

Kopás numerikus vizsgálata

Numerical investigation of the wear

Analiza numerică a uzurii

DR. PÁCZELT István prof. emeritus

Miskolci Egyetem
H-3515 Miskolc-Egyetemváros,
+36-30-269-5189, paczelt@freemail.hu

ABSTRACT

For working regime it is important to know the wear process. The wear process in the time may be reached by time integration of the wear rule. Another way to get directly the contact pressure is using the adequate variational method. The paper demonstrates one example for reciprocal punch sliding with or without heat generation. The temperature field gives an important influence on the wear shape.

ÖSSZEFOGLALÓ

Gépek üzemeltetésénél fontos a kopás időbeli lefutásának ismerete. A kopás időbeli lefutását a kopási törvény időbeli integrálásával kaphatjuk meg. Egy másik lehetséges út, megfelelő variációs elv segítségével közvetlenül megkapni az érintkezési nyomás függvényt, majd annak ismeretében a kopott alakot. Egyszerű periodikus mozgású bélyeg példáján keresztül mutatjuk be a javasolt módszer hatékonyságát abban az esetben, amikor a súrlódási hőveszteségből keletkező hőmérséklet mező hatása számottevő a kopott alakra.

Kulcsszavak: kopás, érintkezési feladat, kopási törvény numerikus integrálása, hőhatás

1. BEVEZETÉS

A gépek működésénél számos elem egymáshoz képest elcsúszik, elmozdul, érintkezési felületeik mentén a súrlódás hatása miatt hő fejlődik, továbbá anyagrészek válnak le, azaz kopás lép fel. A levált, lekopott anyag következtében a kezdetileg kialakított felületek formája megváltozik, amely sok esetben a testek feszültségi állapotának lényeges változásához vezethet a kopás mértékétől függően. A várható alak gyors meghatározása fontos a gép üzemeltető számára, a tervezőnek pedig lehetőséget ad a várható élettartam becslésére.

A kopás folyamatának numerikus szimulálása hagyományos úton, a kopási törvény időintegrálásával nagy számítógépi időt követelő folyamat. Jelen munka arra kíván válaszolni, lehet-e más módon, valamilyen variáció elv felhasználásával, közvetlenül meghatározni az ún. állandósult kopási állapothoz tartozó érintkezési nyomást és az alkatrészek közötti csúszás miatt a Coulomb-féle törvény értelmében az érintőleges feszültséget. Látni fogjuk, hogy erre valóban van lehetőség. A feladatkor az érintkezési problémákon belül az optimalizáláshoz, a kopási folyamatok vizsgálatához tartozik. Érintkezési optimalizációs feladatokat foglalja össze Haslinger és Neittaanmaki matematikai igényességgel tárgyalt könyve [1], Hilding és társainak [2] áttekintő cikke, Páczelt [3], Páczelt és Baksa [4] különféle optimalizációs feladatok megoldását elemző munkái. A kopási folyamatok elemzését a peremérték feladatok pontos megoldásaival Goryacheva és Dobuchin [5] foglalja össze korábbi könyvében ill. Soldatenkov [6] könyve jelent fontos forrást a téma iránt érdeklődőknek. Érintkezési feladatokkal foglalkozó nagyszámú munka közül a numerikus technikát is alkalmazó Johnson [7], Kalker [8], Laursen [9] és Wriggers [10] által írt könyvek emelendők ki.

Jelen tanulmány 2. fejezete az érintkezési feltételekkel, a relatív sebesség definíciójával, az alkalmazott módosított Archard törvénnyel [11] foglalkozik, ill. az állandósult kopáshoz tartozó nyomás levezetésre is sor kerül, a forgástestek vonatkozásában is megadva az összefüggést. Ezek után kerül sor a 3. fejezetben a periodikus mozgásnál fellépő kopások vizsgálatára síkbeli feladatnál. A 4. fejezet a hőfejlődés problémakörét érinti röviden, majd az 5. fejezetben egy kopási példát mutat be, hőfejlődés nélküli és hőfejlődési esetben.

2. KOPÁSI TÖRVÉNY, ÉRINTKEZÉSI NYOMÁS ÁLLANDÓSULT KOPÁS ESETÉN

Vizsgálatainkban az érintkezési felület normálisának irányába eső, lekopott réteg változásának sebességét modifikált Archard féle törvénnyel írjuk le.

$$\dot{w}_{i,n} = \beta_i (\tau_n)^{b_i} \|\dot{\mathbf{u}}_\tau\|^{a_i} = \beta_i (\mu p_n)^{b_i} \|\dot{\mathbf{u}}_\tau\|^{a_i} = \beta_i (\mu p_n)^{b_i} v_r^{a_i} = \tilde{\beta}_i p_n^{b_i} v_r^{a_i}, \quad i=1,2 \quad (1)$$

ahol kísérletekből nyert kopási anyagállandók β_i, a_i, b_i a kopási sebességet jellemzik, $\tilde{\beta}_i = \beta_i \mu^{b_i}$, p_n, τ_n - az érintkezési nyomást és az érintőleges feszültséget (Coulomb-féle törvény által meghatározott) jelöli, μ - a súrlódási tényező az elcsúszási irányban, $v_r = \|\dot{\mathbf{u}}_\tau\|$ - a két test közötti relatív sebesség [12]. Általános esetben a kopást kopási vektorral jellemezhetjük. A kopási vektort az érintkező testek közötti relatív merevtestszerű mozgás határozza meg [14-15].

