

Magnetotellurika a gyakorlatban – az impedancia fázisparamétere

Kiss J.

Szabályzott Tevékenységek Felügyeleti Hatósága (SZTFH), Földtani Igazgatóság,
1123 Budapest, Alkotás utca 50.
E-mail: janos.kiss@sztfh.hu

A magnetotellurikus szondázások mért adatai többnyire zajosak, ezért a szondázási görbék megjelenítésekor valamilyen zajszűrést vagy simító eljárást kell alkalmazni. E műveletek ellenére is időnként nehéz elfogadható – értsd, megbízható – szondázási görbéket kapni.

A főimpedanciából számított látszólagos fajlagosellenállás-paraméter esetében ez érthető, hiszen ez a paraméter exponenciálisan növekvő, 0–10 000 Ωm nagyságrendű értékekkel jellemezhető. Van azonban egy érzékeny, de kevésbé szélsőségesen változó paraméter, az impedanciafázis paramétere, amely általában lineárisan ± 90 fok között változik.

Adódik tehát, hogy a főimpedanciák fázisparaméterével a gyakorlatban többet kellene foglalkoznunk, mert az egyedi szondázások fázisgörbéjét megjelenítjük, megmutatjuk, de később csak a beépített, különféle feldolgozóprogramok inverziója veszi figyelembe a fázisparamétert, pedig a kisebb értéktartomány és a paraméter jellege miatt lehet, hogy ez sok esetben eredményesen alkalmazható a földtani kutatásban!

Kiss, J.: Magnetotellurics – phase parameter of the impedance

The measured data from magnetotelluric soundings are usually noisy, so some form of noise filtering or smoothing must be applied to the display of the sounding curves. Despite these operations, it is sometimes difficult to obtain acceptable (i.e. reliable) sounding curves.

In the case of the apparent resistivity – calculated from the main impedance – it is not stable, since this parameter is characterised by exponentially increasing values of the order of 0–10 000 Ωm . However, there is a sensitive but less extreme parameter, the phase parameter of the main impedance, which generally varies linearly between ± 90 degrees.

It follows that the phase parameter of the main impedances should be given more attention in practice, because we display the phase curve of individual probes, but later, only the inversion of the built-in processing programs takes the phase parameter into account. Yet due to the smaller value range and the nature of the parameter, it may be effectively applicable in geological research in many cases!

Beérkezett: 2025. július 9.; elfogadva: 2025. augusztus 21.

Bevezetés

A magnetotellurikus módszert Hirayama és Rikitake japán tudósok (Rikitake 1948), illetve Tyihonov szovjet geofizikus (Tyihonov 1951) és Cagniard francia geofizikus (Cagniard 1953) egymástól szinte függetlenül fejlesztette ki.

A műszerek, az adatfeldolgozás és a modellezés fejlődésével a magnetotellurika a Föld mélybeli kutatásának egyik legfontosabb eszközévé vált. A magnetotellurikus (MT) módszernek kiterjedt szakirodalma van. Főleg az elméleti kérdésekkel nagyon sokan foglalkoztak, de ezek a kuta-

tások, azok eredményei, sokszor nem kerültek át a gyakorlatba.

A jelen cikk nem az EM (MT) térelmélettel, azaz nem elméleti kutatásokkal, hanem az MT mérési adatok felhasználásának, azok gyakorlati alkalmazásának lehetőségével foglalkozik, adott esetben a főimpedancia fázisparaméterének felhasználásával.

Nemcsak egyszerű geometriájú modellek felett kialakuló EM teret, s annak sajátosságát elemzi, hanem gyakorlati mérési adatokat használ, s ahhoz keres földtani modellt, illetve a földtanhoz kapcsolható megoldást és magyarázatot.

A szelvény menti és területi geofizikai (gravitációs, mágneses és szeizmikus) adatok komplex értelmezése során – amellyel 2005 óta foglalkozunk – a magnetotellurikus adatok kiegészítő elektromágneses adatoknak számítanak, mivel a módszerek behatolási mélysége hasonló, és a sűrűség, mágneszettség, szeizmikus hullámsebesség mellett – az MT módszer segítségével – fel tudjuk használni az értelmezéshez az elektromos vezetőképesség paramétert is.

A mérési eredmények megjelenítése során – főleg az utóbbi időkből – csak a 2D inverzióból származtatott fajlagosellenállás-pszudoszelvény,¹⁾ jobb esetben mélység-szelvényt szokták bemutatni. Az eredeti E - és H -polarizációs mérési paraméterek (látszólagos fajlagos ellenállás, impedanciafázis) megjelenítése szelvény mentén vagy térképen – az inverziós programok megjelenése óta – ritkán fellelhető a nemzetközi és hazai szakcikkekben. Persze vannak kivételek, de ezek is többnyire valamilyen származtatott mennyiség (pl. invariánsok, fázisenzor) publikációját jelentik.

A főimpedanciákból számított látszólagosfajlagos-ellenállás (ρ_{xy} , ρ_{yx} vagy ezek normált²⁾ változata, ρ_{AS}) és az impedanciafázis (φ_{xy} , φ_{yx} vagy ezek normált változata, φ_{AS}) mérési alapparaméternek, azaz minden feldolgozás, értelmezés kiindulási paraméterének számítanak, mindenféle kiegészítő bonyolult matematikai eljárás nélkül, a legegyszerűbb formában megjelenítve. Ilyen például a látszólagosfajlagos-ellenállás vagy impedanciafázis-rács (grid), esetleg az ezen adatokból készült térrács (voxel).

Fontosabb elméleti háttér tanulmányok

Gravitációs és mágneses adatok feldolgozásával és értelmezésével foglalkozva kicsit távol esett a magnetotellurikus módszer fejlődési lépéseinek nyomon követése (ennek megismerésében Szarka László segített), azonban a komplex értelmezési munka miatt az MT módszerrel is foglalkozni kellett, és egy ilyen tanulmányban a módszerfejlesztés folyamatának rövid ismertetése fontos lehet!

A fázisparaméter használata – ismereteink szerint – először Berdicsevszkij (1968) publikációjában, „Goelektromos kutatások magnetotellurikus szelvényezés módszerével” címen jelent meg. Később ezt a paramétert elfelejtették, és még szakmai alpművekben sem foglalkoztak vele (Jakubovszkij 1982, Matvejev 1990, Zsdanov 1986, Vozoff 1986). Terepen a nyolcvanas évektől kezdték mérni és értelmezési paraméterként felhasználni a komplex impedanciát és a fázisparamétert.

Szarka és Fischer (1989) cikkében a fizikából ismert, integrál formában megadott Maxwell-egyenleteket alakították át egy vízszintes felszínnel elválasztott szigetelő és vezető féltér együttesére, ahol az utóbbi tetszőleges elektromos vezetőképesség-eloszlást tartalmazott.

„A zárt egyenletekből világosan látszott, hogy a magnetotellurikus fázis kifejezhető a valós (ohmikus) és a képzetes áramrendszer súlyponti mélységének egymáshoz képesti hullámszó arányából. A nagyobb mélységek felé

csökkenő/növekvő vezetőképesség az ohmikus áramrendszer visszatarthatja/magába húzza. Az ellentétesen viselkedő képzetes áramrendszer (reaktancia) átlagmélységével való normálás a jelleget még jobban hangsúlyozó arányt eredményez” (A jelenséget áramkanalizációnak is szokták nevezni).

Az impedanciafázis jellegzetességeit 2D numerikus elméleti modelleken Szarka és Fisher (1989, 1991) publikálták világszerte, majd Fisher et al. (1992). Később Prácser és Szarka (1999), Heise és Pous (2003), illetve Szarka et al. (2004) folytatta azok vizsgálatát.

Később az impedancia- és fázisenzorok (fázisellipszis) kerültek az érdeklődés központjába, amit Bahr (1980), Frederick és Lilley (1988), Weaver et al. (2002), Tietze et al. (2015) és Bravo-Osuna et al. (2021) publikáltak.

A fázis legközelebb az invariáns mennyiségek vizsgálata során merült fel ismét Szarka és Menvielle (1997) tanulmányában, valamint Novák doktori dolgozatában (2010).

A fázisenzor gondolatával Caldwell et al. (2001) tanulmányában is találkozhatunk. Szerinte a 2×2 -es komplex elemeket tartalmazó fázisenzor elemei egyszerűen eredeztethetők az impedanciatenzorból – attól nem függetlenek –, tehát a fázisenzorral kapcsolatos összes eredmény az impedanciatenzor megannyi speciális esetét jelenti.

Hering et al. (2018) – semmiféle előzményről nem tudva (tájékozódva) – tárgyalja újra az MT „látszólagosfajlagos-ellenállás” tenzorának invariánsait. Tietze et al. (2015) a fázisenzor és a mágneses transzferfüggvény viszonyát elemezte tanulmányában.

Ezek az elsősorban elméleti jellegű tanulmányok vizsgálták a fázisparamétert, de a gyakorlati alkalmazásban ezek eredménye – eltekintve néhány kivételtől – nemigen jelent meg.

Az alapok

Tanulmányainkból, illetve a geofizika szakkönyvekből ismert, hogy földtani információt hordozó magnetotellurikus alapparaméter a főimpedanciákból kiszámított látszólagos fajlagos ellenállás (ρ_a vagy ρ_{ij}) és az impedancia fázisa (φ_a vagy φ_{ij}).

A látszólagos fajlagos ellenállás a következőképpen írható fel:

$$\rho_a = \frac{1}{\omega \mu_0} |Z_{ij}|^2 \quad [\Omega \text{m}], \quad (1)$$

ahol a Z analitikus kifejezése a fizikai paraméterekből

$$Z_{ij} = \sqrt{\omega \mu \rho} \quad (2)$$

és a Z a mérési paraméterek alapján

$$Z_{ij} = \frac{E_i}{H_j}, \quad (3)$$

ahol

ω – körfrekvencia ($\omega = 2\pi f$),

μ – mágneses permeabilitás ($\mu = \mu_0 \mu_r$),

μ_0 – a mágneses permeabilitás vákuumbeli értéke,

μ_r – relatív mágneses permeabilitás,
 Z_{ij} – váltóáramú főimpedancia (Z_{xy}, Z_{yx}),
 ρ – fajlagos ellenállás,
 E – mért elektromos térerő (E_x, E_y),
 H – mért mágneses térerő (H_x, H_y, H_z)

Az elektronikában az impedancia a feszültség és az áramerősség viszonyát fejezi ki, és komplex számként is megadható. Az impedancia valós része ($\text{Re } Z$) a rezisztencia³⁾ (vagy hasznos ellenállás), a képzetes része ($\text{Im } Z$) a reaktancia⁴⁾ (vagy meddő ellenállás).

