Az általánosított Berggren-reprezentáció használata magszerkezet számolásban

The Application of the Generalized Breggen-representation in the Calculation of Nuclear Structure

T. VERTSE[1], R. Id BETAN[2], R. J. LIOTTA[3], N. SANDULESCU[4], R. WYSS[5]

[1]Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences
H-4001 Debrecen, Pf. 51,
and University of Debrecen, Faculty of Informatics,
H-4010 Debrecen, Pf. 12, Hungary.

[2]University of Rosario,
Avenida Pellegrini 250.2000 - Rosario. Santa Fe. Argentina.

[3]Royal Institute of Technology, Alba Nova University Center,
SE-10691, Stockholm, Sweden.

[4]Institute of Physics and Nuclear Engineering,
P.O.Box MG-6, Bucharest-Magurele, Romania.

[5]Royal Institute of Technology, Alba Nova University Center,
SE-10691, Stockholm, Sweden.

ABSTRACT

A new unified shell model scheme is introduced in which the single particle basis is a generalization of the Berggren representation. This representation includes antibound states as well. We apply the new scheme to the calculation of the ground state of the exotic ^{11}Li nucleus. Both the contributions of the antibound state and the complex continuum are important and none of them can be neglected.

Egy olyan új egységes héjmodell sémát adunk, amelyben az egyrészecske-bázis a Berggren-reprezentáció általánosítása, amiben virtuális vagy másnéven antikötött bázisállapot is szerepel. Az új sémát a ^{11}Li egzotikus atommag alapállapotának kiszámítására használjuk. Ebben az esetben a virtuális állapotnak és a komplex kontinuumnak is nagy járuléka van, és ezek egyike sem hanyagolható el.

1. BEVEZETÉS

A kontinuumot is tartalmazó Hamilton-operátor „standard" egyrészecske reprezentációja a következő:

$$\delta(r-r') = \sum_{n=b} u_{nlj}(r,k_n)\, u_{nlj}(r',k_n) + \int_0^\infty dk u_{lj}(r,k) u_{lj}(r',k)^* \,. \tag{1}$$

Berggren[1] a valós energiájú kontinuumot egy L^+ komplex pályamenti kontinuumra cserélve kapta a Berggren-reprezentációt:

$$\delta(r-r') = \sum_{n=b,d} u_{nlj}(r,k_n)\, u_{nlj}(r',k_n) + \int_{L^+} dk u_{lj}(r,k) u_{lj}(r',k) \,. \tag{2}$$

Ebben az összegben az L^+ pálya feletti bomló rezonanciák (d) is szerepelnek.

Az első munka[2] amiben az (a) antikötött állapottal is kiegészítették a Berggren-reprezentációt (ez az általánosított Berggren-reprezentáció), nem adott kielégítő eredményt, mert a számolásban elhanyagolták a komplex kontinuumot. Az általánosított Berggren-reprezentáció:

$$\delta(r-r') = \sum_{n=b,d,a} u_{nlj}(r,k_n)\, u_{nlj}(r',k_n) + \int_{L_g^+} dk u_{lj}(r,k) u_{lj}(r',k) \tag{3}$$

a következő bázisállapotokat tartalmazza: negatív energiájú kötött és antikötött állapotokat, komplex energiájú bomló rezonanciákat, valamint egy L_g^+ kontúr menti komplex kontinuumot. Jelen szerzők használták először[3][4][5] az általánosított Berggren-reprezentációt csonkítatlan formában. Ennek a közelítésnek az egyedülálló tulajdonsága, hogy segítségével az antikötött pólus és az azt körülvevő komplex kontinuum hatása külön-külön vizsgálható. Módszerünk segítségével az egyrészecske bázis a kontúr változtatásával rugalmasan változtatható.

2. NEM-KÖTÖTT ÁLLAPOTOKAT TARTALMAZÓ KÉTRÉSZECSKÉS HÉJMODELL

Modellünket a ^{11}Li és a ^{72}Ca glóriás atommagok szerkezetének számolásán próbáltuk ki. Itt csak a ^{11}Li esetét tárgyaljuk. Két valencia-neutron mozgását írtuk le a ^{9}Li magtörzs terében. A magtörzs hatását egy olyan fenomenologikus Woods-Saxon potenciállal szimuláltuk, amiben egy gyengén kötött virtuális (anti-kötött) állapot volt az $l=0$ parciális hullámban. A diszkrét egyrészecskeállapotokat (b,d,a) a radiális Schrödinger-egyenlet kifutó hullámú sajátfüggvényei adják. A radiális egyenlet megoldását numerikusan a darabonkénti perturbációs módszerrel végeztük[6].

