10^4	ih
M22	–2	–2	0	14	10^4	ih
M23	–1	–2	–1	$1,4 \cdot 10^2$	10^4	sth
M24	0	–2	–2	$1,4 \cdot 10^3$	10^4	ith
M25	–3	–1	2	1,4	10^5	fth
M26	–2	–1	1	14	10^5	fth
M27	–1	–1	0	$1,4 \cdot 10^2$	10^5	sth
M28	0	–1	–1	$1,4 \cdot 10^3$	10^5	ith

Eredmények

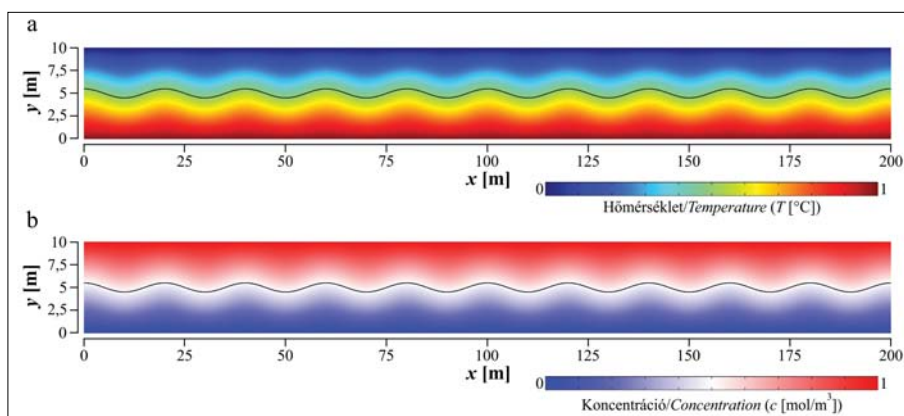
A szimulációk során az $\alpha' \sim Ra_i$ és $\beta' \sim Ra_h$ paraméterek szisztematikus változtatásával vizsgáltuk a porózus közegmodellben kialakuló hőmérséklet-, koncentrációeloszlást és az áramlás karakterét. Összesen 28 különböző esetben (M1–M28) végeztünk szimulációt, melyeket a 3. táblázat mutat be. Az eredmények értelmezését először kvalitatív, majd kvantitatív megközelítés szerint prezentáljuk (Szijártó, Galsa 2020).

A számítási eredmények kvalitatív értelmezése

A kétdimenziós, homogén és izotróp modellekben alkalmazott kezdeti feltételek hőmérséklet- ((7) egyenlet) és koncentrációeloszlását ((8) egyenlet) a 2. ábra mutatja, amelyen a $\Delta T/2 = 0,5^\circ\text{C}$ és $\Delta c/2 = 0,5 \text{ mol/m}^3$ értékeket fekete kontúrvonalak szemléltetik. Az eloszlásprofilok függőleges tengelye – a jobb áttekinthetőség kedvéért –

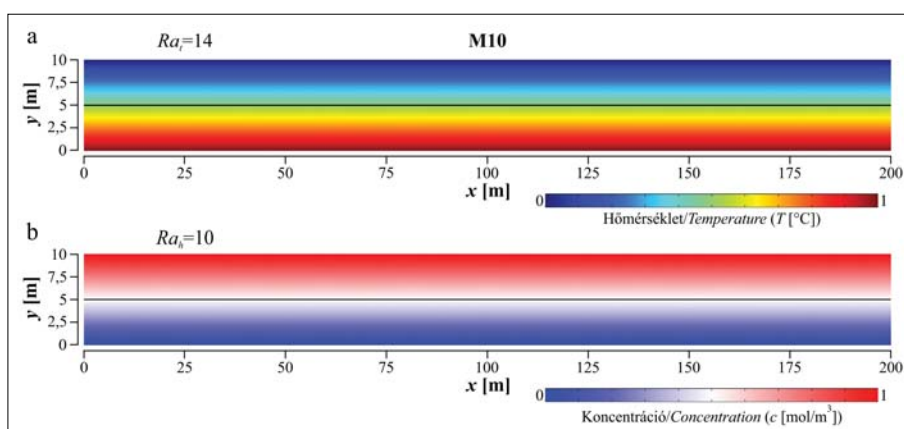
4,83-szorosan túlmagasított. Az eredmények legegyszerűbb értelmezése, ha a hőmérséklet- és a koncentrációter változását vizsgáljuk a kezdeti feltételekhez, illetve a konduktív és diffúziós eloszlásokhoz képest a kvázistacionárius állapot elérését követően. A hat kiválasztott esetet a 3. táblázatban (M10, M14, M18, M23, M26, M28) félkövér betűtípussal emeltük ki.

Az első esetben (M10 – 3. táblázat), ahol $\alpha' = 10^{-2}$ és $\beta' = 10^{-5}$ volt, az 5%-os perturbációval ellátott (A_i, A_c) kezdeti eloszlások $t = 10^5$ napra teljes mértékben módosultak. A 3. ábra alapján elmondható, hogy eme szimulációt tisztán konduktív (T) és diffúziós (c) hő-, illetve tömegtranszport-folyamatok jellemzik. A Darcy-fluxus értéke ugyan az $U = 10^{-13} \text{ m/s}$ nagyságrendbe esik, de az áramlás intenzitása folytonosan csökken a perturbáció lecsengésével. Ebben az esetben a numerikus modellben nem alakul ki permanens áramlás, melyet a kritikus Rayleigh-számok is mutatnak: $Ra_i = 14 < Ra_{i,kr}$, $Ra_h = 10 < Ra_{h,kr}$ (3. táblázat – nc).



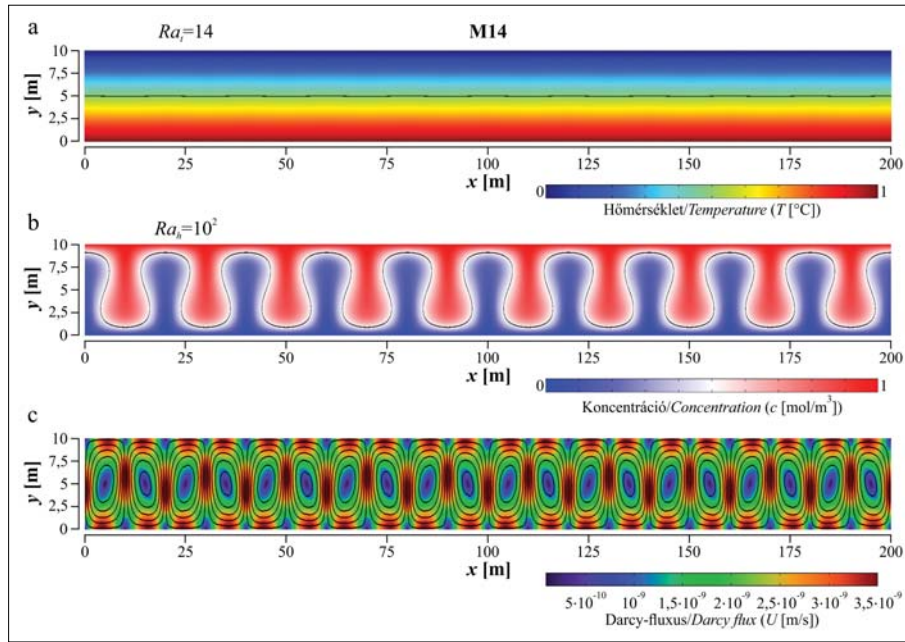
2. ábra A kezdeti (a) hőmérséklet- és (b) koncentrációeloszlás a (7) és a (8) összefüggések alapján. A $\Delta T/2 = 0,5^\circ\text{C}$ és a $\Delta c/2 = 0,5 \text{ mol/m}^3$ értékeket fekete kontúrvonal jelöli