A vezetőképesség-eloszlásról – a reaktancia és rezisztencia arányáról – további információt adhat a fázisparaméter:

$$\varphi_{ij}(\omega) = \arctg \left(\frac{\text{Im } Z_{ij}(\omega)}{\text{Re } Z_{ij}(\omega)} \right) \quad [\text{rad}]. \quad (4)$$

A mérési adatok előfeldolgozása során az impedanciát mint tenzormennyiséget határozzuk meg, amiből több érdekes paraméter levezethető. A gyakorlatban azonban a főimpedanciákból számított látszólagos fajlagos ellenállást és fázist szokták leggyakrabban használni, megjeleníteni. Egyes inverziók ebből határozzák meg a közeg fajlagos ellenállását, míg a fejlettebb változatok a teljes impedancia- és fázistenzort figyelembe veszik.

„A látszólagos fajlagos ellenállás (1) és az impedancia-fázis (4) a magnetotellurikus mérések fő paraméterei, amelyek minden hatást tartalmaznak. Ha inverzióval a közeg fajlagos ellenállását határozzuk meg, akkor fennáll a ve-

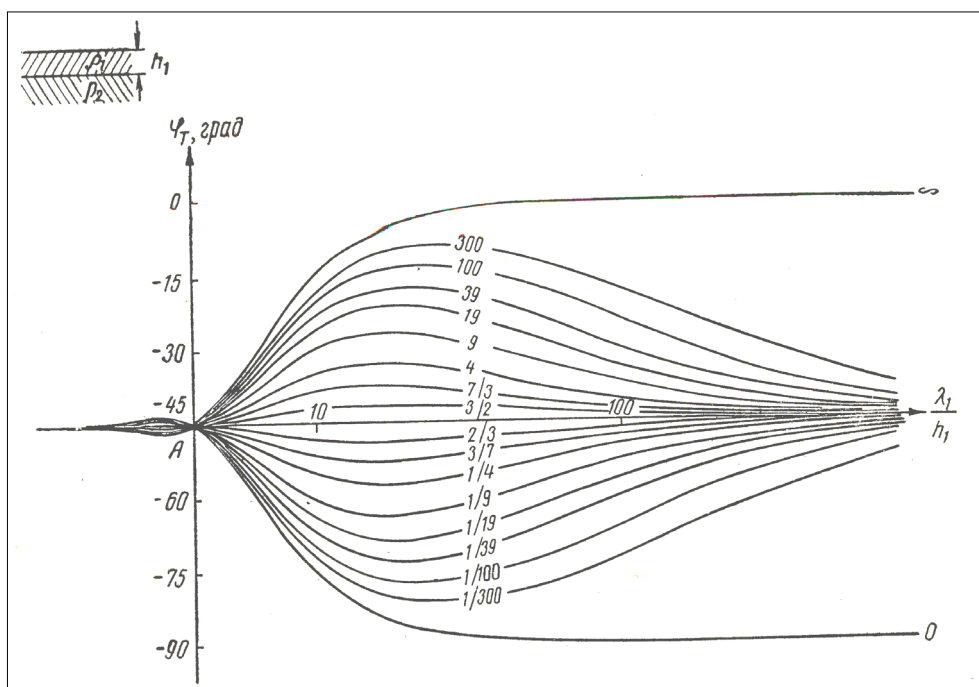
szély, hogy egy többváltozós térparamétert egyetlen változóval (a közeg vezetőképességével) akarunk kifejezni, miközben a többi változóról (mágneses permeabilitás, polarizálhatóság, dielektromos állandó) nincsenek pontos információink. Ebből adódóan a látszólagosfajlagos-ellenállás- és a fázisparaméterek objektív mérési paramétereknek tekinthetők, míg az inverzió emiatt már lehet, hogy szubjektív.” (Kiss és Zilahi-Sebess 2024)

A látszólagos fajlagos ellenállást tehát régóta használjuk a földtani értelmezések során, de a fázisról kevesebb szó esik, mivel ez egy relatív paraméter, és nem tekinthető egy olyan közetfizikai paraméternek, mint a fajlagos ellenállás. A gyakorlatban ezt a paramétert is érdemes használni, mert tapasztalataink alapján a kéreg- és litoszférakutatások során a fázisszelvény megjelenítése – az értelmezés szempontjából – hasznosnak bizonyult (Kiss, Szébenyi 2023; Kiss et al. 2024).

„Az impedancia fázisparamétere megmutatja, hogy mekkora fáziseltolás van az elektromos E és mágneses H paraméter között.” (Heise, Pouse 2003)

Az arctangens függvény csak a $(-90^\circ \div 90^\circ)$ tartományban értelmezhető, miközben a teljes komplex számsíkot $(0 \div 360^\circ)$ -ot, azaz mind a négy szögnegyedet bejárhatja az impedanciavektor. A fázistenzor esetén ezt használják fel. A $\text{Re } Z$ és az $\text{Im } Z$ viszonya viszont a köztük lévő szög alapján $(0 \div 90^\circ)$ -ként is értelmezhető. A jelen cikkben ezt a változatot használtuk, mert a fázis előjele (értéke) konvencióktól függően változik.

Berdicsevszkij szerint homogén féltér esetén, azaz ha nem változik a fajlagos ellenállás ($\rho_a = \text{állandó}$), akkor a fá-



1. ábra A fázis [$\varphi = \arg(Z)$] viselkedése kétréteges modell esetén (Berdicsevszkij 1968) (a görbéken lévő szám a ρ_2/ρ_1 arányt mutatja, a 45° -os szög érték esetén $\rho_2/\rho_1 = 1$, azaz homogén féltér)

Figure 1 Phase [$\varphi = \arg(Z)$] behaviour for a two-layer model (Berdichevsky 1968) (the number on the curves indicates the ratio ρ_2/ρ_1 , for the 45° angle value $\rho_2/\rho_1 = 1$, i.e. homogeneous half-space)

zis értéke konstans 45° lesz. Amennyiben változik a fajlagos ellenállás ($\rho_a \neq$ állandó), akkor a fázis (φ) értéke is változni fog. Ha csökken az elektromos vezetőképesség (vagy nő a fajlagos ellenállás), akkor a fázis értéke is csökken, ha nő a vezetőképesség (csökken a fajlagos ellenállás), akkor a fázis értéke nagyobb lesz, mint 45° . A szakma már a kezdetektől ismeri ezt az összefüggést (1. ábra, Berdicsevszkij 1968).

„Az MT fázis a valós és a képzetes áramrendszerek súlypontmélységének periódusidőtől függő, egymáshoz képesti hullámszámát adja meg, állapították meg később.” (Fischer et al. 1992)

A fázis az impedanciának mint komplex számnak valós és képzetes része közötti szöge – a valós és képzetes tengelyek között mindig 90° van –, így ezt az értéket a valós és képzetes rész amplitúdóaránya határozza meg, és ez a szög $\pm 90^\circ$ közötti értéket vehet fel! (Az arctangens függvény miatt ha azonos előjelű a valós és képzetes rész, akkor $0-90^\circ$, ha ellentétes előjelű, akkor $-90-0^\circ$ értékű lesz a fázis. Az impedanciatenzorok valós és képzetes komponensei pozitív és negatív értéket is felvehetnek, s ha nemcsak az arányokat, de az előjeleket is figyelembe vesszük, akkor a szög értéke a komplex számsíkon $0-360^\circ$ között változhat.)

Ha a komplex koordináta-rendszerben a valós ($\text{Re } Z$) tengelyhez viszonyítjuk a szöget azonos előjelű valós és képzetes rész között, akkor ez a szög negatív előjelű, mint Berdicsevszkij ábráján (1. ábra).

A főimpedanciák esetében a valós és a képzetes rész előjele többnyire azonos, ekkor a fázis szöge $0^\circ-90^\circ$ között van. A mellékimpedanciák esetében nem feltétlenül azonosak az előjelek, de a mellékimpedanciák fázisát nem is szoktuk használni.

A komplex impedancia (mint bármely komplex mennyiség) valós és képzetes részre bontható. Valós része a hatáso ellenállás (rezisztencia), jele R ; képzetes része a meddő ellenállás (reaktancia), jele X :

$$Z = R + iX, \quad R = \text{Re } Z, \quad X = \text{Im } Z.$$

Az elektronikában a meddő ellenállásnak ($\text{Im } Z$) az előjele meghatározza az impedancia jellegét:

- ha $\text{Im } Z > 0$, az impedancia induktív jellegű,
- ha $\text{Im } Z = 0$, az impedancia tisztán ohmos jellegű (egyenáramú ellenállás),
- ha $\text{Im } Z < 0$, az impedancia kapacitív jellegű.

Az $\text{Im } Z$ paraméter kapcsolata a $\text{Re } Z$ (ohmos ellenállás) paraméterrel pozitív és negatív irányú is lehet. A fázisparaméter ebből a szempontból földtani információt is hordozhat. Mivel nincsenek pontos köztetfizikai információink a földtani közegről, amelyet vizsgálunk, így az induktív és kapacitív jelleg ismerete maximum érdekesség, de érdemben ma még nem tudjuk felhasználni. Viszont a komplex impedancia (Z amplitúdó értéke) kiszámítását nem befolyásolja a fázisszög előjele, így a fázisszög megjelenítését a magnetotellurikus kutatás során célszerű előjel nélkül

(avagy abszolút értékben) használni, azaz csak az $\text{Im } Z$ és $\text{Re } Z$ közötti szög nagysága az érdekes.