Az 1a. ábra egy ék alakú bélyeg és az alatta v_r sebességgel mozgó végtelen sáv esetén mutatja be a kopási vektort. Mivel a bélyeg a kopás folyamán merevtestszerűen csak függőlegesen tud elmozdulni, a kopási vektor függőleges lesz.

A rugalmas kicsiny alakváltozás és kopás mértéke miatt a v_r relatív sebességet a testek közötti merevtestszerű mozgásból adódó, az érintősíkba eső sebesség fogja szolgáltatni, ami azt jelenti, hogy ez a sebesség előzetesen, a peremérték feladat megoldása nélkül már ismert.

A [12-16] munkában igazolt, hogy állandó terhelés, sebesség esetén bizonyos kezdeti idő eltelte után egy állandósult kopási állapot lép fel, abban az esetben, ha az érintkezési tartomány terjedelme közben nem változik. Változó tartománynál ún. kvázi állandósult állapot érhető el.

A kopási vektort az érintkező testek közötti relatív merevtestszerű mozgás határozza meg. A kopási vektor $\dot{\mathbf{w}}_R$ a felület transzformálását és lekopott anyag tangenciális irányú mozgását jellemzi.

A B_1 és a B_2 test közötti érintkezési feszültséget a következő összefüggés írja le

$$\mathbf{t}^c = \mathbf{t}_1^c = -\mathbf{t}_2^c = -p_n \boldsymbol{\rho}_c^\pm, \quad \boldsymbol{\rho}_c^\pm = \mathbf{n}_c \pm \mu \mathbf{e}_{\tau 1} - \mu_d \mathbf{e}_{\tau 2} \quad (2)$$

ahol $\boldsymbol{\rho}_c^\pm$ a $\mathbf{t}^c$ érintkezési feszültséget jellemzi a p_n érintkezési nyomáson és a csúszási főirányhoz tartozó μ súrlódási és μ_d keresztirányú súrlódási tényezőn keresztül. A + előjel az (2)-ben ahhoz az esethez tartozik, amikor a relatív sebesség $\dot{\mathbf{u}}_\tau = \dot{\mathbf{u}}_\tau^{(2)} - \dot{\mathbf{u}}_\tau^{(1)} = -\|\dot{\mathbf{u}}_\tau\| \mathbf{e}_{\tau 1} = -v_r \mathbf{e}_{\tau 1}$, és a B_1 testre a csúsztatófeszültség a $-\mathbf{e}_{\tau 1}$ irányba fog hatni. Itt $\dot{\mathbf{u}}_\tau^{(i)}$, $i=1,2$ az i -dik test érintkezési felületén fellépő érintősíkba eső sebességet jelöli.

Azonos irányítottság alapvető szabálya alapján [14,15] a kopási vektor sebessége $\dot{\mathbf{w}}_R$ párhuzamos a merevtestszerű kopási sebességgel

$$\dot{\mathbf{w}}_R = \dot{w}_R \mathbf{e}_R, \quad \mathbf{e}_R = \frac{\dot{\boldsymbol{\lambda}}_R}{\|\dot{\boldsymbol{\lambda}}_R\|} = \frac{\dot{\boldsymbol{\lambda}}_F + \dot{\boldsymbol{\lambda}}_M \times \Delta \mathbf{r}}{\|\dot{\boldsymbol{\lambda}}_F + \dot{\boldsymbol{\lambda}}_M \times \Delta \mathbf{r}\|}, \quad (3)$$

ahol $\dot{\boldsymbol{\lambda}}_F$ és $\dot{\boldsymbol{\lambda}}_M$ - kopás által keletkezett merevtestszerű eltolódás és forgás sebessége, $\Delta \mathbf{r}$ - C_0 ponthoz viszonyított helyvektor. Az 1b. ábra alapján

$$\dot{w}_n = \dot{w}_R \cos \chi, \quad \dot{w}_\tau = \dot{w}_R \tan \chi. \quad (4)$$

Vezessük be az alábbi általánosított kopási disszipációt

$$D_w^{(q)} = \sum_{i=1}^2 \left(\int_{S_c} (\mathbf{p}_i \cdot \dot{\mathbf{w}}_i)^q dS \right)^{1/q} = \sum_{i=1}^2 C_i^{1/q} \quad (5)$$

ahol q paraméter, általában $q \geq 0$. A $p_n(\mathbf{x})$ érintkezési nyomással és a $\tau_n = \mu p_n(\mathbf{x})$ csúsztató feszültséggel a B_1 testre vonatkozó egyensúlyi egyenletek az alábbiak

$$\mathbf{f} = - \int_{S_c} \rho_c^{\pm} p_n dS + \mathbf{f}_0 = \mathbf{0}, \mathbf{m} = - \int_{S_c} \Delta \mathbf{r} \times \rho_c^{\pm} p_n dS + \mathbf{m}_0 = \mathbf{0}. \quad (6)$$

