

Eredmények és tapasztalatok a VLF módszer területén

VINCZE L.^{1,2}, NÉMETH N.³, PETHŐ G.²

¹Geoelektro Kft., 2094 Nagykovácsi

²Miskolci Egyetem, Geofizikai Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros

³Miskolci Egyetem, Földtan-teleptani Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros

E-mail: laszlo.vincze56@gmail.com, norbert.nemeth1@uni-miskolc.hu, pethogaborgeo@gmail.com

Egy rövid áttekintés után a sekély behatolású mélységgel jellemezhető, nagyon alacsony frekvenciás VLF módszer elméleti alapjait, a mérések során használt adókat, a nálunk használt műszereket, majd a mért paramétereket ismertetjük. Az esettanulmányok során először a kétréteges féltérrel történő kiértékeléssel nyert eredményekkel és tapasztalatokkal foglalkozunk. Egy 2D-vel közelíthető szerkezetre H-polarizációt feltételezve véges különbséges modellezést és trial and error interaktív inverziós kiértékelést alkalmaztunk. Az E-polarizációs esetre a vertikális mágneses térkomponens értelmezésére mutatunk be példákat. Az ismertetett esettanulmányok bizonyítják a könnyen kivitelezhető VLF módszer sokoldalú alkalmazhatóságát. Tekintettel a vizsgált módszer kis felbontóképességére, gyakran célzerű a VLF-mérést további geofizikai módszerekkel kiegészíteni. A megváltozott frekvenciájú katonai adók működése miatt az analóg műszernél új vevőblokkokat fejlesztettünk ki. Az évek során szerzett mérési tapasztalataink további műszerfejlesztéseket indokolnak.

Kulcsszavak: VLF műszerek, E- és H-polarizáció, esettanulmányok

Vincze, L., Németh, N., Pethő, G.: Results and experiences in the field of the VLF method

After a short overview, the theoretical basis of the near-surface VLF method, the transmitters used in the course of measurements, the VLF instruments applied in our country and the measured parameters are described. In the case studies, first the results and experience obtained with the two-layer half-space evaluation have been presented. Assuming H polarization for an elongated geological structure, finite difference modelling and trial and error inversion method are applied. Examples for the interpretation of the vertical magnetic field component are presented for E polarization. The presented case studies demonstrate the application versatility of the VLF method. Considering the low resolution of the method, it is often advisable to complement the VLF measurement with additional geophysical surveys. Due to changes in the operation frequency of military transmitters new receiver blocks were developed for the analogue instrument. The experience gained over the years encouraged us to do further instrument developments.

Keywords: VLF equipment, E and H polarization, case studies

Beérkezett: 2024. március 2.; *elfogadva:* 2024. május 14.

Bevezetés

A 15–30 kHz tartományban működő katonai rádióadókra alapozott VLF-EM módszert először jól vezető ércműzökök és telérek kimutatására alkalmazták nagy sikerrel, a mágneses komponensek szelvény menti mérésével. A VLF-EM módszer első alkalmazásait Paterson és Ronka (1970) publikációja foglalja össze. A földi mérésekkel szinte egy időben terjedt el a módszer légi változata is. Később a VLF-R változatnál az elektromos komponens mérésének

lehetővé tételével egyszerűen meghatározhatóvá vált a látzólagos fajlagos ellenállás és az elektromos és mágneses komponensek közti fáziseltérés, melyek a földtani térképezésben jelentős szerepet játszanak.

Magyarországon a távoli, hosszúhullámú műsorszóró adók EM terét felhasználó rádiófrekvenciás módszerek bevezetése Takács Ernő professzor nevéhez fűződik (Takács 1971). Számos mérési eredménnyel és azok értelmezésével bizonyította, hogy a sekély kutatási mélységű mérnök-geofizikai, földtani térképezési feladatoknál a kis költségű

módszer alkalmazása célravezető. A radiokip módszer alkalmazásához szükséges műszer saját fejlesztésű volt. A méréseinél használt adók elsősorban a 155 kHz-es brassói és a 629 kHz-es temesvári adók voltak. A Bükk-fennsík nagymezői részén e két frekvencián elvégzett profilmerése a radiomagnetotellurika (RMT) hazai előzményének tekinthető. Magyarországon a MÁELGI rendelkezett elsőként – 1974-től – Geonics EM16 és EM16R műszerrel (Bodoky, Polcz 2016). A műszert és működését angliai tanulmányútját követően Kakas Kristóf mutatta be. A kísérleti mérések után Tóth Csaba alkalmazta először az eljárást felszíni földtani térképezési céllal a Tapolcai-medencében. Az áttörést az alkalmazásban 1974. októberi iharkúti mérések hozták. A módszer és az EM16R műszer alkalmas volt a kis mélységű ellenállás-térképezésre és a felszínközeli bauxittek indirekt detektálására. Ezen a területen az előkutatási fázis megkerülhetetlen módszerévé vált a VLF lát-szólagos fajlagos ellenállás mérése. Az ELGI-ben kiértékelő nomogramokat készítettek kétréteges modellekre, továbbá az értelmezést elősegítő mélységtérképeket szerkesztettek. Farkas (1987) egy mérési pontban három különböző irányból sugárzó, de közeli frekvenciájú VLF adót felhasználva a VLF invariánsellenállás-módszert vezette be a magnetotellurikus kutatásban használatos impedancia-tenzor mintájára. A mérési eredményekből szerkesztett polárdiagramot és az invariánsellenállás-térképet sikeresen alkalmazták elsősorban bauxitkutatás területén.

A geofizikai műszerek közül a VLF műszer az, amelyből kereskedelmi forgalomban világszerte a legtöbbet értékesítették. Ennek megfelelően alkalmazási gyakorisága is kiemelkedő.

Az RMT módszernél a VLF sáv szűk frekvenciatartományát szélesítették ki annak érdekében, hogy a felszínközeli térrésről jobb felbontást érjenek el. A 30 kHz feletti tartományt kiterjesztették 1000 kHz-ig, ahol különböző időjeladók és műsorszóró rádióadók sugároznak. Az RMT módszerét széles körben alkalmazzák, a hidrogeológiai feladatok megoldására elsők között Stiefelwagen és Müller (1979), a kommunális lerakók jellemzésére Zacher és szerzőtársai (1996) publikáltak eredményeket. Közép- és hosszúhullámú műsorszóró adók EM terét VLF adóval kiegészítve Takács Ernő alkalmazta skalár RMT-mérésre Kömlődön a Duna árvízvédelmi gátjának vizsgálatára (Csókás és szerzőtársai 1993).

A VLF módszer elméleti alapjai

Az elektromágneses módszerek elmélete a Maxwell-egyenletekhez kapcsolódik, melyekből a telegráfegyenlet vezethető le. Ez az egyenlet idő $e^{+i\omega t}$ szerinti változást feltételezve homogén izotróp közegre a következő alakú az $\vec{E}$ elektromos térerősségvektor függvényében (teljesen hasonló az egyenlet a mágneses térvektor esetén is):

$$\Delta \vec{E} + (\mu \varepsilon \omega^2 - i\omega \mu \sigma) \vec{E} = \Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = \vec{0}, \quad (1)$$

ahol μ az abszolút mágneses permeabilitást, ε az abszolút dielektromos állandót, ω a körfrekvenciát, k a hullámszámot jelöli. Az (1) egyenlet megoldása, ha E_x komponensztételezünk fel a lefelé (z) terjedő hullám esetében:

$$E_x(z, t) = E_{x0} e^{-ikz} e^{i\omega t} = E_{x0} e^{-i\alpha z} e^{-\beta z} e^{i\omega t}, \quad (2)$$

itt E_{x0} a felszíni elektromos térkomponens, $k = \alpha - i\beta$ alakú. Így a

$$k^2 = \alpha^2 - 2i\alpha\beta - \beta^2 = \mu \varepsilon \omega^2 - i\omega \mu \sigma \quad (3)$$

egyenletből a valós és képzetes részek egyenlőségéből az α és β értékek meghatározhatóak. A gyökvonásoknál csak a pozitív értékeket figyelembe véve írható, hogy

$$\alpha = \omega \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} + 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (4)$$

és

$$\beta = \omega \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{1/2}.$$

A szkinmélység az a mélység, melyben a felszíni térérték az e -ad részére csökken. A (2) egyenlet jobb oldalán az amplitúdó mélységgel való csökkenését $E_{x0} e^{-\beta z}$ írja le, így a szkinmélység (z_s) számításához az alábbi egyenletet kell megoldani:

$$E_{x0} e^{-\beta z_s} = E_{x0} e^{-1}, \quad \text{ebből} \quad (5)$$

$$z_s = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\omega} \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{1/2}.$$

Tehát a β csillapítási tényező és a szkinmélység egymással fordítottan arányos.

A λ hullámhossz az azonos fázisú pontok közötti távolság. A (2) egyenlet jobb oldalán a fázisviselkedést a második tényező írja le, így λ az $e^{-2\pi i} = e^{-a\lambda i}$ feltételből határozható meg, amiből

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{\omega} \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} + 1 \right] \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

A lefelé terjedő síkhullám terjedési sebessége $v = \lambda / T = \lambda f$, így

$$v = \left\{ \frac{\mu \varepsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} + 1 \right] \right\}^{-1/2}.$$

A fenti általános összefüggések a VLF módszernél az eltolási áramok elhanyagolhatóságával egyszerűsödnek:

$$\alpha = \beta = \left[\frac{\omega \mu \sigma}{2} \right]^{1/2} \quad \text{miatt} \quad (8)$$

$$\left[\frac{1}{\omega \mu \sigma} \right]^{1/2} \quad \lambda = 2\pi \left[\frac{2}{\omega \mu \sigma} \right]^{1/2},$$

és ebben az esetben az EM hullám homogén vezetőképes-
ségű féltérbeli terjedési sebessége:

$$v = \frac{\lambda}{T} = 2\pi \left[\frac{f}{\pi \mu \sigma} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

A VLF módszernél használatos adók, műszerek, mért paraméterek

VLF-adók

A nagyon alacsony rádiófrekvenciás módszereknel a távoli katonai adók által emittált vivőhullámokat használjuk fel földtani-geofizikai információszerzésre. A VLF-adók antennái vízszintes vezetőképes lemezen lévő rövid vertikális elektromos monopólusoknak tekinthetők. Az adók teljesítményét és frekvenciáját úgy választják meg, hogy a tengeralattjárókkal kommunikálni lehessen. Az emittált elektromágneses hullámok egyrészt direkt úton, a föld–levegő határon felületi hullámként, másrészt a Föld–ionoszféra hullámvezetőben a felszín és alsó ionoszféra között részleges reflexióval terjednek. Az ionoszférikus hullámterjedési mód elemzése nagyon fontos eszköz az ionoszféra legalsó rétegének a vizsgálatához. Az alsó ionoszféra (D réteg első-sorban) töltéssűrűsége és magassága változik, aminek oka főleg a Nap aktivitása miatti gyorsabb és a napszak szerinti

lassúbb változások. Emiatt a mérés helyén a beérkező VLF hullám polarizációja, fázisa és teljesítménye is időben változhat. A stabilabb jelszint és az állandó hullámpolarizáció miatt indokolt a közvetlen úton terjedő VLF EM tér földtani-geofizikai célú felhasználása. A VLF-adók közül az egyik legelső a már nagy teljesítményű (1800 kW), 15–25 kHz között működő, Kalbeben épített Goliath, mely 1943-tól a II. világháború végéig üzemelt. A technika fejlődése és a hidegháborús évek hozzájárultak, hogy egyre több katonai adót építsenek. Ezek közül ma már csak nagyon kevés működik. A mi mérési gyakorlatunkban is észlelhető volt a változás, amit az 1. táblázat is tükröz.

VLF műszerek

Számos VLF geofizikai műszer létezik, melyek leírását Vincze (2023) adja meg. Ebben a fejezetben a Magyarországon is használatos kanadai analóg Geonics EM 16/16R és a francia digitális T-VLF műszereket mutatjuk be. A VLF-EM módszer első alkalmazása és az első, kereskedelmi forgalomba kerülő műszer megépítése Vaino Ronka nevéhez fűződik. Az első EM16 műszert 1965-ben adta el a Geonics. A műszerrel kapcsolatos legfontosabb gyakorlati tudnivalók a Geonics Ltd. (1979) kiadványában találhatók meg.