A fázis értékének a legfőbb mondanivalója Berdicsevszkij (1968) szerint az, hogy ha csökken vagy nő a vezetőképesség, akkor a fázis abszolút értéke 45° -nál kisebb vagy nagyobb (1. ábra). Ilyen szempontból – a rezisztencia és a reaktancia amplitúdóaránya alapján – a fázis értéke elvileg mindig és mindegyik polarizációban pozitív, avagy előjel nélküli szám! A publikációkban gyakran együttesen ábrázolt pozitív (φ_{xy}) és negatív (φ_{yx}) előjelű fázis tehát érthetetlen módon csak megjelenítésre, a polarizációk megkülönböztetésére szolgált, ezzel elfedve a fázisparaméter érzékenységét, azaz a 45° -tól való eltérés felismerését a gyakorlati felhasználók számára, ami nem volt túl szerencsés!

A kutatás során a rétegek pontos fajlagos ellenállását alapvetően nem tudjuk, így a fázis csak a relatív változásokat fogja megmutatni, amit a mérési adatok alapján tapasztalunk.

A fázis értéke jelzi a változást függetlenül attól, hogy ez a változás 5, 50, 500 vagy 5000 Ωm nagyságrendű ellenállás esetén következik-e be. Jelzi mindezt – függetlenül a változás irányától – ami lehet függőleges (szondázási adatokban) vagy vízszintes irányú (szelvény mentén vagy térképezés során).

Érdemes tisztázni ismét, hogy mit is jelent a látszólagos fajlagos ellenállás!

„A látszólagos fajlagos ellenállás az az ellenállás, amellyel az adott ponton, az adott frekvencián, a mérés behatolási mélységéig az adott heterogén közeget egyetlen paraméterrel (azaz homogén féltérrel) helyettesíthetünk. A magnetotellurikus mérések eredményeként a látszólagos fajlagos ellenállás szondázási görbéit kapjuk, és inverzió segítségével történik a látszólagos értékekből a közeg fajlagos ellenállásának meghatározása.” (Kiss, Prácsér 2021)

Ez azt jelenti, hogy minden egyes szondázási ponton az adott behatolási mélységig létezik egy látszólagos fajlagos ellenállás érték, amellyel a közeg jellemezhető. Az ezen a ponton mért fázisparaméter megmutatja, hogy a következő mintázási (mélységi, vagy távolsági) ponton a közeg fajlagos ellenállásának növekedése vagy csökkenése várható, függetlenül a látszólagos fajlagos ellenállás nagyságától! Ez robusztus megközelítés, de objektív!

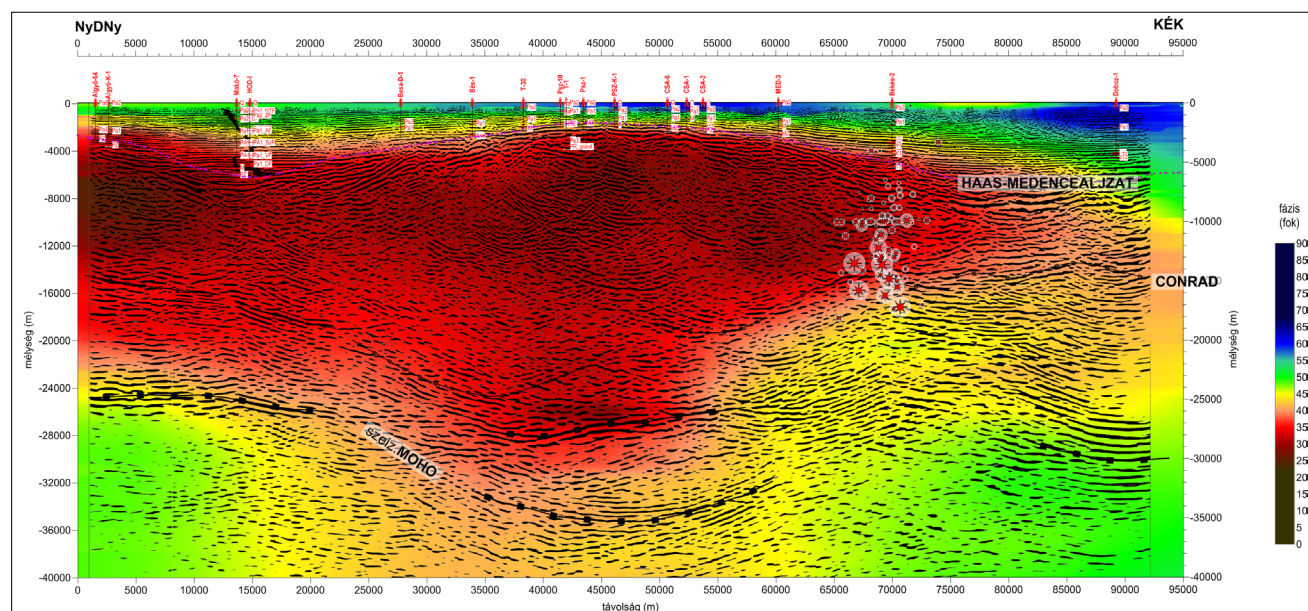
A fázis is tulajdonképpen jellemzi az adott mélységpont feletti és alatti közege ellenállás viszonyát (az oldalirányú változások is benne vannak a behatolási mélység távolságáig), s ezzel jelzi a változás irányát is, azaz a nagy térrészek összehatásáról kapunk robusztus elektromos eloszlási képet – adott esetben a fázis alapján. A hagyományos megjelenítések (logaritmusos színskála) során a mért látszólagos fajlagos ellenállás megváltozását jól érzékeljük a fedőüledék és a kristályos alaphegység határfelületén, de nem érzékeljük az ugyanilyen nagyságrendű fajlagos ellenállás változást a kéreg–köpeny határán (Moho). Ebben az esetben a látszólagos vezetőképesség kiszámítása (az ellenállás

reciprok értéke) vagy a fázisparaméter használata lehet segítség.

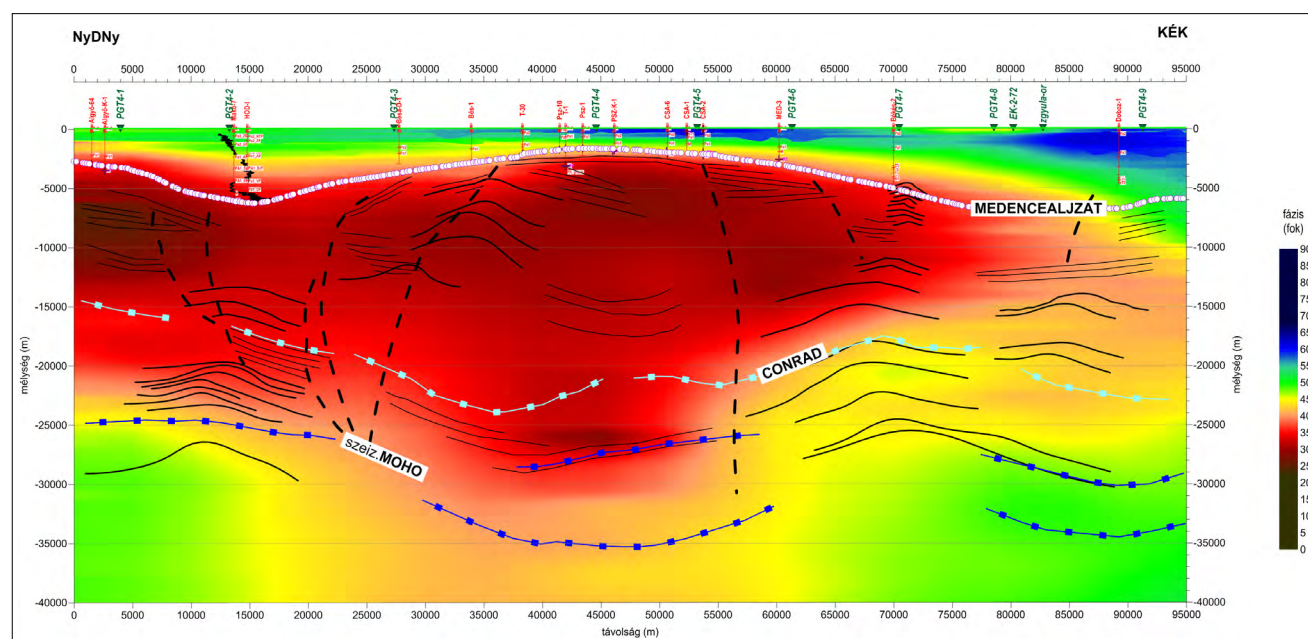
Medencealjzat és Moho-határfelület

A PGT-4 szelvény fázis mélységsvénye alapján lehet legjobban bemutatni, hogy mire használható a fázisparaméter (2. ábra). Az ábrán a sárga szín mutatja a $\varphi = 45^\circ$ körüli értéket, ami a homogén feltér értékének felel meg. A pirosas szín nagy fajlagos ellenállású közeget, $\varphi < 45^\circ$,