A $b = b_1 = b_2$ mellett a Lagrange-funkciónál

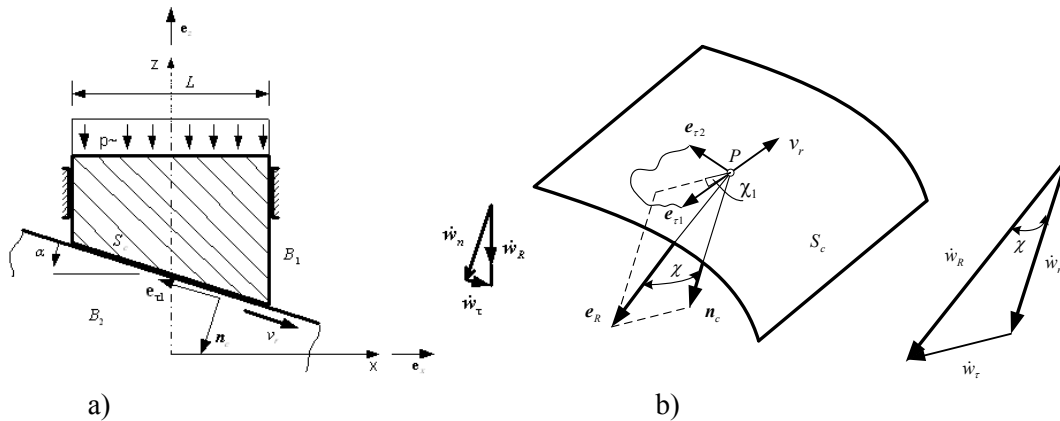
$$L_{D_w}^{(q)} = L_{D_w}^{(q)}(p_n, \dot{\lambda}_F, \dot{\lambda}_M) = D_w^{(q)}(p_n) + (b+1)(\dot{\lambda}_F \cdot \mathbf{f} + \dot{\lambda}_M \cdot \mathbf{m}), \quad (7)$$

aminek stacionér helyzete az alábbi nyomást adja

$$p_n = \left(\frac{\dot{\lambda}_F \cdot \rho_c^{\pm} + (\dot{\lambda}_M \times \Delta \mathbf{r}) \cdot \rho_c^{\pm}}{[(\tilde{\beta}_1 v_r^{a_1})^q C_1^{\frac{1-q}{q}} + (\tilde{\beta}_2 v_r^{a_2})^q C_2^{\frac{1-q}{q}}]} \cdot (1 \mp \mu \tan \chi \cos \chi_1 - \mu_d \tan \chi \sin \chi_1)^{-q} \right)^{\frac{1}{(b+1)q-1}}. \quad (8)$$

Itt χ az $\mathbf{n}_c$ és $\mathbf{e}_R$ vektorok, továbbá χ_1 az $\mathbf{n}_c$ és $\mathbf{e}_R$ sík és a $\mathbf{e}_{r1}$ közötti szögnek felel meg. A kapott nem-lineáris egyenletrendszer Newton-Raphson módszerrel oldhatjuk meg. A minimalizálás $q=1$ mellett az állandósult kopásnál jelentkező nyomást szolgáltatja teljesen tetszőleges geometriájú érintkezési felületek esetén. Könnyen belátható, hogy

$$\tilde{\lambda}_{F,M} = \frac{\dot{\lambda}_{F,M}}{\sum_{i=1}^2 \tilde{\beta}_i v_r^{a_i}} \text{ bevezetésével a (6) és (8)-at együttesen szemlélve, nyilvánvalóvá válik, hogy a nyomás nem függ a } K = \sum_{i=1}^2 \tilde{\beta}_i v_r^{a_i} \text{ értékétől.}$$



1. ábra

- a) A kopási sebesség vektor $\dot{\mathbf{w}}_R = \dot{\mathbf{w}}_n + \dot{\mathbf{w}}_\tau$ ék alakú bélyeg és egy sáv érintkezési-kopási feladatánál,
b) Az S_c felületen értelmezett koordinátarendszer, kopási sebességek, azonos irányítottság elve a $\dot{\mathbf{w}}_R$ és az $\mathbf{e}_R$ vektorokkal.