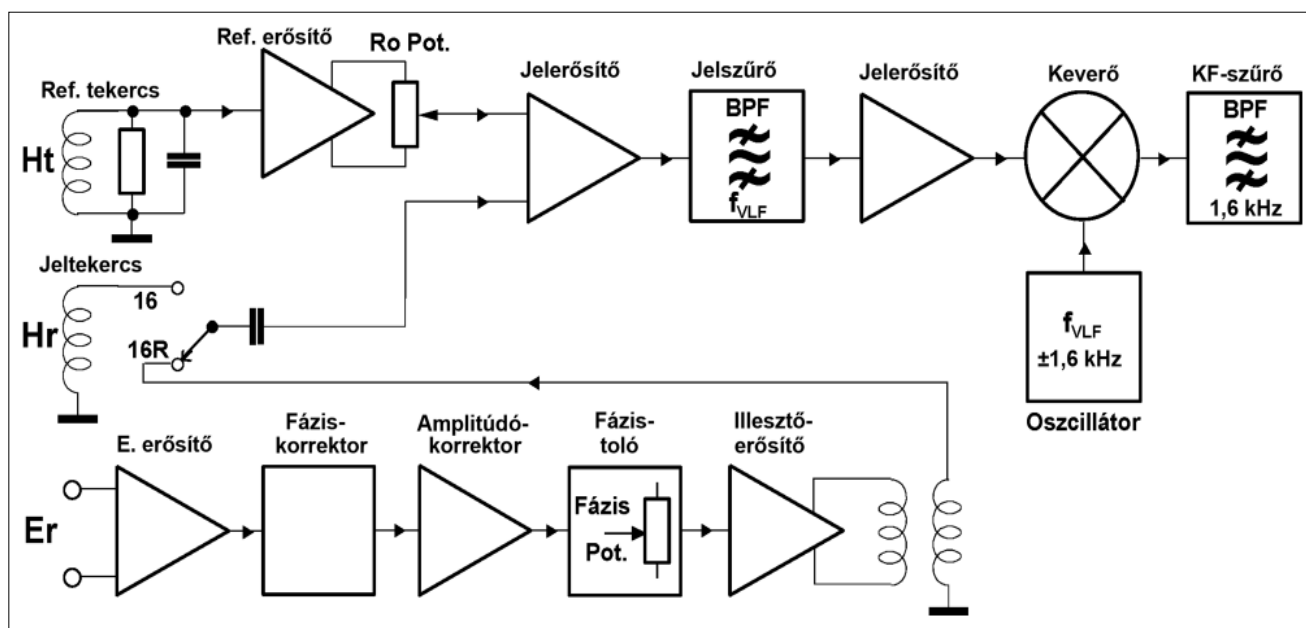
Az alpműszer két, egymásra merőleges tekercse (T alakú fogantyú, 1. kép, balra) érzékeli a mágneses teret. Az

1. táblázat | Az 1970-es évektől a 90-es évekig működő fontosabb és a jelenleg működő európai fontosabb VLF-adók
Table 1 | Important VLF transmitters working between from the 70s till the 90s and European transmitters available today

Korábbi adók		Új adók	
Adó jele	Frekvencia (kHz)	Adó jele	Frekvencia (kHz)
GBR – nem működik	16,0	RDL – időszakosan	18,10
JXZ – ritkán működik	16,4	GBZ – időszakosan	19,60
UMS – nem működik	17,1	ICV – gyakori szünet	20,27
NAA – nem működik	17,8	FTA – gyakran működik	20,90
NPM – működik	23,4	GQD – gyakran működik	22,10
		HWU – gyakran működik	22,60
		DHO – gyakran működik	23,40



1. kép | A Geonics EM16 alpműszere (balra) fajlagosellenállás-mérő EM16R opcióval (jobbra)
Picture 1 | Geonics EM16 instrument (left) with resistivity unit EM16R (right)



1. ábra | A Geonics EM16/16R műszerének blokkvázlata
Figure 1 | Schematic of Geonics EM16/16R instrument

adó frekvenciáját cserélhető hangoló blokkok határozzák meg. A műszerbe egyszerre két hangoló blokk helyezhető el, melyek közül az alkalmazni kívántat egy kétállású kapcsolóval választhatjuk ki. A műszer működése egy ún. „heterodyn” elvű rádióvevő működéséhez hasonlítható. A kiválasztott frekvenciára vonatkozó szelektivitást első körben a tekercsek hangoló kondenzátorai, majd második lépésben a jelszűrő (*signal filter*), harmadik lépésben a keverés után az ún. középfrekvenciás szűrő (*filter amplifier*)

biztosítja. A műszer blokkvázlatát az 1. ábra szemlélteti. A látszólagos fajlagos ellenállás mérésénél az alaplátszert ki kell egészíteni a fajlagos ellenállást mérő egységgel (1. kép, jobbra). A zajszűrőt tartalmazó és nagy bemeneti ellenállással jellemezhető elektródák használata nagymértékben hozzájárult a mérések jó reprodukálhatóságához.

Az Iris Instruments T-VLF műszere (lásd 2. kép) mágneses és fajlagos ellenállás üzemmódban működik. Ez a műszer már digitális méréstechnikai elemeket is használ. A blokkvázlata a 2. ábrán látható. Mágneses antennájuk szélessávú, erősítő fokozataik műveleti erősítők. Programozható, kapcsolt kapacitású hibrid szűrőket alkalmaznak. A jeleket A/D-konverterek alakítják digitális adattá és mikrovezérlői DSP funkcióval segítik a további jelfeldolgozást. A mérés eredményeket a T egységen digitális kijelző jeleníti meg, és azok belső memóriájukban eltárolhatók, majd később további adatfeldolgozásra letölthetők. A fajlagos ellenállás-mérés tetszőleges elektródaközzel végezhető.

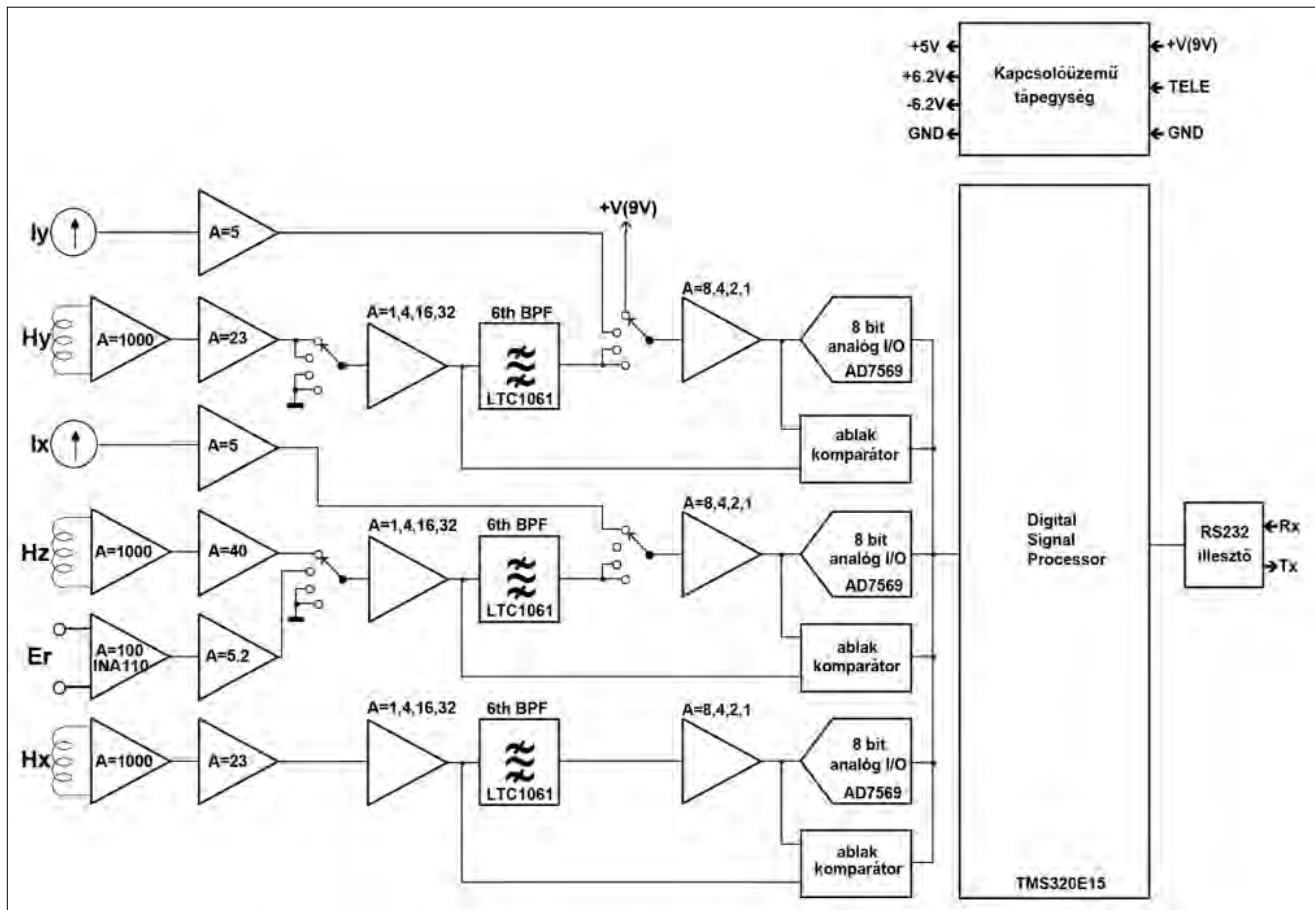
A Geonics EM 16-tal szembeni előny, hogy a VLF mágneses mérés során nem kell az adóirányra merőleges szelvény mentén haladni, az alaplátszertben lévő három tekercs tetszőleges irányú profil menti mérést lehetővé tesz. Ugyanakkor a bemeneti ellenállása kisebb, mint a Geonics műszeré, továbbá a zajérzékenysége is nagyobb, mint az analógé.

Mért paraméterek

A mért fizikai paraméterek vonatkozásában és az elméleti görbék számítása során a magnetotellurika (MT) módszerre a kiindulás, ugyanis mind az MT, mind a VLF esetén az EM tér távoli forrása miatt az elektromágneses tér síkhullámú. A különbség a két módszer által vizsgált frekvenciatár-



2. kép | Iris T-VLF műszer (jobbra) a T egységgel (balra)
Picture 2 | Iris T-VLF instrument (right) with T unit (left)



2. ábra | Az Iris T-VLF műszer blokkvázlata
Figure 2 | Schematic of Iris T-VLF instrument

tományban és a forráspolarizációban jelentkezik. A VLF módszernél a mérési pontban jellemző állandó frekvencián sugárzó adó iránya határozza meg a hullám polarizációját, ami állandó. Az MT módszernél mind a frekvencia, mind a forrástér polarizációja változik. A Cagniard (1953) által kifejlesztett MT módszer matematikai-fizikai összefüggései felhasználhatóak, így a látszólagos fajlagos ellenállás (ρ_a) és annak fázisa (ϕ) a felszíni impedanciából (Z_s) határozható meg. Az MT alapösszefüggést aktualizálva a VLF módszerre az adóiránnyal megegyező elektromos (E_r) és az arra merőleges azimutális mágneses (H_ϕ) térkomponens ismeretében:

$$\rho_a = \frac{1}{\mu\omega} |Z_s|^2 = \frac{1}{\mu\omega} \left| \frac{E_r}{H_\phi} \right|^2, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(Z_s)}{\text{Re}(Z_s)}. \quad (10)$$

Megjegyezzük, hogy felszín alatti összlet látszólagos fajlagos ellenállása a hullám dőlésével (W_s) is jellemezhető (Takács 1981):

$$\rho_a = \frac{1}{\varepsilon\omega} |W_s|^2 = \frac{1}{\varepsilon\omega} \left| \frac{E_r}{E_z} \right|^2, \quad (11)$$

ahol E_z a vertikális elektromos térkomponens. A (10) és (11) képletekben szereplő EM térkomponensek működő adók esetén mindig mérhetők, ellentétben a vertikális

mágneses térkomponenssel (H_z), amely a behatolási mélység az 1D-s esettől eltérő földtani felépítés, pl. érclelerek esetén alakul ki. Az indukciós módszereknél az elliptikusan polarizált mágneses tér létrejöttének feltételeivel és egyenleteivel Takács (1981), a VLF esetében McNeill és Labson (1991) részletesen foglalkozik. A gyakorlat számára – amennyiben az indukált szekunder tér elhanyagolható a primer térhez képest – az ellipticitásra (e) és a polarizációs ellipszis nagytengelyének vízszintessel bezárt szögére (θ) a következő közelítő összefüggések adhatók meg:

$$\tan 2\theta \approx 2 \text{Im}(H_z) \quad \text{és} \quad e \approx \text{Re}(H_z). \quad (12)$$

Ha egyetlen adóval, egy adott irányból érkező VLF hullámmal mérünk, akkor skalár mérésről beszélünk. Ha több irányból érkező VLF hullámokkal mérünk egy pontban, akkor a kissé különböző frekvenciákon kívül az 1D-től eltérő szerkezet miatt is különbözni fog a mért érték. Ekkor tenzormérésről beszélünk.

Pedersen (1998) tenzor-VLF-méréseinél (legalább két vagy több adó mérésével) a tipper vektor használatát javasolja. 1D-től különböző szerkezet esetén egy adott frekvencián a mágneses tér vertikális komponense lineáris kapcsolatban van a horizontális komponensekkel:

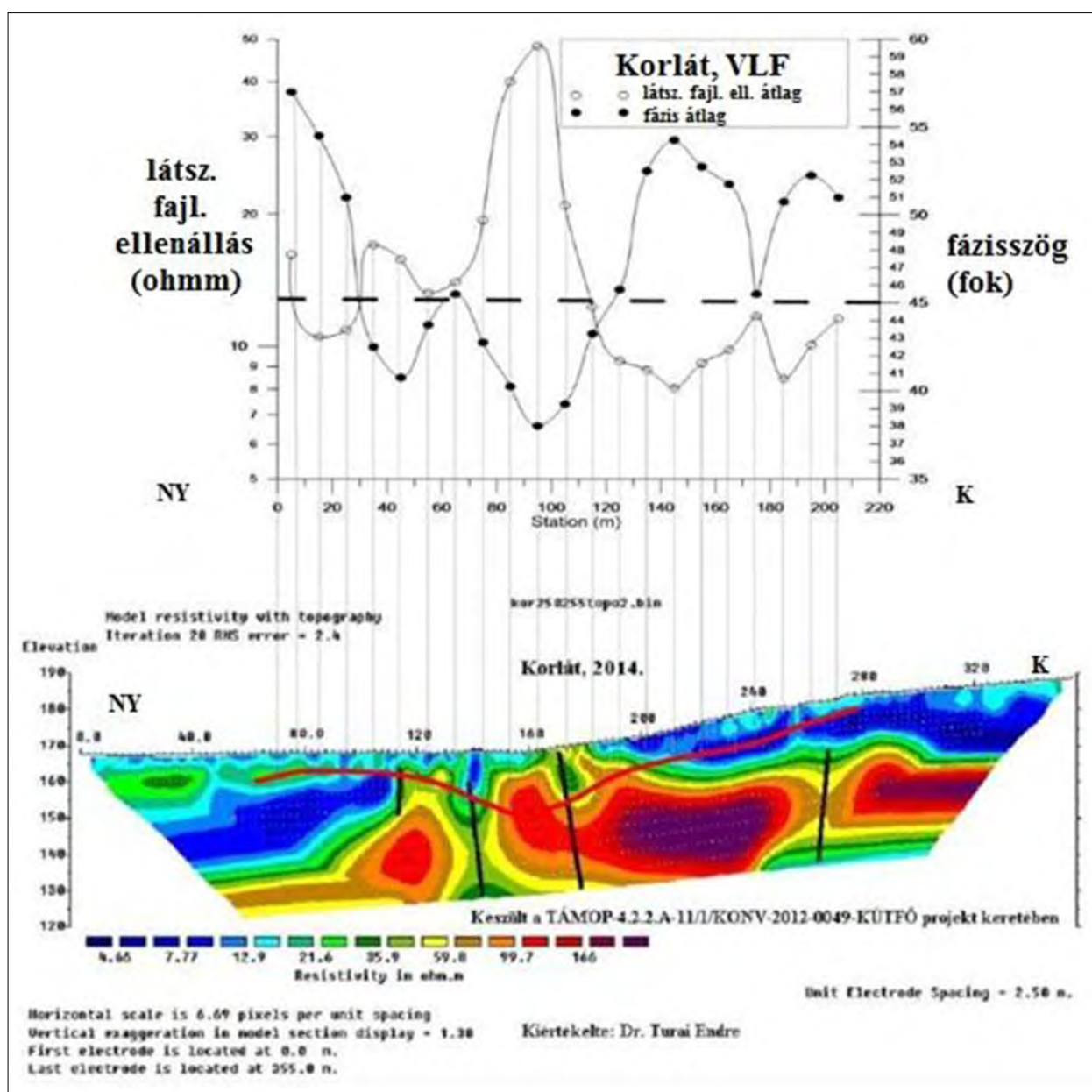
$$H_z = AH_x + BH_y, \quad (13)$$

ahol A és B a tipper vektor komponensei. A tipper vektor a gyakorlatban jól használható, ugyanis az elektromosan jó vezető zóna felé mutat.