Figure 2 Initial (a) temperature and (c) concentration distribution based on equation (7) and (8). The black contour represents the values of $\Delta T/2 = 0.5^\circ\text{C}$ and $\Delta c/2 = 0.5 \text{ mol/m}^3$



3. ábra (a) A hőmérséklet és a (b) a koncentráció eloszlása $t = 10^5$ nap után, $\alpha' = 10^{-2}$ és $\beta' = 10^{-5}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-3}$) esetén (M10 – 3. táblázat). Fekete kontúrvonal jelöli (a) a $\Delta T/2$, (b) a $\Delta c/2$ értékeket. A függőleges tengely 4,83-szeresen túlmagasított

Figure 3 Snapshots of (a) the temperature and (b) the concentration after $t = 10^5 \text{ d}$ at the values of $\alpha' = 10^{-2}$ and $\beta' = 10^{-5}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-3}$) (Table 3 – M10). The black contour represents the value of (a) $\Delta T/2$ and (b) $\Delta c/2$. The vertical exaggeration is 4.83

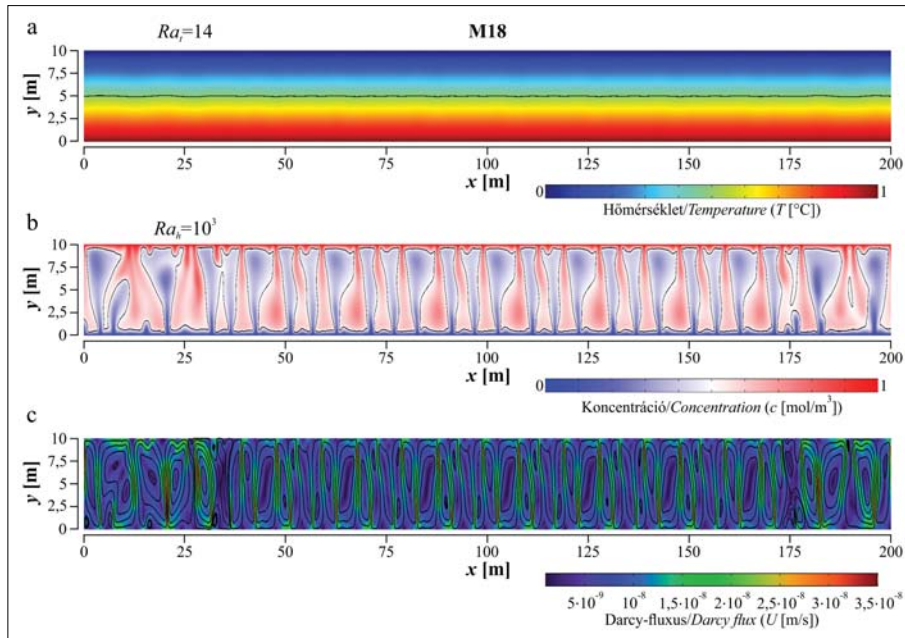


4. ábra (a) A hőmérséklet, (b) a koncentráció és (c) a Darcy-fluxus eloszlása $t = 10^4$ nap után $\alpha' = 10^{-2}$ és $\beta' = 10^{-4}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-2}$) esetén (M14 – 3. táblázat). Fekete kontúrvonal jelöli (a) a $\Delta T/2$, (b) a $\Delta c/2$ értékeket, továbbá (c) illusztrálja az áramvonalakat. A függőleges tengely 4,83-szeresen túlmagasított

Figure 4 Snapshots of (a) the temperature, (b) the concentration and (c) the Darcy flux after $t = 10^4$ d at the values of $\alpha' = 10^{-2}$ and $\beta' = 10^{-4}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-2}$) (Table 3 – M14). The black contour represents the value of (a) $\Delta T/2$, (b) $\Delta c/2$ and (c) it illustrates the Darcy flux stream lines, as well. The vertical exaggeration is 4.83

A koncentrációeloszláson sűrűbb le-, illetve hígabb fel-áramlásokra utaló anomáliák jelentek meg (4b ábra), amikor a dimenziótlan relatív sűrűségkülönbség értékét egy nagyságrenddel megnöveltük ($\beta' = 10^{-4}$) (M14 – 3. táblá-

zat). Ekkor a halin felhajtóerő két nagyságrenddel felülmúlja a termikus felhajtóerőt ($BR = 10^{-2}$). Azonban a hőmérséklet-eloszlás a számítás végére ($t = 10^4$ d) konduktív profilt vesz fel (4a ábra). A kérdés nyilvánvaló: létrejön



5. ábra (a) A hőmérséklet, (b) a koncentráció és (c) a Darcy-fluxus eloszlása $t = 10^4$ nap után $\alpha' = 10^{-2}$ és $\beta' = 10^{-3}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-1}$) értéke esetén (M18 – 3. táblázat). Fekete kontúrvonal jelöli (a) a $\Delta T/2$, (b) a $\Delta c/2$ értékeket, továbbá (c) illusztrálja az áramvonalakat. A függőleges tengely 4,83-szeresen túlmagasított

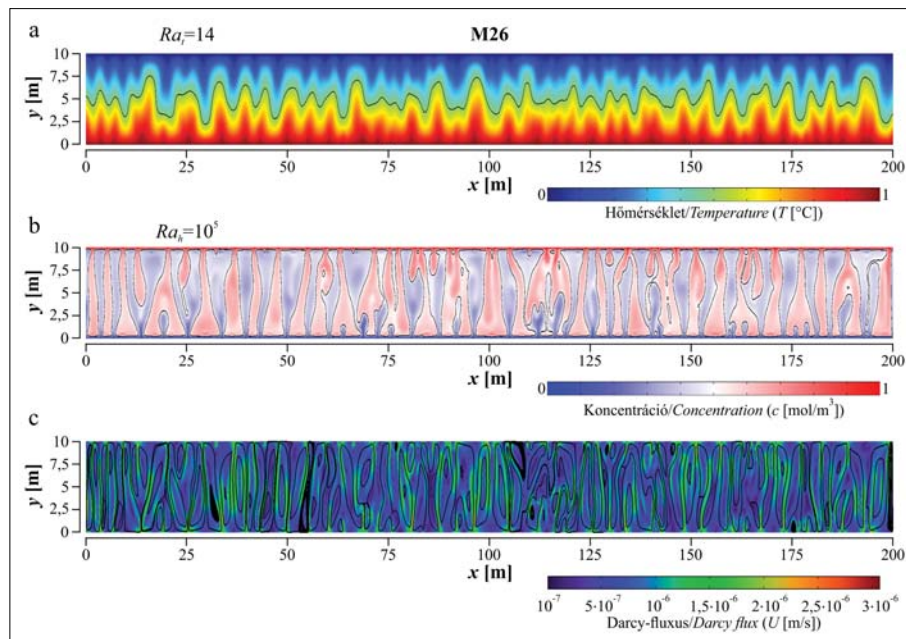
Figure 5 Snapshots of (a) the temperature, (b) the concentration and (c) the Darcy flux after $t = 10^4$ d at the values of $\alpha' = 10^{-2}$ and $\beta' = 10^{-3}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-1}$) (Table 3 – M18). The black contour represents the value of (a) $\Delta T/2$, (b) $\Delta c/2$ and (c) it illustrates the Darcy flux stream lines, as well. The vertical exaggeration is 4.83

halin konvekció, termikus pedig nem? Habár az ellentmondásosnak tűnő eredményeket a két Rayleigh-szám látólag alátámasztja ($Ra_t = 14 < Ra_{tkr}$ és $Ra_h = 100 > Ra_{hkr}$), stacionárius konvekció alakul ki a numerikus modellben (4c ábra). Az $U \sim 10^{-9}$ m/s nagyságrendű áramlás – a jelentős hődiffúzió miatt – nem képes módosítani a konduktív hőmérsékleti eloszlást, így visszaáll a konduktív hőmérséklet-eloszlás (4a ábra). Az analitikus megoldásnak megfelelően $l = L/2H = 10$ konvekciós cella alakul ki a numerikus modellben (Turcotte, Schubert 2014). Tehát szigorú értelemben véve, az M14 modellelrendezésnél stacionárius termohalin konvekció alakul ki, azonban az áramlást a termikus felhajtóerő érdemben nem segíti. Az ilyen eseteket a továbbiakban *stacionárius halin konvekciónak* nevezzük az egyszerűbb megfogalmazás miatt (3. táblázat – sh).