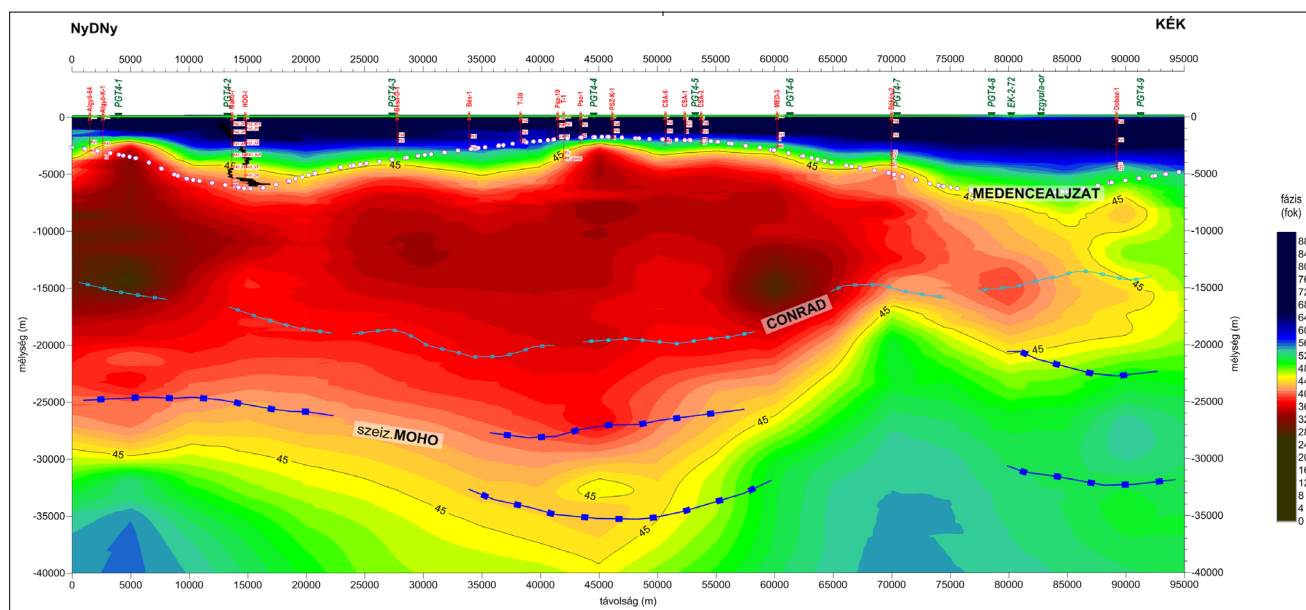
azaz szigetelőt jelez, a zöld és kék színek pedig, a $\varphi > 45^\circ$ értékeit mutatják, azaz jól vezető közeget. A kapott kép alapján az látszik, hogy a prekainozoos medencealjzatot és a Moho-inhomogenitás határfelületét viszonylag pontosan, csak a fázis alapján, a $\varphi = 45^\circ$ (40–50° körüli) érték alapján meg lehet határozni. Az persze nyilvánvaló, hogy földtani szempontból a medencealjzat felett egészen más képződmények okozzák a $\varphi > 45^\circ$ értéket, mint a Moho alatt, a felső köpenyben, de mégis változásokat okoznak a fázis értékében.



2. ábra | A PGT-4 szeizmikus reflexiók mélységsvénye megszínezve az impedanciafázis (φ_{yx}) paraméterrel
Figure 2 | The PGT-4 seismic reflection depth section coloured by the impedance-phase (φ_{yx}) parameter

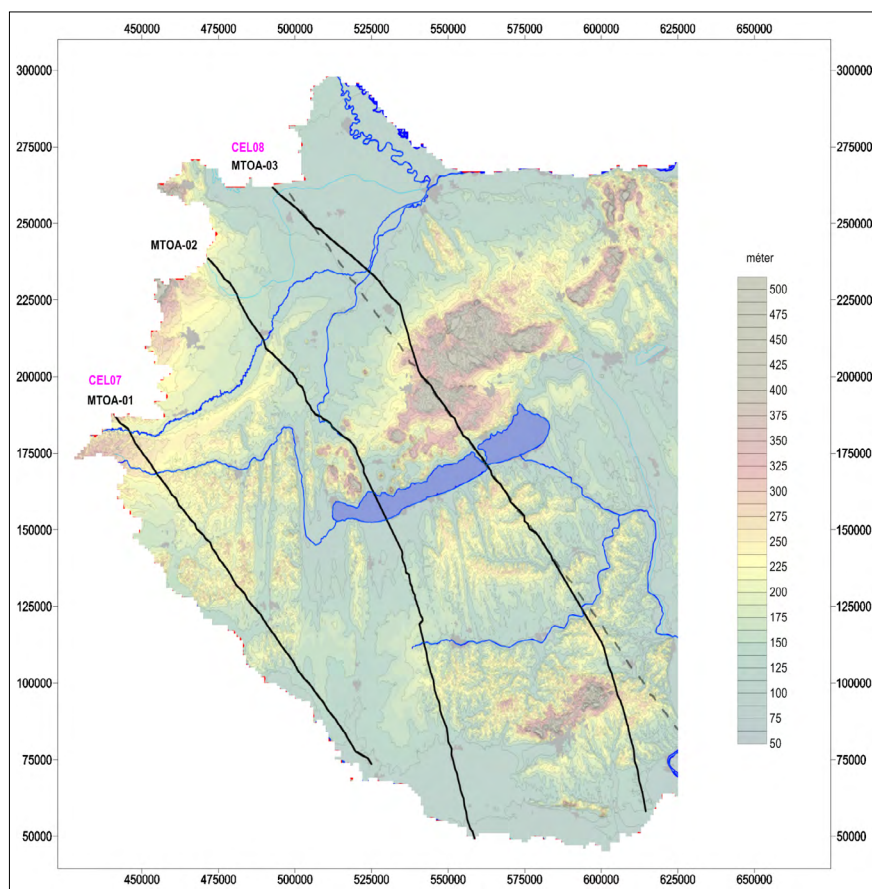


3. ábra | PGT-4 impedanciafázis (φ_{yx}) mélységsvényet a főbb kéregbeli szeizmikus határfelületekkel
Figure 3 | PGT-4 impedance-phase (φ_{yx}) depth section with major crustal seismic interfaces

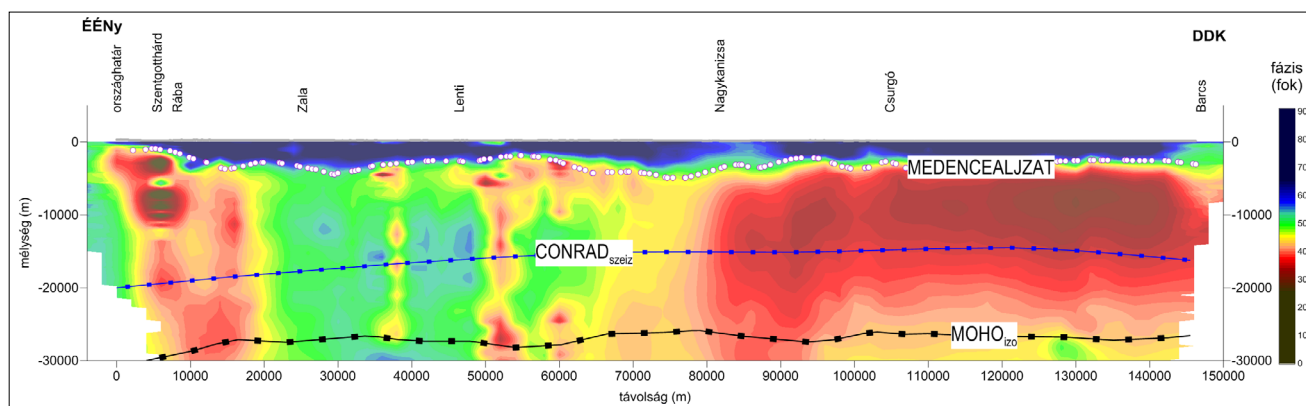


4. ábra | PGT-4 impedanciafázis- (φ_{AS}) paraméter az euklideszi norma szerint (kontrasztosabb hatás)
 Figure 4 | PGT-4 impedance-phase (φ_{AS}) parameter according to the Euclidean norm (more contrastive effect)

Ez abból adódik, hogy a fedő üledék 100 Ωm -es ellenállásából az 1100 Ωm -es medencealjzat ellenállásba való átmenet (+1000 Ωm -es ugrás) a mélyben, a fázis szempontjából ugyanolyan változást okoz, mint az 5000 Ωm -es



5. ábra | Magnetotellurikus alapszelvények: MTOA-01 (CEL07), MTOA-02, MTOA-03 (CEL08)
 Figure 5 | Magnetotelluric base sections: MTOA-01 (CEL07), MTOA-02, MTOA-03 (CEL08)



6. ábra Az MTOA-01 (CEL07) fázisszelvény [passzív szeizmikus Conrad-felülettel (Kalmár 2021) és izosztatikus Moho-felülettel]

Figure 6 The MTOA-01 (CEL07) phase section [with passive seismic Conrad surface (Kalmár 2021) and isostatic Moho surface]

szigetelőn belül negatív előjellel bekövetkező változása akkor, amikor a 4000 Ωm -re csökken az értéke ($-1000 \Omega\text{m}$ -es ugrás).

A fajlagos ellenállás megjelenítésekor a logaritmikus színképzés mellett ez meg sem jelenik, de a fázis érzékeli, jelzi ezt a változást, függetlenül a fajlagos ellenállás nagyságrendjétől!

Ez volt az egyik érdekes alkalmazási lehetőség. Ebben az esetben a medencealjzat nyomon követéséhez részletes, nagy sűrűségű mérési adatrendszerre van szükség, míg a Moho nyomon követése ritkább adatrendszer esetén is valószínűleg megvalósítható.

A különböző irányú látszólagos fajlagos ellenállások (ρ_{xy} és ρ_{yx}) esetén – mivel ezek a mennyiségek vektormennyiségek – használjuk a vektorösszegezést (euklideszi, frobeniuszi norma, lásd Kiss et al. 2020), s azzal képezzük az eredő látszólagos fajlagos-ellenállásértéket (ρ_{AS}). Ezekben az irányokban fázisparaméterünk is van (φ_{xy} és φ_{yx}), ezért ezt is vektornak tekinthetjük (amplitúdó és irány), noha a fázis alapvetően egy arányparaméter. Elvégezve a fázis vektorösszegezését (normalizálását) még kontrasztosabb fázismenetet (φ_{AS}) fogunk kapni (4. ábra).

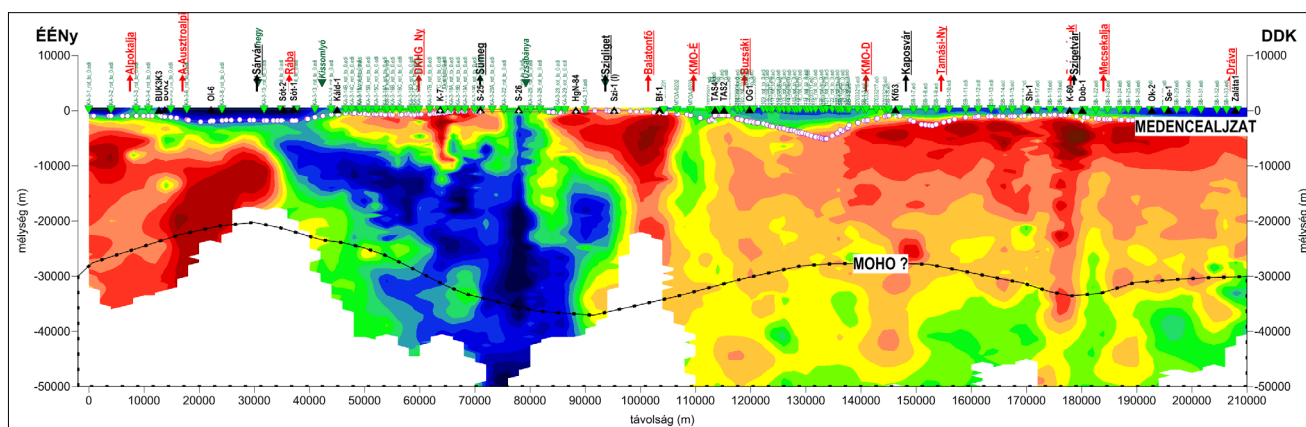
Mélyszerkezet és mágneses hatók

Egy másik alkalmazási lehetőség pedig, a mélyszerkezeti zónák, vagy a mágneses képződmények azonosítása lehet. Erre is mutatunk be egy érdekes példát.