Esettanulmányok, kétréteges féltérrel történő közelítés

Vízszintesen rétegzett homogén féltér felett nem alakul ki a H_z komponens, emiatt a rétegzett féltérrel csak a látszólagos fajlagos ellenállás mérésével kaphatunk információt. Figyelembe véve a relatíve sekély kutatási mélységet a VLF-R módszernél, elsősorban a kétréteges modellnek

van jelentősége. A két mérési adatból (látszólagos fajlagos ellenállás és annak fázisszöge) meghatározhatók a geoparaméterek, ha a három adatból az egyiket ismertnek tételezzük fel. Ezzel részletesen foglalkozik Vincze (2023). A mi gyakorlatunkban részben a Geonics (1975) által kétréteges esetre megadott nomogramokat, másrészt Griesmann és Reitmayer (1978) által közölt 1D-s inverziós formalizmust alkalmaztuk a kiértékelés során. 1D-s esetre az impedanciafázis 45° -tól való eltérése értékes információt hordoz a fajlagos ellenállások viszonyáról. Ha a mért fázisszög 45° , akkor a behatolási mélységig homogénnek tekinthető a féltér. Bebizonyítható, hogy ha $\varphi < 45^\circ$, akkor $\rho_2 > \rho_1$ (azaz a szkinmélységig növekvő fajlagos ellenállás),



3. ábra | Francia VLF-adókkal mért látszólagos fajlagos ellenállás és fázisszövevény (fent), multielektódás látszólagos fajlagosellenállás-mérés kiértékelése (lent)

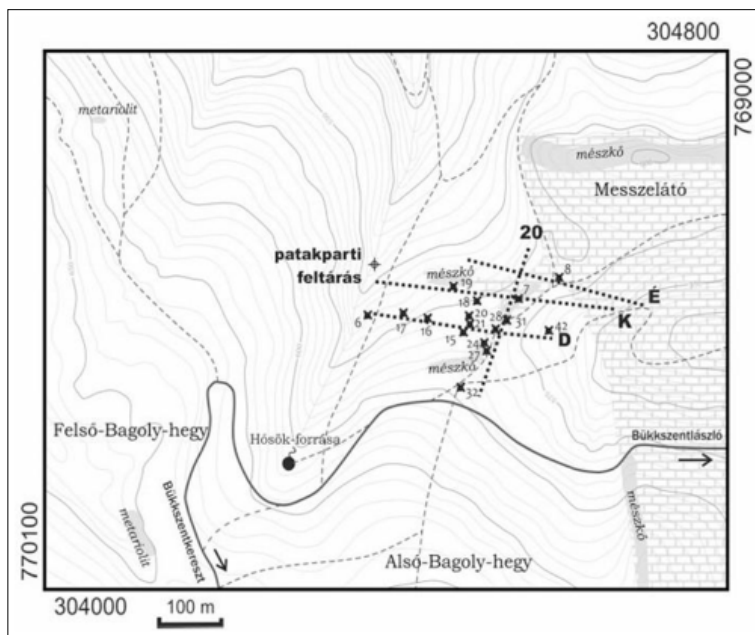
Figure 3 | Apparent resistivity and phase measurement with French VLF transmitters (top), interpretation of multielectrode resistivity measurement (bottom)

míg $\varphi > 45^\circ$ esetén viszont $\rho_2 < \rho_1$ (azaz a szkinmélység csökkenő fajlagos ellenállás) esete áll fenn. Nem homogén felső réteg esetén nem végeztünk inverziós kiértékelést, hanem csak a látszólagos fajlagos ellenállás és fázis szelvény menti viselkedését vizsgáltuk. Először az ezen alapuló minőségi kiértékelésre látunk példákat – gyakran más geofizikai módszerek eredményeit is felhasználva –, majd inverziós kiértékelést mutatunk be.

A korláti VLF-mérések és értelmezésük

A Korlát község vízellátását biztosító langyos vizű termelőkút közelében (É-i szélesség: $48^\circ 22' 25''$; K-i hosszúság: $21^\circ 14' 24''$) végzett geoelektromos (multielektródás látszólagos fajlagos ellenállás, indukált polarizációs), továbbá VLF-mérésekkel a Hernád-vonalhoz tartozó törésszerkezeti sikerült kimutatni, amely a termelőkút hozamát biztosítja. A két mérési vonal közel K–NY-i irányú volt, a VLF-mérésekhez – mivel a korábbi adók csak ritkán vagy egyáltalán nem működtek – az FTA (Sainte Assise, 20,9 kHz) és a HWU (Rosnay, 22,6 kHz) adók terét használtuk fel. A mérés során T-VLF digitális és Geonics EM16R analóg műszereket használtunk. Ezen adók vizsgálatához az analóg műszer esetén új vevőblokkok fejlesztésére volt szükség, melynek részleteit Vincze tanulmánya (2015) tartalmazza. Mivel a két közeli adófrekvencia és közel megegyező adóirány miatt a négy mérés (mindkét műszerrel mind a két frekvencián mértünk) jó egyezést mutatott, a mért látszólagos fajlagos ellenállás és azok fázisértékeinek átlagolása indokolt volt. A VLF-mérés eredményét és a multielektródás mérés kiértékelését a 3. ábra mutatja. A mérési terület környezetében a miocén andezitre a Her-

nád völgyére jellemző agyagos üledék néhány méter vastagságban települt. Az agyagos üledék fajlagos ellenállása 5–10 ohmm volt, az andezit 40–180 ohmm. Az itt bemutatott szelvényen a mért látszólagos fajlagos ellenállásból a két hasonló frekvenciára számított szkinmélység 9 és 25 m között változott, amit a 3. ábra alsó részén feltüntetett vastag piros folytonos vonal mutat. Figyelembe véve a multielektródás látszólagos fajlagosellenállás-mérés kiértékelését megállapítható, hogy csak a szelvény középső, 110–180 m (multielektródás mérés) közötti szakaszon hatol be a VLF tér az andezitig. Ez a VLF szelvényen a 35–115 m-nek felel meg. Itt 45° -nál kisebb fázisszögek jelentkeznek, ezen kívüli szakaszokon 45° -nál nagyobbak a fázis értékek, és kisebb fajlagosellenállás-értékek jelentkeznek, ami megfelel az 1D-s kétréteges elméletnek. A multielektródás szelvény 140 m-nél jelentkező látszólagos fajlagos ellenállás csökkenését is mutatja a VLF szelvény 60 m-nél. A termelőkút vízhozamát eredményező vetők helyét az alsó ábrán a fekete, közel függőleges vonalak mutatják (Turai és szerzőtársai 2015). A VLF módszer felbontóképessége természetesen nem közelítheti meg a multielektródás méréssel nyerhető, azonban a szkinmélységig egy átlagos fajlagos ellenállás megadható és a kétréteges közelítést feltételezve a fajlagos ellenállás mélységben növekvő vagy csökkenő viselkedése nyomon követhető. Az ezzel párhuzamos, 70 m-re D-re lévő szelvény alatt az andezit nagyobb mélységben található, a két szelvényen mért fázisértékek összehasonlításából a vetőzóna csapása ÉK–DNY-i irányú. A korláti esettanulmány kapcsán ki kell emelni, hogy a VLF értelmezést szükséges volt multielektródás adatgyűjtéssel és interpretációval kiegészíteni.



4. ábra Földtani képződményeket, VLF-mérési vonalakat (pontosított vonal) és a kiértékelés során felhasznált korábbi sekélyfúrások (x-szel és számmal jelölve) helyét szemléltető térkép

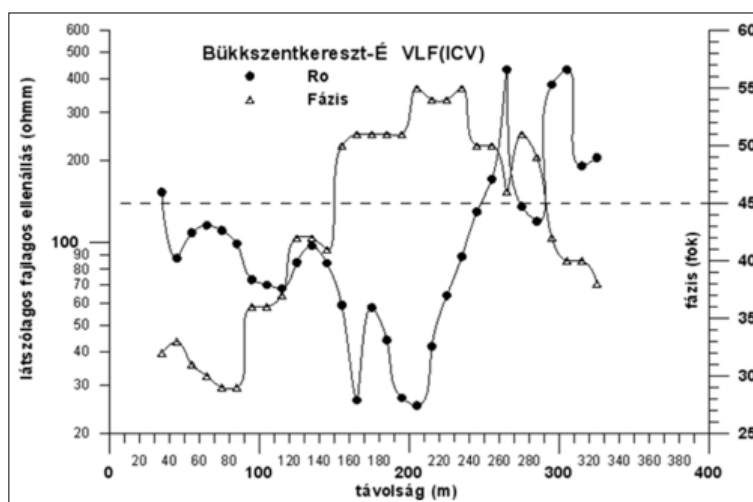
Figure 4 Map showing formations, VLF measuring profiles (dot line) and shallow boreholes (denoted by x with number) drilled earlier and used for interpretation

A bükkszentkereszti kutatás

A Bükkszentkereszt és Bükkszentlászló közötti kutatási terület egy szerkezeti határzóna közelében helyezkedik el, ahol részint tömeges Bükkfennsíki Mészko, részint tűzköves Felsőtárkányi Mészko érintkezik tektonikusan a Bagolyhegyi Metariolittal (Németh és szerzőtársai 2023). Ehhez a formációhoz kapcsolódik a mangánoxidos, és foszfatitos, berillium- és urándúsulást tartalmazó kőzetanyag (Szabó, Vincze 2013), mely a mállott szericitpalában szeszélyes és változó vastagságú, kiékelődő lencséké széttagolt réteget alkot, és amelyre a kutatás irányult (Zajzon és szerzőtársai 2014). Korábban, a területen az U-tartalmú érces kőzettestek lehatárolása a fúrásokban elvégzett természetesgamma-mérések révén csak részben történt meg. Az általunk elvégzett felszíni radiometriai mérésekkel (Németh és szerzőtársai 2015) elsősorban a lejtőtörmelék, illetve a szálban álló kőzetek felett az ép kőzet *in situ* radiometriai jellemzőit tudtuk megállapítani. Csak a patakparti feltárásnál (4. ábra) sikerült magas U-tartalmú apatitos kőzetet kimutatni. Ennek mért urántartalma átlagértékben mintegy harmincszoros a metariolithoz képest, a legnagyobb mért érték meghaladta a 240 ppm-et. Felszíni térképezés útján nem lehet egyértelmű kőzettesthatárokat meghatározni a területen, amit a változó vastagságú kőzetmálladék jelenléte indokol. A fúrások mindegyikében (elsősorban a teljes iszapvesztés miatt) nem történt fajlagosellenállás-mérés. Viszont ahol végeztek, ott megállapítást nyert, hogy a területen előforduló kőzetekre jellemző fajlagosellenállás-intervallumok átfedik egymást. Például a kovás, főként kvarcból és földpátokból álló metavulkanit fajlagos ellenállása nagyobb is lehet, mint a mészkoé, de fordított helyzet is fennállhat nagyobb lemezszilikát-tartalom esetén. A relatíve sűrűn elhelyezkedő sekélyfúrások (4. ábrán x-szel és számmal jelöltek) között rétegtani korrelációt gyakorlatilag nem lehetett végezni a nagyfrekvenciás térbeli változások miatt.