Az 5. ábra $\alpha' = 10^{-2}$ ($Ra_t = 14$) és $\beta' = 10^{-3}$ esetén mutatja be a kialakult hőmérséklet- és koncentrációeloszlást, valamint a Darcy-fluxust (M18 – 3. táblázat). A dimenziótlan relatív sűrűségkülönbség (β' , $BR = 10^{-1}$) emelkedésének hatására az áramlás intenzitása egy nagyságrenddel tovább növekszik ($U \sim 10^{-8}$ m/s) az előző modellhez képest (M14). Azonban az ilyen intenzitású áramlás még mindig nem képes módosítani érzékelhetően a konduktív hőmérsékleti eloszlást (5a ábra) a porózus közeg jó hődiffuzivitása okán. A koncentrációeloszláson állandó pozícióban elhelyezkedő konvekciós cellák felbomlanak (5b ábra), a modellben erősen időfüggő halin konvekció alakul ki, melyet a halin Rayleigh-szám is mutat: $Ra_h = 10^3 \gg Ra_{hkr}$ (3. táblázat – ih).

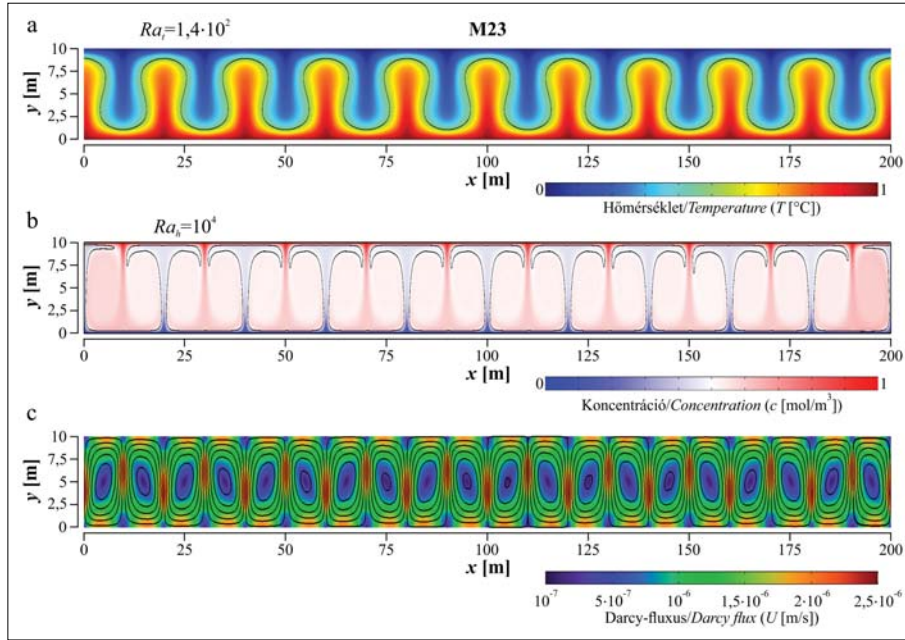
Abban az esetben, amikor a dimenziótlan relatív sűrűségkülönbséget $\beta' = 10^{-1}$ értékre növeltük ($Ra_h = 10^5 \gg Ra_{hkr}$) (M26 – 3. táblázat), a Darcy-fluxus értéke $U = 10^{-7}$ -re és $3 \cdot 10^{-6}$ m/s-ra változott (6c ábra). Ez az érték már összemérhető a porózus közeg egységnyi távolságára vonatkozó hődiffúziós tényezőjének értékével ($\kappa/1 \text{ m} \approx 10^{-6} \text{ m/s}$), vagyis a hődiffúzió sebessége és a koncentrációváltozás miatt fellépő halin konvekció áramlási sebessége összemérhető. A jelenség úgy is megfogalmazható, hogy a sótartalom miatt kialakuló szabad konvekció a hőmérséklet szempontjából egyfajta kényszerkonvekciónak tekinthető. Az áramlás karakterisztikája ismételtlen időfüggő jelleget mutat a koncentrációeloszlás esetében (6b ábra). Továbbá, a konduktív hőmérsékleteloszlás is módosult a két felhajtóerő arányának egyenlősége miatt ($BR = \beta'/\alpha' \approx 1$) (6a ábra). Ebben az esetben a kialakuló áramlást *indukált vagy kényszertermohalin konvekciónak* hívhatjuk (3. táblázat – fth).

A 7. ábra a kialakult hőmérséklet- és koncentrációeloszlást, valamint a Darcy-fluxus stacionárius eloszlását illusztrálja $\alpha' = 10^{-1}$ és $\beta' = 10^{-2}$ esetén ($BR = 0,1$) (M23 – 3. táblázat). A hőmérsékleti eloszláson hideg le-, illetve meleg feláramlások, míg a koncentrációeloszláson sűrűbb/sósabb le- és hígabb feláramlások azonosíthatók. A kialakuló jelenséget a termikus Rayleigh-szám is jól jellemzi, mely ez esetben már meghaladja a kritikus értéket ($Ra_t = 140 > Ra_{tkr}$). Habár az $Ra_h = 10^4$ önmagában időfüggő megoldásra engedne következtetni, $Ra_t = 140$ mellett *stacionárius termohalin konvekció* (3. táblázat – sth) formálódik. A konvekciós cellák száma ebben az esetben



6. ábra (a) A hőmérséklet, (b) a koncentráció és (c) a Darcy-fluxus eloszlása $t = 10^4$ nap után $\alpha' = 10^{-2}$ és $\beta' = 10^{-1}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10$) értéke esetén (M26 – 3. táblázat). Fekete kontúrvonal jelöli (a) a $\Delta T/2$, (b) a $\Delta c/2$ értékeket, továbbá (c) illusztrálja az áramvonalakat. A függőleges tengely 4,83-szeresen túlmagyasított

Figure 6 Snapshots of (a) the temperature, (b) the concentration and (c) the Darcy flux after $t = 10^4$ d at the values of $\alpha' = 10^{-2}$ and $\beta' = 10^{-1}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10$) (Table 3 – M26). The black contour represents the value of (a) $\Delta T/2$, (b) $\Delta c/2$ and (c) it illustrates the Darcy flux stream lines, as well. The vertical exaggeration is 4.83