A (8)-ből könnyen levezethető a forgástestekre vonatkozó optimális nyomás [16] $p_n = \frac{F_0}{I_{D_w}^{(q=1)}} (\cos \chi)^{\frac{1}{b}} r^{\frac{a}{b}}$,

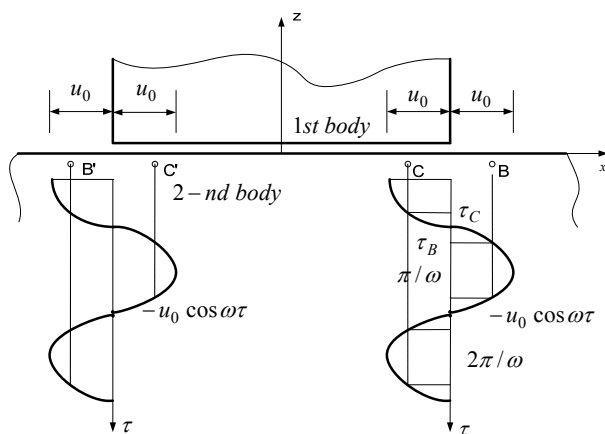
ahol F_0 a külső terhelés függőleges eredője, $I_{D_w}^{(q=1)}$ az érintkezési tartomány geometriájától függő integrál. A meridián geometriája erőteljesen befolyásolja a nyomás megoszlását, mivel az $I_{D_w}^{(q=1)}$ is függ az χ szögtől. Ebben az esetben a relatív sebesség az érintkezési tartományon $v_r = r\omega$, ahol r, ω a sugár és a szögsebesség.

3. ÁLLANDÓSULT ÁLLAPOT PERIODIKUS MOZGÁSNÁL

Vizsgáljuk most az érintkezési problémát periodikus mozgás esetén, amikor a relatív elmozdulás, a feszültség, alakváltozás kielégíti az alábbiakat

$$u_{\tau}(t) = u_{\tau}(t + T_*), \quad \sigma(t) = \sigma(t + T_*), \quad \varepsilon(t) = \varepsilon(t + T_*), \quad (9)$$

ahol T_* a mozgás periódusa. A bélyeg $s = 2u_0$ mértékű kitérést végez jobb és bal irányban,



2. ábra

Kopás alakul ki az érintkezési tartományon,

ha a bélyeg és az alsó test közötti relatív sebesség $v_r = u_0 \omega \sin \omega \tau$ törvény szerint változik.

Az érintkezési csúsztató feszültség iránya a mozgás irányától függően alakul. Az anyagi paramétereiktől függően vagy csak a felső bélyeg, vagy mindkettő kophat a felsőtest merevtestszerű kopási sebességének jelenlétében, $\dot{\lambda}_F, \dot{\lambda}_M$ a peremfeltételektől függően zérustól különböznek. Az ide-oda mozgás a feszültségek periodikus megjelenésével jár.

Vizsgáljuk a B_1 test periodikus mozgását a B_2 -höz képest. Legyen a kitérés

$$\mathbf{u}_\tau = -u_0 \cos \omega \tau \mathbf{e}_{\tau_1} \quad (10)$$

ahol u_0 és ω a mozgás amplitúdója és szögsebessége. A két test között teljes az érintkezési tartomány, minden pontjában teljes csúszást tételezünk fel. Ekkor a relatív sebesség, a mozgás periodikus ideje

$$v_r = |\dot{\mathbf{u}}_r| = |\omega u_0 \sin \omega \tau| = |v_0 \sin \omega \tau|, \quad T_* = \frac{2\pi}{\omega}, \quad v_0 = \omega u_0 \quad (11)$$

Síkbeli szerkezetet nézve, a felső B_1 test $\mathbf{F}_0 = -F_0 \mathbf{e}_z$ erővel van terhelve, aminek nyomatéka az y tengelyre M_0^y . A Lagrange-multiplikátorok $\dot{\lambda}_F$, $\dot{\lambda}_M^y$ a merevtestszerű kopási sebesség összetevőjének (eltolódás és szögelfordulás sebességének) felelnek meg.

Definiálva a kopási disszipációt a mozgás egy periódusára

$$E_w = \sum_{i=1}^2 \int_0^{T_*} \left(\int_{S^{(i)}} (\mathbf{t}_i^c \cdot \dot{\mathbf{w}}_i) dS \right) d\tau = \sum_{i=1}^2 \int_0^{T_*} \tilde{C}_i d\tau \quad (12)$$

majd azt felbontva a mozgás félperiódusaira, a szokásos módon kielégítve az egyensúlyi egyenleteket, a (7) alatti Lagrange-funkcionálhoz hasonló funkcionált előállítva, annak stacionaritási feltételből azzal a feltétellel, hogy csak a B_1 test kopik, a nyomásra az alábbi összefüggés vezethető le.

$$p_n^\pm = \left(\frac{\dot{\lambda}_F^\pm \cdot \rho_c^\pm + (\dot{\lambda}_M^\pm \times \Delta r) \cdot \rho_c^\pm}{[\tilde{\beta}_1 v_r^{a_1}]} (1 \mp \mu \tan \chi)^{-1} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (13)$$

Itt a felső index $+$ vagy $-$ a $\pm$ vagy $\mp$ jelekben az első ill. a második félperiódusnál jelentkező mozgáshoz tartozik. Itt is megállapítható, hogy a nyomás nem függ a $\tilde{\beta}_1 v_r^{a_1}$ értékétől.