A VLF-szelvények helyzetét a 4. ábra pontozott vonalai mutatják, az É-i szelvényhez közel mágneses, a D-i szelvény mentén pedig multielektrodás fajlagos ellenállás és GP-mérés is volt (Pethő és szerzőtársai 2014). A Bükkszentkereszt-É profil mentén mért VLF látszólagos fajlagos ellenállás és fázisértékek viselkedése eltér a többi szelvénytől, kivéve a középső, K jelű szelvény K-i részétől. Az Északi szelvény K-i oldalán (5. ábra, jobb oldali rész) megjelenő, szálban álló, nagyobb fajlagos ellenállású mészkovet Ny-i irányban egy jelentősen alacsonyabb látszólagos fajlagos ellenállású rész követi. A középső szakaszon 150 m és 230 m között egy minimumzóna jelentkezik. Ettől balra, Ny-on, egy emelkedő látszólagos fajlagos ellenállású, átlagértékben 100 ohmm-es rész rajzolódik ki. Utóbbiról a fázissal együtt valószínűsíthető, hogy törmelékkal fedett metariolit. Az is feltételezhető, hogy a metariolit Ny-i irányban nagyobb fajlagos ellenállásúvá válik, és/vagy a felszínhez közelebb kerül. A szelvénytől É-ra található Bszk-8 sekélyfúrásban kb. 30 m vastagságú mészko alatt található a bontott metariolit, ami nagyobb kiterjedés esetén indokolná, hogy a fázisérték a szelvény középső szakaszán 45°-nál nagyobb. A területen általában a 45°-nál kisebb fázisértékeket mértünk, azaz általában a szkinmélységig a kőzetmálladék alatti nagyobb fajlagos ellenállású kőzet a legjellemzőbb felépítés. Összevetve az É-i szelvény VLF eredményeit a K jelűével megállapítható volt a két szelvény korrelációja a K-i részen (Pethő és szerzőtársai 2014). A földtani ismereteink és eddigi VLF-mérési tapasztalataink alapján is valószínűsíthető, hogy a két szelvényen egy vető hatása jelentkezik, melynek csapása közel ÉNy-DK-i. Az É-i irányban kiszélesedő vetőzóna felszínén mérhető hatása az 5. ábrán 200 m és 260 m között jelentkezik (Pethő és szerzőtársai 2014), ami a mágneses mérések értelmezésével összhangban volt.

A hatékonyabb vetőkutatás érdekében a bemutatott szelvény mentén ajánlható a multielektrodás látszólagos fajlagos ellenállás és a VLF H_z -mérése. Ez utóbbi méréséhez szükséges E polarizációt eredményező működő adó a



5. ábra VLF látszólagos fajlagos ellenállás és fázisszelvény vetőkutatási céllal a Bükkszentkereszt-É profil mentén
Figure 5 VLF apparent resistivity and phase response along profile Bükkszentkereszt-É for fault exploration

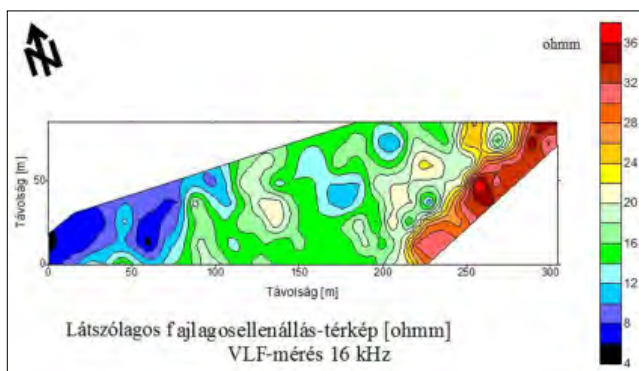


6. ábra VLF-mérések területe (fehér sokszög)
Figure 6 Site of VLF measurements (white polygon)

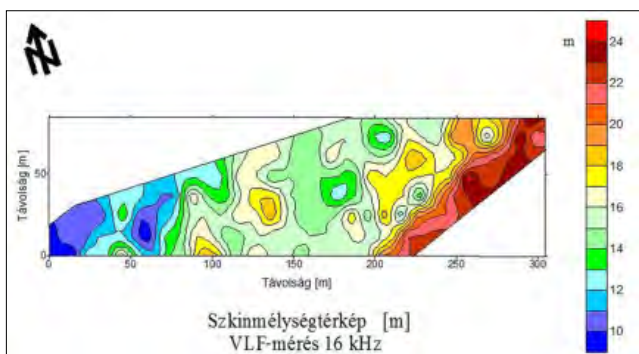
mérésünk idején nem volt, a méréshez használt olasz adó (ICV) közelítőleg H-polarizációt eredményezett. A bükkszentkereszti berilliumdúsulás kutatásával kapcsolatban pedig megállapítható, hogy a geokémiai és ásvány-kőzettani vizsgálatok mellett további geológiai-geofizikai kutatások (pl. földradar is) szükségesek az érces közettestek lehatárolására.

Fedett kommunális hulladéklerakó feletti VLF-mérés

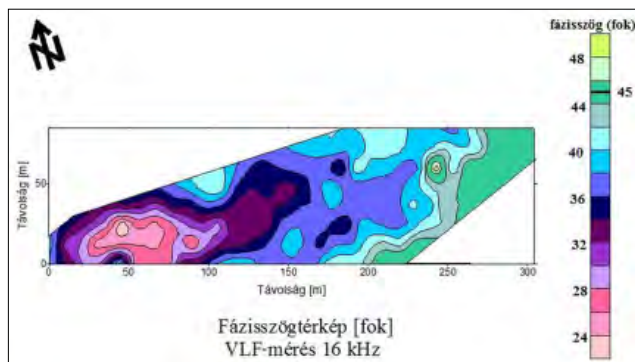
A következőkben a VLF módszer használhatóságát vizsgáljuk meg egy földtakarásos depónia esetében. A kommunális hulladéklerakó a Miskolc–Budapest vasútvonaltól K-re, a 35. számú főúttól D-re található (É-i szélesség: 47° 59' 12"; K-i hosszúság: 20° 50' 31"). A kommunális hulladéklerakó felett több éven át elsősorban hallgatói geofizikai mé-



7. ábra Fedett kommunális lerakó felett mért látszólagos fajlagosellenállás-térkép
Figure 7 Distribution of apparent resistivity measured over the covered landfill



8. ábra Szkinmélységtérkép a fedett kommunális lerakó esetében
Figure 8 Skin-depth map for the covered landfill



9. ábra A fedett kommunális lerakó felett mért látszólagos fajlagosellenállás-fázistérkép
Figure 9 Distribution of apparent resistivity phase measured over the covered landfill

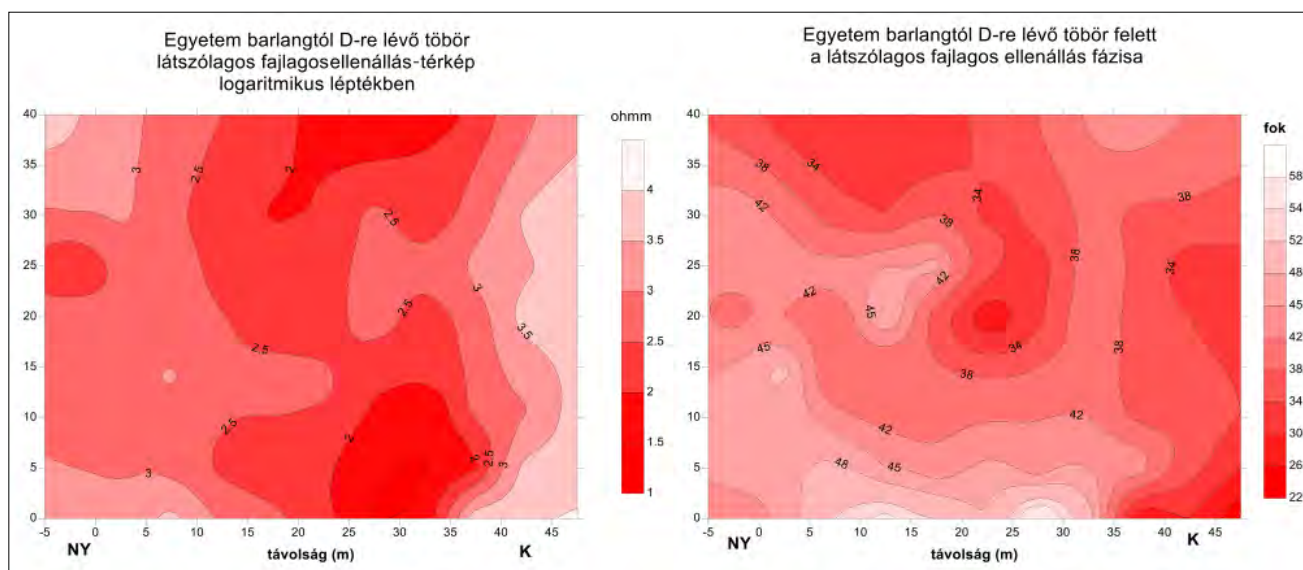
rési gyakorlatok voltak. A helyszín és a VLF-mérési terület határvonala fehér poligonon jelölve a 6. ábrán látható.

Az ÉNY-i (adóirányú) szelvények 15 m-re helyezkedtek el egymástól, a 16 KHz-es GBZ-adó terét vizsgáltuk. A látszólagos fajlagosellenállás-térképet a 7. ábra, az ebből számítható szkinmélységtérképet a 8. ábra, az adó irányú elektromos tér- és az arra merőleges mágneses térkomponens közötti fázisszögérték területi eloszlását a 9. ábra mutatja.

A látszólagos fajlagosellenállás- és fázistérkép alapján (7. és 9. ábra) megállapítható, hogy a hulladéklerakó NY-i része a legszennyezettebb, és a vizsgált terület nagyobb, középső részén is helyeztek el hulladékot. A K-, DK-i rész, amely 30 ohmm-nél nagyobb látszólagos fajlagos ellenállással és 45°-os fázisszöggel jellemezhető pedig nem szennyezett. Ez utóbbi terület részén a VLF-mérés alapján ismeretlen vastagságú homokos kavicsréteg valószínűsíthető. A szkinmélység a területen ezen a frekvencián 10 m és 24 m közötti. A 16 kHz-es VLF-mérés alapján a felszín alatt a szennyeztelen részen 25 m mélységig agyagréteg nem mutatható ki. Az itt elvégzett további mágneses és multielektrodás fajlagosellenállás- és indukált polarizációs mérések szintén alkalmasnak bizonyultak a földtakarással fedett depónia laterális lehatárolására. A legjobb felbontóképességgel a multielektrodás mérések rendelkeztek, melyek segítségével következtetni lehetett a mesterséges szigetelő réteg hiányára, a természetes szigetelő (agyag-) réteg szkinmélység alatti meglétére, és a szennyezettség mélységbeli tovaterjedésére is (Turai és szerzőtársai 2017). Tekintettel arra, hogy a hulladéklerakó védőgáttal és aljzatszigeteléssel sem rendelkezik, ezért a kommunális lerakóból a csapadék hatására lefelé és kifelé is a szennyeződés további terjedése várható.

Az István-lápai töbr vizsgálat VLF fajlagosellenállás-méréssel

Az István-lápadban (Bükk hegység) a karsztperemi töbrök egyikét vizsgáltuk meg, mely a Szentistvánhegyi Meta-vulkanit Formációtól D-re helyezkedik el a Bükkfennsíki Mészki kibúvásán, és az Egyetem-barlanghoz képest a leg-

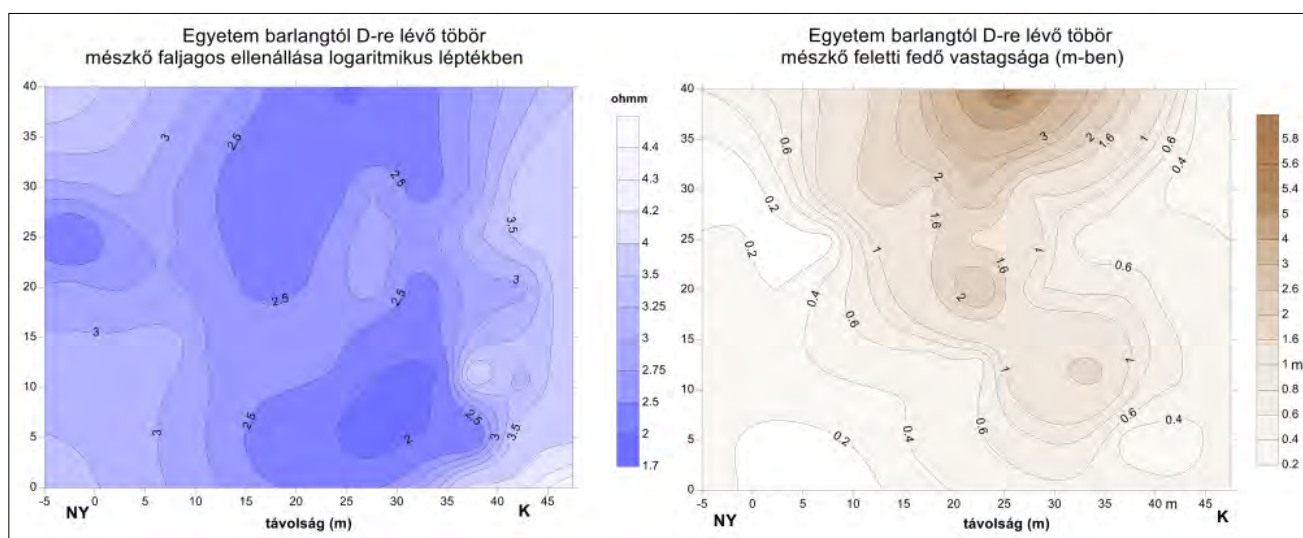


10. ábra Egy bükki töbörben mért VLF látszólagos fajlagosellenállás- és fázistérkép
Figure 10 VLF apparent resistivity and phase map measured in a sinkhole of Bükk Mountains

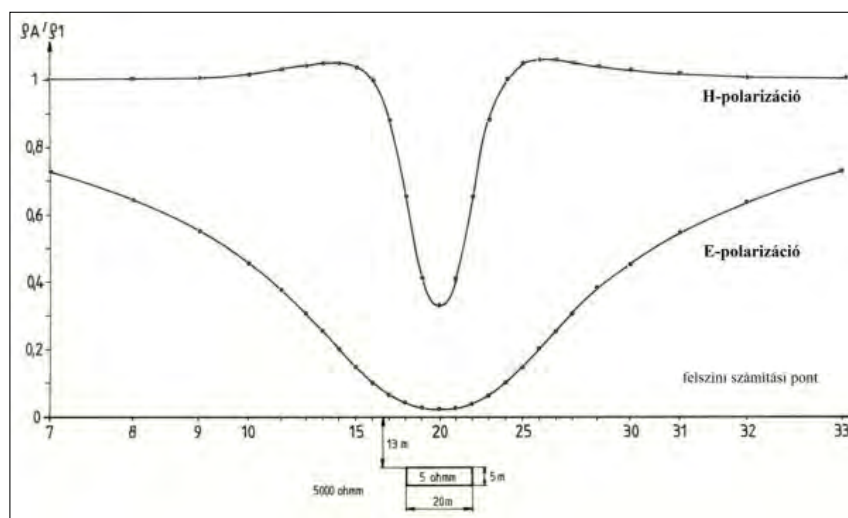
közelebbi D-i töbör (É-i szélesség: $48^{\circ} 06' 01''$; K-i hosszúság: $20^{\circ} 36' 20''$). A méréshez alkalmazott DHO-adó frekvenciája 23,4 kHz volt. A VLF-mérések kiértékelése során pontonként 1D-s kétréteges felépítést tételeztünk fel. Az agyagos fedőképződmény fajlagos ellenállását állandónak, 30 ohmm-nek véve a Grisseman és Reitmayer-féle inverziós eljárást (1978) alkalmaztuk. A mért látszólagos fajlagosellenállás- és fázistérképet a 10. ábrán, a kiértékelés során kapott fedő vastagság- és a mészkő fajlagosellenállás-térkép a 11. ábrán látható.

