

3D magnetotellurikus numerikus modell fejlesztése

RUBÓCZKI T.^{1,2,4,*}, GALSA A.^{1,3}, NOVÁK A.^{1,4}, PRÁCSEER E.¹

¹HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet, Sopron

²ELTE Földtudományi Doktori Iskola, Földtan-Geofizika program, Budapest

³ELTE Eötvös Loránd Tudományegyetem, Földrajz- és Földtudományi Intézet, Geofizikai és Űrtudományi Tanszék, Budapest

⁴Pannon LitH₂Oscope Lendület kutatócsoport, Sopron

*E-mail: ruboczki42@gmail.com

A felszíni elektromágneses (EM) tér összetevőit már közel hetven éve használják a felszín alatti térrész fajlagos elektromos ellenállás-eloszlásának vizsgálatára. A magnetotellurika (MT) az egyik legszélesebb körben alkalmazott EM geofizikai kutatómódszer, működésének átfogó megértése azonban az EM tér és a közeg tulajdonságai okán, 3D-ben történő gondolkodást igényel. A munka során egy olyan általános 3D MT numerikus modell felállítását valósítottuk meg, amelyben mind tetszőleges alakú ellenállás-eloszlás, mind ellenállás-anizotrópia számítására lehetőség nyílik. A leírásban áttekintjük a 3D MT-modell felállításához szükséges elméleti ismereteket az EM fizikát leíró egyenletektől a modell verifikálásáig egy általunk készített numerikus szimuláció felhasználásával. Továbbá egy egyszerűsített geológiai szerkezet tesztelését is bemutatjuk, melyben egy anizotróp ellenállással rendelkező nyírózóna EM térkomponensekre kifejtett torzító hatását és annak kapcsolatát szemléltetjük a felszínen szimulált MT-mérésekkel. Az általunk fejlesztett 3D MT-modell koncepciója a továbbiakban hasznos eszközként szolgálhat az MT-kutatások során felmerülő összetett elméleti és gyakorlati kérdések megválaszolásában.

Rubóczki, T., Galsa, A., Novák, A., Pracser, E.: Development of a 3D magnetotelluric numerical model

The electromagnetic (EM) field components on the Earth's surface have been used for nearly seventy years to study the electrical resistivity distribution of the subsurface region. Magnetotellurics (MT) is one of the most general EM geophysical methods, but to fully understand its nature it requires to think in 3D due to the properties of the EM field and medium. The goal of the study is to build a flexible 3D MT numerical model in which, beyond an arbitrary resistivity distribution, it is possible to define resistivity anisotropy in the medium. In this paper, we review the theoretical knowledge required to build a 3D MT model, from the base EM equations to the model verification, through a numerical simulation. We also demonstrate the testing of a simple geological structure, in which the distorting effect of an anisotropic resistivity shear zone on EM field components is discussed, and its relation to the simulated MT soundings at the surface. The developed 3D MT model approach can be a useful tool to deal with the complex theoretical and applied challenges involved in MT research.

Beérkezett: 2024. hónap xx.; elfogadva: 2024. hónap yy.

1. Bevezetés

A magnetotellurika (MT) a felszín alatti térrész kutatásának egyik legáltalánosabb elektromágneses (EM) geofizikai módszere. A terepi MT-mérés időtartományú adatrendszerét első lépésben frekvenciatartományúvá alakítják, így az EM térkomponensek (E_x , E_y , H_x , H_y , H_z) komplex amplitúdóikhoz jutunk a frekvencia függvényében. Ezeket felhasználva kiszámítható az ún. MT válaszfüggvény vagy impedanciatenzor. Ez egy 2×2 -es mátrix, amely a fel-

szín alatti ellenállás-eloszlás térfogati leképezését adja (Simpson és Bahr 2005). Tehát az MT-mérés, noha többé-kevésbé pontszerűnek tekinthető, a felszín alatti közegről 3D információt tartalmaz, amelynek átfogó vizsgálata és értelmezése 3D-s MT-modellezést kíván. A modell felállításához jól meghatározott elektromágneses és numerikus elméleti lépések sorozata szükséges. Az első és legfontosabb lépés a modelltérfogatban megoldani kívánt egyenletek alkalmas megválasztása. Az MT mágneses diffúzió jelenségén alapuló elméletét e tekintetben a Maxwell-

egyenletek adják meg, amelyek a teljes klasszikus elektromágneses jelenségkör leírását teszik lehetővé. Továbbá a modelldoboz határain peremfeltételeket kell megadni, amelyek helyes megválasztása esetén, azok a modell belsejében csak elhanyagolható torzulást okoznak az EM térkomponensekben a szimuláció során. Különös jelentősége van a gerjesztésnek, amely az MT-modellben a közegre vonatkozó felső peremfeltétel, és az MT síkhullám-közelítés alapján határozható meg. A modellben alkalmazott fizikán túl lényeges szerepe van a diszkretizációnak, beleértve a véges elemes rácsálózat felbontását, eloszlását, az elemeken belüli interpolációt, valamint a modellt meghatározó lineáris egyenletrendszer megoldó algoritmusnak is. Ebben a munkában összefoglalt modellfejlesztési lépések korántsem új keletűek az MT közel hetvenévnnyi fejlődése során. Számos munka és disszertáció tárgyalta a 3D MT numerikus modellépítés különböző aspektusát többféle megközelítés által, úgymint a véges differenciák, véges elemek és véges térfogatok módszerével (Mackie et al. 1993, Kelbert et al. 2014, Zhdanov 2009). Ez a munka rövid betekintést enged egy szoftverben készült 3D MT numerikus modell felállításának folyamatába. Továbbá a geológiában gyakori nyírózónák ellenállás-eloszlásának egy idealizált példáján keresztül szemléltetjük egy általános, az anizotrópia beépítését is lehetővé tevő 3D MT-modellben rejlő vizsgálati lehetőségeket.

2. A 3D MT-modell fizikai leírása

A klasszikus magnetotellurika egy passzív, külső EM forrásokon alapuló kutatómódszer, fizikájának leírására a Maxwell-egyenletek teljes rendszerét használják. Jóllehet, az MT-ben alkalmazott frekvenciatartományban (10^3 – 10^{-5} Hz) az eltolási áramok szerepe elhanyagolható a vezetési áramokhoz képest, tehát a kutatómódszer a mágneses diffúzió jelenségén alapul és nem az elektromágneses hullámterjedés elvén. Ellenben akkor sem követünk el hibát, ha a teljes Maxwell-egyenletrendszer oldjuk meg, ezáltal általános hullámterjedési feladatként kezeljük azt. Ennek háttere, hogy a mágneses diffúzió esetében az eltolási áramok elhanyagolásával az analitikus levezetésben a mágneses és az elektromos térre felírt Helmholtz-egyenletek csupán elsőrendű időszerinti deriválást tartalmaznak, ami matematikailag nem teszi lehetővé, hogy a réteghatáron a beérkező elektromágneses jel az áthaladó megoldáson túl visszaverődő megoldással is rendelkezzen (Weaver 1994, Everett és Chave 2019). A Helmholtz-egyenlet azonban egy másodrendű parciális differenciálegyenlet, általános megoldása két exponenciális alakú megoldás lineáris kombinációjaként adható meg. Így az általános megoldás szerkezete mind a mágneses diffúzió, mind az EM hullámterjedés esetében azonos, mégis a két jelenség fizikai tartalma különböző. Tehát a felszíni MT-mérés során a mágneses totáltér a föld körüli térségben levő forrás és a felszín alatti vezetési áramok által indukált járulékok összege, és abban nem játszik szerepet a réteghatárokról visszaverődött

EM hullám. A mágneses diffúzió jelenségkörét az elektromágnességgel foglalkozó szakirodalomban gyakran tárgyalják külön kvázisztatikus címszó alatt (Jackson 2004, Chave, Jones 2012). Az MT pontos fizikai alapjának ismerete kiemelt jelentőséggel bír az MT-szondázások és a modellben előforduló jelenségek megértésében. A továbbiakban a leíráshoz használt EM egyenleteket harmonikus időfüggést feltételezve frekvenciatartományban tárgyaljuk.

2.1. Alapegyenletek

A 3D MT numerikus modellben a frekvenciatartományú elektromágneses térkomponensek számítása az alábbi Coulomb-mértékben felírt Maxwell-egyenletek alapján történik,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = -i\omega \mathbf{A}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \mathbf{D}. \quad (4)$$

Az (1) egyenlet az Ampère-törvény, ahol $\mathbf{H}$ a mágneses térerősség (A/m), $\mathbf{J}$ az áramsűrűség-vektor (A/m^2), a (2) egyenletben $\mathbf{B}$ a mágneses indukcióvektor (T), kifejezve az $\mathbf{A}$ mágneses vektorpotenciál (Tm) rotációjaként. A (3) kifejezés az $\mathbf{E}$ elektromos térerősségre (V/m) vonatkozó mellékfeltétel, amely a Faraday-féle indukciótörvényből következik, ebben ω a körfrekvencia (Hz). A (4) egyenlet a differenciális Ohm-törvény a vezetési és az eltolási áramokkal, ahol σ a közeg fajlagos elektromos vezetőképessége, mely általánosan egy 3×3 -as mátrix (S/m), míg $\mathbf{D}$ az elektromos eltolási vektor (As/m^2). Továbbá a teljes megoldáshoz szükséges megadni az elektromos permittivitás és a mágneses permeabilitás értékét, mely ugyancsak tenzor alakú, és kapcsolatot teremt az elektromos térerősség és az eltolási vektor $\epsilon \mathbf{E} = \mathbf{D}$, valamint a mágneses térerősség- és az indukcióvektor $\mu \mathbf{H} = \mathbf{B}$ között. Az anyagi jellemzők közötti függvénykapcsolat egy MT-modellben opcionális, ám a leggyakrabban lineáris összefüggést feltételeznek közöttük. Mivel a felszín alatti közetekben a σ elektromos vezetőképesség jóval szélesebb tartományban változik, mint az ϵ_r relatív permittivitás és μ_r permeabilitás (néhány kivételtől, jellemzően a ferromágneses ércektől eltekintve), ez utóbbi polarizációs és mágneses hatásokat elhanyagolják, értéküket az MT-irodalomban gyakran egységnyiinek tekintik (Simpson és Bahr 2005). A 3D MT-modell felépítése során a vezetőképesség változtatásán túlmenően, az említett közelítés szerint a relatív permittivitás és permeabilitás paramétereket egységnyiinek tekintettük.