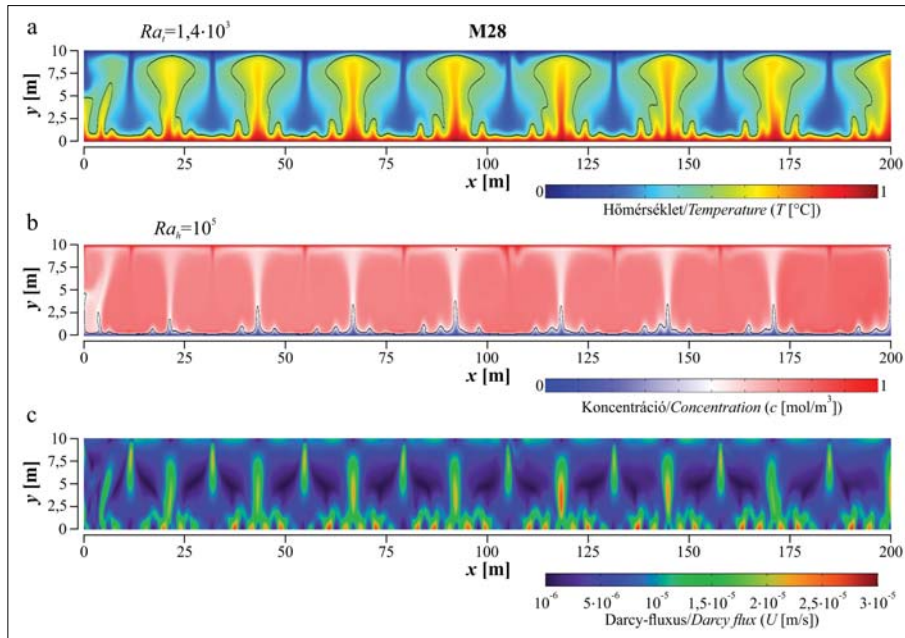
7. ábra (a) A hőmérséklet, (b) a koncentráció és (c) a Darcy-fluxus eloszlása $t = 10^4$ nap után $\alpha' = 10^{-1}$ és $\beta' = 10^{-2}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-1}$) értéke esetén (M23 – 3. táblázat). Fekete kontúrvonal jelöli (a) a $\Delta T/2$, (b) a $\Delta c/2$ értékeket, továbbá (c) illusztrálja az áramvonalakat. A függőleges tengely 4,83-szeresen túlmagyasított

Figure 7 Snapshots of (a) the temperature, (b) the concentration and (c) the Darcy flux after $t = 10^4$ d at the values of $\alpha' = 10^{-1}$ and $\beta' = 10^{-2}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-1}$) (Table 3 – M23). The black contour represents the value of (a) $\Delta T/2$, (b) $\Delta c/2$ and (c) it illustrates the Darcy flux stream lines, as well. The vertical exaggeration is 4.83

is $l = 10$, ami megfelel a leginstabilabb dimenziótlan hullámszámnak (Turcotte, Schubert 2014). A Darcy-fluxus nagysága lényegében megegyezik az előző, M26 modell esetén tapasztalt értékekkel (6c ábra), habár az áramvona-

lak szimmetriája jelen esetben egyértelműen stacionárius áramlást mutat (7c ábra).

Az utolsó esetben (M28 – 3. táblázat), ahol $\alpha' = 1$ és $\beta' = 0,1$ ($BR = 0,1$), mely értékek mellett mind a termikus,



8. ábra (a) A hőmérséklet, (b) a koncentráció és (c) a Darcy-fluxus eloszlása $t = 10^4$ nap után $\alpha' = 1$ és $\beta' = 10^{-1}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-1}$) értéke esetén (M28 – 3. táblázat). Fekete kontúrvonal jelöli (a) a $\Delta T/2$, (b) a $\Delta c/2$ értékeket, továbbá (c) illusztrálja az áramvonalakat. A függőleges tengely 4,83-szeresen túlmagyasított

Figure 8 Snapshots of (a) the temperature, (b) the concentration and (c) the Darcy flux after $t = 10^4$ d at the values of $\alpha' = 1$ and $\beta' = 10^{-1}$ ($BR = \beta'/\alpha' = 10^{-1}$) (Table 3 – M28). The black contour represents the value of (a) $\Delta T/2$, (b) $\Delta c/2$ and (c) it illustrates the Darcy flux stream lines, as well. The vertical exaggeration is 4.83

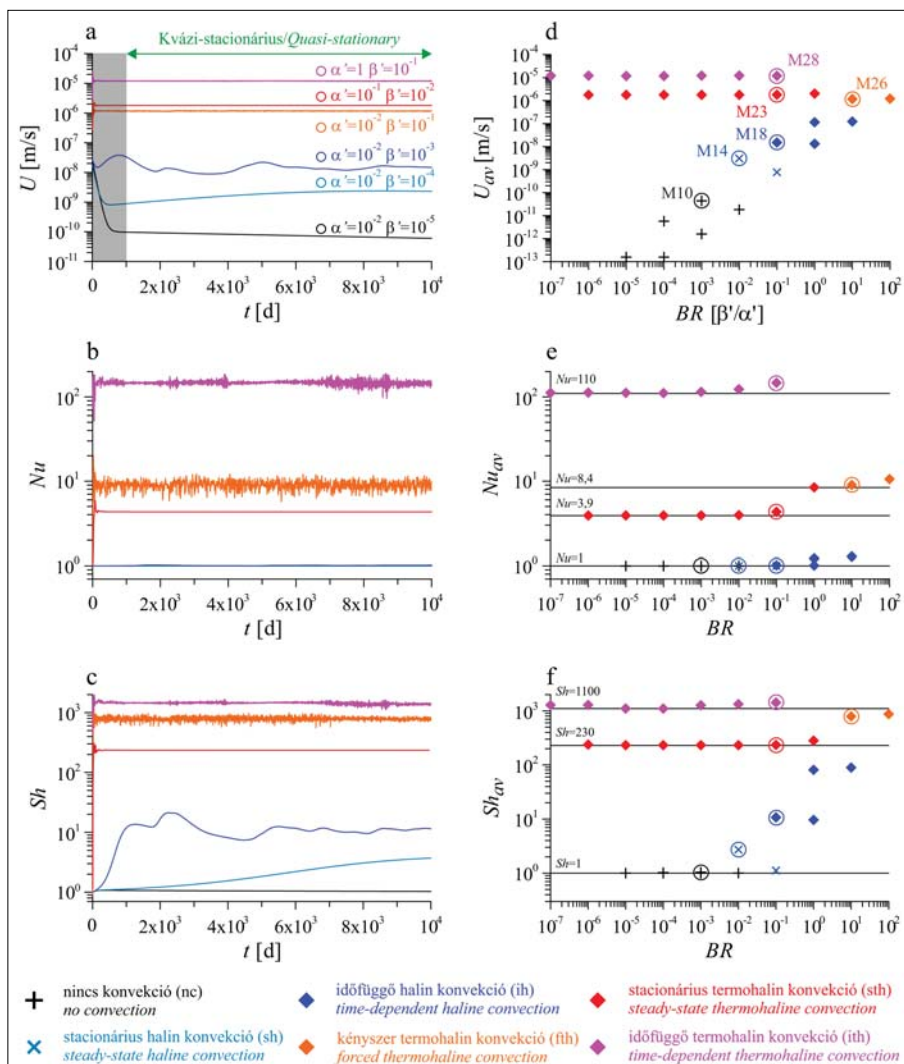
mind a halin Rayleigh-szám jóval meghaladja azok kritikus értékét: $Ra_t = 1400 \gg Ra_{tkr}$ és $Ra_h = 10^5 \gg Ra_{hkr}$. A modellben kialakuló áramlás erős időfüggéssel jellemezhető, amit mind a három eloszlásprofil kellőképpen érzékeltet (8. ábra). Elmondható, hogy az áramlás rendkívül intenzív ($U = 10^{-6}$ – 10^{-7} m/s), ezzel meghaladva D_0 és κ értékeit egyaránt (1. táblázat). Az előző modellhez képest a konvekciós cellák helyzete is megváltozik, a fel- és leáramlások karakterisztikus hullámszáma lecsökken, a modellben időfüggő termohalin konvekció alakul ki (3. táblázat – ith).

A számítási eredmények kvantitatív értelmezése

A numerikus szimulációkat a dimenziótlan α' és β' paraméterekkel a 3. táblázat foglalja össze. Az előző szakasz-

ban hat olyan kitüntetett esetet mutattunk be, amelyek mindegyikében különböző karakterű áramlási rendszer alakult ki. Azonban a kvantitatív értelmezést már minden eredmény esetén elvégeztük (9. ábra).