A térképek alapján állítható, hogy az alapkőzet fajlagos ellenállása széles intervallumban (100–5000 ohmm) változik, és a középső, közel É–D-i irányú sávban kisebb a mészkő fajlagos ellenállása. A jóvezető-kitöltés mennyisége közel ebben a sávban – a karsztos repedések felett – a legnagyobb (Sűrű és szerzőtársai 2014). Nem zárható ki a D-i

szakaszon egy vízzáró képződmény mélyebb szintbeli előfordulása sem a fázisadatok alapján, azonban valószínű, hogy ez inkább a felszínközeli mészkő anizotrópiájával indokolható. A töbör alját fedő talajosodott málladék vastagsága csak a vizsgált terület É-i részén, középen haladja meg a 3 m-t, a D-i részen 0,5 m alá csökken. Ebben a töbörben spektrális természetesgamma-mérést is végeztünk, a természetesgamma-dózisteljesítményt döntően a töbörkitöltő agyag vastagsága határozza meg. Az itt található agyagban a legfontosabb radioaktív izotóp a ^{40}K , mely a töbör felett É-ra kibúvó metaandezitből származik. Az István-lapai töbör és közvetlen környezete (és általában a fedett karsztos képződmények) részletesebb geofizikai vizsgálatához további, elsősorban mágneses, multielektrodás fajlagosellenállás-, szeizmikus refrakciós és georadarmérések javasolhatók. Karsztban kialakuló barlangok hosszúhullá-



11. ábra Egy bükki töbörben a mészkő fajlagos ellenállásának és a fedővastagságnak a térképe
Figure 11 Resistivity distribution of limestone and the thickness distribution of the overburden in a sinkhole of Bükk Mountains



12. ábra E- és H-polarizációs normált látszólagos fajlagos ellenállás hosszan elnyúlt vezető inhomogenitás felett 16 kHz-en
Figure 12 Normalized apparent resistivity responses for the two polarizations over an elongated conductive inhomogeneity at 16 kHz

mű és VLF-adók alkalmazásával történő kimutathatóságára hazánkban korábban Majoros (1969), Pethő és Újszászi (1975), Ficsór és szerzőtársai (1989) végeztek vizsgálatokat.

Karsztos területek vízbázisvédelme szempontjából kiemelt jelentősége van a karsztos területek fedőképződményei paraméterei (fedő képződmény vastagsága, szennyezőanyag megkötő képessége, vertikális és horizontális szivárgási tényezője) és az alatta lévő mészkő hidrogeológiai paraméterei meghatározásának. Sásdi (2017) ismerteti a Bükk hegység jó, közepesen vízvezető, vegyes tulajdonságú és vízrekesztő formációit, továbbá a korábbi kutatások eredményeit is, figyelembe véve a Bükk hegység fontos hidrogeológiai összefüggéseit. Karsztos területek vízbázisvédelme érdekében megkerülhetetlen a megfelelő geoterületek koordinált terepi és laboratóriumi együttműködése.

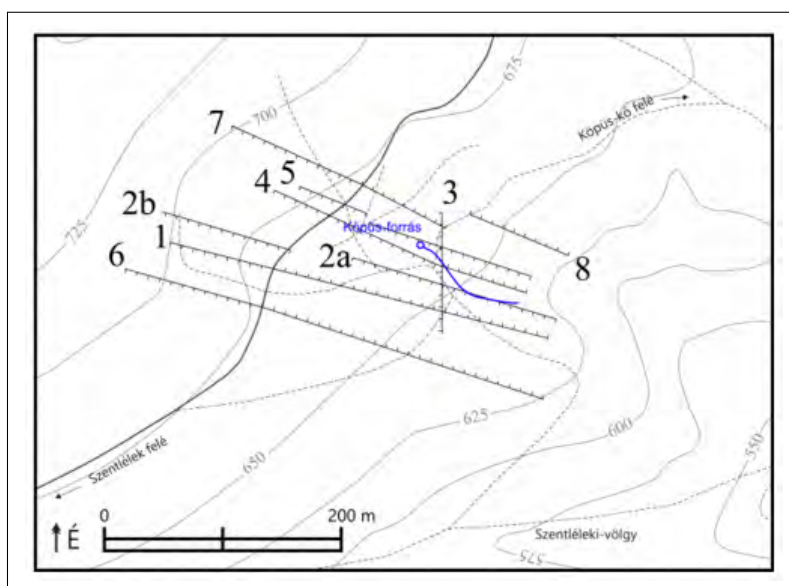
Esettanulmányok, felszínközeli 2D-s szerkezetek kutatása VLF módszerrel

A VLF módszernél a 2D-vel közelíthető szerkezetek kutatása során a legfontosabb kérdés a szerkezet csapásvonala és az adóirány által közbezárt szög viszonya. Abban az esetben, ha a két irány egybeesik, akkor E-polarizációról van szó (lévén az E_r komponens csapásirányú). Ilyenkor E_r mellett az azimutális mágneses tér (H_ϕ) és a vertikális mágneses térkomponens (H_z) mérhető. Elektromosan jó vezető képződmény esetén az áramcsatornázás jelensége a domináns a képződményben folyó, mágneses tér által indukált áram miatt. Ennek eredménye a H_z mágneses térkomponens kialakulása, amely tisztán földtani eredetű (Takács, 1971). A másik kitüntetett esetben az adóirány a szerkezeti csapásvonalra merőleges, így H-polarizációról van szó, ugyanis az azimutális mágneses tér komponens egybeesik a szerkezeti csapásvonallal (Pethő, 2012). Ekkor az adóirányú elektromos térkomponens dőlésirányú. A harmadik

komponens a vertikális elektromos tér komponens, mely a VLF mérésekben ritkábban használatos, mint az előbbi kettő. H-polarizációnál a galvanikus hatás (vertikális határfelületek mentén frekvenciától független elektromos töltés felhalmozódás) teszi lehetővé a szerkezet kimutathatóságát. A két polarizációt leíró egyenlet homogén izotróp esetben a csapásirányú komponensekre nézve ugyanaz a Helmholtz-féle parciális differenciálegyenlet (lásd A. Melléklet). Taylor sorfejtést és a megfelelő belső határfeltételeket alkalmazva kapjuk meg a véges differencia egyenleteket. Pl. egy vertikális határfelület mentén lévő rácspontokra az E-polarizációnál az adóirányú elektromos térkomponens és a vertikális mágneses térkomponens folytonosságát, míg H-polarizációnál az azimutális mágneses tér komponens és a vertikális elektromos tér komponens folytonosságát kell érvényesíteni (Takács, 1981). A Maxwell-egyenletekből következik, hogy H-polarizációnál a modellezés során a levegőre nem kell rácsot fektetni. Az ismeretlenek a rácspontbeli csapásirányú komponensek, melyekből a Maxwell-egyenletek véges differenciás megfelelői alapján közelíthető a másik két komponens, továbbá a felszíni látszólagos fajlagos ellenállás is. A 12. ábra a két polarizációra vonatkozó, véges különbségek módszerével egy vízszintesen hosszan elnyúlt hasáb alakú szerkezet felett számított normált (a normálás a felszín közeli réteg fajlagos ellenállására történt) látszólagos fajlagos ellenállás szelvényt mutatja. Erre a szerkezetre a H-polarizáció adja a jobb kimutathatóságot (Ficsór és szerzőtársai 1989).

Köpüs-forrás, VLF látszólagos fajlagosellenállás-mérés és kiértékelése

A Köpüs-forrás egy kis hozamú, a Bükk-hegységben lévő Köpüs-tető D-i oldalán – nem a völgyben – fakadó forrás, amely rövid felszíni lefolyás után elnyelődik a meredekebbé váló hegyoldalon. Mind a víz kilépése fölött, mind pedig az elnyelődése körül bitumenes Nagyvisnyói Mészkő

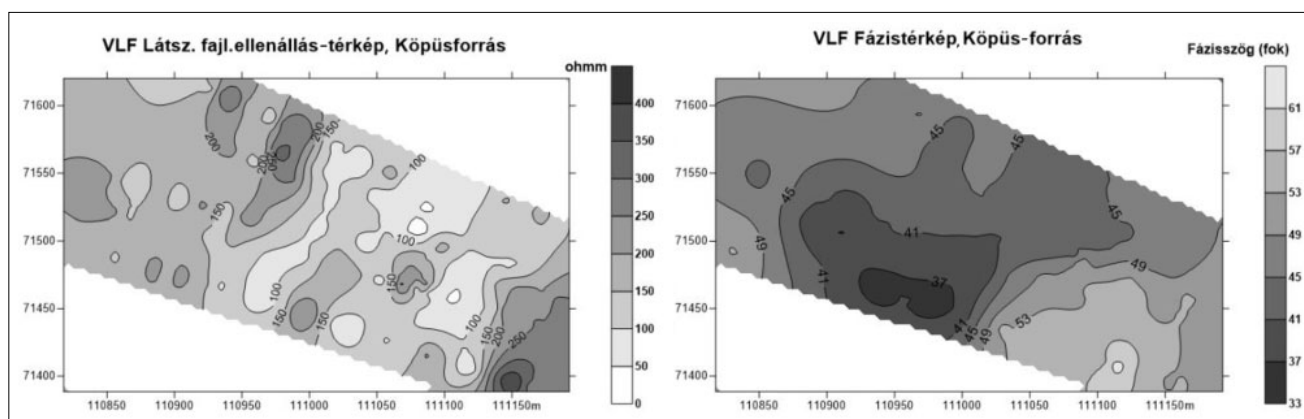


13. ábra | Topográfiai szintvonalas térkép a VLF-mérési szelvényekkel a Köpüs-forrásnál

Figure 13 | Contour map of topography with VLF profiles in the vicinity of Köpüs Spring

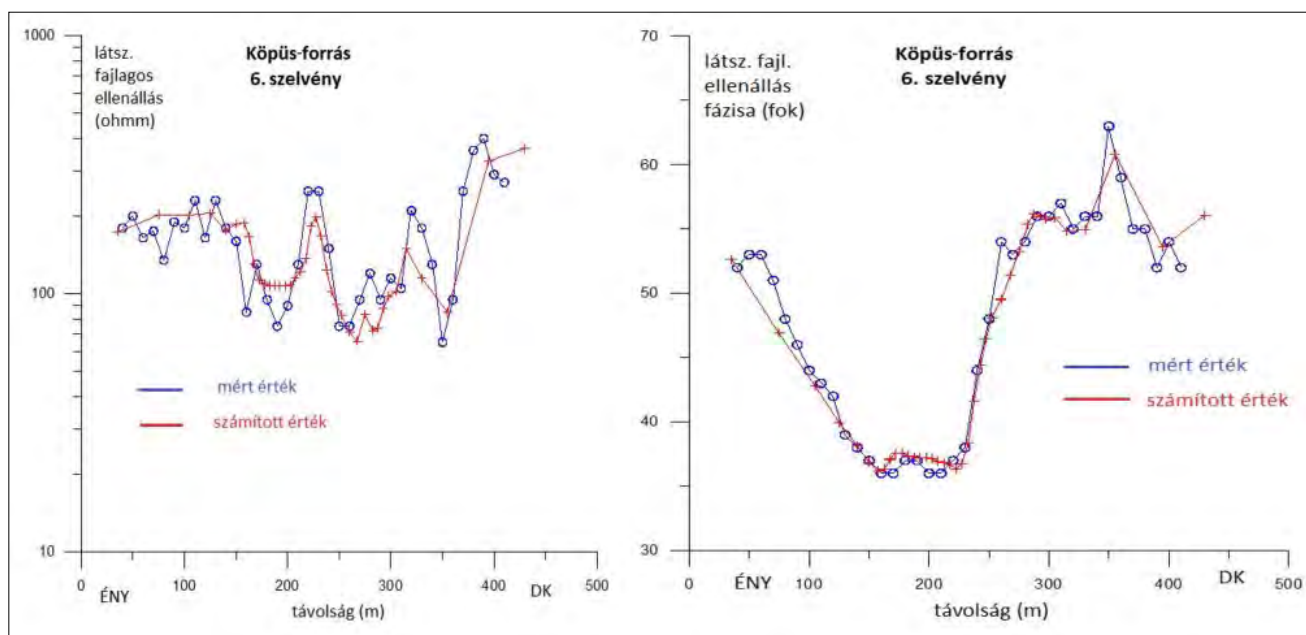
található a felszínen (Less és szerzőtársai 2005). Az impermeábilis agyagkő felszínközeli meglétét valószínűsítette a hegyoldalon kialakuló enyhe lejtésű terasz, másrészt a teraszon átfolyó, utána pedig elnyelődő forrásvíz. A morfológiai és hidrológiai érvek mellett geobotanikai észrevételek is szóltak (Németh, Pethő 2009). A Bükk-hegységben ez volt az első alkalom, hogy gombákat használtak geobotanikai indikátorként, és a megfigyelések egyértelmű összefüggést mutattak bizonyos gombák élőhelyeinek és a talajképző kőzetek térbeli eloszlása között. Végül az agyagkő kibúvását talajfúrásokból nyert furadékszemcsék ásványos összetétele is igazolta. A VLF-méréssel az volt a célunk, hogy a vízzáró agyagos kőzettestet (mely a mészkő fekvését képezi, a Szentléleki Formáció Garadnavölgyi Evaporit Tagozat része) lehatároljuk, és a forrás kialakulásának, majd a forrás vízének elnyelődésére VLF módszeren alapuló szerkezeti magyarázatot adjunk (Németh, Pethő 2009).