2.2. Peremfeltételek

A numerikus modellezés során használt tartomány mérete mindig véges. Így a 3D MT-modelldoboz határain olyan

peremfeltételeket célszerű választani, melyek elenyésző torzító hatást gyakorolnak a modell belsejében kiszámított EM térkomponensekre. Amennyiben ezeket nem megfelelően választjuk meg, a modellezés pontatlan/hibás eredményre vezethet.

2.2.1. Speciális peremfeltételek

A peremfeltételek megválasztásának egyik módja, ha a modellt minden oldalról a függőlegesen rétegzett analitikus 1D MT-moddellel zárjuk le, ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az EM tér amplitúdóit egy rétegzett közegben a mélység függvényében analitikusan számítjuk ki, amit az alábbi rekurzív kifejtés szerint lehet megtenni. Mivel 1D rétegzettség esetén horizontálisan nincs kitüntetett irány, az x és y irányokban a levezetések azonos eredményre vezetnek. Legyen a mágneses térnek H_y komponense, ekkor a felszín alatti közegben az áramok E_x irányába tartanak. Ekkor a Faraday- és az Ampère-törvény 1D-ben az alábbi (5) és (6) skaláris kifejezésekre egyszerűsödik,

$$\partial E_x / \partial z = -i \omega \mu_0 H_y, \quad (5)$$

$$\partial H_y / \partial z = -\sigma E_x. \quad (6)$$

Az (5) és (6) egyenleteket egymásba helyettesítve kapjuk a H_y -ra és az E_x -re vonatkozó Helmholtz-egyenleteket,

$$\partial^2 H_y / \partial z^2 = i \omega \mu_0 \sigma H_y, \quad (7)$$

$$\partial^2 E_x / \partial z^2 = i \omega \mu_0 \sigma E_x. \quad (8)$$

A Helmholtz-egyenletek másodrendű lineáris differenciálegyenletek, általános megoldásuk az E_x és H_y térkomponensekre a j -edik rétegben az alábbi rekurziós exponenciális formában adható meg:

$$E_{x,j} = U_j e^{-k_j(z_{j-1}-z)} + D_j e^{k_j(z_{j-1}-z)}, \quad (9)$$

$$H_{y,j} = -\frac{k_j}{i \omega \mu_0} \left(U_j e^{-k_j(z_{j-1}-z)} - D_j e^{k_j(z_{j-1}-z)} \right), \quad (10)$$

ahol a kitevőben szereplő $k_j = [i \omega \mu_0 \sigma_j]^{1/2}$ a j -edik rétegben a hullámszám kifejezése, z_{j-1} pedig a j -edik réteg felső határának mélysége. Megjegyezzük, a kitevőben lévő zárójeles kifejezés előjele mindig negatív, mivel a z mélységet az analitikus leírásban lefelé pozitívnak tekintjük, tehát a j -edik rétegben ez a mélység mindig nagyobb lesz, mint z_{j-1} . Az egyes rétegekben $E_{x,j}$ és $H_{y,j}$ kiszámításához az U_j és D_j ún. rétegparamétereket kell meghatározni, melyek függetlenek a mélységtől, ugyanakkor tartalmazzák a réteg EM paramétereit mint annak fajlagos ellenállását, vastagságát, illetve az EM hullám körfrekvenciáját. Ez egy egyenletrendszer felállítása és megoldása révén tehető meg, amely az EM térkomponensekre van felírva minden egyes réteghatár mentén, ahol $E_{x,j}$ és $H_{y,j}$ folytonosan viselkedik a Maxwell-törvényekből levezethető módon. A j - és $(j+1)$ -edik réteg megoldásai egy n -réteges modellben $2n - 2$ számú független egyenletre vezetnek. Ezek a

(9) és (10) kifejezéseket felhasználva és rendezve az alábbi alakúak:

$$U_j e^{-k_j(z_{j-1}-z_j)} + D_j e^{k_j(z_{j-1}-z_j)} = U_{j+1} + D_{j+1}, \quad (11)$$

$$U_j e^{-k_j(z_{j-1}-z_j)} - D_j e^{k_j(z_{j-1}-z_j)} = \frac{k_{j+1}}{k_j} (U_{j+1} - D_{j+1}). \quad (12)$$

A (11) és (12) réteghatárookra felírt általános kifejezéseket összeadva és kivonva a (13) és (14) kifejezésekre jutunk:

$$2U_j e^{k_j d_j} = U_{j+1} \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} \right) + D_{j+1} \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} \right), \quad (13)$$

$$2D_j e^{-k_j d_j} = U_{j+1} \left(1 - \frac{k_{j+1}}{k_j} \right) + D_{j+1} \left(1 + \frac{k_{j+1}}{k_j} \right), \quad (14)$$

ahol $d_j = z_{j+1} - z_j$ a j -edik réteg vastagsága. A (13) és (14) egyenleteket átrendezve U_j és D_j rétegparaméterek kifejezhetőek. Felhasználva, hogy a legalsó réteg félvégtelen, abban exponenciálisan növekvő tag nem szerepelhet, vagyis $U_n = 0$ és $D_n = 1$, így már megegyező számú egyenlet és ismeretlen paraméter van, és rekurzív módon, azaz lentről felfelé haladva megoldható az egyenletrendszer, amely az alábbi eredményre vezet:

$$U_j = \frac{1}{2} e^{-k_j d_j} \frac{k_j + k_{j+1}}{k_j} \left(U_{j+1} + D_{j+1} \frac{k_j - k_{j+1}}{k_j + k_{j+1}} \right), \quad (15)$$

$$D_j = \frac{1}{2} e^{k_j d_j} \frac{k_j + k_{j+1}}{k_j} \left(U_{j+1} \frac{k_j - k_{j+1}}{k_j + k_{j+1}} + D_{j+1} \right). \quad (16)$$

Az U_j és D_j rétegparaméterek, a rétegvastagságok és azok vezetőképségének ismeretében megadhatók az $E_{x,j}$ és $H_{y,j}$ térkomponensek a mélység függvényeként, és ez egyben maga a peremfeltétel is. A numerikus modellben a peremfeltételi egyenlet megadását a mágneses tér tangenciális komponensére írjuk elő a szimuláció során a modelldoboz minden oldalán az alábbi formában,

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_0. \quad (17)$$

A (17) kifejezésben a $\mathbf{H}_0$ vektor horizontális, tehát az x és y komponensének helyére kerül a felszínen rekurzívan kiszámított mágneses tér (Dirichlet-típusú határfeltétel), míg $\mathbf{n}$ az egyes határfelületekre merőleges normális irányú egységvektor. Érdekeség, hogy a bemeneti impedancia definíciójából következik, hogy annak értéke független a felső peremen megadott mágneses tér amplitúdójától (Kaufman és Keller 1981), vagyis az MT-szimuláció során szükségtelen feltételezéssel élni a felszíni mágneses térváltozás amplitúdójára vonatkozóan a modellezett periódusokon. A peremfeltételeknek ez a fajta egzakt meghatározása akkor célszerű, ha a modellezni kívánt közeg rétegzett, és pl. abban egy ellenállás inhomogenitás hatását vizsgáljuk. Ha ez a rétegzettség nincs jelen, és egy bonyolult térbeli szerkezetű ellenállás-elosz-

lás hatását számítjuk, ennél általánosabb peremfeltétel-rendszer javasolt.