A neutronok közötti maradékkölcsönhatást szeparálható alakúnak vettük:

$$<k\widetilde{l};\alpha\,|\,V\,|\,ij;\alpha> = -G_\alpha f_\alpha(kl) f_\alpha(ij)\,, \tag{4}$$

ahol G_α a kölcsönhatás erőssége.

A szeparálható kölcsönhatás használata lehetővé tette, hogy a kétrészecske rendszer komplex energiáit és hullámfüggvényét a kétrészecske Hamilton-operátor mátrixának diagonalizálása helyett egyszerűen az alábbi diszperziós reláció segítségével számoljuk:

$$-\frac{1}{G_\alpha} = \sum_{i\le j} \frac{f_\alpha(ij)^2}{\omega_\alpha - \varepsilon_i - \varepsilon_j}\,, \tag{5}$$

ahol ω_α a komplex kétrészecske energia. Az $E=\omega_\alpha$ energájú állapot hullámfüggvényének komplex amplitúdói pedig a következők: $X_{ik}^\alpha = N\dfrac{f_\alpha(ik)}{\omega_\alpha - \varepsilon_i - \varepsilon_k}$, ahol az N együttható értékét a: $\sum_{i\le k}(X_{ik}^\alpha)^2 = 1$ normálási feltétel adja meg. A monopólus kölcsönhatással csak a 0^+ két-neutron állapotokat számoltuk. Az α két-neutron állapot lj parciális hullám tartalma:

$$A_{lj}^\alpha = \sum_{i(lj),k(lj)} (X_{ik}^\alpha)^2 \tag{6}$$

csak annak ω_α energiájától függ, és független a komplex pálya alakjától. Az A_{lj}^α mennyiségnek pólus-pólus (p-p), pólus-kontinuum (p-c) és kontinuum-kontinuum (c-c) konfigurációkra való fragmentációja természetesen függ a kontúr választott alakjától

.

3. A MÓDSZER ALKALMAZÁSA A ^{11}LI MAG ESETÉRE

A ^{11}Li atommagot sokat tanulmányozták. Nekünk az a célunk, hogy bemutassuk az új módszerünk alkalmazását erre a magra egy nagyon egyszerű modell keretében. A ^{11}Li magot egy a ^{9}Li mag, mint passzív törzs körül nem-kötött pályákon mozgó két valencia neutronból álló rendszernek tekintjük, ugyanis a ^{10}Li mag nem kötött.

A ^{11}Li alapállapota egy kötött $3/2^-$ állapot $E_{gs} = -0.295$ MeV energiával a $[\psi_{gs}(^9Li)^{3/2^-} \otimes \psi_{2\nu}^{0^+}]^{3/2^-}$ konfigurációban. Egyszerű modellünkben a maradékkölcsönhatás E_{gs} energián kötött alapállapotot hoz létre $\psi_{2\nu}^{0_1^+}$ a nem-kötött bázisállapotokból.

A Woods-Saxon potenciál mélysége paritásfüggő volt. Az általánosított Berggren-bázis diszkrét energia-sajátértékeit az 1. táblázat tartalmazza, a komplex szórási állapotokat a választott kontúrok mentén $E_{max} = 10$ MeV energiáig vettük figyelembe. A G erősséget úgy állítottuk be, hogy reprodukáljuk az $E_{gs} = -0.295$ MeV alapállapoti energiát, ami $G = G_0 = 0.00194$ MeV erősségnél következett be.

1. táblázat.

Diszkrét neutron egyrészecske-energiák a ^{11}Li MeV egységben. A magtörzsben betöltött kötött állapotok (b) és a nem-kötött diszkrét antibound (a) és rezonancia (r) állapotok komplex energiáit adjuk.

nl_j	állapot típus	E_{nlj} $[MeV]$
$0s_{1/2}$	B	$(-23.278, 0.0)$
$0p_{3/2}$	b	$(-2.589, 0.0)$
$1s_{1/2}$	a	$(-0.050, 0.0)$
$0p_{1/2}$	r	$(0.195, -0.047)$
$0d_{5/2}$	r	$(2.731, -0.545)$
$0d_{3/2}$	r	$(6.458, -5.003)$

Az A_{lj} mennyiségek a bázistól függetlenül: $A_{s_{1/2}}^{0_1^+} = 0.49$, $A_{l=1}^{0_1^+} = 0.42$ és $A_{l=2}^{0_1^+} = 0.09$ értékek voltak. A „standard” bázissal (diszkrét tagok nélkül) a hullámfüggvény sok c-c komponensre fragmentálódik. Az általánosított Berggren-kontúrral is ugyanezeket az A_{lj}^{α} értékeket kapjuk. Az értékek fragmentálódását a 2. táblázat mutatja.