A mérési területen (É-i szélesség: $48^{\circ} 07' 14''$; K-i hosszúság: $20^{\circ} 32' 21''$) a szelvények közel ÉNY-DK-ek, az angol GBR adó irányával egyeznek meg, és a lejtőiránnyal jó egyezést mutatnak, lásd 13. ábra. A mészkő kibúvásain mért rétegzés alapján a képződményhatárok csapásiránya ezekre közel merőleges. A fenti megfigyelések alapján a H-polarizáció feltételezése indokolt. A mérési eredményeket a 14. ábrán láthatjuk. Ezek alapján is állítható, hogy a lokálisan 2D-s szerkezeti közelítés indokolt. A mérési eredmények kiértékelése – az inverziós feladat megoldása – a *trial and error* módszerrel történt. A véges különbséges előremodellezésnél mindig fellép a diszkretizációs hiba, amely nemcsak az elsődleges térkomponenseknél, hanem az azokból származtatott mennyiségeknél is jelentkezik, és a szelvény két szélén ez nagyobb, mint a szelvény belső részén alkalmazott finomabb rácsközök esetén. Ez a hiba az inverzió során is megmarad. A 15. ábrán látható 6-os szelvény menti fázishoz képest a látszólagos fajlagos ellen-



14. ábra | A Köpüs-forrás környezetében mért adatok 16 kHz, GBR-adó

Figure 14 | Apparent resistivity (left) and phase contour map (right) at 16 kHz, GBR transmitter



15. ábra A látszólagos fajlagos ellenállás (bal oldalon) és annak fázisának (jobb oldalon) mért és számított értékeinek eltérése a 6. szelvény mentén H-polarizáció, 16 kHz

Figure 15 Differences between measured and computed values of the apparent resistivities (left) and their phases (right) along the profile 6 for H polarization at 16 kHz

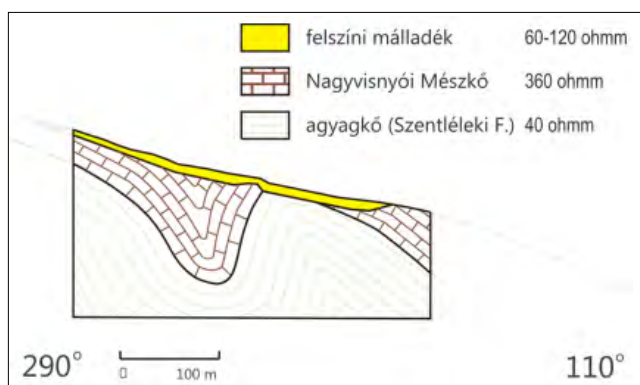
állás rosszabb egyezésének elsősorban az a magyarázata, hogy a közvetlenül felszínközeli fajlagosellenállás-változásokra a fázis kevésbé érzékeny. A modell 39×49-es ráccsal lett lefedve, a start modellt két és három réteges 1D modellekből építettük fel. Az interaktív inverzió során a cellák vezetőképességét változtattuk, azonban legfeljebb öt konduktivitásértéket alkalmaztunk (így pl. a karsztosodás mértéke és az anizotrópia hatása sem lett figyelembe véve), ami a mért és a számított adatok közötti eltérések további magyarázata.

A mérési eredményekkel legjobb egyezést eredményező modellhez tartozó számított értékeket a mértékekkel együtt a 15. ábra mutatja. A számított értékekhez tartozó, 6-os szelvény alatti földtani metszetet a 16. ábrán látjuk. A kiértékelést nehezítette a felszíni málladék változó (60–120

ohmm közötti) fajlagos ellenállása, amely közvetlenül esős időt követően kisebb, mint száraz időszakban. A gátat képező impermeábilis fekvő agyagkő felszínre emelkedése okozza a forrás megjelenését. Az agyagkő térbeli elhelyezkedése hozzájárult a plató kialakulásához. Mivel DK-i irányban az agyagkő után ismét repedezett mészkő bújik a felszínre, ezért a forrás vize mintegy 100 m felszíni folyás után elnyelődik.

A vizsgált terület É-i részén lévő, egymás folytatásának tekinthető 7. és 8. szelvény mentén mért adatokat összevontuk (13. és 14. ábra), melynek kiértékelése a korábbihoz hasonlóan történt. Az egyesített két szelvény szakasz alatti geológiai metszetet a 17. ábra mutatja.

A 16. és 17. ábrák alapján megállapítható, hogy a forrás lényegében egy szinklinális magjában elhelyezkedő mészkő



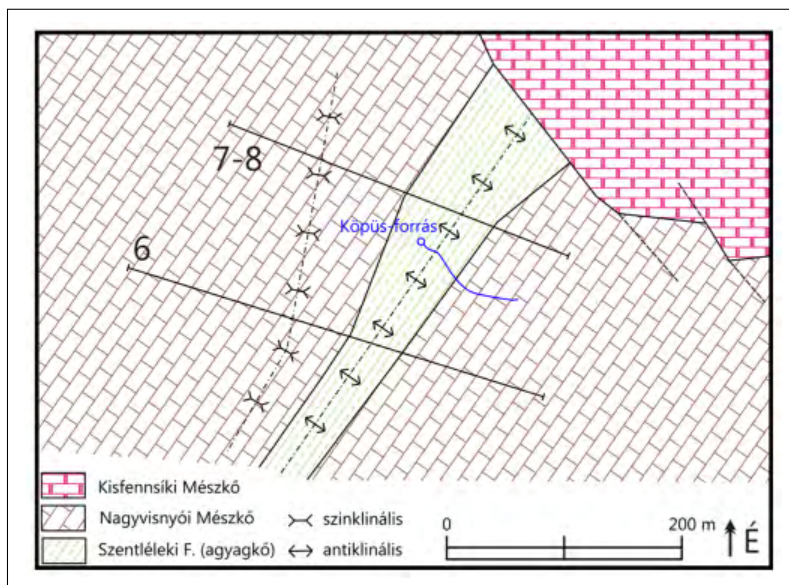
16. ábra A 6-os szelvény alatti földtani metszet a Köpös-forrás környékén, GBR-adó

Figure 16 Geological section under the profile 6 in the vicinity of Köpös Spring, GBR transmitter



17. ábra A 7-8-as szelvény alatti földtani metszet a Köpös-forrás környékén, GBR-adó

Figure 17 Geological section under the profile 7-8 in the vicinity of Köpös Spring, GBR transmitter



18. ábra A vizsgált terület földtani térképe
Figure 18 Interpreted geological map of the area

kőből, közvetlenül az agyagkőkibúvás teraszára támaszkodó lejtőtörmeléből fakad. A vízáadó mészkő fekvésének mélysége D-i irányba nő, és a szinklinális ebben az irányban elkeskenyedik. A mészkő szinklinális tengelye és az agyagkő antiklinális nyerge D-i irányban megközelíti egymást. A vizsgált terület egészére feltételezve a 2D-s jelleget a 18. ábra szerinti földtani térkép adható meg.

Az esettanulmány részletes ismertetésével nemcsak a VLF módszer földtani térképezésben, hanem karsztterületek vízbázisvédelemben betöltött szerepét is szándékozunk bemutatni.

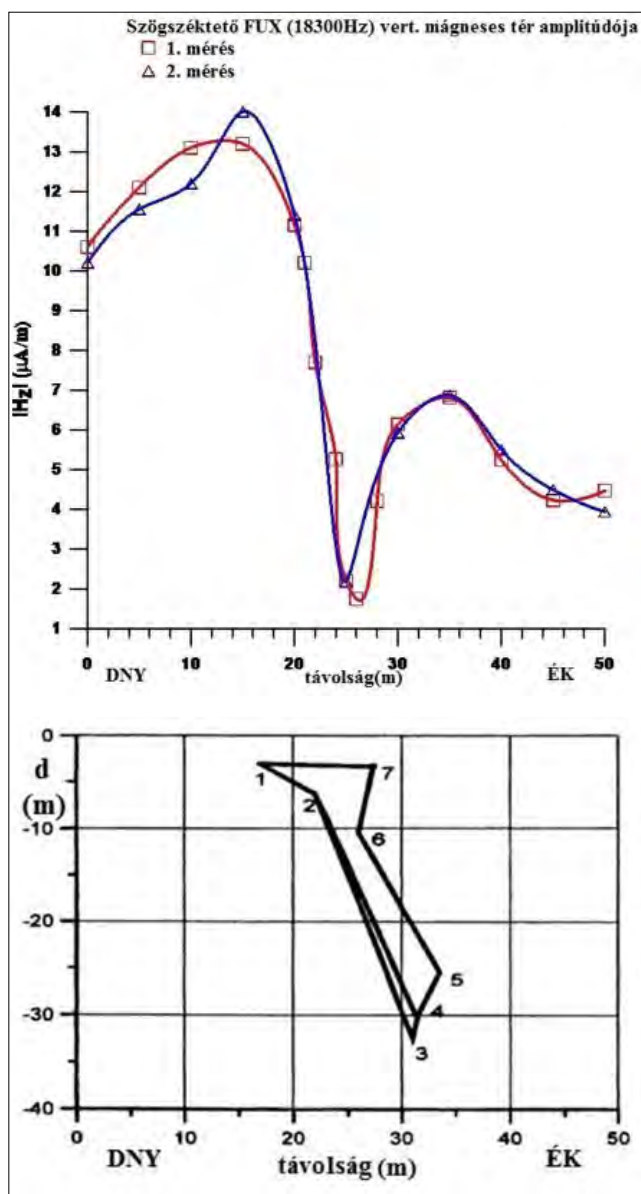
A szögszék-tetői VLF-kutatás

A Szögszék-tetőn (Bükk-hegység DK-i része) és környezetében jól karsztosodó Bükkfennsík Mésző található a felszínen több négyzetkilométer összefüggő kiterjedésben (Less és szerzőtársai, 2005). Karsztforrások nincsenek, a terület a miskolctapolcai Hejő-források vízgyűjtőjéhez tartozik. A kőzettestet ÉNy–DK-i csapású, meredek vetőzónák tagolják, amelyek mentén breccsásodás, valamint változó vastagságú egyéb, nem karsztosodó kőzetek beékelődése észlelhető. A karsztterületek hidrogeológiai megismerése szempontjából kiemelt jelentősége van az impermeábilis képződmények lehatárolásának. Ezek a változó méretű és mélységű közbetelepülések vagy vető menti közbeékelődések gátakat képezhetnek a karsztvíz áramlása előtt, amely így egyes átbukási helyekre koncentrálódva léphet át a következő tömeges mészkő anyagú kőzettestbe.

A Szögszék-tetői vizsgálataink esetében egy kibúvó, a palásság ÉNy–DK-i csapása mentén lencseszerűen elnyúlt Szinvi Metabazalt test (Németh és szerzőtársai 2023) ékelődik a mészkőbe. Ezen a helyen (É-i szélesség: $48^{\circ} 02' 15''$; K-i hosszúság: $20^{\circ} 39' 24''$) a vízzáró kőzetanyag oldalirányú és mélységbeli lehatárolása volt a cél.

Az egymáshoz képest 20 m-re lévő, párhuzamos, DNY–ÉK-i szelvényeken a GBZ- (19600 Hz) és FUX- (18300 Hz) adók terét mértük a digitális T-VLF műszerrel. A két szelvényen mért mágneses és látszólagos fajlagosellenállás-adatokból megállapítható volt, hogy a vizsgált szerkezet csapása ÉNy–DK-i irányú, továbbá a metabazalt kőzettest meredek dőlésű határokkal érintkezik a mészkővel. A feletre mérhető látszólagos fajlagos ellenállás 150–200 ohmm között változik, a két oldalán megjelenő mészkőé pedig 250–1200 ohmm között. A földtani szerkezet tehát egy lokálisan 2D-s, a két adó helyzetét figyelembe véve jó közelítéssel E-polarizációs eset. Ilyenkor a csapásirányú elektromos tér dőlés menti változása hozza létre a vertikális mágneses teret. A kibúváson a metabazalt mészkőnél kisebb állékonysága miatt terasz alakult ki, amely közel vízszintes, topográfiai hatástól mentes mérési területnek tekinthető. A francia adónál (FUX) tapasztaltunk jobb jel/zaj viszonyt. Az egyik szelvény mentén mért vertikális mágneses térkomponens reprodukálhatósága a 19. ábra felső részén látható. Annak ellenére, hogy jelen esetben a mészkő fajlagos ellenállása a metavulkanithoz képest átlagosan csupán 3–6-szoros, az adó teljesítménye miatt a mért vertikális mágneses tér amplitúdója megközelítette a $15 \mu\text{A/m-t}$.