2.2.2. Általános peremfeltételek

A peremfeltételek megadásának általános megközelítése esetében előírjuk, hogyan viselkedjenek az EM térkomponensek a modelldoboz határához érve anélkül, hogy azokhoz egzakt értéket, illetve függvényt hozzárendelnénk. Ekkor nincs olyan peremfeltételi egyenlet, amely egy x és y komponens is tartalmazó általános mágneses totálteret egyszerre tud kezelni, ezért a 3D modellben a TE és TM polarizációjú gerjesztést külön számítjuk ki, majd adjuk össze a megoldásokat. Megjegyezzük ez a lépés megtehető, hiszen a Maxwell-egyenletek lineáris differenciálegyenletek, vagyis érvényes rájuk a szuperpozíció elve, a megoldások összege is megoldás lesz. A TE módus esetében, egységnyi nagyságú H_y irányú mágneses teret alkalmazva a modell felső peremén, a (17) egyenlet alapján a 3D modell x irányával párhuzamos oldalain az alábbi, ún. tökéletes mágneses vezető feltételt alkalmazva,

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0. \quad (18)$$

Eszerint a mágneses tér tangenciális komponense a modell pereméhez érve 0 lesz. Ekkor a modell y irányú párhuzamos oldalain a vektorpotenciál által meghatározott ún. mágneses szigetelő feltétel,

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A} = 0 \quad (19)$$

pedig a felületre normális irányú mágneses térkomponenseket állítja nullára. A modell alsó peremén pedig az általános veszteséges közegre alkalmazható impedancia peremfeltétel az alábbi:

$$\sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r - j\sigma/\omega}} \mathbf{n} \times \mathbf{H} + \mathbf{E} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{n} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_s) \mathbf{n} - \mathbf{E}_s. \quad (20)$$

A (20) feltétel jelentése hasonló az analitikus megoldásban szereplő legalsó félvégteles réteghez, amelynek a numerikus modellben nincs valós kiterjedése, de olyan, mint ha a modell egy σ vezetőképeségű félvégteles réteggel folytatódna. A kifejezésben szereplő $\mathbf{E}_s = \mathbf{0}$, vagyis az elektromos térnek nincs forrása a modell alsó határán. Az általános peremfeltételek rugalmasabb környezetet biztosítanak a 3D MT-modellezéshez, ekkor nem szükséges rétegsort alkalmazni a modellben, illetve a közegjellemzők, mint σ , μ , ε tetszőleges irány szerinti anizotrópiája is megengedett a modellezés során. Ugyanakkor ügyelni kell arra, hogy a dobozméret kellően nagy legyen, hiszen tetszőlegesen inhomogén és anizotrop közegben az EM tér nem párhuzamos/merőleges az oldalfalakra. Lényeges, hogy ilyen esetekben a peremfeltételek hatása elhanyagolható legyen a „mérési pontban”. A modell belső vertikális és horizontális közeghatárain az EM térerősségvektorok tangenciális komponensei folytonosan változnak a Maxwell-egyenleteknek megfelelően, azok részletes tárgyalása megtalálható a szakirodalomban (Weaver 1994, Jackson 2004, Kiss, Prácser 2021).

2.3. A lineáris egyenletrendszer megoldása

A 3D MT-modell direktfeladata, a 2.1. fejezetben bemutatott Maxwell-egyenletek véges elemekre vonatkozó megoldását jelenti, ami végső soron egy nagyméretű lineáris egyenletrendszer megoldására vezet. A megoldás több módon is megtehető, a numerikus modellezés során direkt, illetve iteratív megoldó algoritmusok állnak rendelkezésünkre. A lineáris egyenletrendszer megoldhatósága lényeges szempont, ami egyszerre számos modellbeállítástól függ, ennek jellemzésére szolgál a mátrix kondíciószáma. Amennyiben a rácsfelosztás, a modellben szereplő ellenállások nagysága vagy a peremfeltétel nem ideálisan van beállítva, előfordulhat, hogy nem lehet megoldani az egyenletrendszert. Például a levegőréteg és a felszín határa egy kritikus hely volt az általunk vizsgált 3D MT numerikus modellekben, hiszen ott a levegőnek tekintett réteg fajlagos ellenállása $10^9 \Omega\text{m}$ értékről $10^1 \Omega\text{m}$ nagyságrendjébe csökken, és a jelentős kontraszt a mátrix kondíciós számának szempontjából nem előnyös. Az ellenállás kontrasztja pedig kihat a felület közelében a rácsfelosztás optimális sűrűségének beállítására is. A tesztelés során rövidebb periódusú EM gerjesztést alkalmazva, vagyis kisebb behatolási mélység esetén probléma léphet fel az egyenletrendszer numerikus megoldása során, amikor a levegőréteghez közel a felszín alatti rétegben a rácsfelosztás meghalad egy adott sűrűséget. Ez csak úgy oldható fel, ha a felszínen ritkább rácsot alkalmazunk az MT-mérés környezetében, ami viszont a szimuláció numerikus hibájának növekedéséhez vezet a rövidebb periódusokon. A numerikus vizsgálat során úgy találtuk, hogy a direkt megoldó algoritmus igen érzékeny a modellparaméterekben bekövetkező hirtelen változásokra, aminek oka a lineáris egyenletek egy lépésben történő megoldási módszeréből következik (Lánczos 1996). Ezért a 3D MT-modellezést iteratív megoldó algoritmus alkalmazásával végeztük. Ennek használatakor az említett probléma kevésbé volt jellemző, ám a rövidebb periódusokon ott is előfordult, és egyben korlátot szabott a felszíni rácsfelosztás sűrűségének. Megjegyezzük, hogy az energiamegmaradás és a mátrix kondíciós száma összefüggenek. Ha az előbbi a modell jól teljesíti, akkor a kondíciós szám is kisebb lesz, így könnyebben végezhető el a lineáris egyenletrendszer megoldása. A 3D MT-modellhez hasonló numerikus EM szimulációkban – a fent említett tapasztalatok miatt – gyakran előnyben részesítik az iteratív elven működő megoldó algoritmusokat.

3. Modellverifikálás

A 3D MT-modell a COMSOL Multiphysics 5.3a véges elemes numerikus modellező szoftvercsomag felhasználásával készült. Az alkalmazott periódusidő-tartomány 10^0 – 10^5 s, amely hosszú periódusú litoszféra kutatóhoz használt MT-szondázásnak felel meg. Az MT-mérés a modellben centrális elhelyezkedésű, a Descartes-koordináta-rendszerben az $x = y = z = 0$ km pontban található. A modell vízszintes irányban $500 \text{ km} \times 500 \text{ km}$ kiterjedésű,

teljes magassága 160 km, három felszín alatti vezető és egy azok feletti szigetelő réteget tartalmaz. A felszín a $z = 0$ -es szint, felette a 100 km vastagságú és $10^9 \Omega\text{m}$ ellenállású, ún. levegőréteg, amely a modellezés fontos részét képezi, mivel a felszínen az indukált tér járulék csak akkor vehető figyelembe, ha a mágneses térre vonatkozó peremfeltétel a felszíntől megfelelő távolságban van előírva. A levegőréteg optimális vastagsága az adott modell paramétereinek függvénye, az irodalomban szereplő általános ajánlás (Mackie et al. 1993) néhány tíz km. A felszín alatti első réteg -3 km és 0 km között $50 \Omega\text{m}$ fajlagos elektromos ellenállású, ami egy üledékes kőzet átlagos ellenállásának tekinthető, -60 km és -3 km között a második réteg $1000 \Omega\text{m}$ ellenállású, ez a felszín alatti szilárd kéreg és köpenylitoszférát alkotó kőzetmatrix szigetelő tulajdonságát jelképezi (Novák 2010). A valóságban a felső kéregtől az asztenoszféra mélységéig tartóan a kémiai összetétel és egyéb fizikai paraméterek, mint a hőmérséklet és a nyomás növekedése nagyságrendi csökkenést okoznak a közeg fajlagos ellenállásában, ami egy ellenállás–mélység profillal közelíthető (Ádám 1964). A modell alsó határa -60 km mélységben található, itt kezdődik a modellt alulról határoló féltér $20 \Omega\text{m}$ ellenállással, ami az olvadék megjelenése révén a csökkent ellenállású asztenoszférának feleltethető meg a Pannon-medencére jellemző mélységtartományban. Az asztenoszféra nagyobb mélységeiben az ellenállás ugyan tovább csökken, de lényegesen lassabb ütemben, mint a litoszféra esetében (Kovács et al. 2021). Az alapmodell paramétereit az 1. táblázat foglalja össze.

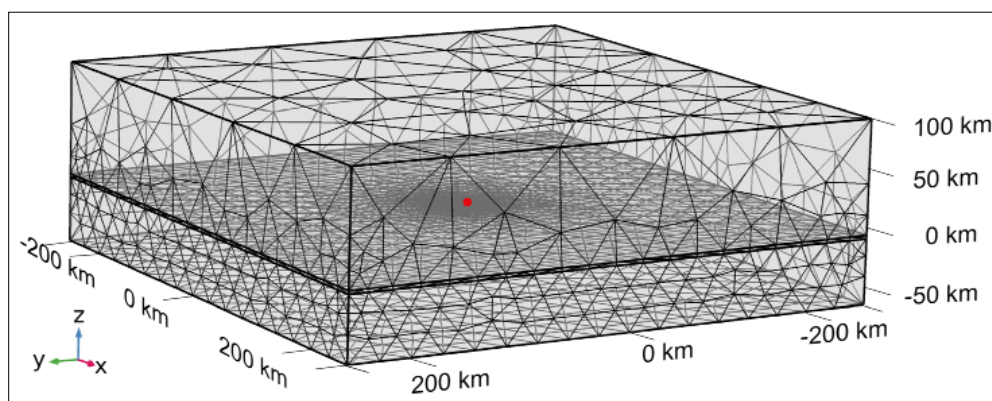
A modelldiszkretizáció megalkotásakor figyelembe kellett venni a numerikus szimulációban alkalmazott periódusidő-tartományt és a modellben szereplő rétegek fajlagos ellenállását. Jellemzően rövidebb periódusokon és kisebb fajlagos ellenállású rétegekben, ahol az EM tér amplitúdói gyorsabban változnak, sűrűbb rácsfelosztásra van szükség, ezzel szemben a szigetelő tulajdonságú rétegekben és hosszú periódusokon jóval ritkább rácsfelosztás is