A relatív sebesség periódusra vonatkozó átlag értéke és a kopási vektor tagjainak átlagértéke

$$\bar{v}_r = \frac{1}{T_*} \int_0^{T_*} v_0 |\sin \omega \tau| d\tau, \quad \bar{\dot{\lambda}}_{F,M} = \frac{1}{T_*} \int_0^{T_*} \dot{\lambda}_{F,M} d\tau \quad (14)$$

Szintén egyszerű kiszámolni a kopási sebesség átlagát és az átlagos nyomást

$$\bar{w}_{1,n}^\pm = \tilde{\beta}_1 (p_n^\pm)^b \bar{v}_r^{a_1} = \bar{\dot{\lambda}}_F^\pm, \quad \bar{p}_n^+ = \frac{2}{T_*} \int_0^{T_*/2} p_n^+ d\tau = p_n^+, \quad \bar{p}_n^- = \frac{2}{T_*} \int_{T_*/2}^{T_*} p_n^- d\tau = p_n^- \quad (15)$$

4. HŐFEJLŐDÉS

A hővezetési differenciálegyenletet és a Fourier-féle hővezetési feltételt tekintjük a hővezetési probléma alapegyenleteinek,

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = -\rho c \dot{\theta}, \quad \mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \nabla \theta, \quad (16)$$

ahol ∇ a nábla operátor, $\mathbf{q}$ a hőfluxus vektora, θ a hőmérsékletmező, ρ a sűrűség, c a fajhő, és $\mathbf{K}$ a hővezetési együtthatókat tartalmazó tenzor.

A külső közeggel a hőátadási feltételt az alábbi összefüggés írja le

$$\bar{q}^{(i)} = h_c^{(i)} (\theta_a - \theta^{(i)}) \quad i=1,2 \quad \mathbf{x} \in S_q^{(i)}. \quad (17)$$

Itt $h_c^{(i)}$ a hőátadási tényező és θ_a a környezet hőmérséklete.

Mivel súrlódás lép fel az érintkezési tartományon, a keletkező hőfluxus

$$q_F = \tau_n v_r = \mu p_n v_r, \quad (18)$$

ami a két test között, ill. a kopadék (levált anyag részek) között oszlik meg. Nem részletezve a felületi érdesség hatását, gyakorta azzal a feltételezéssel élnek (lásd Komanduri and Hou [17], Zagrodzki [18]), hogy a felületek hőmérséklete azonos, és a két testre átvitt hőfluxus összege megegyezik az eredeti hőfluxus mínusz a kopadékra átvitt értékkel:

$$\hat{q}_F^{(1)} + \hat{q}_F^{(2)} = \hat{q}_F, \quad \theta^{(1)} = \theta^{(2)} \quad \mathbf{x} \in S_c. \quad (19)$$

Itt $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}$ az S_c érintkezési tartományon az 1-es és a 2-es test hőmérséklete. A mechanikai- hővezetési-kopási probléma részletes leírását az olvasó [12,15,16] cikkekben találja meg. Az átlagos hőfluxus az egyes félperiódusnál

$$\bar{q}_F^+ = \frac{2}{T_*} \int_0^{T_*/2} q_F^+ d\tau, \quad \bar{q}_F^- = \frac{2}{T_*} \int_{T_*/2}^{T_*} q_F^- d\tau. \quad (20)$$

Lényeges megjegyezni, hogy az állandósult kopási állapotban a felső B_1 test hőmérséklete időben nem változik, de az alatta lévő testen a hőforrás v_r relatív sebességgel mozog. Ez azt jelenti, hogy az időbeli deriváltak egyike $\dot{\theta}^{(1)} = 0$ zérus, a másik $\dot{\theta}^{(2)} = (\theta^{(2)} \nabla) \cdot \mathbf{v}_r$ nem zérus. Nagy relatív sebességnél a hagyományos Bubnov-Galjorkin variációs módszer azonban nem ad jó eredményt. Helyes megoldást csak speciális módszerrel lehet elérni. Ehhez a hővezetési differenciálegyenletet és a hőátadási peremfeltételt speciális súlyfüggvénnyel kell megszorozni, majd integrálni. A hőmérséklet-gradiensnek a sebesség irányába eső egységvektor-

ral történő skaláris szorzata szolgáltatja ezt a súlyfüggvényt [16]. A hagyományos Bubnov-Galjorkin féle funkcionálhoz a kapott integrálokat hozzáadva jutunk el ahhoz a modifikált funkcionálhoz, ami az oszcillációmentes megoldást képes szolgáltatni.