A mért H_z komponens amplitúdója szelvény menti átlaga alapján a Biot–Savar-törvényen alapuló közelítő inverzió lett megvalósítva, melynek részleteit Takács et al. (2005) ismerteti. Ennek értelmében a mért szekunder mágneses tér a 2D-s inhomogenitáson belüli csapás irányú indukált áramok hatására kialakuló mágneses terek szuperpozíciójából származik. A felszíni vertikális mágneses térkomponensben egyetlen áramvonal hatását Banks (1979) alapján egy kettős integrállal lehet számítani, mely a Stokes-tétel értelmében az inhomogenitás egyenes vonalszakaszokkal határolt keresztmetszete menti vonalintegrállal alakítható át. Ezen alapszik az interaktív inverzióhoz tartozó direkt



19. ábra A mészkőbe ágyazott metabazalt test felett mért vertikális mágnesestér-komponens amplitúdója (fent) és a kiértékeléssel kapott metabazalt test metszete az ÉK–DNY irányú vertikális síkban (lent)

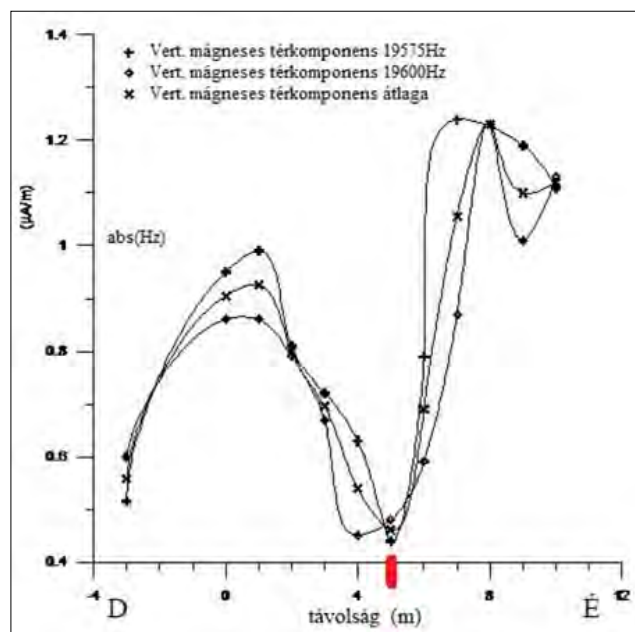
Figure 19 Amplitude of the vertical magnetic field over a metabasalt body hosted by limestone (top) and NE-SW cross-section of the metavolcanic body (bottom)

modellezés. Ily módon az inverziós feladat leegyszerűsítve a 2D-s inhomogenitást jellemző sokszög kontúrjának a meghatározását jelenti. A beékelte metabazalt test csúcspontjaival jellemzett kontúrja a 19. ábra alsó részén látható. Az inverzió során az 1-2-4-5-6-7-1 poligonnak a 2-3-4-2 háromszöggel való kiegészítésére volt szükség, melynek az elektromos vezetőképessége kismértékben ugyan, de nagyobb, mint a tőle ÉK-re lévő nagyobb területrésze. A felszíni törmelékanyag megfigyelésével alátámasztott értelmezésünk szerint ez egy vetőzónában kialakult, kevert anyagú breccsa jelenlétének tulajdonítható a mészkő és a metabazalt elnyírt érintkezése mentén.

Fémes nagyobb átmérőjű csővezeték kimutatása

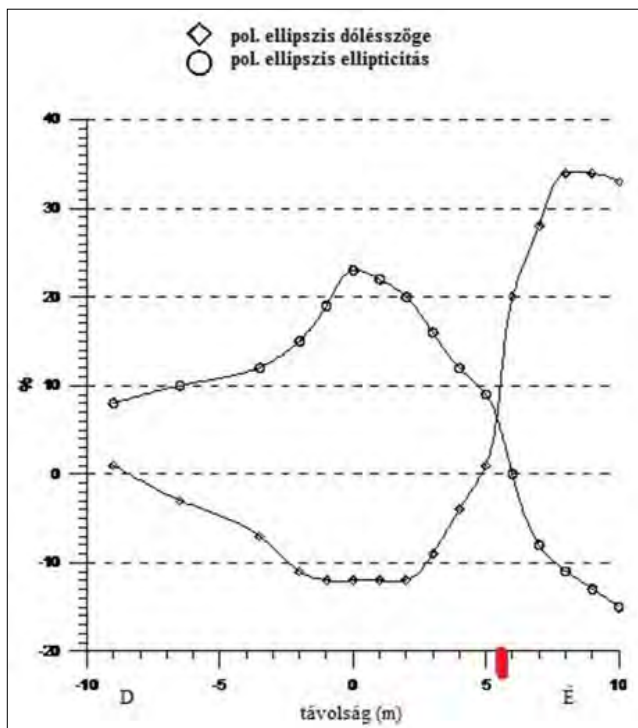
Kistokajban egy K–NY-i irányú, föld alatt mintegy 3 m mélyen húzódó, fémes gázvezeték felett (É-i szélesség: $48^{\circ} 03' 06''$; K-i hosszúság: $20^{\circ} 50' 03''$), É–D-i irányú szelvény mentén vizsgáltuk a vertikális mágneses tér viselkedését. A felhasznált adó a GBZ 19600 Hz-es elektromágneses tere volt, a mérési eredmény a 20. ábrán látható. A T-VLF műszerrel mérhető volt az ugyanezen adótól származó 19575 Hz-en mérhető EM tér is. A mért H_z térkomponens amplitúdója – amely itt egy nagyságrenddel volt kisebb, mint a Szögszékettőn tapasztalt – elsősorban a VLF-adó teljesítményétől, a hosszan elnyúlt hengeres ható tengelye és az adó irány kölcsönös helyzetétől (köztük lévő szög koszinuszától), továbbá az érintkező közegek elektromos vezetőképességbeli kontrasztjától függ. Az inhomogenitás fölött a H_z komponensnek elméletileg nullátmenete van – itt a vertikális komponens abszolút értéke van ábrázolva – a szelvény mentén. Az eset jó közelítéssel E-polarizációs, ugyanis a gázvezeték nyomvonala és az adó iránya a mérési helyen 25° -on belül megegyezik. A szelvény mentén elméletileg szimmetrikus görbét kellene kapnunk. Ez a gyakorlatban többnyire nem teljesül, hasonló (aszimmetrikus) mérési eredményt tapasztalt Takács (1971) a H_z összetevő anomáliájának fémes csővezeték feletti vizsgálatakor 155 kHz-en.

A GBZ VLF-mérést követően a német DHO-adó 23,4 kHz-es EM terét felhasználva végeztünk ugyanitt további vizsgálatot. Ebben az esetben is (az adóirány és a vezeték nyomvonala közötti szög kisebb, mint 30°) még elfogadható az E-polarizációs feltételezés. Ennél a vizsgálatnál a polarizációs ellipszis ellipticitását és dőlésszögét mértük,



20. ábra Fémes csővezeték felett mért vertikális mágnesestér-komponens abszolút értéke, GBZ-adó

Figure 20 Absolute value of the vertical magnetic field component over a metallic pipeline, GBZ transmitter



21. ábra A DHO 23,4 kHz-es adó felhasználásával mért polarizációs ellipszis dőlésszöge és ellipticitása egy K–NY-i fémes csővezeték felett, Kistokaj

Figure 21 Tilt angle and ellipticity of the magnetic polarization ellipse over a metallic pipeline in Kistokaj due to DHO 23,4 kHz transmitter

mely paraméterek a H_z/H_0 arányból vezethetők le, lásd B. Melléklet.

Elvben a dőlésszögnek és az ellipticitásnak a fémes cső felett, 0% értékeknél kell egymást átmetszeni (mivel a H_z komponens ebben a pontban zérus). A 20. ábrához hasonlóan a 21. ábránál sem szimmetrikus az anomália, az É-i oldalon az angol adóhoz hasonlóan nagyobb értékeket kaptunk. A cső felszíni vetülete a 21. ábra szerint 5,6 m-nél van, ugyanakkor a dőlésszög mérési eredmény alapján (ami általában megbízhatóbb, mint az ellipticitás) a 20. ábrához hasonlóan 5 m-nél.

Felszín alatti, szkinmélységnél kisebb mélységben elhelyezkedő fémes távvezeték VLF mágneses módszerrel történő kimutatására a legjobb esély adóirányú vezeték esetén áll fenn, ugyanis ekkor a legnagyobb a jó vezetőben az indukált rádiófrekvenciás áramsűrűség. Ha az azimutális (azaz a primer) mágneses tér nem merőleges a jóvezetőképződmény csapásvonalára, akkor a dőlésirányú szelvényeken a kimutathatóság romlik a vezetékben folyó indukált áram csökkenése miatt.

Összegzés

A tanulmányunkban áttekintést adtunk a rádiófrekvenciás (radiokip és VLF) felszíni geofizikai módszerek legfontosabb kezdeti, külföldi vonatkozásairól, továbbá a módszerek hazai bevezetéséről. Matematikai-fizikai bevezetőt kö-

vetően a leggyakrabban használatos – Magyarországon mérhető – VLF-adókat ismertettük. A geofizikai mérésekhez is használt adók pozíciója és frekvenciája időben változott, az utóbbi szelektív vevőblokkok fejlesztését igényelte. A sikeres fejlesztés nagymértékben hozzájárult ahhoz, hogy a VLF módszert a korábbi évekhez hasonlóan ma is eredményesen alkalmazzuk. A mérés relatíve könnyű kivitelezhetősége, továbbá a felszínközeli tértartományok jelentős fajlagosellenállás-változásai miatt az esettanulmányok a kutatások széles spektrumát fedték le. A tanulmányban az E- és H-polarizációs esetekre is mutattunk be példát. A VLF-mérési eredmények kiértékelése szinte mindig alulhatározott feladat. Ezen más geofizikai módszerek alkalmazásával, továbbá geológiai ismeretek és megfigyelések felhasználásával sikerült javítani.

A tanulmány szerzői

Vincze László, Németh Norbert, Pethő Gábor

Hivatkozások

- Banks R. J. (1979): The use of equivalent current systems in the interpretation of Geomagnetic Deep Sounding data. *Geophysical J. R. Astr. Soc.*, 56., 139–157.
- Bodoky T., Polcz I. (2016): A Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet története II. rész, 1965–2012.
- Cagniard L. (1953): Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting. *Geophysics*, 18/3, 603–635.
- Csókás J., Dobróka M., Gyulai Á., Hursán L., Ferenczy L., Ormos T., Pethő G., Steiner F., Szűcs P., Takács E., Turai E. (1993): Környezetvédelmi geofizikai célú geofizikai módszerek fejlesztése a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszékén. In: 1553-93 TEMPUS JEP Geofizika a környezetvédelem szolgálatában c. továbbképző szeminárium, I. kötet
- Farkas I. (1978): VLF invariáns ellenállás módszer. A Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1978. évi jelentése, pp. 79–80.
- Ficsór L., Pethő G., Majoros Zs. (1989): VLF method for surveying caves. In: *Proceedings of the 10. International Congress of Speleology*, Budapest, pp. 127–129.
- Geonics Limited (1975): EM16-R (RADIOHM). Two-Layer Interpretation Curves. TN-1, pp. 8–14.
- Geonics Limited (1979): Operating Manual for EM16 VLF-EM.
- Grissemann C., Reitmayer G. (1978): VLF magnetotellurics in ore exploration and structural geology. In: 48th SEG Meeting in San Francisco.
- Less Gy., Kovács S., Pelikán P., Pentelényi L., Sásdi L. (2005): A Bükk hegység földtana. Magyarázó a Bükk hegység földtani térképéhez (1:50000). Magyar Állami Földtani Intézet, Budapest, p. 284.
- Majoros Zs. (1969): Barlangkutatás radiokip módszerrel. *Karszt és Barlang*, 2, 65–68.
- McNeill J. D., Labson V. F. (1991): Geological mapping using VLF radio fields. In: Nabighian M. N.: *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, Vol. 2, Application, Chp. 7., pp. 521–640.
- Németh N., Pethő G. (2009): Geological mapping by geobotanical and geophysical means: a case study from the Bükk Mountains (NE Hungary). *Central European Journal of Geosciences*, 1(1) 84–94.