1. táblázat A 3D MT alapmodell paramétereit
Table 1 Parameters of the 3D MT base model

A modell x irányú kiterjedése	$[-250 \text{ km}; 250 \text{ km}]$
A modell y irányú kiterjedése	$[-250 \text{ km}; 250 \text{ km}]$
A modell z irányú kiterjedése	$[-60 \text{ km}; 100 \text{ km}]$
A levegőréteg magassága	$[0 \text{ km}; 100 \text{ km}]$
Az első réteg vastagsága (d_1)	$[-3 \text{ km}; 0 \text{ km}]$
A második réteg vastagsága (d_2)	$[-60 \text{ km}; 0 \text{ km}]$
A harmadik réteg kiterjedése	$< -60 \text{ km}$
A levegőréteg ellenállása	$10^9 \Omega\text{m}$
Az első réteg ellenállása (ρ_1)	$50 \Omega\text{m}$
A második réteg ellenállása (ρ_2)	$10^4 \Omega\text{m}$
A harmadik réteg ellenállása (ρ_3)	$20 \Omega\text{m}$

pontos numerikus megoldásra vezet. További szempont az MT-mérés helyzete, aminek környezetében szintén javasolt a rácsálózat sűrítése a pontosabb szondázási görbék elérése érdekében. Jellemzően az MT numerikus modellekben a rácsgenerálást az alkalmazott legrövidebb periódushoz (vagy legmagasabb frekvencia) és az EM jel behatolási mélységéhez kötik. Ezzel szemben jelen 3D MT-modellben egy másik, a numerikus modellezési gyakorlatban általánosan használt megközelítést alkalmaztunk, a numerikus és analitikus megoldások közötti különbségnek egy küszöbérték alatt tartását ($< 0,1\%$). A modelltartományt tetraéder végelemekkel diszkretizáltuk, az MT-mérés helyén a maximális elemméret 200 m , a ponttól távolodva a szomszédos elemek $1,15$ -szörös méretnövekedését engedélyeztük. A felszín alatti rétegekben a maximális elemméret 30 km , míg a közel tökéletesen szigetelő levegőrétegében 100 km volt (1. ábra).

A lineáris egyenletrendszer megoldásához a BiCGStab (Biconjugate Gradient Stabilized) iteratív algoritmust



1. ábra A 3D MT-modell geometriája a verifikálás során alkalmazott rácsfelosztással. Az x irány ÉD, az y irány KNY, míg z a vertikális irányt jelöli, amely a felszín alatti tartományban negatív, a felszín felett pedig pozitív, a szimulált MT-mérés helyét a piros pont mutatja

Figure 1 Geometry of the 3D MT model with the finite element discretisation used during the verification. The x axis represents the North-South (NS) direction, the y axis represents East-West (EW) direction, while z indicates the vertical direction, being negative in the subsurface domain and positive above the surface. The simulated MT measurement location is indicated by the red dot

alkalmaztuk (Van der Vorst 1992). A 3D MT-modell numerikus és analitikus megoldásainak összevetését az 1. táblázatban részletezett háromréteges 1D modellt felhasználva hajtottuk végre. A különböző megoldásokat a látszólagos fajlagos ellenállás ρ_a és a fázis ϕ mennyiségek esetében végeztük el, ezek a felszínen számított bemeneti impedanciából következnek (Simpson és Bahr 2005):

$$\rho_a = \frac{1}{\mu_0 \omega} |Z_3|^2, \quad (21)$$

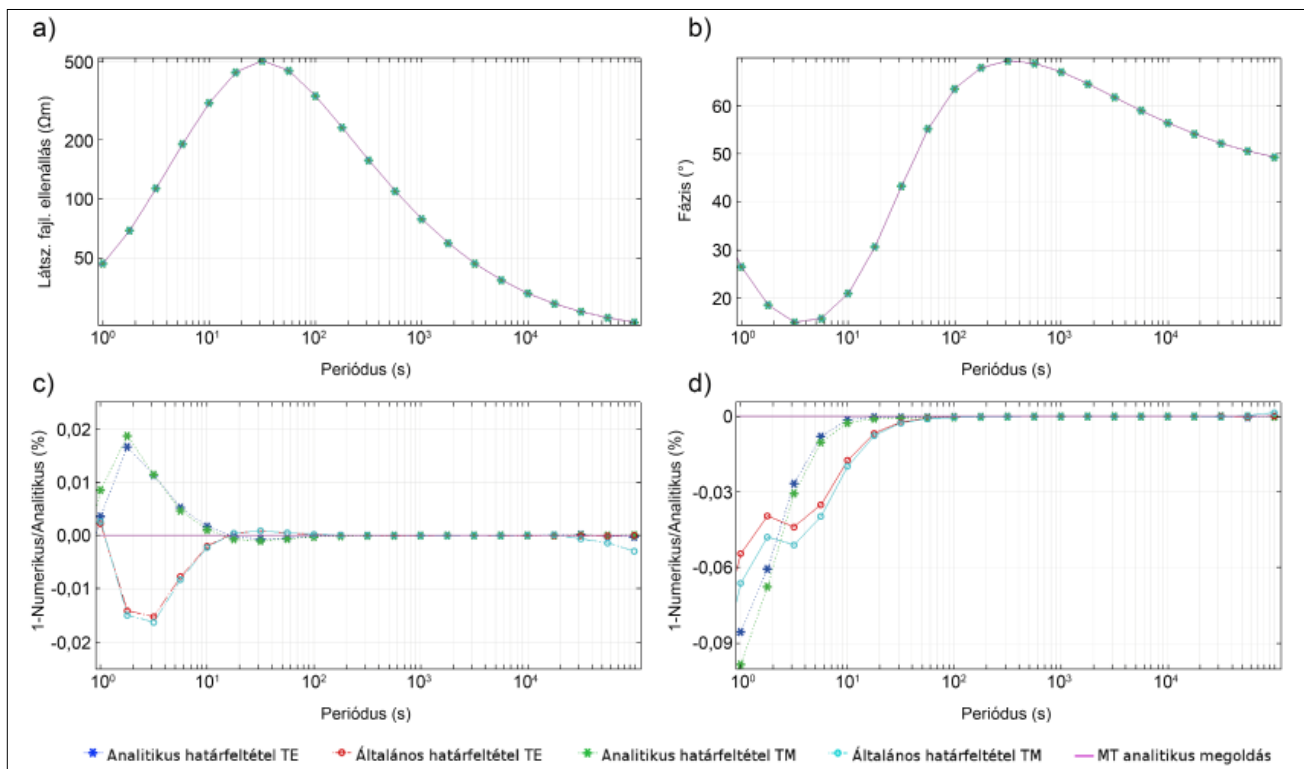
$$Z_3 = Z_1 \coth \left[-ik_1 d_1 + \coth^{-1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \coth \left(-ik_2 d_2 + \coth^{-1} \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_2}} \right) \right] \quad (23)$$

analitikus megoldáshoz képest ne haladja meg a 0,1%-ot a szimuláció során függetlenül az EM hullám frekvenciájától. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a (23) kifejezésben a háromréteges modell bemeneti impedanciáját a Kaufman és Keller (1981) által bemutatott rekurziós összefüggés szerint alkalmaztuk, ám az MT irodalomban az impedancia felírásának többféle formája is elterjedt, melyek eltérő alakú, de matematikai értelemben egyenértékű megoldásra vezetnek, például $\coth$ helyett $\tanh$ vagy $\exp$ függvények használata is általánosan bevett (pl. Kaufman, Keller 1981).

$$\phi = \operatorname{atan} \left(\frac{\operatorname{Im} Z_3}{\operatorname{Re} Z_3} \right). \quad (22)$$

A számítást mindkét EM „irányra” vonatkozóan elvégeztük, a TE vagyis transzverzális elektromos módusra, ami az E_x/H_y , illetve a TM vagyis transzverzális mágneses módusra, vagyis az E_y/H_x alapján számított impedanciára is megtettük. A TE és TM módusok a terepi MT-telepítés és a 3D MT-modellezési gyakorlat szerint az É–D és K–Ny irányokat jelölik. A modell verifikálásának célkitűzése az volt, hogy a numerikus megoldás eltérése a

A 2. ábra az analitikus és a numerikus megoldások különböző módusokban és peremfeltételek alkalmazásával kapott eredményeit hasonlítja össze a látszólagos fajlagos elektromos ellenállás és a fázis tekintetében. A numerikus 3D MT-modellek eltérései az analitikus megoldástól a legkisebb, 1 s periódusidő mellett éppen elérik a 0,02%-ot a látszólagos fajlagos ellenállásban (2c. ábra), míg a fázisnál ez az eltérés jelentősebb, 0,09% körüli (2d. ábra). A szondázási görbékben számított eltérések sem az analitikus megoldással megegyező, sem az általános peremfeltételt



2. ábra (a) A látszólagos fajlagos ellenállás és (b) fázis szondázási görbék összehasonlítása a periódusidő függvényében az analitikus modell, valamint az egzakt (analitikus megoldással megegyező) és általános határfeltétellel készült 3D MT numerikus megoldások között TE és TM módusokban. Az analitikus és a numerikus megoldások relatív eltérése (c) a látszólagos fajlagos ellenállás és (d) a fázis esetében

Figure 2 (a) Comparison of the apparent resistivity and (b) phase soundings with respect to period between analytical model and 3D MT numerical solutions, which were produced with the exact (matching the analytical solution) and general boundary conditions for TE and TM modes. Relative differences between analytical and numerical solutions are shown for (c) apparent resistivity and (d) phase

alkalmazó modellek TE és TM módusa esetén nem haladják meg a 0,1% relatív eltérést. Megfigyelhető továbbá, hogy a periódusidő növekedésével az eltérések csökkennek a fajlagos ellenállás és a fázis esetében is, míg nem a szondázási görbék nagy pontossággal megközelítik az analitikus görbét (2c. és 2d. ábra). A rövid perióduson észlelt eltérések a rácsfelosztás hibáiból erednek, az MT-állomás körüli végelelemrács sűrítésével ezek még tovább csökkenthetők. Az egzakt és általános peremfeltételt alkalmazó MT-modellek között nincs érdemi különbség. Kijelenthető, hogy az egyszerűbb általános peremfeltételekkel megadott MT-modell – amelyben a felszín alatti közeg összetettebb megadása is lehetséges, mivel abban nincs szükség a rétegzettség előírására – ugyanolyan mértékben alkalmas a 3D MT-modellezéshez, mint annak bonyolultabb, 1D rétegsorban az EM teret rekurzióval meghatározó egzakt megfelelője.