Az országos magnetotellurikus alapszelvények (MTOA-01, MTOA-02 és MTOA-03, 5. ábra) feldolgozása során szembesültünk a fázis érdekes változásaival a Rába-vonal és Balatonfelvidék alatt.

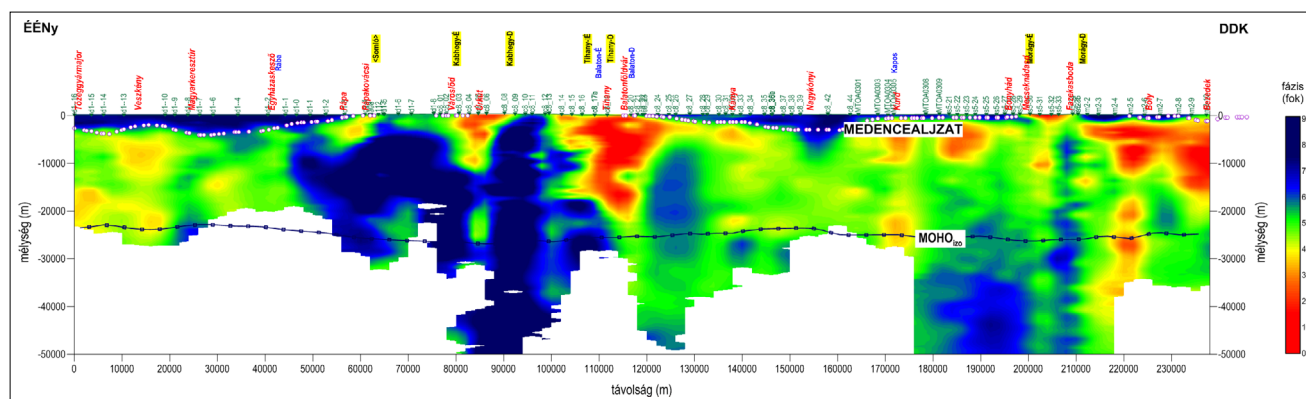
Az MTOA-01 szelvényen (Kiss, Szebenyi 2023) a fázis jelzi a prekainozoos medencealjzat felszínét és egy mély szerkezeti zónát, a Rába-vonal és az Alpokalja-vonal mentén (6. ábra). Itt még nem túl kontrasztos, de K-felé haladva, az MTOA-02 szelvényen (Kiss et al. 2024) a medencealjzat mellett azonosítható egy sokkal kontrasztosabb fázisváltozás is, amely a Dunántúli Elektromos Vezetőképesség Anomália (jól vezető zóna, röviden: DVA; Ádám, Verő 1967, Ádám 1992) mentén jelentkezik (7. ábra).

Az MTOA-02 szelvényen (7. ábra) a 45° körüli fázisérték jelzi a medencealjzat szintjét (pl. Kisalföld), mutatja a Rába-vonaltól induló (Sárvártól DDK-irányban mélyülő) szerkezeti fellazulási zónát, de Uzsabánya bazaltjai alatt is jelentős függőleges fázismaximum-zóna jelentkezik a ké-



7. ábra Az MTOA-02 fázisszelvény (a színkulcsot a 6. ábra mutatja) [a feltételezett Moho-határfelület – szaggatott fekete vonal, a prekainozoos medencealjzat (Haas 2010) – fehér pontvonal]

Figure 7 The MTOA-02 phase section (colour key shown in Fig. 6) [hypothetical Moho boundary surface – dashed black line, PreCenozoic basement (Haas 2010) – white dotted line]

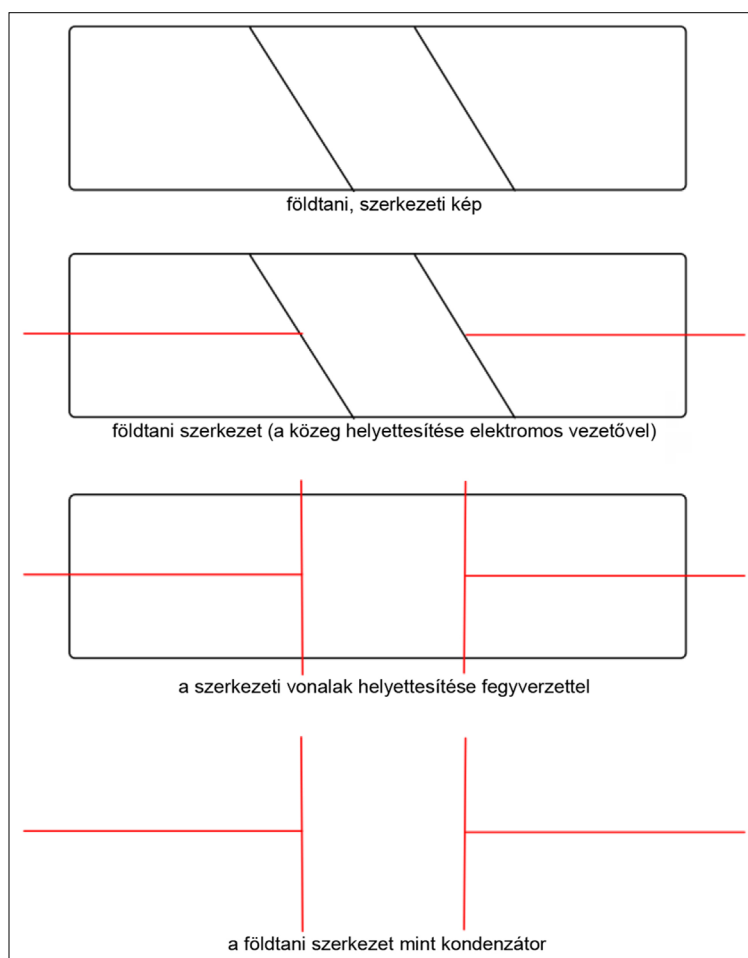


8. ábra	MTOA-03 fázisszelvény (prekainozoos medencealjzat (Haas 2010) – fehér pontvonal)
Figure 8	MTOA-03 phase section (Precenozoic basement (Haas 2010) – white dotted line)

regben 75–80 vkm-nél, amit a bázisos magmás kőzetek határfelületei okozhatnak. A mágneses – nem mágneses határfelületek mentén a 2D magnetotellurikus modellezés jelentős fajlagosellenállás- és fázisváltozásokat mutat (Kiss, Prácser 2021), amit sokszor zajnak tekintettek, mert nem ismerték a határfelületen történő változások törvényszerűségeit.

Ezek a szelvényeken a Moho-szintje nem azonosítható olyan egyértelműen, mint a PGT-4 szelvény esetében. Itt is megjelenik a mélyben a jobb vezetőképeség, de sokkal bizonytalanabb a felület beazonosítása – talán a felszíni inhomogenitások zavaró hatása miatt.

Az MTOA-03 szelvényen is megjelenik a medencealjazat szintje és a DVA zónája 50° feletti fázisértékekkel (8. ábra),



9. ábra	DVA mint egy ferde fegyverzetű elektromos (földtani) kondenzátor
Figure 9	DVA as a slant-armed electrical (geological) capacitor

miközben a Somló, a Kab-hegy és Tihany is a fázis alapján nagy ellenállással ($\mu \times \rho$ miatt) jelentkeznek. A $\varphi > 45^\circ$ értékek mintha a bazaltos tanúhegyek kontaktzónájához kapcsolódnának, amit a mágneses – nem mágneses határfelületen megjelenő rendellenességek okoznak (Kiss et al. 2023).

Mielőtt tovább megyünk, idézzük meg Nikola Tesla⁵⁾ életrajzi könyvében (Kocsis 2011) leírtakat:

„A nagyfrekvenciás áram a vezetőkben és az élő szövetekben a mágneses tér kiszorulása következtében nem a vezető anyag belsejében folyik át, hanem annak felszíne és a környező közege mentén. Ez a fajta áramvezetés ezért, az angol neve után, a skin- azaz bőrhatás elnevezést kapta, aminek megértésében Tesla kísérleteinek és bemutatónak alapvető szerepe volt!”

Ha az MTOA-02 és az MTOA-03 szelvényeken megnézzük a fázis alapján kirajzolódó jól vezető zónát, akkor nagyon hasonló képet, hasonló fáziseloszlást tapasztalunk. A jól vezető zónát $45\text{--}50^\circ$ -os határfelületek között látjuk megjelenni, ami képileg egy elforgatott fegyverzetű kondenzátorra hasonlít. A határfelületek a kondenzátor fegyverzetei, a DVA pedig a kondenzátor lemezei között lévő anyag (9. ábra). A fázisadatok szerint ez nem szigetelő, hanem jól vezető anyag. Gondoljuk azonban végig a Tesla-féle megállapítást: „a vezetőkben a mágneses tér kiszorulása következtében!” A váltóáramú mágneses tér kiszorulása azért is bekövetkezhet, mert a test eleve saját mágnesességgel rendelkezik, s ebben az esetben ugyanolyan skin-hatás fog megjelenni, mint a jól vezetők esetén, miközben a közeg vezetőképesség szempontjából nem változik!