A 9a–c ábra a modelltartományon számított átlagnégyzetes Darcy-fluxus (U), az átlagos Nusselt-szám (Nu) és Sherwood-szám (Sh) értékek változását mutatja az idő függvényében $t = 0$ és 10000 nap között a kitüntetett szimulációk esetében (3–8. ábra; 3. táblázat – M10, M14, M18, M23, M26, M28). Először azokat a modelleket vizsgáltuk, ahol a dimenziótlan hőtágulási együttható értéke $\alpha' = 10^{-2}$ ($Ra_t = 14$) volt. A dimenziótlan relatív sűrűségkülönbséget $\beta' = 10^{-5}$ -ről 10^{-1} értékig növelve az átlagnégyzetes Darcy-fluxus (U) értéke négy nagyságrendet változott (9a ábra). Azokban az esetben, amikor az áramlás lényegesen alulmaradt a modell egységnyi távolságára vo-



9. ábra (a) Az átlagnégyzetes Darcy-fluxus (U), (b) az átlagos Nusselt-szám (Nu) és (c) az átlagos Sherwood-szám (Sh) az idő függvényében a 3–8. ábrán bemutatott esetekben. A kontrollparaméterek kvázistacionárius időtartományára ($t > 10^3$ nap) számított átlaga: (d) U_{av} , (e) Nu_{av} és (f) Sh_{av} a felhajtóerő-arány ($BR = \beta'/\alpha'$) függvényében. Az (a–c) ábrán bemutatott és a (d–f) ábrán körrel kiemelt esetek félkövér betűtípussal kiemelve a 3. táblázatban (M10, M14, M18, M23, M26, M28)

Figure 9 Time series showing (a) the magnitude of the Darcy flux (U), (b) the average Nusselt number (Nu) and (c) the average Sherwood number (Sh) in accordance with Figs 3–8. Time-averaged values of the time series during the quasi-stationary time interval ($t > 10^3$ d) of the monitoring parameters: (d) U_{av} , (e) Nu_{av} és (f) Sh_{av} plotted against the Buoyancy ratio ($BR = \beta'/\alpha'$). Time series presented in (a–c) and model results encircled in (d–f), are marked in bold in Table 3 (M10, M14, M18, M23, M26, M28)

natkozó molekuláris diffúziós együttható értékéhez képest ($D_0/1 \text{ m} = 10^{-9} \text{ m/s} \ll U$), a halin felhajtóerő nem járult hozzá a konvektív áramlás kialakuláshoz (3. ábra, M10). (Megjegyezzük, hogy $\beta' = 10^{-5}$ esetén a modellben kialakuló áramlás még $t = 10^5$ napnál sem érte el a stacionárius állapotot, amikor a Darcy-fluxus $U \sim 10^{-13} \text{ m/s}$ nagyságrendű volt, és folyamatosan csökkent.) Ebben az esetben mind a Nusselt-szám, mind a Sherwood-szám értéke $Nu = Sh = 1$ -nek adódott, ami a rendszer konduktív hő-, illetve a diffúziós tömegtranszport dominanciáját mutatja (9b,c ábra). Tehát a numerikus modellben nem alakult ki termohalin konvekció.

A sótartalom okozta $\beta' = 10^{-4}$ relatív sűrűségnövekedés mellett stacionárius (4. ábra, M14), míg $\beta' = 10^{-3}$ (5. ábra, M18) esetén időfüggő halin konvekció fejlődött a numerikus modellben (9a ábra). Habár a Sherwood-szám $Sh = 1$ –20 között ingadozott, a Nusselt-szám állandó, $Nu \approx 1$ értéken maradt (9b,c ábra). Ebben az esetben a termikus felhajtóerő nem járult hozzá a konvekció kialakításához. Abban az esetben, amikor a dimenziótlans relatív sűrűségkülönbséget további két nagyságrenddel megnöveltük ($\beta' = 10^{-1}$, $\alpha' = 10^{-2}$), a számított átlagnégyzetes Darcy-fluxus már egybeesett az egységnyi távolságra vonatkozó hődiffúziós tényező nagyságrendjével ($\kappa/1 \text{ m} \sim U \approx 10^{-6} \text{ m/s}$). Ennek köszönhetően erősen időfüggő, kényszertermohalin konvekció alakult ki a rendszerben, amit $Nu \approx 10$ és $Sh \approx 800$ értékei is mutatnak. A termikus felhajtóerő mértékének fokozását az α' paraméter szisztematikus növelésével értük el. $\alpha' = 10^{-1}$ és $\beta' = 10^{-2}$ esetén stacionárius (7. ábra, M23), majd $\alpha' = 1$ és $\beta' = 10^{-1}$ mellett időfüggő (8. ábra, M28) termohalin konvekció alakult ki, amit a kontrollparaméterek ($U(t)$, $Nu(t)$, $Sh(t)$) idősorai is egyértelműsítene (9a–c ábra).

Habár a 9a–c ábra csak a hat kiválasztott eset idősorait mutatja, a 9d–f ábrán a kontrollparaméterek időbeli átlagértékét tüntettük fel az összes szimulációra vonatkozólag (3. táblázat – M1–M28). A kezdeti tranzienis jelenségek kiküszöbölése miatt az átlagolást az idősorok kvázistacionárius szakaszára, $t = 1000$ és $10\,000$ nap között végeztük el. A kontrollparaméterek átlagértéke (U_{av} , Nu_{av} , Sh_{av}) a felhajtóerő-arány ((17) egyenlet) függvényében került ábrázolásra. A különböző scenáriókhoz tartozó BR értékek szintén a 3. táblázatban találhatók.

A numerikus modellben nem alakult ki felhajtóerő okozta áramlás, amikor $\alpha' \leq 10^{-2}$ ($Ra_t \leq 14$) és $\beta' \leq 10^{-5}$ ($Ra_h \leq 10$) volt. Azonban amikor a dimenziótlans relatív sűrűségkülönbség értékét egy nagyságrenddel megnöveltük ($\beta' = 10^{-4}$, $Ra_h = 100$), a Sherwood-szám $1 < Sh \leq 3$ értékűnek adódott, ami stacionárius halin konvekcióra utal (9f ábra). Ezekben az esetekben a koncentráció okozta felhajtóerő nem képes módosítani a konduktív hőmérsékleti eloszlást, amit az átlagos Nusselt-szám is mutat ($Nu_{av} = 1$) (9e ábra). Abban az esetben, amikor a β' paramétert 10^{-3} és 10^{-2} ($Ra_h = 10^3$ – 10^4) között változtattuk ($\alpha' \leq 10^{-2}$, $Ra_t \leq 14$), először gyengébb, majd egyre erősebb intenzitású időfüggő halin konvekció alakult ki a numerikus modellben. A koncentrációkülönbség okozta fel-

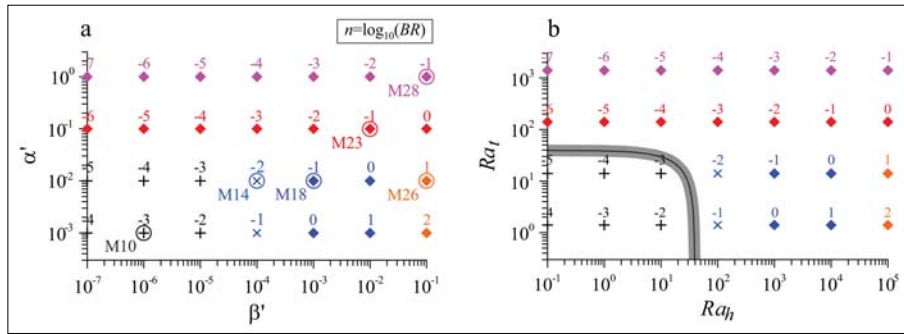
hajtóerő $\beta' = 10^{-2}$ értéknél $U_{av} \approx 10^{-7} \text{ m/s}$ Darcy-fluxusú áramlást indukált ($Sh_{av} = 80$ – 100), ami csupán kis mértékben, de megjelent a modell felső határán kiszámított hőfluxus értékében is, $1 < Nu_{av} < 2$ ($BR = 10^0$ és 10^1 , kék).