2. táblázat

A ^{11}Li alapállapoti hullámfüggvényé $A(lj)$ parciális hullám tartalmának fragmentációja pólus-pólus p-p, pólus-kontinuum p-c és kontinuum-kontinuum c-c tagokba az általánosított Berggren-reprezentáció használatakor. A $\sum X_{ik}^2$ mennyiségeknek csak a valós részét adjuk meg.

$(lj)^2$	$(s_{1/2})^2$	$(p_{1/2})^2$	$(d_{5/2})^2$
p-p	12.94	0.64	0.13
p-c	–29.36	–0.28	–0.03
c-c	16.92	0.02	–0.00
A_{lj}^{α}	0.49	0.39	0.09

A $(p_{1/2})^2$ és $(d_{5/2})^2$ parciális hulám tartalmakban a pólus-pólus tagok a $(0p_{1/2})^2$ és a $(0d_{5/2})^2$ rezonanciák konfigurációi és ezek képezik az illető parciális hullámuk domináns tagjait. A $p_{1/2}$ és a $d_{5/2}$ kontúrok elhagyása csak kicsi változást okoz az eredményben. Az $(s_{1/2})^2$ tartalom estében azonban a pólus-pólus tag a legkisebb a három óriási fragmentum közül, amelyek csaknem teljesen kioltják egymást. Mindhárom járulék egyformán fontos, és egyiküket sem lehet elhanyagolni. A 3. táblázatban azonban, láthatjuk, hogy mi történik, ha mégis elhanyagoljuk valamelyiket.

3. táblázat

A ^{11}Li alapállapotának számolt energiája és az alapállapoti hullámfüggvény l = 0 komponense különböző l = 0 kontúrok és különböző G kölcsönhatási erősségek mellett.

G	anti-kötött	kontúr	$\omega_{0_1^+}$ $[MeV]$	$A_{s_{1/2}}$
G_0	nincs	valós	-0.295	0.49
G_0	van	L_g^+	-0.295	0.49
G_0	nincs	L_g^+	-2.691	0.77
G_0	van	nincs	-1.567	0.77
újra illesztve	van	nincs	-0.295	0.98
újra illesztve	nincs	L_g^+	-0.295	0.98

Az antikötött pólus vagy a pólust körbevevő kontúr elhanyagolásával nagyon rossz eredményt kapunk. Vagy az $\omega_{0_1^+}$ eltolódása lesz nagy, vagy, ha a G erősséget az E_{gs} értékhez újra adjusztáljuk, akkor az állapot $l = 0$ tartalma lesz túlságosan nagy a hullámfüggvényben.

4. KÖVETKEZTETÉSEK

Az általunk bevezetett új formalizmus, ami az általánosított Berggren-reprezentációt használja az egyrészecske bázis számára, az egyetlen olyan módszer, amellyel az antikötött pólus és a komplex kontinuum hatása külön-külön vizsgálható. A formalizmusnak a ^{11}Li atommag alapálapotának számolására való alkalmazása azt mutatta, hogy bár az antikötött állapot járuléka fontos, azonban ennek a jelentős járuléknak nagy részét a komplex kontinuum járuléka kioltja. Ezért nem hanyagolható el sem a kontúr, sem a pólus járuléka.

A kétrészecske bázis méretében a új formalizmus nem hoz nyereséget a „standard” bázis használatához képest. Az új bázis használata azonban segít megérteni, hogy mi történik, ha a ^{10}Li nem-kötött maghoz egy további neutront hozzáadva kötött ^{11}Li állapotot kapunk. Az új bázis ugyanis egyszerre írja le mindkét Li izotóp szerkezetét.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezt a munkát a magyar OTKA (T46791) és a magyar-argentin TéT alap Arg-6/2005 számú projektje támogatta.

HIVATKOZÁSOK

[1] T. Berggren, Nucl. Phys. A **109**, 265 (1968).
[2] T. Vertse, P. Curutchet, R. J. Liotta, and J. Bang, *Acta Phys. Hung.* **65**, 305 (1989) .
[3] R. G. Lovas, J. Zs. Mezei, T. Vertse, Resonating clusters Int. Symp., Kurokawa Village, Niigata, Japan, 19-22 Nov., 2003.
[4] R. Id Betan, R. J. Liotta, N. Sandulescu, and T. Vertse, *Physics Letters* **B584**, 48 (2004) .
[5] R. Id Betan, R. J. Liotta, N. Sandulescu, T. Vertse, R. Wyss, *Phys. Rev.* **C72**, 054322 (2005) .
[6] L. gr. Ixaru, M. Rizea, T. Vertse, Comput. Phys. Commun. 85, 217 (1995).