5. EGY PÉLDA

Ebben a fejezetben egy bélyegnek a végtelen sávon történő periodikus mozgásánál fellépő kopási feladat megoldására kerül sor. A fő feladat az állandósult kopási állapotnál fellépő nyomás és kopási alak meghatározása lesz. Azzal a feltételezéssel élünk, hogy csak a bélyeg kopik. A kopási paraméterek: $\tilde{\beta}_1 = 1.25\pi \cdot 10^{-8}$, $\tilde{\beta}_2 = 0$, $a_1 = 1$, $b = 1$, a súrlódási tényező $\mu = 0.25$. A vizsgált B_1 bélyeg az O pontjában ($l_z = 20\text{ mm}$) függőlegesen mozoghat, illetve ezen csap körül a test el tud fordulni. A B_2 sáv vízszintesen periodikusan mozog jobbra és balra. A végtelen távoli pont a $x^- = -\infty$ irányban található. A szerkezet középső részének végelelemes felosztása a 3. ábrán látható. A számításokat p -verziójú végelelemekkel [19] végeztük el. A testek vastagsága $t = 10\text{ mm}$, a bélyeg szélessége $L_c = 60\text{ mm}$, magassága $h = 100\text{ mm}$. A bélyeg a felső peremen $x = 200\text{ mm}$ állandó intenzitású p^- nyomással terhelt, aminek eredője $F = 10.0\text{ kN}$. A bélyeg a kopás következtében függőlegesen mozoghat és elfordulhat. A bélyeg felső részének és a sávnak az anyaga azonos, (lásd 1. táblázat: Anyag 1), a bélyeg alsó 20 mm magasságú részének anyaga a 2. típusú, (lásd 1. táblázat). Feltételezzük, hogy a környezet hőmérséklete $\theta_a = 0$ zérus. A végtelen távoli $x^- = -\infty$ peremen, ill. $x^- = 1670\text{ mm}$ peremen, továbbá a x^- tengelyre eső peremen a hőmérséklet zérus értékkel előírt. A megmaradó szabad peremeken és a testek határoló síkján (síkfeszültségi állapot a feltételezett) hőátadás zajlik le. A testek közötti relatív mozgást az $u = -u_0 \cos \omega \tau$ összefüggés jellemzi, ahol $u_0 = 1.5\text{ mm}$, $\omega = 10\text{ rad/s}$, τ az időt jelöli. A félperiódus alatti kopást az alábbi képlet adja meg:

$$\Delta w_{1,n} = \tilde{\beta}_1 p_n(t_p) \int_0^{T_*/2} u_0 \omega |\sin \omega \tau| d\tau \quad (21)$$

ahol t_p a félperiódus kezdetének ideje. A számítás egyszerűsítése céljából a $p_n = p_n(t_p)$ nyomást, amit a félperiódus elején a már kopott alaknál határozzunk meg, állandónak tekintjük a félperiódus alatt. Természetesen a nyomás lefutása különböző a jobbra és balra történő mozgásnál a súrlódás hatása miatt. Az összegzett kopás a félperiódus végén

$$w_{1,n} = w_{1,n}(t_p + T_*/2) = w_{1,n}(t_p) + \Delta w_{1,n} = w_{1,n}(t_p) + \tilde{\beta}_1 p_n(t_p) 2 u_0 \quad (22)$$

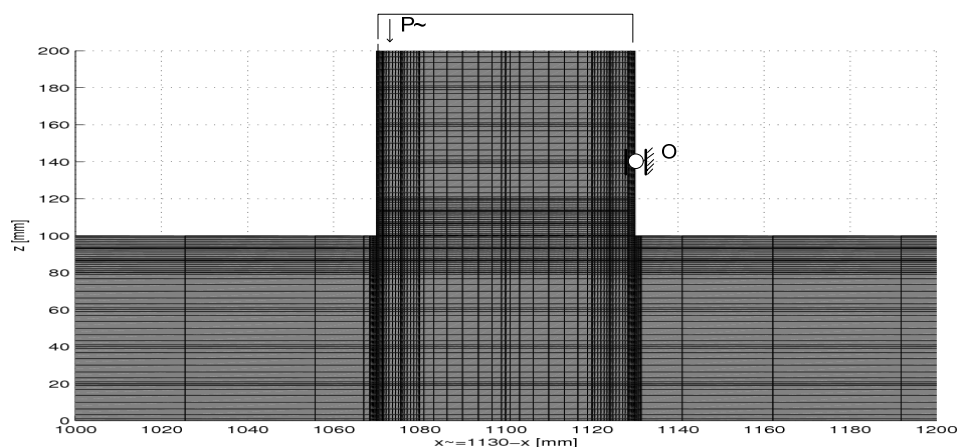
Felhasználva (19), (16), (11)-et az érintkezési tartományon kialakuló átlagos hőfluxus

$$\bar{q}_F^+ = \frac{2}{T_*} \int_0^{T_*/2} q_F^+ d\tau = \mu p_n^+(t_p) \frac{2u_0}{\pi} \omega, \quad \bar{q}_F^- = \frac{2}{T_*} \int_0^{T_*/2} q_F^- d\tau = \mu p_n^-(t_p) \frac{2u_0}{\pi} \omega, \quad (23)$$

vagyis a állandósult kopást biztosító egyirányú mozgáshoz tartozó relatív sebesség $v_r = 2u_0\omega/\pi$. Ekkor az érintkezési nyomás a kopási teljesítmény minimalizálásából nyerhető, lásd, (6)-(8).

5.1. Kopás hőfejlődés nélkül

Egyirányú mozgást feltételezve $v_r = 200\text{ mm/s}$ sebességgel, balra történő sávmozgásnál a merevtest-szerű kopási sebességek $\dot{\lambda}_F = 0.05\text{ mm/s}$, $\dot{\lambda}_M = -5.55 \times 10^{-4}\text{ rad/s}$, míg a jobbra történő mozgásánál $\dot{\lambda}_F = 0.0166\text{ mm/s}$, $\dot{\lambda}_M = 5.55 \times 10^{-4}\text{ rad/s}$.