- Németh N., Pethő G., Zajzon N. (2015): In situ gamma ray survey for geological mapping of K-metasomatized metavolcanics at Bükk-szentkereszt, Bükk Mts, Hungary. *Open Geosciences*, 7, 318–331. DOI: 10.1515/geo-2015-0033
- Németh N., Kristály F., Gál P., Mórícz F., Lukács R. (2023): Metavolcanic formations in the Parautochthonous Triassic successions of the Bükk Mts, NE Hungary. *International Journal of Earth Sciences*, 112/1, 297–320. DOI: 10.1007/s00531-022-02246-6
- Paterson N. R., Ronka, V. (1970): Five years of surveying with the very low frequency-electromagnetics method. *Geoexploration*, 9, 7–26.
- Pedersen L. B. (1998): Tensor VLF measurements: Our first experiences. *Exploration Geophysics*, 29, 52–57.
- Pethő G., Ujszászi J. (1975): Barlangkutatás radiokip módszerrel. *Magyar Geofizika*, 16(5), 181–185.
- Pethő G. (2012): Geological applications of the VLF method. *Geoscience and Engineering* 1(2), 129–136.
- Pethő G., Turai E., Szabó N. P., Németh N., Baracza M. K., Bulla D., Kormos K. (2014): Geophysical Exploration of a Complex Metavolcanic Environment. In: EAGE Near Surface Geoscience 2014, Paper: Tu PA1 21, p. 5.
- Sásdi L. (2017): A Bükkben végzett víznyomjelzéses vizsgálatok ismertetése és értékelése. p. 100. https://termeszetvedelem.hu/wp-content/uploads/2022/02/sasdi_laszlo_2017.pdf
- Stiefelhagen W., Müller I. (1979): Radio frequency electromagnetics (RFEM): VLF-EM extended to hydrogeological problems. In: 59th Meeting of EAGE, Geneva
- Sűrű P., Németh N., Pethő G. (2014): Töbrök vízföldtani és geofizikai vizsgálata. In: XVI. Bányászati, Kohászati és Földtani Konferencia. Kolozsvár, EMT, pp. 233–237.
- Szabó I., Vincze J. (2013): A bükk-szentkereszt-i riolit (kvarcporfir)-tufa Mn-ércesedéssel társult U-Be-tartalmú foszfátásványosodása. *Földtani Közlöny*, 143/1, 3–28.
- Takács E. (1971): Tapasztalatok a radiokip módszer alkalmazásában. *Magyar Geofizika*, 12(4) 148–160.
- Takács E. (1981): Geofizika (Geoelektromos kutatómódszerek) II. rész. Tankönyvkiadó, Budapest, p. 271.
- Takács E., Pethő G., Szabó I. (2005): Comparative investigations about the applicability of current density pseudosections in the interpretation of 2D VLF vertical magnetic anomalies. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 40(2), 127–146.
- Turai E., Gyulai Á., Szűcs P., Baracza M. K., Fejes Z., Pethő G., Szabó N. P. (2015): A felszíni geofizikai mérések eredményei a zempléni melegvíz kutatásban. In: MGE 34. Vándorgyűlés, Budapest, 2015. 09. 24–26.
- Turai E., Szilvási M., Nádas E., Abordán A. (2017): Rekultivált hulladéklerakó belső szerkezetének vizsgálata geoelektromos módszerekkel. In: Műszaki Tudomány az Észak-Kelet Magyarországi Régióban, konferenciakiadvány, pp. 586–593.
- Vincze L. (2015): GEONICS Ltd., EM16/16R VLF műszerhangoló blokkok készítése. Belső jelentés. Geoelektro Kft., Nagykovácsi, megrendelő: ME Geofizikai Intézeti Tanszék.
- Vincze L. (2023): A VLF és RMT műszerek fejlődése és lehetőségei a jelenben. Új eredmények a műszaki föld- és környezet-tudományban. Miskolci Egyetem, Műszaki Földtudományi Kar, Doktoranduszok Fóruma, pp. 329–345.
- Zacher G., Tezkan B., Neubauer F. M., Hördt A., Müller I. (1996): Radiometrics: A powerful tool for waste-site exploration. *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 1(2), 139–159.
- Zajzon N., Németh N., Szakáll S., Gál P., Kristály F., Fehér B., Mórícz F. (2014): Ritkaföldfémek a bükk-szentkereszt-i Mn-U-Be geokémiai anomáliában. In: Ritkaföldfémek magyarországi földtani képződményekben (ed. Szakáll S.). CriticEl Monográfia sorozat 5, Milagrossa Kft., Miskolc, pp. 91–108. (ISBN: 978-615-80073-0-6)

A. MELLÉKLET

VLF E- és H-polarizációs egyenletek

Az adóiránnyal (r) párhuzamos csapásirányú 2D-s szerkezeti feltételezés mellett a következő további feltételezésekkel élünk:

- a vizsgált tértartományban a beérkező EM tér megegyezik,
- egyetlen diszkrét f frekvenciájú, $e^{-i\omega t}$ harmonikus időfüggésű EM teret vizsgálunk,
- a vezetési áram lényegesen nagyobb, mint az eltolási áram,
- a közeg izotróp.

A kiindulás az I. vektoriális Maxwell-egyenlet (Ampere-törvény), mely szerint mind a vezetési áram, mind az eltolási áram mágneses teret hoz létre:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (\text{A1})$$

Ezt az egyenletet hengerkoordináta-rendszerben komponensekre bontva írható, hogy

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = j_r + \frac{\partial D_r}{\partial t}, \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = j_\phi + \frac{\partial D_\phi}{\partial t}, \quad (\text{A3})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r H_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} = j_z + \frac{\partial D_z}{\partial t}. \quad (\text{A4})$$

A II. vektoriális Maxwell-egyenlet (Faraday-törvény) szerint az időben változó mágneses tér elektromos örvénysteret létesít:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (\text{A5})$$

Komponensekre bontás után, henger koordináta-rendszerben:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -\frac{\partial B_r}{\partial t}, \quad (\text{A6})$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{\partial B_\phi}{\partial t}, \quad (\text{A7})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}. \quad (\text{A8})$$

A továbbiakban az eltolási áram elhanyagolhatóságát és a skaláris Maxwell-egyenleteket („anyagegyenleteket”) vesszük figyelembe, és a deriválásokat elvégezve kapjuk (A2)–(A4) helyett:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \sigma E_r, \quad (\text{A9})$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} = \sigma E_\phi, \quad (\text{A10})$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} = \sigma E_z. \quad (\text{A11})$$

Hasonlóan, (A6)–(A8) három egyenletéből:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -i\omega\mu H_r, \quad (\text{A12})$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} = -i\omega\mu H_\phi, \quad (\text{A13})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} = i\omega\mu H_z. \quad (\text{A14})$$

A fenti hat egyenletet érdemes úgy csoportosítani, hogy az egyik esetben csak H_r , E_ϕ , E_z komponensek szerepeljenek, azaz az (A10)–(A12) egyenletek, míg a másik esetben E_r , H_ϕ , H_z komponensek, azaz ebbe a csoportba az (A9), (A13), (A14) egyenletek tartoznak. Az (A10) és (A11) egyenletekben szereplő elektromos térkomponenseket (A12)-be helyettesítve megkapjuk a H-polarizációs parciális differenciálegyenletet:

$$\frac{\partial^2 H_r}{(r\partial\phi)^2} + \frac{\partial^2 H_r}{\partial z^2} = i\omega\mu\sigma H_r. \quad (\text{A15})$$

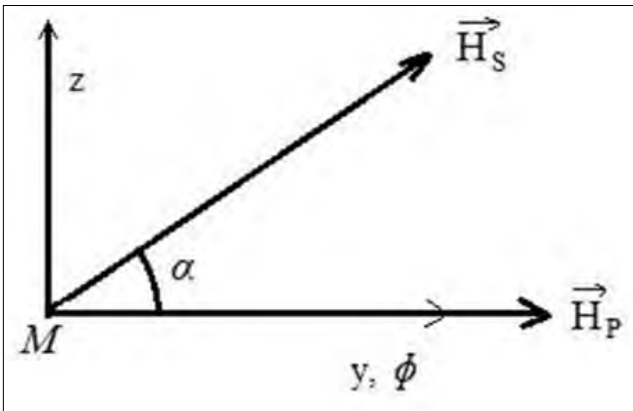
Hasonlóan a mágneses térkomponensek értékeit az (A13) és (A14) egyenletekből (A9)-be helyettesítve az eredmény az E-polarizációs parciális differenciálegyenlet:

$$\frac{\partial^2 E_r}{(r\partial\phi)^2} + \frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2} = i\omega\mu\sigma E_r. \quad (\text{A16})$$

B. MELLÉKLET

A VLF mágneses tér polarizációs ellipszise

Egy adóiránnyal megegyező irányú fémes vezetőt és dőlésirányú profilmérést tételezünk fel. Az eredő mágneses tér a primer azimutális mágneses térkomponenst (H_ϕ) tartalmazó vertikális (yz) síkban akkor válik elliptikusan polarizálttá, ha kialakul a szekunder mágneses tér is, és köztük nemcsak irány-, hanem fáziseltérés (ϕ) is van. Ha a szkinmélységnél kisebb mélységben az adó irányában (x vagy r) hosszan elnyúlt, elektromosan jó vezető képződmény van,



B1. ábra | Primer és szekunder mágneses tér vektora az M felszíni vizsgálati pontban az yz síkban

Figure B1 | Primary and secondary magnetic field vector at the surface observation point M in the yz plane

akkor az indukció miatt a primer mágneses tér fázisához képest ϕ fáziskéséssel a szekunder mágneses tér létrejön. Tételezzük fel, hogy a vizsgálati felszíni (M) pontban a szekunder tér a vízszintessel α szöget zár be (B1. ábra).

A primer és szekunder tér frekvenciája megegyezik a VLF vivőhullám frekvenciájával (f_{vlf} , $\omega = 2\pi f_{vlf}$). Feltételezve, hogy a primer térnek csak vízszintes komponense van:

$$H_{\phi_p}(t) = H_{\phi_p} \cos \omega t, \quad H_{z_p} = 0. \quad (\text{B1})$$

A szekunder tér felbontása vízszintes és vertikális összetevőkre:

$$H_{\phi_s}(t) = H_s \cos(\omega t - \phi) \cos \alpha, \quad (\text{B2})$$

$$H_{z_s}(t) = H_s \cos(\omega t - \phi) \sin \alpha, \quad (\text{B3})$$

Az eredő azimutális és vertikális mágneses térosszetevők *in phase* ($\cos \omega t$) és kvadrátúra ($\sin \omega t$) komponensek összegeként adható meg:

$$y(t) = H_\phi(t) = (H_{\phi_p} + H_s \cos \phi \cos \alpha) \cos \omega t + H_s \cos \alpha \sin \phi \sin \omega t, \quad (\text{B4})$$

$$z(t) = H_z(t) = H_s \sin \alpha \cos \phi \cos \omega t + H_s \sin \alpha \sin \phi \sin \omega t. \quad (\text{B5})$$

Az azimutális komponensben is megjelenő szekunder tér miatt az eredő vízszintes és a vertikális mágneses térkomponens közötti fázisviszony megváltozik, a (B4) és (B5) egyenletek helyett írható:

$$\begin{aligned} y(t) &= Y_0 \cos(\omega t - \phi') \\ &= Y_0 \cos \phi' \cos \omega t + Y_0 \sin \phi' \sin \omega t, \end{aligned} \quad (B6)$$

$$z(t) = Z_0 \cos(\omega t - \phi). \quad (B7)$$

A (B6) és (B4) egyenletek jobb oldalainak összevetéséből kapjuk:

$$Y_0 \sin \phi' = H_s \cos \alpha \sin \phi, \quad (B8)$$

$$Y_0 \cos \phi' = H_{\phi_{p_0}} + H_s \cos \alpha \cos \phi. \quad (B9)$$

Az utóbbi két egyenletből osztással majd a két egyenlet négyzetre emelését követő összegzésével:

$$\phi' = \tan^{-1} \frac{H_s \cos \alpha \sin \phi}{H_{\phi_{p_0}} + H_s \cos \alpha \cos \phi}, \quad (B10)$$

$$Y_0 = \sqrt{H_{\phi_{p_0}}^2 + 2H_{\phi_{p_0}} \cos \alpha \cos \phi + H_s^2 \cos^2 \alpha}. \quad (B11)$$

(B5) és (B7) alapján:

$$Z_0 = H_s \sin \alpha. \quad (B12)$$

A (B6) és (B7) egyenletekben a fázisszögeket módosítjuk úgy, hogy mind a két argumentumhoz ϕ' -t hozzáadunk (ezzel a fázisviszonyok nem változnak meg), és vesszük be a $\delta = \phi' - \phi$ jelölést! Ekkor írható:

$$y(t) = Y_0 \cos(\omega t), \quad (B13)$$

$$z(t) = Z_0 \cos(\omega t + \delta). \quad (B14)$$

(B14)-ben δ értéke:

$$\delta = \left(\tan^{-1} \frac{H_s \cos \alpha \sin \phi}{H_{\phi_{p_0}} + H_s \cos \alpha \cos \phi} \right) - \phi. \quad (B15)$$

A t paraméter eliminálása a (B13), (B14) egyenletekből:

$$\begin{aligned} z/Z_0 &= \cos(\omega t + \delta) = \cos \omega t \cos \delta - \sin \omega t \sin \delta \\ &= (y/Y_0) \cos \delta - \sqrt{1 - y^2/Y_0^2} \sin \delta. \end{aligned} \quad (B16)$$

Az átrendezést és négyzetre emelést követően:

$$[(z/Z_0) - (y/Y_0) \cos \delta]^2 = (1 - y^2/Y_0^2) \sin^2 \delta. \quad (B17)$$

Ebből a polarizációs ellipszis szokásos alakú egyenlete az yz síkban:

$$\frac{y^2}{Y_0^2} + \frac{z^2}{Z_0^2} - 2 \frac{yz}{Y_0 Z_0} \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (B18)$$

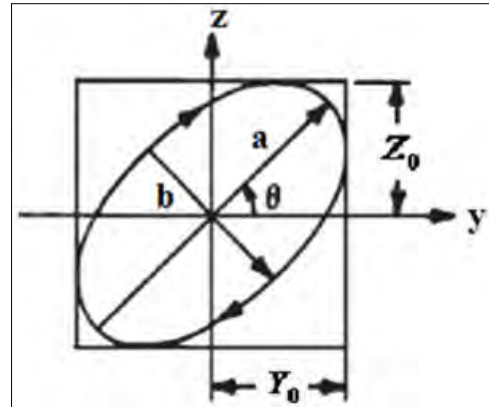
Az ellipszis (B2. ábra) paramétereit (B11), (B12), és (B15) adják meg. A gyakorlatban az ellipticitásra (e) és a kistengelynek a függőlegessel bezárt szögének (θ) – amely megegyezik a nagytengelynek a vízszintessel bezárt szögével – tangensére vonatkozó formulák megadásakor azzal a feltételezéssel élnek, hogy a szekunder tér lényegesen kisebb, mint a primer tér. A dőlésszög így a szekunder vertikális mágneses térösszetevő *in phase* komponensével,

$$\theta \approx \tan^{-1}(H_s \sin \alpha \cos \phi / H_{\phi_{p_0}}), \quad (B19)$$

míg a kistengely–nagytengely hányados a szekunder vertikális mágneses térösszetevő kvadratúrakomponensével közelíthető:

$$e = \frac{b}{a} \approx H_s \sin \alpha \sin \phi / H_{\phi_{p_0}}. \quad (B20)$$

A (B5), (B19), (B20) egyenletek mutatják meg a szekunder vertikális mágneses térkomponens és a polarizációs ellipszis két paramétere közti kapcsolatot.



B2. ábra Mágneses tér polarizációs ellipszise az yz síkban lévő felszíni megfigyelési pontban egy adóirányú, (x) hosszan elnyúlt, elektromosan jó vezető objektum felett

Figure B2 Magnetic polarization ellipse at the surface observation point in the yz plane over a conductive target elongated in the transmitter bearing