Másrésről, $\alpha' \geq 10^{-1}$ ($Ra_t \geq 140$) modellek esetén a kialakuló áramlási rendszer jellegét egyértelműen a termikus felhajtóerő határozta meg. E szimulációkban már nem a hővezetés, hanem az advekció volt az elsődleges hőtranszportfolyamat a numerikus modellben. Abban az esetben, amikor $\alpha' = 10^{-1}$ ($Ra_t = 140$) volt, s a dimenziótlans relatív sűrűségkülönbség értékét $\beta' = 10^{-7}$ ($Ra_h = 0,1$) és 10^{-1} ($Ra_h = 10^5$) között változtattuk, stacionárius termohalin konvekció alakult ki a porózus közegmodellben. A permanens áramlást $Nu_{av} = 3,9$ és $Sh_{av} = 230$ dimenziótlans számok jellemezték (9e,f ábra). Tehát β' növelése érdemben nem befolyásolta a kialakuló áramlás karakterét, habár $\beta' = 10^{-1}$ esetén a Nusselt-szám 8,4, míg a Sherwood-szám 280 értékre emelkedett. Ám ennek hatására az áramlás intenzitása nem változott jelentős mértékben (9d ábra). $\alpha' = 1$ ($Ra_t = 1400$) mellett már minden modellben időfüggő termohalin konvekció formálódott. Az áramlás hevességét a kontrollparaméterek emelkedő értékei is jól jellemzik: $U_{av} \approx 10^{-5} \text{ m/s}$; $Nu_{av} = 100$ – 200 ; $Sh_{av} = 1000$ – 1500 (9d–f). $\beta' = 0,1$ ($Ra_h = 10^5$) és $\alpha' = 10^{-3}$, 10^{-2} ($Ra_h = 1,4$; 14) paraméteregyüttes esetén a kialakuló áramlást indukált vagy kényszertermohalin konvekciónak neveztük el. Ilyen esetekben az áramlás több értelemben is átmeneti típusnak tekinthető, hiszen összekapcsolja a stacionárius és időfüggő termohalin konvekcióval jellemzett csoportot, valamint információt szolgáltat olyan áramlási rendszerekre, ahol a felhajtóerő-arány $BR \geq 10^2$. Megjegyezzük, hogy az utóbbi megállapítás megfelelő alátámasztásához további számítások szükségesek.

Az eredmények alapján hat különböző típusú áramlás különíthető el a vizsgált paramétertartományon ($\alpha' = 10^{-3}$ – 1 és $\beta' = 10^{-7}$ – 10^{-1}), ahol 1) nem alakul ki áramlás (nc), 2) stacionárius halin (sh), 3) időfüggő halin (ih), 4) indukált/kényszertermohalin (fth), 5) stacionárius termohalin (sth) és 6) időfüggő termohalin konvekció (ith) fejlődik a modellben (3. táblázat, 9. ábra). Megjegyezzük, hogy a 2)–6) scenáriók mindegyikében konvektív áramlás alakult ki, azonban a konduktív hőmérsékleti eloszlás nem minden esetben módosult (4., 5. ábra).

Diszkusszió

A vizsgált modelleket α' vs. β' és Ra_t vs. Ra_h paraméterterben ábráztuk, ahol a hozzájuk tartozó felhajtóerő-arányt is feltüntettük (10. ábra). A hat különböző karakterű áramlástípus a paraméterterekben is jól elkülöníthető egymástól. Természetes konvekció alakul ki a numerikus modellben, ha akár csak az egyik Rayleigh-szám meghaladja a kritikus értéket (10b ábra). $\alpha' \leq 10^{-2}$ ($Ra_t \leq 14$) esetén csupán a sótartalom okozta halin felhajtóerő indukál áramlást a rendszerben ($10^{-9} \text{ m/s} < U < 10^{-7} \text{ m/s}$), amely mellett a kondukción (hővezetés) irányította hőmér-



10. ábra A kialakuló konvekciós áramlás típusa (a) a dimenziótlan hőtágulási együttható (α') és a dimenziótlan (sótartalom okozta) relatív sűrűségkülönbség (β') függvényében; valamint (b) a termikus Rayleigh-szám (Ra_t) a halin Rayleigh-szám (Ra_h) függvényében. A feliratok értékei az $n = \log_{10}(BR)$ összefüggést mutatják. A színek megegyeznek a 9. ábrán található jelöléssel. (a) A körrel kiemelt szcenáriókat a 9. ábra és a 3. táblázat is jelöli (M10, M14, M18, M23, M26, M28)

Figure 10 Convection types formed in the model plotted against (a) the non-dimensional thermal expansion (α') and the non-dimensional relative density contrast (β'), as well as (b) thermal Rayleigh number (Ra_t) and the haline Rayleigh number (Ra_h) for the studied simulations. Labels show the values of expression of $n = \log_{10}(BR)$. Color code is the same as in Figure 9. (a) Marked scenarios (colored circle) are presented in Figure 9 and listed in Table 3 (M10, M14, M18, M23, M26, M28)

sékleleti eloszlás nem módosul. β' növelésével először stationárius, majd időfüggő halin konvekció, végül kényszertermohalin konvekció alakul ki. Azonban, ha a dimenziótlan hőtágulási együttható értékét legalább egy nagyságrenddel megnöveljük ($\alpha' \geq 10^{-1}$) ($Ra_t \geq 140$), teljes mértékben a termikus tag fogja uralni a kialakuló áramlási képet, melynek intenzitása $U > 10^{-6}$ m/s lesz. A modellezett paraméterértékek mellett csupán termikus felhajtó erő okozta áramlás nem alakul ki. A felhajtóerő-arány (BR) hasznos paraméter az adatok vizualizációja szempontjából, azonban önmagában nem hordoz többtinformációt a kialakuló áramlás jellegéről, dinamikájáról. Megjegyezzük, hogy a vizsgált paraméterek (α' , β') mellett a modell permeabilitásának (k), vastagságának (H), illetve a közeg hődiffúziós tényezőjének (κ) és a víz molekuláris diffúziós együtthatójának (D_0) megváltozása is befolyásolhatja a konvektív áramlást ((11) és (12) összefüggés).

A szimulációk során nem vettük figyelembe a diszperziós tömegtranszport hatását, hogy a parciális differenciálegyenlet-rendszer ((1)–(4) egyenlet) analitikus megoldásával összhangban értelmezhetjük a numerikus eredményeket. Azonban nem minden esetben hanyagolhatjuk el a mechanikai diszperzió jelenségét (pl. Wen et al. 2018), különösképpen, ha medencéléptékű felszín alatti vízáramlási rendszerek transzportfolyamatait vizsgáljuk (pl. Simmons et al. 2001, Galsa et al. 2019). Ezenkívül a termohalin konvekció megindulásának pontos matematikai leírása is alapos vizsgálatra szorul. Nield és Bejan (2013) a kritikus termohalin Rayleigh-számot (Ra_{thkr}) a termikus és a halin Rayleigh-számok ((11) és (12) egyenletek) összegeként írja fel:

$$Ra_{thkr} = Ra_t + Ra_h = 4\pi^2, \quad (17)$$

melyet a 10b ábra is szemléltet (fekete vonal). Azonban akad még néhány tisztázatlan kérdés az Ra_{thkr} érték kiszámításával és magával az Ra_{th} definiálásával kapcsolatban: 1) milyen feltételek mellett érvényes a (17) összefüggés,

2) kialakulhat-e egyáltalán termohalin konvekció olyan esetben, ha $Ra_t < 4\pi^2$ és $Ra_h < 4\pi^2$, de $Ra_t + Ra_h > 4\pi^2$?