4. A nyírózóna hatásának vizsgálata a 3D MT-modellben

A nyírózónák elektromos vezetési tulajdonságai makroszinten eltérhetnek az alapkőzet deformációmentes részeitől, azok irány szerint kitüntetett vezetőképességgel, vagyis anizotrópiával rendelkezhetnek. Ez azért is valószínűsíthető, mivel a felszín közelében a töréses, nagyobb mélységekben pedig a plasztikus deformációk elősegítik a kőzetekben a jobb vezetőnek tekinthető fluidumáramlások létrejöttét és elterjedésüket a repedéshálózatban. A tektonikus egységeket elválasztó nyírózónák, de a kisebb kiterjedésű felső kéreg mélységű vetőrendszerek is olyan gyakori geológiai szerkezetek, amelyek a deformációtól mentes kőzetektől eltérő ellenállásuk révén befolyásolni képesek az MT-szondázásokat és az azokból készülő értelmezést.

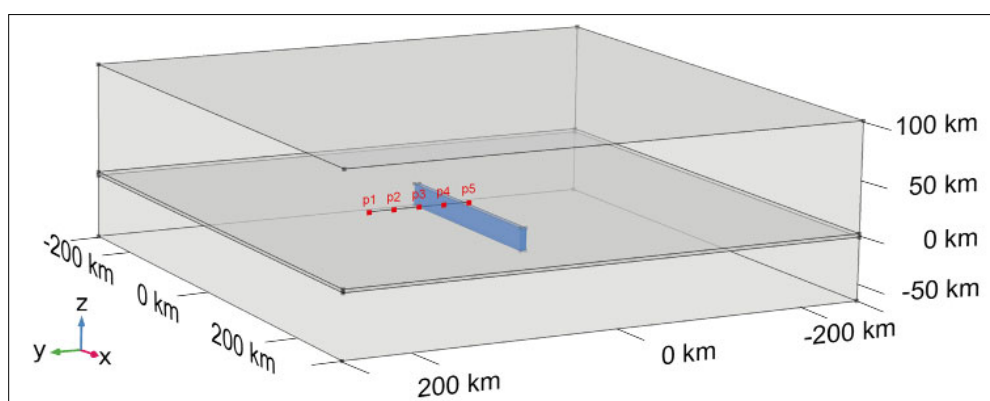
A jelen numerikus példában egy felső kérget átszelő, fajlagos elektromosellenállás-anizotrópiával rendelkező nyírózónát építettünk be a 3D MT-modellbe, és vizsgáltuk

2. táblázat
Table 2

A nyírózónamodell paraméterei
The parameters of the shear-zone model

A nyírózóna x irányú kiterjedése	[-100 km; 100 km]
A nyírózóna y irányú kiterjedése	[-2,5 km; 2,5 km]
A nyírózóna és az üledék távolsága	0, 10, 20 km
A nyírózóna z mélysége (0 km)	[-23 km; -3 km]
A nyírózóna z mélysége (10 km)	[-33 km; -13 km]
A nyírózóna z mélysége (20 km)	[-100 km; -23 km]
A nyírózóna ellenállása x irányban	10 Ωm
A nyírózóna ellenállása y irányban	1000 Ωm
A nyírózóna ellenállása z irányban	10 Ωm

annak különböző mélységű elhelyezése esetén az MT-mérésekre és az EM térre kifejtett hatását. A nyírózóna ellenállásmodellje az előző fejezetben bemutatott háromréteges modellen alapul, kiegészítve egy y irányban 5 km széles, x irányban 200 km hosszú és 20 km vastagságú téglalappal, amely a modelldoboz centrumában helyezkedik el, és a nyírózóna teteje az első réteg, vagyis az üledékes kőzet alsó határánál 0, 10 és 20 km-rel mélyebben van. A modell felépítését a 3. ábra szemlélteti, paramétereit pedig a 2. táblázat tartalmazza. A téglalap ellenállása az x - z síkban 10 Ωm , míg y irányban 1000 Ωm , az irányfüggő anizotrópia a nyírózóna síkjában a megnövekedett vezetőképességet imitálja, az ekképp meghatározott modell a nyírózóna ellenállás-eloszlásának egy leegyszerűsített modelljeként tekinthető. Referenciaként a numerikusan modellezett nyírózóna kiterjedése kisebb, de összemérhető a Pannon-medencében a Közép-Magyarországi nyírózóna méretével, ellenállása pedig egy litoszférában jól vezetőnek



3. ábra A 3D MT alapmodell az x irányú nyírózónával (kékkel), amely a közegtől eltérő ellenállású és anizotrópiával rendelkező térrész a modell közepén. A felszínen az y irányú p1–p5 MT-állomások (piros pont) nyomvonala látható

Figure 3 The 3D MT base model with the x directional shear zone (blue), representing a region with distinct resistivity and anisotropy in the middle of the model. On the surface, the y directional p1–p5 MT stations are positioned along a section (red dots)

tekintett anomáliához hasonló. A 3D MT-modell korábban részletezett ellenállásértékei és rétegvastagságai a korábban ismertetett alapmodellével megegyeznek (1. táblázat). A felszínen p1–p5 MT-állomások helyezettünk el, ahol a későbbiekben szondázási görbéket számolunk a nyírózóna hatásvizsgálata céljából. A mérési pontok az y tengely mentén helyezkednek el egymástól 25 km-re, a p5 állomás közvetlenül a nyírózóna felett található.

4.1. A nyírózóna anizotrópiájának hatása az EM térre és az MT-szondázási görbékre

Az EM tér nyírózóna körüli megváltozását a mágneses tér ($\mathbf{H}$), valamint az általa indukált áramok ($\mathbf{J}$) szerkezete révén szemléltetjük. Energetikai szempontból a Poynting-vektor ($\mathbf{S}$) az EM tér energiaterjedésének irányát adja az $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ definíció alapján, a térfogatra vonatkoztatott Joule-hő pedig az EM tér energiaveszteségét jellemezi, amit a $Q = 0,5J^2\rho$ összefüggést alapul véve fejeztünk ki. A p1–p5 szintetikus MT-szondázások görbéin keresztül a nyírózónához viszonyított felszíni pozíció függvényében az ellenállás anomália MT-mérésekre gyakorolt hatást is bemutatjuk.

A nyírózóna vizsgálata során referenciának tekintettük az azt még nem tartalmazó verifikált alapmodell EM tér jellemzőit, ezt mutatja a 4a,b. ábra 100 s periódusidő esetén. A mágneses tér a modell felső határán egységnyi amplitúdóval rendelkezik, TE módusban (a gerjesztő mágneses tér y irányú), amit a peremfeltétel határoz meg. A referenciamodelben a mágneses tér lecsengése a felszínen az üledékben kezdődik, majd a magasabb ellenállású litoszférában már alig érzékelhető további amplitúdócsökkenés, vagyis ebben a modellkonfigurációban a forrás mágneses terének legnagyobb része eléri az asztenoszféra rétegét (4a. ábra). Az elektromos áramsűrűség vonalai az alapmodell teljes térfogatában horizontálisak. Valamint a modell jól jellemezi, hogy az EM jel behatolási képessége nem csupán a periódusidő, hanem a rétegelLENállások függvénye is.