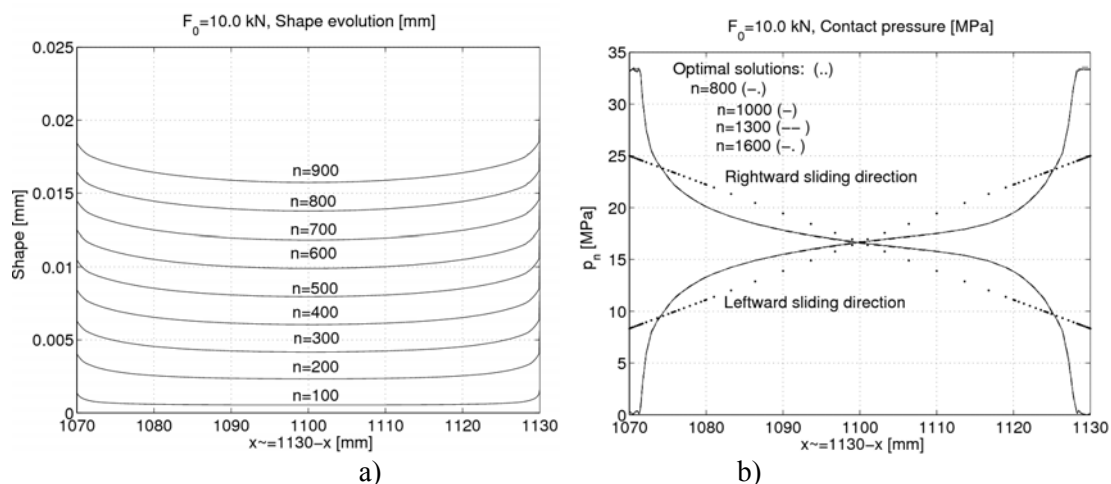
3. ábra

Vizsgált szerkezet középső részének végeleemes felosztása.

*A vízszintes és a függőleges vonalak a Lobatto-féle integrálási pontokon haladnak keresztül.
Az érintkezési tartományon vízszintesen 8 elem, és függőlegesen mindkét testen 7 elem van.*

1. táblázat. Mechanikai és hőtani anyagjellemzők

	Hővezetési tényező $K^{(i)}$ [W/(m K)]	Hőátadási tényezők $\hat{h}_c, h_c^{(i)}$ [W/(m ² K)]	Fajhő $c^{(i)}$ [J/(kgK)]	Fajlagos hővezetési tényező $\alpha_\theta^{(i)} \cdot 10^5$ [1/K]	Young- modulus $E^{(i)} \cdot 10^{-5}$ [MPa]	Poisson- tényező $\nu^{(i)}$	Sűrűség $\rho^{(i)}$ [kg/m ³]
Anyag 1 (acél)	55	80	460	1	2	0.3	7800
Anyag 2 (kompozit)	5	80	1200	3	1.3	0.23	846



4. ábra

*Az 1-es test kopott alakjának változása periodikus mozgásnál,
b) Nyomás változása a csúszási iránytól függően különböző időben szemlélve.*

Periodikus mozgásnál, a [20]-ban található eredményt átvéve a 4. ábrán láthatjuk a kopott alak és a nyomás változását. A pontozott egyenes a variációs elvből levezetett eredmény, míg a többi a kopási törvény időintegrálásával kapottakból származik. A nyomás vonatkozásában a kapott eredmény igen érdekes, nevezetesen a széleken a nyomás maximuma a $p_{\text{átlag}} = (p_n^+ + p_n^-) / 2 = p^-$ átlagnyomás kétszerese. Ez a tény nem függ az O csapot kijelölő L_z értékétől, sőt szimmetrikus bélyeg megtámasztásnál is hasonló az eredmény.

5.2 Kopás hőfejlődéssel

A feszültségek és a hőmérséklet meghatározása az ismert – az egyensúlyi egyenlet és a hővezetési differenciálegyenlet gyengealakjához tartozó – variációs egyenleteken keresztül nyer meghatározást a csatolt mechanikai-hőtani probléma egymást követő megoldásán keresztül. A kopás számítása a kopási örvény időintegrálásával történik a (22)-es képlet felhasználásával.