MT 2D modellezési eredmények

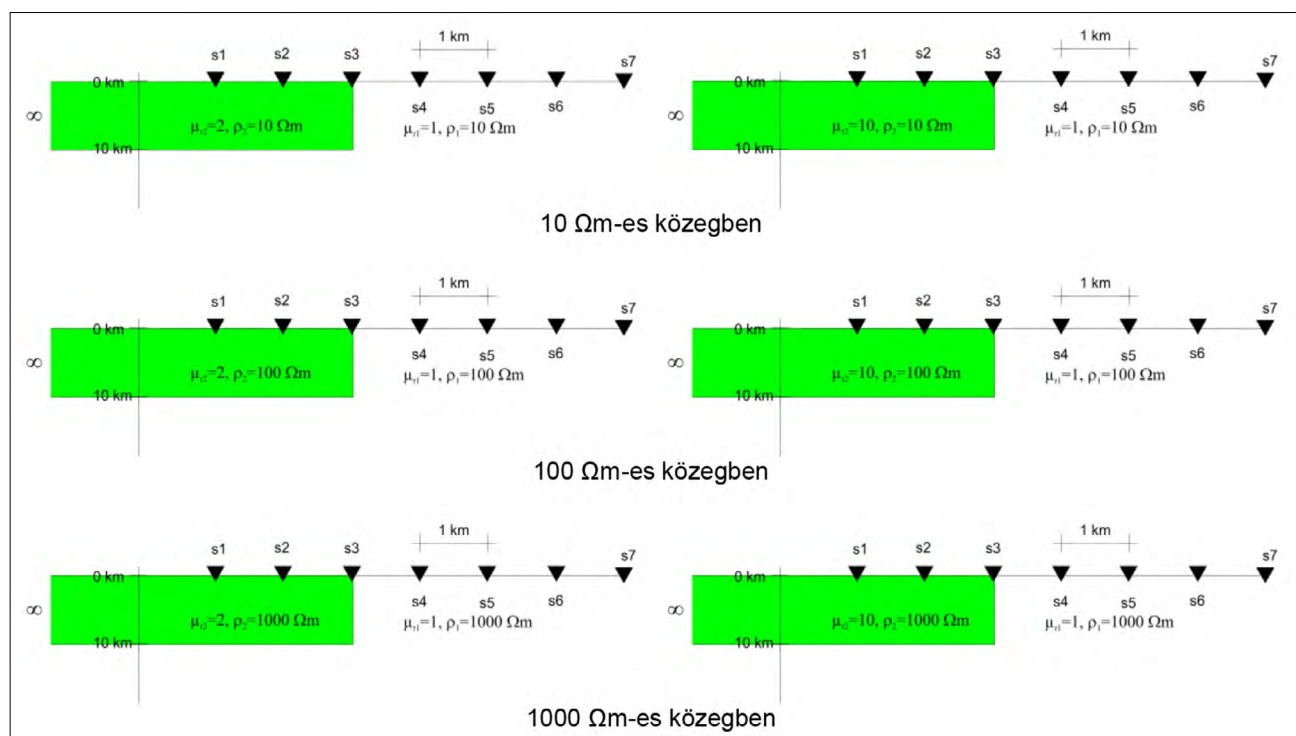
A váltóáramú elektromágneses (EM) tér, ahogy a neve is mutatja elektromos és mágneses tér egyszerre. Adódik tehát, hogy a földtani képződmények fizikai paraméterei közül az elektromos vezetőképesség és a mágneses permeabilitás fognak hatással lenni az anomális EM térre. Ennek ellenére a mágneses permeabilitás változásának lehetősége a korábban ismertetett tanulmányok egyikében sem jelent meg.

Egy indiai szerzőpárostól (Yadav G. S., Lal T. 1997) találtunk egy publikációt, amelyben rétegzett féltér esetén oldották meg a mágneses permeabilitás figyelembevételét, s ehhez a forráskódokat is megadták.

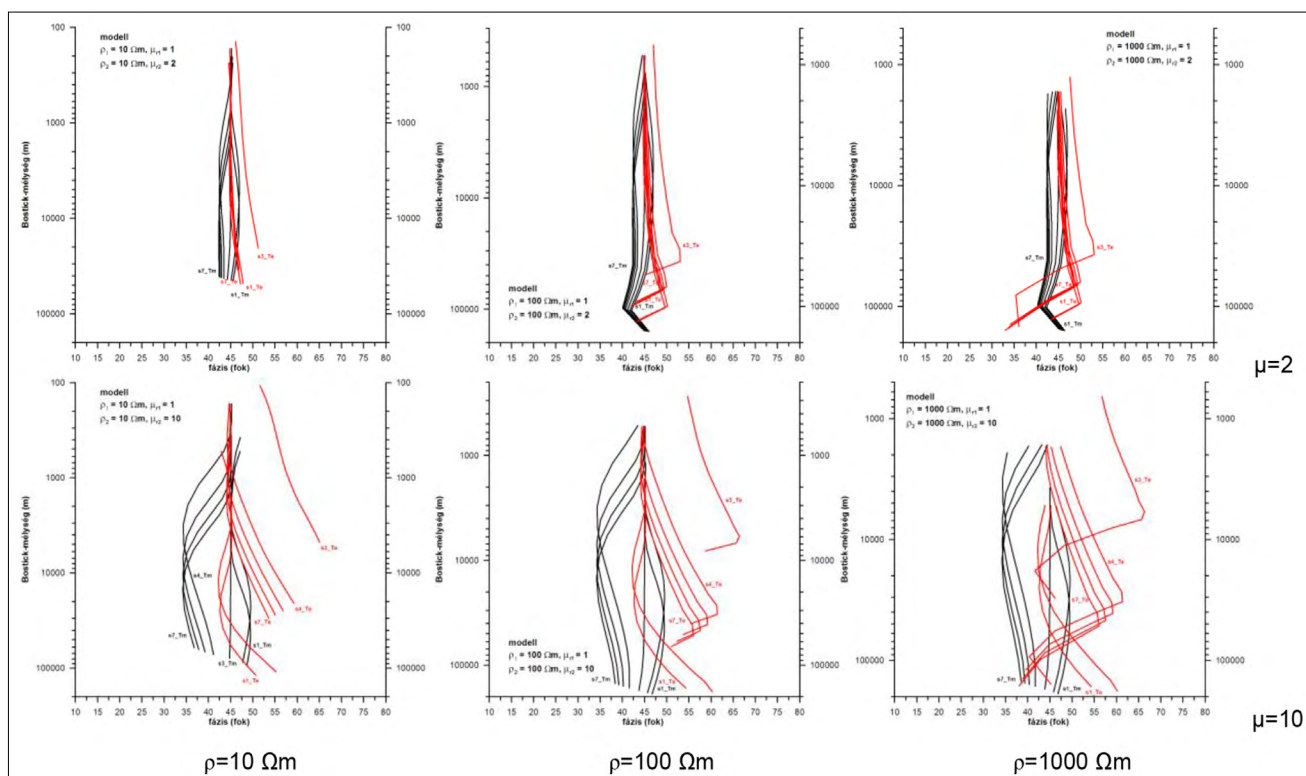
Az ELGI és az MTA-GGKI kutatói már 2005 óta foglalkoznak ezzel a problémával, különös tekintettel a mágneses fázisátalakulás jelenségére és határfelületi átmenetekre, s erről több publikáció is készült (Kiss et al. 2005a, 2005b, Szarka et al. 2010, Prácser 2010, Kiss et al. 2010, Kiss et al. 2020, Kiss, Prácser 2021, Kiss et al. 2023, Kiss, Zilahi-Sebess 2024).

Ebben a tanulmányban egy kicsit a fázisparaméterre koncentrálva – mert a mágneses permeabilitás hatással van a fázismenetre – szintén ismertetünk néhány modellezési eredményt, ahol a modellezéskor figyelembe vettük a mágneses permeabilitás megváltozásának lehetőségét egy elektromos vezetőképesség szempontjából homogén féltérben. Ennek ismerete a további földtani értelmezéshez szükséges lehet.

Már 2009-ben elkezdtük a kétdimenziós MT modellezéseket Ogava Y. (1987) véges differenciás algoritmusának



10. ábra Kiindulási modellek és szondázási helyek a 2D modellezés során (bal oldalon $\mu_{r2} = 2$ és jobb oldalon $\mu_{r2} = 10$ esetén)
Figure 10 Starting models and probing locations in 2D modelling (for $\mu_{r2} = 2$ on left and $\mu_{r2} = 10$ on right side)

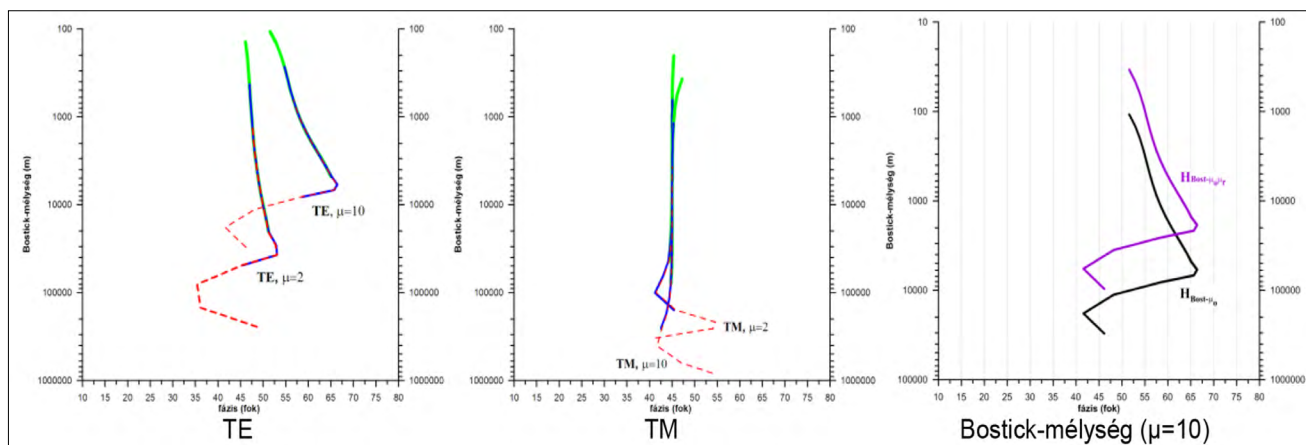


11. ábra Az impedanciafázis viselkedése különböző modellek és paraméterek esetén (a modell paraméterek az ábrán, a görbék különböző szondázási pontokon a fázis változását mutatják)