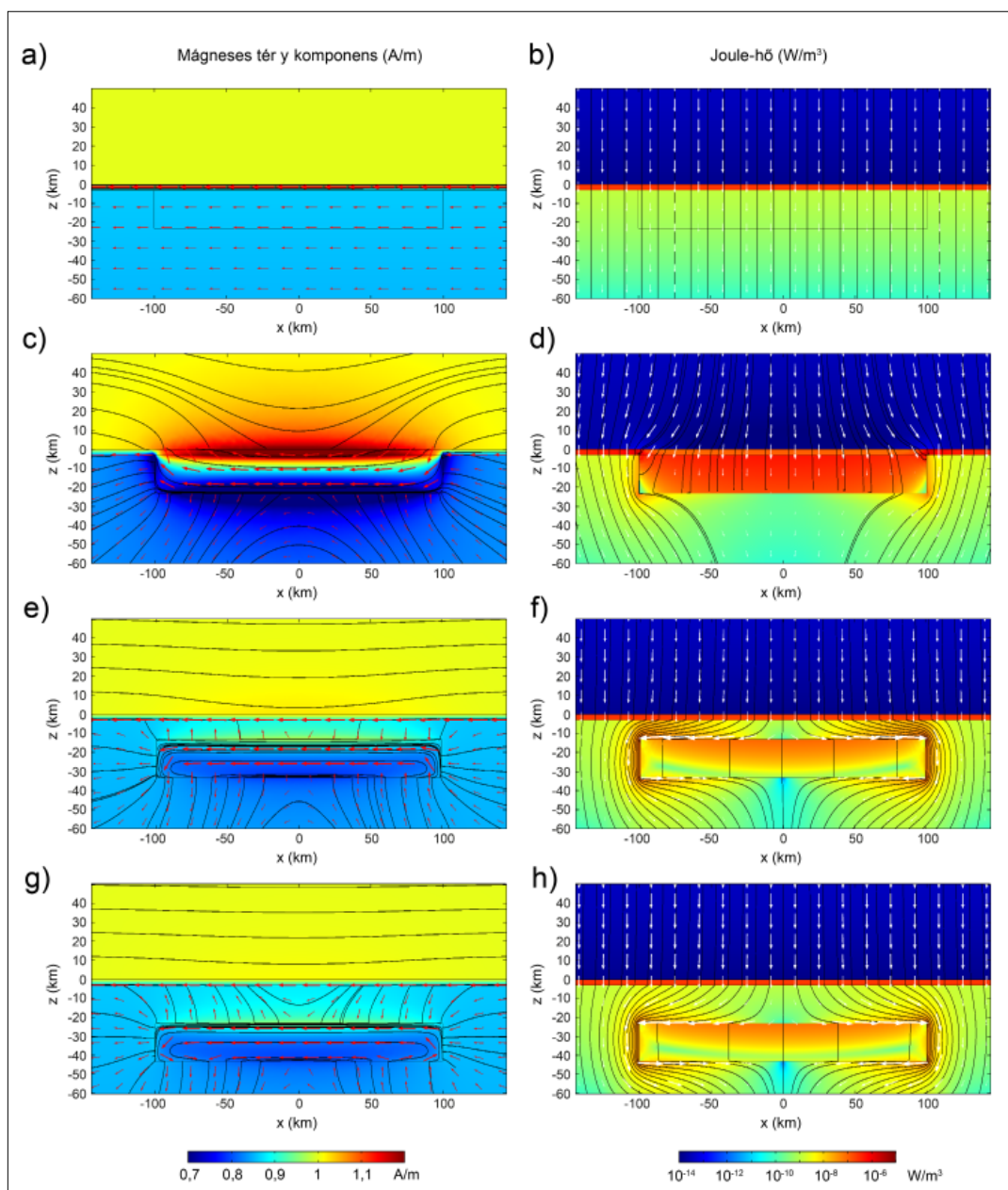
Amennyiben a nyírózóna mint ellenállásanomália jelen van a modellben, az EM tér szerkezete a nyírózóna környezetében jelentős torzulást mutat, különösen, ha annak teteje egybeesik a jó elektromos vezető üledékréteg aljával (4c. ábra). Ha a nyírózóna nagyobb mélységben található (4e,g. ábra), a mágneses tér és az áramvonalak szerkezete kisebb mértékben módosul, ami a felszíni MT-mérések szempontjából lényeges különbség. A nyírózónában az EM forrás által indukált áramsűrűség kiemelkedő, és a modellekben hozzáad a felszíni mágneses tér amplitúdójához. Megfigyelhető, hogy az ellenállás-anomália környezetében az áramtér jelentős térrészben rendelkezik a horizontálistól eltérő áramkomponensekkel, ami a felszíni mágneses tér z komponensének megjelenését okozza.

Energetikai szempontból a referenciamodelben az EM tér diffúziójának iránya fentről lefelé történik (4b. ábra), energiaveszteség elsősorban a jól vezető üledékrétegben

keletkezik, így a litoszférában az EM tér már kisebb energiával rendelkezik. Mivel a réteg nagy ellenállással bír, a további veszteség mértéke elhanyagolható, így ezután a jel energiaelnyelése főként a félvégtelen asztenoszféra-ban történik. A nyírózóna jól vezető környezetében az EM tér diffúziójának iránya is megváltozik (4d,f,h. ábra), látszólag megkerüli azt, emellett a Poynting-vektor iránya merőleges az áramvonalakra. Energiaveszteség tekintetében különbség figyelhető meg a közvetlen kapcsolatban álló (4d. ábra) és az egymástól elkülönülő nyírózónát és üledékréteget bemutató modellekben (4f,h. ábra). Az előbbi esetben jóval nagyobb mennyiségű Joule-hő keletkezik, míg az üledéktől elváló nyírózóna esetében az EM tér kisebb mértékben veszít energiát a felszín alatti térrészben. Ugyanakkor közös a szimulációkban, hogy az ellenállás-anomália középső része alatt erősen lecsökken az energiaáram sűrűsége.

A nyírózóóra merőlegesen szintetikus MT-szondázási pontokat helyeztünk el a felszínen (3. ábra). A szondázások tapasztalatai természetszerűen összefüggnek az EM tér összetevőkön tapasztalt változásokkal. Az 5a–d. ábrán az öt darab nyírózóna felé tartó p1–p5 MT-szondázás TE és TM módusa látható, valamint az analitikus megoldás is fel van tüntetve, vagyis összesen 11 görbe szerepel. A kis különbségek miatt azonban több esetben átfednek és eltakarják egymást. Az 5a. ábrán a nyírózónát nem tartalmazó referenciamodelben az MT-szondázások látszólagos fajlagos ellenállása és fázisa mind TE, mind TM módusban megegyezik a háromréteges analitikus megoldással (vö. 2. ábra). A nyírózóna megjelenése a modellben akkor eredményez jelentős változást a szondázásokban, ha az közvetlen összeköttetésben van a felső üledékréteggel (5b. ábra). Továbbá az MT-mérési pont minél közelebb helyezkedik el a nyírózónához (p5 a nyírózóna felett van), annál jelentősebb eltérés tapasztalható a referenciamodel analitikus megoldásához képest. A szondázási görbékben jelentős eltérések az 5b. ábra kivételével csupán a TE módusban lépnek fel, amit definíció szerint az elektromos tér x és a mágneses tér y komponense határoz meg. Ez annak köszönhető, hogy a jó elektromos vezető nyírózóna az x – z síkban helyezkedik el. Az 5c. és 5d. ábrán megjelölt szondázási görbék azon modelleredményeket tüntetik fel, mikor a nyírózóna 10 km-rel, illetve 20 km-rel az üledékréteg alatt található. Ezekben az esetekben az analitikus megoldástól való eltérés mérsékeltebb, ahogyan ez az EM tér összetevőinek megfigyelései alapján várható volt (4. ábra).

Az 5b. ábra közvetlenül összekapcsolt nyírózóna- és üledékréteg-modellhez tartozó MT-szondázási görbéik TM módusát a 6. ábrán részletesebben is vizsgáltuk, kiemelve a látszólagos fajlagos ellenállás és a fázis kisebb eltéréseit százalékban kifejezve. Megfigyelhető, hogy a szondázások hosszú periódusai felé a látszólagos fajlagosellenállás-görbék közel állandó eltéréssel rendelkeznek a referencia analitikus megoldáshoz képest. Ezzel szemben a fázisban az eltérések nem állandók, lassan csökkennek, és nagyságukat tekintve kisebbek: 0,1–0,01-szerese a látszólagos fajla-



4. ábra Az EM tér tulajdonságainak ábrázolása a nyírózónával párhuzamos x - z tengely mentén az $y = 0$ km síkban, 100 s perióduson. A mágneses tér y komponense (bal) és a Joule-hő (jobb) (a)–(b) a nyírózóna nélküli alapmodellben, a nyírózóna teteje az üledékréteg alatt (c)–(d) 0 km, (e)–(f) 10 km és (g)–(h) 20 km mélységben. Az elektromos áram irányát fekete áramvonalak, míg annak nagyságát piros nyilak mutatják (bal). A Poynting-vektor irányát fekete áramvonalak, nagyságát fehér nyilak illusztrálják (jobb)

Figure 2 Visualization of the properties of the EM field along the x - z axis at $y = 0$ plane, parallel to the shear zone at 100 s period. The y component of the magnetic field (left) and the Joule heating (right) (a)–(b) in the base model without the shear zone, the top of the shear zone beneath the sediment layer at (c)–(d) 0 km, (e)–(f) 10 km, and (g)–(h) 20 km depths. The electrical current is represented by the black streamlines, while its magnitude is indicated by red arrows (left). Poynting vector is depicted by black streamlines, and its magnitude is illustrated by white arrows (right)