A jelenség fizikai vizsgálata érdekében a szisztematikus tesztelést dimenziótlan paraméterekkel végeztük (α' , β'), ám az eredményeket alkalmazhatjuk valós vízáramlási rendszerek vizsgálatára, ha azok paraméterei megegyeznek a numerikus modell geometriai és fizikai tulajdonságaival (1. táblázat). Az átszámításra a következő sorokban található egy példa. Felhasználva a víz hőtágulási tényezőjének értékét: $\alpha(T = 20^\circ\text{C}) = 2,07 \cdot 10^{-4} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ (Freeze, Cherry 1979), $\alpha' = 0,01$ ($Ra_t = 14$) esetén a modell teteje és alja közötti hőmérséklet-különbség $\Delta T = 48^\circ\text{C}$ -nak adódik. Ha $\beta' = 10^{-3}$ ($Ra_h = 10^3$) és a modell teljes vastagságán előírt egységnyi koncentrációkülönbség ($\Delta c = 1 \text{ mol/m}^3$), akkor $\beta = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$, azaz a koncentráció mértéke 1%-kal csökken az oldott anyagtartalom miatt a mélységgel. Ilyen modellparaméterek mellett időfüggő halin konvekció megjelenése valószínűsíthető a rétegben (M18).

Megjegyezzük, hogy e szimulációk alapján levont következtetések nem helyettesítik a valós rendszerek numerikus modelljein elvégzett számításokat, azonban kiváló alapot biztosítanak a kutatás kezdeti fázisában! Mint például: sódómk közelében elhelyezkedő vízáradó rétegekben (Evans, Nunn 1989, Sarkar et al. 1995, Holczer et al. 2010), karsztosodott mélykarbonátos vízáradókban (Rubin 1976, Galsa et al. 2019) kialakuló felszín alatti vízáramlási rendszerek vizsgálatában, hidrotermális ércképződéses folyamatok kutatásában (Yang et al. 2009), valamint szennyezőanyagok terjedésének monitorozásában.

Következtetések

A tanulmányban egy szintetikus szimulációsorozatban bemutattuk a termikus és halin felhajtóerő együttes hatását a kialakuló komplex áramlási rendszer tulajdonságára vonatkozólag. A dimenziótlan hőtágulás együttható ($\alpha' = 10^{-3} - 1$) és a dimenziótlan relatív sűrűségkülönbség

($\beta' = 10^{-7}$ – $0,1$) szisztematikus tesztelésével követtük a koncentrációban, a hőmérsékletben, illetve a Darcy-fluxusban tapasztalható változásokat (3–8. ábra). Az eredmények értelmezését kvantitatív formában is elvégeztük, melynek során az átlagnégyzetes Darcy-fluxus (U), az átlagos Nusselt- (Nu) és Sherwood-szám (Sh) idősorait és időbeli átlagukat (U_{av} , Nu_{av} , Sh_{av}) vizsgáltuk meg különböző modellszenáriók esetén (3. táblázat, 9. ábra). Az eredmények alapján hat különböző karakterű áramlást sikerült elkülöníteni, nevezetesen amikor 1) nem alakul ki konvekció, 2) stacionárius halin, 3) időfüggő halin, 4) kényszertermohalin, 5) stacionárius termohalin és 6) időfüggő termohalin konvekció alakul ki (3. táblázat, 9–10. ábra). A legfontosabb megállapítások:

- 1) $\alpha' \leq 10^{-2}$ ($Ra_i \leq 14$) és $\beta' \leq 10^{-5}$ ($Ra_i \leq 10$) esetén nem alakul ki áramlás a modellben, transzportfolyamatot csak a hővezetés és a diffúzió okoz (pl. M10).
- 2)–3) $\alpha' \leq 10^{-2}$ ($Ra_i \leq 14$) és $10^{-4} \leq \beta' \leq 10^{-2}$ ($Ra_i \leq 100$) esetén először stacionárius (pl. M14), majd időfüggő (pl. M18) halin konvekció alakul ki. Az áramlás intenzitása $U = 10^{-9}$ és 10^{-7} m/s között változik, a hővezetés marad a domináns hőtranszportfolyamat ($\kappa = 7,14 \cdot 10^{-7}$ m²/s), így a felhajtóerő hatása csak a koncentrációeloszlásban okoz anomáliát a diffúziós profilhoz képest.
- 4) Ha a dimenziótlan relatív sűrűségkülönbséget további egy nagyságrenddel növeljük ($\beta' \leq 10^{-1}$, $Ra_i = 10^3$), a porózus közegben tapasztalható Darcy-fluxus már azonos nagyságrendbe esik a hődiffúzió mértékével. Ezért kényszertermohalin konvekció alakul ki a szintetikus modellben (pl. M26).
- 5) Stacionárius termohalin konvekció alakul ki, bármely vizsgált β' paraméter esetén, ha a dimenziótlan hőtágulás értéke $\alpha' = 10^{-1}$ ($Ra_i = 140$) (pl. M23).
- 6) Ha α' értékét további egy nagyságrenddel megnöveljük ($Ra_i = 1400$), akkor időfüggő termohalin konvektív áramlás fejlődik a rendszerben.

Általánosan elmondható, hogy $\alpha' \leq 10^{-2}$ esetén a kialakuló áramlást a koncentrációkülönbség okozta halin, míg $\alpha' \geq 10^{-1}$ mellett teljes egészében a hőmérséklet-különbségből adódó termikus felhajtóerő irányítja. Habár az összetett termohalin konvekció a két hajtóerő együttes hatására alakul ki, utóbbi esetben a β' paraméter változtatása csak kis mértékben befolyásolja a modellben kialakuló áramképet. A vizsgált modellelrendezésben tisztán szabad termikus konvekció nem alakult ki. A porózus közegben kialakult termohalin konvekciót érdemes a Lewis-szám (Le), a felhajtóerő-arány (BR) és a Rayleigh-számok (Ra_i , Ra_h) együttes paraméterterében vizsgálni.

Összességében kijelenthető, hogy a bemutatott numerikus szimulációkészlet általános érvényű információkkal szolgálhat olyan hidrogeológiai rendszerek tanulmányozására, ahol termohalin konvekció alakulhat ki. Ilyenek lehetnek azok a sódóмок közelében lévő vízádók, a karsztosodott mély karbonátos rendszerek, illetve a nagy sókoncentrációval rendelkező rétegek, ahol jelentős a geo-

termikus gradiens értéke, például a Pannon-medencében (Dövényi, Horváth 1988, Lenkey et al. 2002). Ezenkívül összetett konvekciós áramlások alakulhatnak ki a felszín alatti vízbe bekerülő szennyezőanyagok transzportfolyamatai során, illetve olyan geotermikus erőművek környezetében, ahol a szivattyúzás és a visszasajtolás magas sótartalmú rétegből/rétegbe történik.

Köszönetnyilvánítás

Jelen kutatás az Információs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-19-3 és ÚNKP-19-4 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának szakmai támogatásával készült. A kutatómunka az ENeRAG projekt keretein belül készült, amelyet az Európai Unió Horizon 2020 kutatási és innovációs programja támogatott 810980 azonosító számú támogatási megállapodás alapján. További támogató: az OTKA K 129273 sz. pályázata. A szerzők köszönettel tartoznak Pethő Gábor és Zilahi-Sebes László bírálónak a precíz lektorálásért, valamint a cikk megértését segítő javaslataikért.