Figure 11 Impedance-phase behaviour for different models and parameters (model parameters in the figure, curves show the phase variation at different sounding points)

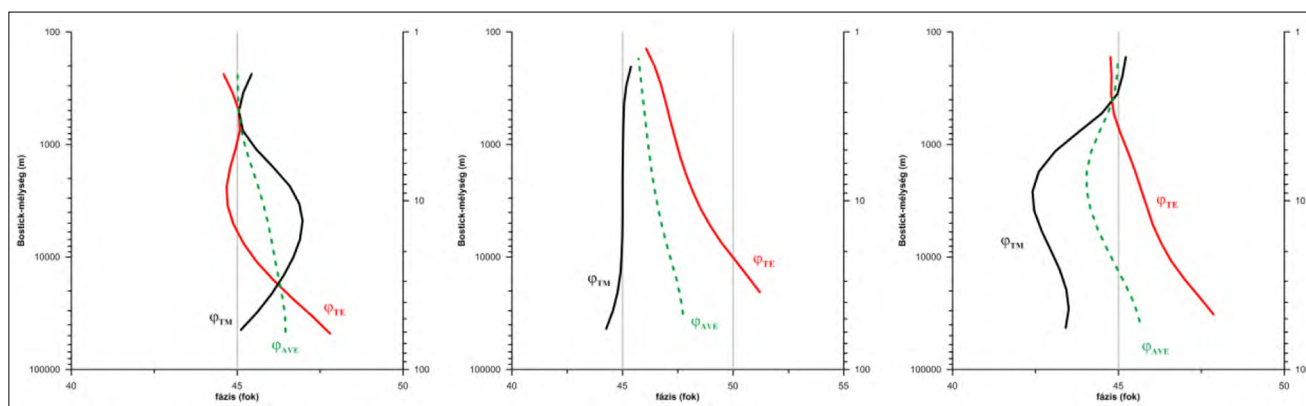
Uchida T. (1994) és Prácser E. (2007) által feljavított változatával, amelyről cikkek is készültek (Kiss, Prácser 2021, Kiss et al. 2023). E cikkekben a látszólagos fajlagos ellenállás és fázis viselkedését vizsgáltuk a vezetőképesség és az extrém nagy mágnesezettség esetén.

Egy elektromos vezetőképesség szempontjából homogén feltérbe helyzetünk el egy mágneses testet, amelynek elektromos vezetőképessége a homogén feltérrel egyező, de a mágnesezettsége eltérő, és modellezéssel vizsgáltuk a kialakuló EM teret a kontaktus környezetében.



12. ábra Az impedanciafázis viselkedése a mágneses, nem mágneses határfelület felett különböző TE és TM polarizációban a közeg elektromos vezetőképessége csak a behatolási mélységet változtatja. A relatív mágneses permeabilitás hatása a Bostick-mélységre $\mu = 10$ esetén. (zöld – 10 Ωm , kék – 100 Ωm , piros szaggatott – 1000 Ωm , fekete – Bostick $\mu_r = 1$, lila – Bostick $\mu_r = 10$) Az impedanciafázis viselkedése a mágneses, nem mágneses határfelület felett különböző TE és TM polarizációban a közeg elektromos vezetőképessége csak a behatolási mélységet változtatja. A relatív mágneses permeabilitás hatása a Bostick-mélységre $\mu = 10$ esetén. (zöld – 10 Ωm , kék – 100 Ωm , piros szaggatott – 1000 Ωm , fekete – Bostick $\mu_r = 1$, lila – Bostick $\mu_r = 10$)

Figure 12 The impedance-phase behaviour over the magnetic non-magnetic interface at different TE and TM polarizations, the electrical conductivity of the medium only changes the penetration depth. The effect of relative magnetic permeability on Bostick depth for $\mu = 10$. (green – 10 Ωm , blue – 100 Ωm , red dashed – 1000 Ωm , black Bostick $\mu_r = 1$, purple – Bostick $\mu_r = 10$)



13. ábra Fázisgörbék 3-as ponton, a kontaktuson (középen), s attól távolodva, a 2-es ponton, a mágneses közeg felett (balra) és a 4-es ponton, a nem mágneses közeg felett (jobbra) – paraméterek: $\mu = 2$, $\rho = 10 \Omega\text{m}$

Figure 13 Phase curves at point 3, at the contact (center), and away from it, at point 2, above the magnetic medium (left) and at point 4, above the non-magnetic medium (right) – parameters: $\mu = 2$, $\rho = 10 \Omega\text{m}$

A programmal további modellezéseket végeztünk a kontaktusmodellt használva különböző, de már kisebb mágneses permeabilitású ($\mu_r = 2, 10$) felszíni testtel, eltérő elektromos vezetőképességű, de homogén ($\rho = 10, 100, 1000 \Omega\text{m}$ fajlagos ellenállású) féltérben (10. ábra), vizsgálva az impedanciafázis viselkedését.

A megjelenítés során a függőleges tengely a Bostick-mélységet ($H_{\text{Bostick}} = [\rho_a / \omega \mu_0]^{1/2}$), a vízszintes tengely a fázisértéket mutatja. A Bostick-mélységet a klasszikus képlettel számoltuk, amely a közeg relatív mágneses permeabilitását 1-nek veszi (ez a mágneses közeg esetén hibás, de a klasszikus magnetotellurikus számítások konstans, egysegnyi mágneses permeabilitással számolnak).

A modellezés alapján látható, hogy az elektromos vezetőképesség alapján homogén féltérben megjelenő mágneses test esetében az ellenállás változása (11. ábra, a három oszlop összehasonlítása) csak a behatolási mélységet módosítja, a fázis értékét a mágneses permeabilitás megváltozása húzza szét (11. ábra, a sorok összevetése alapján). A legszélsőségesebb értékek a kontaktus felett (s3_{TE}) és a kontaktus melletti átmeneti zónákban alakulnak ki (Tesla-féle skinhatás). Ez egy háromdimenziós test esetében az érintő irányú komponenseket jelenti a test körül.

A modellezésben E -polarizációban szinte mindig jól vezető hatást ($\varphi > 45^\circ$) okoz a fázis alapján, míg a H -polarizációban, távolodva a mágneses testtől, inkább az ellenállást növeli, szigetelő hatást okozva ($\varphi < 45^\circ$).

A különböző polarizációkban a hatás nem egyforma, jól vezető közeg esetén a H -polarizáció erősebb, de ha nő az ellenállás, akkor az E -polarizációs hatás válik dominánssá a behatolási mélység függvényében. A polarizációs irány kialakulása a 3D testek esetén pontról pontra változhat, így nehéz egységesen kezelni a mérési eredményeket. Talán az átlagfázis vagy a normalizált (euklideszi norma vagy analitikus) fázis használható leginkább.

Látszik, hogy a mágneses testhez közelítve a fázis mindkét polarizációban – ellentétes irányból, de a 45° -os értéken átmegy, azaz a $j < 45^\circ$ értékről $j > 45^\circ$ értékre változik,

és fordítva. Ilyen módon eltérő dinamikával és eltérő mélységben, de mindkét polarizáció fázisértéke jelzi a határfelületet. Ez legjobban a 11. ábra $\mu = 10$ és a $\rho = 1000 \Omega\text{m}$ paraméterezés mellett azonosítható.

A modellezés során, mindkét polarizációban a fázis értéke a $0-90^\circ$ tartományban volt a felszíni függőleges határfelület ellenére.

A 12. ábra mutatja a TE és TM módban a fázis viselkedését közvetlenül a kontaktus felett. H -polarizációban (TM) szinte alig változik, míg E -polarizációban nagy mélységekig 45° -nál nagyobb értéket látunk. A 12. ábra jobb oldali részén azt mutatjuk be, hogy mit jelent, ha a Bostick-mélység esetében a közeg mágneses permeabilitás értékét használjuk ($\mu_0 \mu_r$), illetve nem használjuk (μ_0). A mágneses permeabilitás – ha figyelembe vesszük – csökkenti a behatolási mélységet. Mivel ez az érték általában ismeretlen, így a hagyományos számítások esetén a mágneses közeg jelenléte a behatolási mélységet módosítani fogja a klasszikus adatfeldolgozások során.

Érdekes a kontaktus környékét kiemelten vizsgálni, azaz a 2, 3 és 4-es pontok görbéit (13. ábra). Az ábrán jól látszik, hogy a különböző polarizációkban a görbék (φ_{TM} és φ_{TE}) eltérő menetet mutatnak. Az átlagfázis (φ_{AVE}) görbe a mágneses test felett 45° értékről indulva egyre nagyobb értéket vesz fel, a kontaktus felett már a kezdőfrekvencián (mélységen) is 45° feletti értékeket mutat, míg a mágneses testtől távolodva 45° alatti értékek lesznek jellemzőek a mágneses test vastagságának megfelelő mélyséig. A fázis alapján egyértelműen azonosítható a Tesla-féle skinhatás. Ez viszont azt jelenti, hogy például az átlagfázisértékek használhatók fel legjobban a földtani értelmezés során, mivel a 3D hatásokat is leképezik.

Konklúzió

A magnetotellurikus mérés egyik alapparamétere az impedanciafázis paramétere [$\varphi = \arg(Z)$], amelyet közvetve az inverziók során felhasználtunk eddig is, viszont a mérési

eredmények megjelenítése során csak az egyedi görbék felvillantásáig jutottunk. Pedig a fázisnak fontos indikátor szerepe van, azt jelzi, hogy a közeg fizikai paramétere (alapvetően a vezetőképesség, de nem zárható ki a mágneses permeabilitás sem) milyen irányban fog módosulni. Úgy működik, mint a mérleg nyelve: kibillen a 45°-os középpátlásból, ha valamelyik oldalon megbomlik az egyensúly, avagy a homogén (féltér) jelleg. A fázisnak mindegy, hogy ez 5, 50, 500, vagy 5000 Ω m-en következik be ez a változást! Ez viszont felértékeli a fázis szerepét a földtani értelmezésben. A fázis, a „mérleg nyelve”, amely megmutatja, hogy a közeg fajlagos ellenállásában mélyen irányú változás (növekedés vagy csökkenés) jelentkezik a magnetotellurikus mérések során. A mágneses permeabilitás megjelenése a kétdimenziós modellezéseink alapján szintén módosíthatja a fázis értékét, amit az elektromos vezetőképesség szempontjából homogén közegbe elhelyezett mágneses test modellezésével mutattunk ki. A különböző polarizációkból kapott átlagfázisérték érdekes paraméter (13. ábra), mert a 3D hatásokat is leképezi.