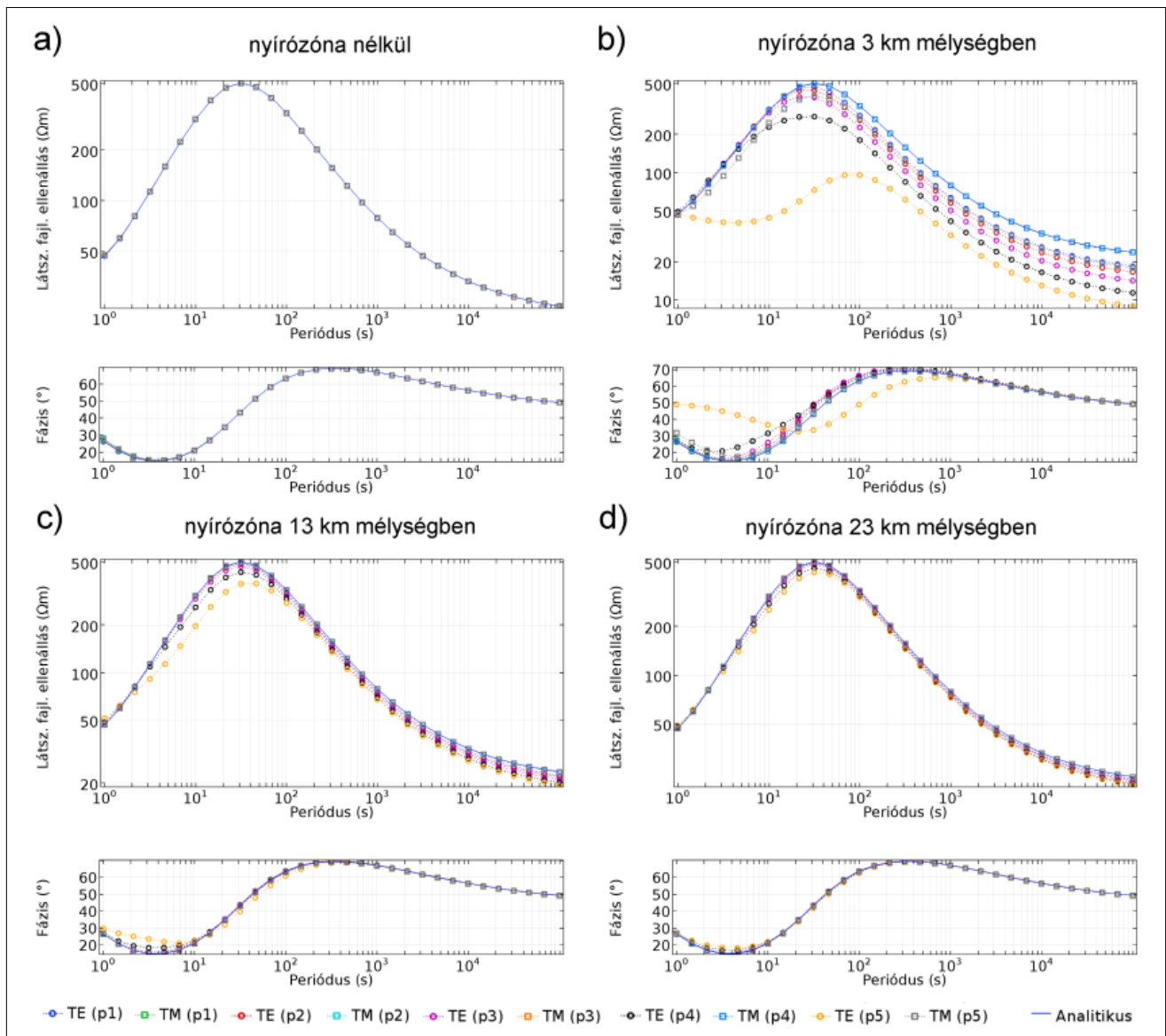
gosellenállás-görbék eltéréseinek. Az MT-szondázásoknak ezt a gyakran előforduló torzulási jelenségét statikus eltolásnak (Jones 1983, Jones 1988) nevezik, eltávolításukra a feldolgozás során számos eljárást alkalmaznak (Prácser, Kiss 2009). A nyírózóna vizsgálata során modellezett MT-szondázások görbéi többségében a periódusidő-tartomány egy részében jól láthatóan tartalmaznak statikus eltolást a látszólagos fajlagos ellenállásban.

4.2. A nyírózóna numerikus vizsgálatának tanulságai

A nyírózóna egyszerűsített modelljének vizsgálata rávilágít az MT-mérések számos tulajdonságára. A diffúziós energiatérjedés iránya a modell felső tartományából a felszín felé történik, a jó elektromos vezető közegbe érve az EM tér energiát veszít a kialakuló indukált áramokból fakadó Joule-hő révén. Az EM tér 4. ábrán bemutatott tulajdon-

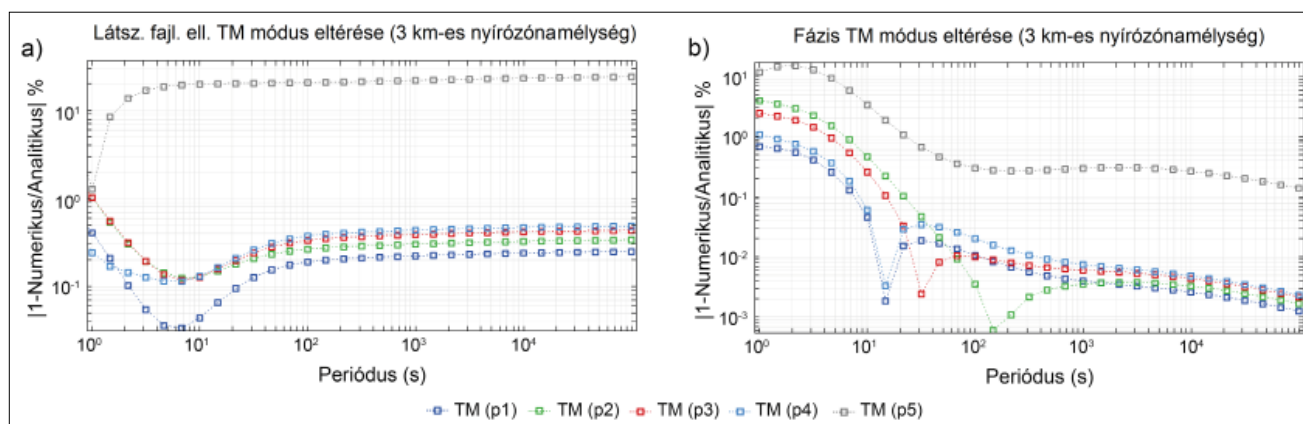
ságai a periódusidő függvényében változnak, rövidebb periódusokon a jól vezető üledékréteg és a nyírózóna az EM tér energiájának jelentős hányadát elnyeli, míg hosszabb periódusok esetén az EM tér túlnyomó része átjut a modellben szereplő litoszférán. Az EM tér a jól vezető, veszteséges térrészt igyekszik elkerülni. Közvetlenül az ellenállás-anomália alatt az EM tér energiasűrűsége lecsökken, ami annyit tesz, hogy az MT-mérések erre a térrészre kevésbé érzékenyek, más szóval, a jól vezető térrész leárnyékolja az alatta levő magasabb ellenállással rendelkező tartományt. A nyírózóna a felszínen mérhető mágneses teret és az indukált áramokat egyaránt befolyásolja, lényeges kiemelni, hogy mindezt a periódusidő függvényében teszi.

A legjelentősebb hatás akkor jelentkezik, ha a nyírózóna közvetlenül kapcsolódik az üledékréteghez. Ekkor a jól vezető térrész vastagabb, ezáltal több indukált áram keletkezik benne, ami a mágneses tér y komponensének növekedését okozza a felszín közelében. A nyírózóna geometriája az indukált áramok horizontális síkból való kilépését is előidéz, ez pedig z irányú mágneses térkomponenst eredményez, ami a felszínen is mérhető. Ezért is alkalmazzák a mágneses tér vertikális és horizontális komponensei közötti összefüggést az ellenállás-anomáliák lehatárolására (Parkinson 1962). Megjegyezzük, a szimulációkban az áramvonalak törése megfigyelhető az anomália külső határán, engedelmessé az áramvonalak törési törvényé-



5. ábra A nyírózónára merőleges felszíni szelvény mentén végzett szintetikus p1–p5 MT-mérések sorozata TE és TM módusban és az analitikus háromréteges megoldás összevetése. A látszólagos fajlagos elektromosellenállás- és a fázisszondázási görbék (a) a nyírózóna nélküli háromréteges alapmodellben, a nyírózóna mélysége az üledékréteg aljától (b) 0 km, (c) 10 km, illetve (d) 20 km mélységben

Figure 5 The TE and TM modes of the synthetic MT measurements (p1–p5) along a surface profile perpendicular to the shear zone, and comparison with the analytical three-layered solution. Apparent resistivity and phase soundings (a) in the three-layered base model without the shear zone, the depth of the shear zone beneath the bottom of the sediment layer at (b) 0 km, (c) 10 km, and (d) 20 km depths



6. ábra (a) A látszólagos fajlagos ellenállás és (b) a fázis TM módusbeli relatív eltérése az alapmodell analitikus megoldásához képest logaritmikus skálán. A nyírózóna mélysége az üledékréteg aljától 0 km

Figure 6 Relative deviation from the analytical solution of (a) the apparent resistivity and (b) the phase in TM mode on a logarithmic scale. Shear zone depth from the bottom of the sediment layer is 0 km

nek, ám a sík EM forrás és a modell további peremfeltételei, a nyírózóna határától távolodva az áramteret a horizontális síkba terelik.