A tanulmány szerzői

Szijaártó Márk, Galsa Attila

Hivatkozások

- Caldwell D. (1974): Experimental studies on the onset of thermohalin convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 64/2, 347–367, <https://doi.org/10.1017/S0022112074002436>
- Cserepes L., Lenkey L. (2004): Forms of hydrothermal and hydraulic flow in a homogeneous unconfined aquifer. *Geophys. J. Int.* 158/2, 785–797, <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02182.x>
- Delgado J. M. P. Q. (2012): Heat and Mass Transfer in Porous Media. Springer Int., pp. 266., <https://doi.org/10.1007/978-3-642-21966-5>
- Diersch H.-J. G., Kolditz O. (2002): Variable-density flow and transport in porous media: approaches and challenges. *Advances in Water Resources*, 25, 899–944, [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(02\)00063-5](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(02)00063-5)
- Dövényi P., Horváth F. (1988) A review of temperature, thermal conductivity and heat flow data for the Pannonian Basin. In: Horváth, F., Royden, L. H. (eds.), *The Pannonian Basin: A Study in a Basin Evolution*. AAPG Memoir. 45, 195–233, ISBN: 9781629811345
- Evans D., Nunn J. (1989): Free thermohaline convection in sediments surrounding a salt column. *Journal of Geophysical Research*, 94, 12413–12422
- Freeze A., Cherry J. (1979): *Groundwater*. 1st edition, Prentice Hall, 604. ISBN-10: 0133653129
- Galsa A., Szijaártó M., Tóth Á., Mádlné Szőnyi J. (2019): Interaction of topography- and salinity-driven groundwater flow in synthetic numerical models and a real geological situation. EGU General Assembly, Vienna. EGU2019-9960
- Holczer E., Kohfahl M. M., Bağcı A., Dobies M., Schneider M. (2010): The sensitivity of thermohaline groundwater circulation to flow and transport parameters: A numerical study based on double-diffusive convection above a salt dome. *Transport*

- in Porous Media, 88, 771–791, <https://doi.org/10.1007/s11242-009-9480-4>
- Lapwood E. (1948): Convection of a fluid in a porous medium. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 44, 508–521, <http://dx.doi.org/10.1017/S030500410002452X>
- Lenkey L. (1993): A tiszakécskei hőanomália vizsgálata termikus konvekció numerikus modellezésével. *Magyar Geofizika*, 34/1, 30–46
- Lenkey L., Dövényi P., Horváth P., Cloetingh S. A. P. L. (2002): Geothermics of the Pannonian basin and its bearing on the neotectonics. *EGU Stephan Mueller Special Publication Ser.*, 3, 29–40
- Lopez T., Antoine R., Kerr Y., Darrozes J., Rabinowicz M., Ramillien G., Cazenave A., Genthon P. (2016): Subsurface hydrology of the Lake Chad Basin from convection modelling and observations. *Surveys in Geophysics*, 37, 471–502, <https://doi.org/10.1007/s10712-016-9363-5>
- Nield D. A. (1968): Onset of thermohaline convection in a porous medium. *Water Resources Research*, 4/3, 553–560, <https://doi.org/10.1029/WR004i003p00553>
- Nield D. A., Bejan A. (2013): Convection in Porous Media. Springer Int., p. 778, <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5541-7>
- Pasquale V., Chiozzi P., Verdoya M. (2013): Evidence for thermal convection in the deep carbonate aquifer of the eastern sector of the Po Plain, Italy. *Tectonophysics*, 594, 1–12, <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2013.03.011>
- Person M., Raffensperger J. P., Ge S., Garven G. (1996): Basin-scale hydrogeologic modeling. *Reviews of Geophysics*, 34/1, 61–87, <https://doi.org/10.1029/95RG03286>
- Post V. E. A., Simmons C. T. (2010): Free convective controls on sequestration of salts into low-permeability strata: Insights from sand tank laboratory experiments and numerical modeling. *Hydrogeology Journal*, 18/1, 39–54, <https://doi.org/10.1007/s10040-009-0521-4>
- Rosenberg N. D., Spera F. J. (1992): Thermohaline convection in a porous medium heated from below. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35/5, 1261–1273, [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(92\)90183-S](https://doi.org/10.1016/0017-9310(92)90183-S)
- Rubin H. (1976): Onset of thermohaline convection in a cavernous aquifer. *Water Resources Research*, 12/2, 141–147, <https://doi.org/10.1029/wr012i002p00141>
- Rubin H., Roth C. (1983): Thermohaline convection in flowing groundwater. *Advances Water Resources*, 6/3, 146–156, [https://doi.org/10.1016/0309-1708\(83\)90027-1](https://doi.org/10.1016/0309-1708(83)90027-1)
- Sarkar A., Nunn J., Hanor S. J. (1995): Free thermohaline convection beneath allochthonous salt sheets: An agent for salt dissolution and fluid flow in Gulf Coast sediments. *Journal of Geophysical Research*, 100, 18085–18092
- Sharp J. M., Fenstemaker T. R., Simmons C. T., McKenna T. E., Dickinson J. K. (2001): Potential salinity-driven free convection in a shale-rich sedimentary basin: Example from the Gulf of Mexico Basin in South Texas. *AAPG Bulletin*, 85/12, 2089–2110, <https://doi.org/10.1306/8626D351-173B-11D7-8645000102C1865D>
- Simmons C. T., Fenstemaker T. R., Sharp J. M. (2001): Variable-density groundwater flow and solute transport in heterogeneous porous media: approaches, resolutions and future challenges. *Journal of Contaminant Hydrology*, 52/1–4, 245–275, [https://doi.org/10.1016/S0169-7722\(01\)00160-7](https://doi.org/10.1016/S0169-7722(01)00160-7)
- Soboleva E. (2017): Numerical investigations of haline-convective flows of saline groundwater. *Journal of Physics Conference Series*, 891/1, 012104, <https://doi.org/10.1088/1742-6596/891/1/012104>
- Szijártó M., Galsa A., Tóth, Á., Mádlné Szőnyi J. (2019): Numerical investigation of the combined effect of forced and free thermal convection in synthetic groundwater basins. *Journal of Hydrology*, 572, 364–379, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.03.003>
- Szijártó M., Galsa A. (2020): Interaction of temperature- and salinity-driven natural convection in homogeneous porous media. *EGU General Assembly, Sharing Geoscience Online*, EGU2020-9896
- Szijártó M., Galsa A., Tóth Á., Mádlné Szőnyi J. (2021): Numerical analysis of the potential for mixed thermal convection in the Buda Thermal Karst, Hungary. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 34, 100783, <https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2021.100783>
- Tóth J. (1963): A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins. *Journal of Geophysical Research*, 68/16, 4795–4812, <https://doi.org/10.1029/JZ068i016p04795>
- Turcotte D. L., Schubert G. (2014): Geodynamics. 3rd edition, Cambridge University Press, UK, p. 636, <https://doi.org/10.1017/CBO9780511843877>
- van Dam R. L., Simmons C. T., Dyddman D. W., Wood W. W. (2009): Natural free convection in porous media: first field documentation in groundwater. *Geophysical Research Letter*, 36/11, L11403, <https://doi.org/10.1029/2008GL036906>
- Weatherill D., Simmons C. T., Voss C. I., Robinson N. I. (2004): Testing density-dependent groundwater models: two-dimensional steady-state unstable convection in infinite, finite and inclined porous layer. *Advances in Water Resources*, 27, 547–562, <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2004.01.003>
- Wen B., Chang K. W., Hesse M. A. (2018): Rayleigh–Darcy convection with hydrodynamic dispersion. *Physical Review Fluids*, 3, 12308, <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.123801>
- Wooding R. A. (1957): Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium. *Journal of Fluid Mechanics*, 2, 273–285, <https://doi.org/10.1017/S0022112057000129>
- Yang J. W., Feng Z. H., Luo X. R., Chen Y. R. (2009): On the role of buoyancy force in the ore genesis of SEDEX deposits: Example from Northern Australia. *Science in China Series D: Earth Science*, 52, 452, <https://doi.org/10.1007/s11430-009-0043-x>
- Yang J. W., Feng Z. H., Luo X. R., Chen Y. R. (2010): Numerically quantifying the relative importance of topography and buoyancy in driving groundwater flow. *Science China Earth Sciences*, 53/1, 67–71, <http://dx.doi.org/10.1007/s11430-009-0185-x>
- Zimmermann W. B. J. (2006): Multiphysics Modelling with Finite Element Methods. World Scientific Publishing Company, Singapore, p. 432, <https://doi.org/10.1142/6141>