A vizsgált szelvények alapján a medencealjzat, a Moho-diszkontinuitás és a mágneses hatók lehetséges hatására mutattunk be példákat. Mivel a magnetotellurika esetében nagy mélységekről van szó, így a kimutatott hatások ellenőrzése nem mindig végezhető el, azaz sokszor nem ismerjük a változás pontos okait, de a feldolgozások során szerzett tapasztalatok, a komplex adatfeldolgozások segíthetnek minket továbblépni.

A cikk rámutat a fázis másik érdekességére is, hogy a meddő ellenállás induktív vagy kapacitív is lehet. A negatív (kapacitív) vagy pozitív (induktív) fázis vajon milyen földtani képződményhez, kifejlődéshez kapcsolódhat?

Az impedanciafázis paraméterének tehát a kutatás szempontjából mélyebb földtani értelme is lehet, amivel eddig, a magnetotellurikában még nem foglalkoztunk, úgy is mondhatnánk, hogy az összefüggések még feltáratlanok.

A fázisparamétert a Dunántúl területi feldolgozásában is vizsgáltuk és érdekes eredményeket kaptunk, amelyet a 2025. évi vándorgyűlésen és egy későbbi cikkben fogunk bemutatni.

A tanulmány szerzője

Kiss János

Jegyzetek

- ¹⁾ *Pseudoszélvény* – nem a mélység, hanem a frekvencia vagy periódusidő mentén megjelenített fajlagosellenállás-eloszlással, azaz a frekvencia vagy a periódusidő függvényében mutatja a változásokat, de ez földtani értelmezésre csak korlátozottan használható!
- ²⁾ Euklideszi vagy frobeniuszi norma [$C = (A^2 + B^2)^{1/2}$] – Kiss et al. 2020.
- ³⁾ *Rezisztencia* – az elektromágneses rezisztencia fogalma valójában az elektromágneses sugárzással szembeni ellenállásra vagy védekezésre utal. Az elektromágneses rezisztencia tehát a különböző anyagok és rendszerek azon képességét jelenti, hogy

ellenálljanak vagy csökkentsék az elektromágneses sugárzás hatását.

- ⁴⁾ *Reaktancia* – a reaktancia az elektromos áramkörökben a változó áram hatására fellépő ellenállás jellemzője. A reaktancia mértékegysége az ohm (Ω), és a nagysága a váltakozó áram frekvenciájától is függ. A reaktanciának két fő típusa van: induktív reaktancia (XL) és kapacitív reaktancia (XC).
- ⁵⁾ *Nikola Tesla* – a váltóáramú eszközök, gépek, transzformátorok, azaz az modern, váltóáramú elektromosság első felhasználója, mérnök, fizikus, feltaláló, természettudós és filozófus.

Hivatkozások

- Ádám A., Verő J. (1967): A magyarországi elektromágneses mérések újabb eredményei. *Geofizikai Közlemények*, 16/1–2, 25–52.
- Ádám A. (1992): A dunántúli elektromos vezetőképesség-anómália földtani és módszertani jelentősége. *Akadémiai székfoglaló*: 1990. szeptember 24. Értekezések, emlékezések. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Bahr K. (1988): Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: Regional induction and local telluric distortion. *Journal of Geophysics* 62, 119–27.
- Berdicseszkiy M. N. (1968): Geoelektromos kutatások magnetotellurikus szelvényezés módszerével. *Nyedra Kiadó, Moszkva*, p. 255. (Бердичевский М. Н.: Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования, Москва, Недра 1968.)
- Booker J. R. (2014): The magnetotelluric phase tensor: A critical review. *Surv. Geophys.* 35, 7–40.
- Bravo-Osuna A. G., Gómez-Treviño E., Cortés-Arroyo O. J. (2021): Reframing the magnetotelluric phase tensor for monitoring applications: Improved accuracy and precision in strike determinations. *Earth Planets Space*, 73/34.
- Cagniard L. (1953): Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting. *Geophysics*, 18/3. 605–635.
- Caldwell T. G., Bibby H. M., Brown C. (2004): The magnetotelluric phase tensor. *Geophysical Journal International*, 158/2, 457–469.
- Fischer G., Szarka L., Ádám A., Weaver J. (1992): The magnetotelluric phase over 2-D structures. *Geophysical Journal International* 108/3, 778–786.
- Heise W., Pous J. (2003): Anomalous phases exceeding 90° in magnetotellurics: Anisotropic model studies and a field example. *Geophysical Journal International*, 155/1. 308–318.
- Jakubovszkiy J. B. (1982): Geoelektromos Kutatás. *Tankönyv, Nyedra Kiadó, Moszkva*, p. 381. (Якубовский Ю. В. Ляхов Л. Л.: Электроразведка, Москва, Недра, 1982.)
- Kalmár D. (2021): Crustal structure determination in the wider region of the Pannonian Basin from P receiver function analysis. PhD-értekezés, ELTE p. 132.
- Kiss J., Prácsér E. (2021): Kétdimenziós magnetotellurikus modellezés – irányanizotrópiából származó hatások vizsgálata. *Magyar Geofizika* 62/1, 43–60.
- Kiss J., Prácsér E., Szarka L., Ádám A. (2010): Mágneses fázisátalakulás és a magnetotellurika. *Magyar Geofizika*, 51/ 2 73–87.
- Kiss J., Szarka L., Prácsér E. (2005a): Second order magnetic phase transition in the Earth. *Geophysical Research Letters*, 32, L24310.

- Kiss J., Szarka L., Prácser E. (2005b): A Curie-hőmérsékleti fázisátalakulás geofizikai következményei. *Magyar Geofizika*, 46/3, 102–110.
- Kiss J., Szarka L., Prácser E. (2023): Mágneses torzulások a magnetotellurikában, a klasszikus MT feldolgozási eljárások várható torzulásai mágneses közeg megjelenése esetén, 2D direkt modellezés eredményei extrém nagy mágneses permeabilitás esetén. *Magyar Geofizika*, 64/1, 1–15.
- Kiss J., Szebenyi R. M. (2023): Dunántúli magnetotellurikus MTOA–01 alapszelvény (CEL07 litoszférakutató szeizmikus-tomográfia-szelvény mentén). *Magyar Geofizika*, 64/2, 78–94.
- Kiss J., Szebenyi R. M., Lukács T. (2024): MagnetoTellurikus Országos Alapszelvények – a Dunántúli MTOA–02 szelvény komplex feldolgozása. *Magyar Geofizika*, 65/4, 138–152.
- Kiss J., Takács E., Szalay I. (2024): A Békési medence földtani-geofizikai adatainak elemzése földrengés veszélyeztetettség céljából. In: Markos G. (editor): Földtani kockázatok és veszélyforrások. Kézirat, SZTFH, MFGBA Adattár.
- Kiss J., Zilahi-Sebess L. (2024): Magnetotellurika – változók, képletek, összefüggések. *Magyar Geofizika*, 65/3, 107–112.
- Kiss J., Zilahi-Sebess L., Rádi K. (2020): MT mérési adatok nem hagyományos feldolgozása („AniMax” – anizotrópia maximumok és analitikus fajlagos ellenállás). *Magyar Geofizika*, 61/3, 101–122.
- Kocsis G. I. (2011): Nikola Tesla és az Univerzum titkai. Dürer Nyomda, Gyula, p. 494.
- Lilley F. E. M. (2020): Magnetotellurics: The CBB or phase tensor and Bahr’s 1988 analysis. *Exploration Geophysics*, Volume 51/4.
- Matvejev B. K. (1990): Geoelektromos Kutatás, Tankönyv, Nyedra Kiadó, Moszkva, p. 368. (Матвеев Б.К.: Электро-разведка, Москва, Недра, 1990.)
- Novák A. (2010): Elektromágneses geofizikai leképezés tenzor invariánsokkal: a felszínközeltől a dunántúli mélyszerkezetig. PhD-értékezés, NYME, p. 187.
- Prácser E. (2010): A mágneses permeabilitás meghatározása inverzióval. *Magyar Geofizika*, 51/4, 175–184.
- Prácser E., Szarka L. (1999): A correction to Bahr’s “phase deviation” method for tensor decomposition. *Earth Planets and Space* 51, 1019–1022.
- Rikitake T. (1948). Notes on electromagnetic induction within the Earth. *Bull. Earthq. Res. Inst.* 24/1, 4. 2.
- Szarka L., Fischer G. (1989): Surface electromagnetic parameters in terms of the distribution of current at depth. *Geophysical Transactions* 35/3, 157–172.
- Szarka L., Fischer G. (1991): Subsurface electromagnetic parameters in terms of the distribution of current. *Geophysical Transactions* 37/1, 25–38.
- Szarka L., Kiss J., Prácser E., Ádám A. (2010): The magnetic phase transition and geophysical crustal anomalies. *Chinese Journal of Geophysics* 53/3. 612–621.
- Tietze K., Ritter O., Egbert G. D. (2015): 3-D joint inversion of the magnetotelluric phase tensor and vertical magnetic transfer functions. *Geophysical Journal International*, 203/2.
- Tyihonov A. N. (1950): On determining electrical characteristics of the deep layers of the Earth’s crust. “Доклады”
- Vozoff K. (1986): Magnetotelluric methods. *Geophysics Reprint Series No. 5*. SEG, Tulsa, Oklahoma, p. 763.
- Weaver J. T., Agarwal A. K., Lilley F. E. M. (2002): Characterization of magnetotelluric tensor in terms of its invariants. *Geophysical Journal International* 141/2, 321–336.
- Yadav G. S., Lal T. (1997): A Fortran 77 program for computing magnetotelluric response over a stratified Earth with changing magnetic permeability. *Computers & Geosciences* 23/10, 1035–1038.
- Zsdanov M. Sz. (1986): Geoelektromos Kutatás. Tankönyv, Nyedra Kiadó, Moszkva, p. 316. (Жданов М. С.: Электро-разведка, Москва, Недра 1986.)