A nyírózónára merőleges irányú felszíni MT-mérésekben a szondázási görbék analitikus megoldástól való eltérése annál jelentősebb, minél közelebb zajlik a mérés a nyírózónához. Tehát a felszínen, közvetlenül a nyírózóna feletti MT-mérés (p5) van leginkább kitéve az EM tér torzulásának, ezen belül is az x irányú vezetőképességgel kapcsolatba hozható TE, vagyis az E_x/H_y módus, mivel a nyírózóna x - z irányú ellenállása az anizotrópia révén jóval alacsonyabb a modell azonos mélységű részéhez képest. A 6. ábra TM módusban megjelenő látszólagos fajlagos ellenállás eltolódását azonban ez önmagában nem magyarázza, annak megjelenése az indukált áramrendszer 3D-s szerkezetéhez köthető, amely hatás a (p5) centrális helyzetű MT-mérés esetében igazán szembejövő. A nyírózóna MT-modellezése során, a látszólagos fajlagosellenállás-görbék közötti statikus eltolások az 5. és 6. ábrán, a nagy kiterjedésű ellenállás-anomália áramrendszerre gyakorolt torzító hatásának eredményei. Valós MT-szondázások esetén is megfigyelhető hasonló jelenség, ám azokat gyakran a terepi méréshez közeli kisméretű ellenállás-anomália okozza. A nyírózóna modell látszólagos fajlagosellenállás-görbéi igazolják, hogy a legrövidebb periódusokon egyik MT-szondázási görbe esetén sem tapasztalható eltolás, tehát a torzításért felelős ellenállás-anomália nem az MT-mérések közvetlen környezetében található.

5. Összegzés

Az általunk fejlesztett MT direkt problémát megoldó numerikus modellkörnyezet a kutatómódszer vizsgálatának átfogó 3D-s megközelítését teszi lehetővé. A verifikálás során a nagy pontossággal illeszkedő numerikus és analitikus megoldások MT-szondázási görbéi bizonyítják a kiválasztott EM alapegyenletek Coulomb-mértékben való megfogalmazásának helyességét. Továbbá azt is, hogy a

peremfeltétel többféle módon is alkalmasan megválasztható, közös jellemzőjük, hogy az EM tér tangenciális komponensére vonatkoznak.

A referencia- és a nyírózónával kiegészített modellek fontos tanulságai, hogy az ellenállás-eloszlás és a periódusidő-tartomány ismeretében lehet csak körültekintően megtervezni egy kellő sűrűségű, s ezáltal pontos eredményt szolgáltatató diszkretizációt, valamint megválasztani a lineáris egyenletrendszert megoldó algoritmust. Az idealizált nyírózóna 3D MT-szimulációjában a közegben indukált áramok és a mágneses tér szerkezete segít az MT-szondázási görbétrendek kialakulási okainak feltárásában. A nyírózóna ellenállás-anomáliájának numerikus vizsgálata arra is rávilágít, hogy a kisebb ellenállású térrészek közötti közvetlen kapcsolat jelentős hatást képes gyakorolni az MT-szondázási görbékre, mivel így a felszíni – azaz a mérés helyszínénél szolgáló – kisebb ellenállású üledékréteg indukált áramait az anomália közvetlenül képes befolyásolni. Ebből arra következtethetünk, hogy a felszín alatti kisebb méretű, de egymással összekapcsolt alacsony ellenállású tartományok hálózata akár erőteljesebb hatást is képes gyakorolni az MT-szondázási görbékre, mint egy nagyobb méretű, de elszigetelt, alacsony ellenállású anomália. Végezetül, a 3D MT-modellben az EM tér energiaáramának és a veszteség jellemzésére a Poynting-vektor- és a Joule-hő-mennyiséget alkalmaztuk, amelyeket gyakran használnak EM tér diffúziós folyamatainak energetikai jellemzésére, sőt a modell fizikailag pontos működésének alátámasztására.

6. Kitekintés

A COMSOL Multiphysics végesesemes programban általunk fejlesztett 3D MT numerikus modell főként az MT-szondázás tulajdonságainak megértésére és az ellenállás-modell EM jelenségek központi vizsgálatára szolgál. A munkában bemutatott ellenállás-anizotrópián túl a további közegek jellemzők, mint a mágneses permeabilitás és elektro-

mos permittivitás, akár irányokat kitüntetve is vizsgálható, valamint az ellenállás-eloszlásának geometriája tetszőleges, akár függvények vagy pontfelhők által is megadható. Ugyanakkor a felállított 3D MT-modell a valós MT-mérés-hálózatok értelmezésére önmagában nem alkalmas, azt sokkal inkább a célorientált módon kifejlesztett 3D MT inverziós feldolgozási technikák támogatják (Kelbert et al. 2014, Nádas E. et al. 2022). Ennek egy lényeges oka, hogy az általunk létrehozott 3D MT numerikus modell flexibilis paraméterezést tesz lehetővé, ami könnyedén ekvivalens modellekhez vezet az MT-mérésekhez leginkább illeszkedő közegmodell keresésekor. Ezzel szemben a 3D inverziós eljárások alapját képező direkt feladatok általában homogén, izotróp ellenállású cellákból épülnek fel, és egyszerűbb szabályszerűségeket alkalmaznak, például a rácsfelosztás tekintetében a stabilabb számítás érdekében. Tehát a két módszer kölcsönösen támogatja és kiegészíti egymást, valamint hozzájárul az MT-mérések korszerű, 3D-s technológiát igénylő térnyerésében (mind a direkt, mind az inverz feladat esetében). Végezetül megemlíjtük, hogy a kifejlesztett modellnek szerepe lehet a négydimenziós, tehát időben is változó, felszín alatti mélyebb tartományok ellenállásában bekövetkező változások monitorozásában (pl. CO₂-tározó, H₂-tározó, gáztározó, visszasajtoló geotermikus kutak).

A tanulmány szerzői

Rubóczki Tibor, Galsa Attila, Novák Attila, Prácser Ernő

Hivatkozások

- Ádám A. (1964): A kéreg és felsőköpeny felépítése Magyarországon a magnetotellurikus és relatív tellurikus frekvenciaszondázások alapján. *Geofiz. Közl.*, 13(2), 141–161.
- Chave A. D., Jones A. G. (2012): *The Magnetotelluric Method*. Cambridge University Press. 19–49. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139020138>
- Everett M. E., Chave A. D. (2019): On the physical principles underlying electromagnetic induction. *Geophysics*, 84(5), W21–W32. <https://doi.org/10.1190/geo2018-0232.1>
- Jackson J. D. (2004): *Klasszikus Elektrodinamika*. Typotex. pp. 236–241.
- Jones A. G. (1983): The problem of current channelling: A critical review. *Geophysical Surveys*, 6, 079–122.
- Jones A. G. (1988): Static shift of magnetotelluric data and its removal in a sedimentary basin environment. *Geophysics*, 53/7.
- Kaufman A. A., Keller, G. V. (1981): The magnetotelluric sounding method. *Methods in Geochemistry and Geophysics*, 15, 39–74.
- Kelbert A., Meqbel N., Egbert G. D., Tandon K. (2014): ModEM: A modular system for inversion of electromagnetic geophysical data. *Computers & Geosciences*, 66, 40–53. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2014.01.010>
- Kiss J., Prácser E. (2021): Kétdimenziós magnetotellurikus modellezés – irányanizotrópiából származó hatások vizsgálata. *Magyar Geofizika*, 62/1, 43–60.
- Kovács I. J., Liptai N., Koptev A., Cloetingh S. A. P. L., Lange T. P., Mañenco L., Szakács A., Radulian M., Berkesi M., Patkó L., Molnár G., Novák A., Wessztergom V., Szabó C., Fancsik T. (2021): The ‘pargasosphere’ hypothesis: Looking at global plate tectonics from a new perspective. *Global and Planetary Change*, 204, 103547. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2021.103547>
- Lanczos C. (1996): Linear differential operators. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. 100–308. <https://doi.org/10.1137/1.9781611971187>
- Mackie R. L., Madden T. R., Wannamaker P. E. (1993): Three-dimensional magnetotelluric modeling using difference equations – Theory and comparisons to integral equation solutions. *Geophysics*, 58(2), 215–226. <https://doi.org/10.1190/1.1443407>
- Nádas E., Gribenko A. V., Zhdanov M. S. (2022): Large-scale inversion of magnetotelluric data using regularized Gauss–Newton method in the data space. *Pure and Applied Geophysics*, 179(10), 3785–3806. <https://doi.org/10.1007/s00024-022-03147-0>
- Novák A. (2010): Elektromágneses geofizikai leképezés tenzor-invariánsokkal: a felszínközeltől a Dunántúli mélyszerkezetig. PhD-értekezés, NYME Kitabel Pál Környezettudományi Doktori Iskola. <http://ilex.eke.hu/PhD/emk/novakattila/disszertacio.pdf>
- Parkinson W. D. (1962): The influence of continents and oceans on geomagnetic variations. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 6/4, 441–449. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1962.tb02992.x>
- Prácser E., Kiss J. (2009): Magnetotellurikus mérések inverziója a látszólagos fajlagos ellenállás eltolódásának figyelembevételével. *Magyar Geofizika*, 50/1, 18–28.
- Simpson F., Bahr K. (2005): *Practical Magnetotellurics*. Cambridge University Press. pp. 15–36. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511614095>
- Van der Vorst H. A. (1992): Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 13(2), 631–644. <https://doi.org/10.1137/0913035>
- Zhdanov M. S. (2009): *Geophysical Electromagnetic Theory and Methods*. Vol. 43, pp. 233–292. Elsevier