Az iterációs megoldás az alábbiak szerint megy végbe:

A félperiódus kezdetén a kopott alakkal és a korábban meghatározott hőmérséklet felhasználásával a nyomást az érintkezési feladat megoldása szolgáltatja. A rögzített nyomással kiszámoljuk az újabb kopást és megoldjuk a tranziens hővezetési feladatot, amivel egy újabb nyomás áll elő. Ezt ismételten felhasználva módosított kopás és hőmérséklet mező fog előállni. Az iteráció addig folytatódik, míg a hégagváltozásra felírt alábbi kritérium ki nem elégül:

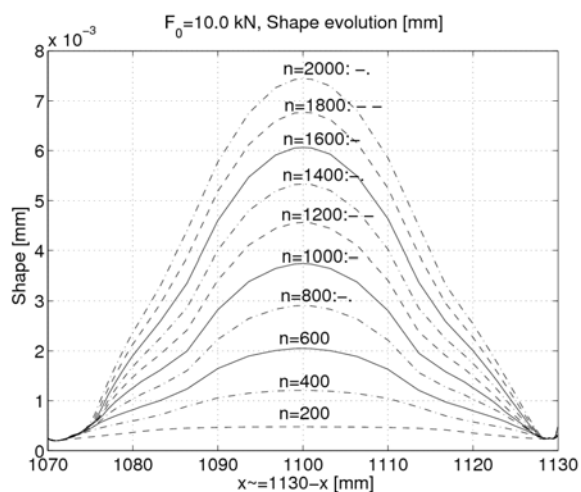
$$e_w = 100 \left| \int_{S_c} (g_s + w_{s+1}^{(j)}) dS - \int_{S_c} (g_s + w_{s+1}^{(j-1)}) dS \right| / \int_{S_c} (g_s + w_{s+1}^{(j-1)}) dS \leq 0.01 = \tau_w \quad (24)$$

Itt g_s a kezdeti alak az $s+1$ ciklus kezdetén. A konvergencia teljesülése után az ellentétes irányú mozgásra vonatkozóan hajtjuk végre az előzőekben leírt számítást. Mindegyik irányú mozgás esetén a hővezetési feladatot igen kis időlépéssel kell megoldani, esetünkben a félperiódus ideje 5 részre van felosztva. Az 5 - 7. ábrákon $n = s$ paraméter duplája a mozgási ciklusnak.

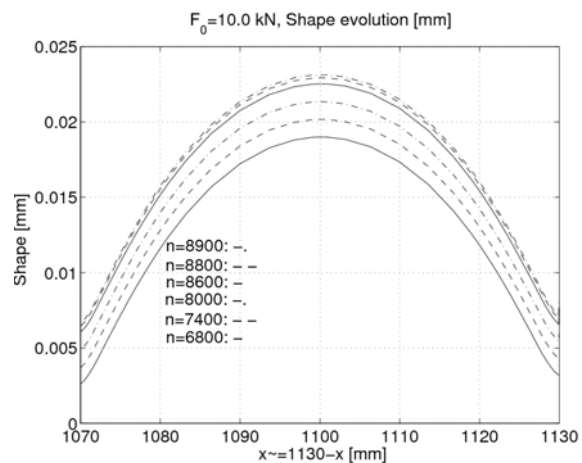
A számításokból a helyhiány miatt csak néhány diagramot adunk közre. A hőfejlődés miatt a bélyeg közepén a hőmérséklet nagyobb, mint a széleken, ezért a kopás is itt a nagyobb. Ezt jól érzékelteti az 5. ábra. A nyomás a kezdeti széleken lévő magas értékről lecsökken, és végezetül a hőhatás nélküli esethez konvergál (lásd 6a, 6d. ábra), ezzel is igazolva azt a tényt, hogy a nyomás megoszlása független a hőmérséklettől, de a kopott alakot már erőteljesen befolyásolja a hőmérséklet (lásd 4a, 5b. ábra). A 6d. ábrán a hőhatás nélküli nyomásokat a folyamatos görbék, a hőhatásnál kapottakat szaggatott görbék jelzik. A nyomás erősen függ a testek közötti csúszás irányától. Az is látható, hogy a periodikus mozgás miatt az érintkezés nem terjed ki a teljes szóhajóhető tartományra, az alsó sáv mozgásának irányába eső bélyeg szélén a nyomás eltűnését tapasztaljuk. Szintén érdekes eredmény, hogy a kétirányú mozgásnál kapott nyomás-függvények számtani közepe a terhelésből származó átlagos nyomást ($p_{\text{átlag}} = (p_n^+ + p_n^-) / 2 = p^-$) szolgáltatja állandósult kopás esetén.

Még egy érdekes tény állapítható meg. Ha vesszük a monoton mozgásos esetet, és a kialakuló hőmérsékleteket összegezzük (7d. ábra), továbbá nézzük a periodikus mozgásnál, az állandósult állapotnál kialakuló hőmérsékletmezőt (7c. ábra), akkor azt láthatjuk, hogy a monoton mozgásbeli hőmérsékletmező az érintkezési tartomány mentén igen jól megközelíti a periodikus mozgás hőmérsékletmezőit, az eltérés kisebb, mint 6%. A kopás folyamatában az instacionér hővezetési probléma miatt a periodikus mozgás hőmérséklete nyilván nem azonos a monoton mozgásnál meghatározott függvénnyel. Láthatóan, a kezdeti időben a periodikus mozgás hőmérséklete alacsonyabb szintet ér el (7a. ábra), majd meghaladja a monoton csúszó mozgásnál kapottakat (7b. ábra), majd maximuma ismét kissé lecsökken (7c. ábra).

A kapcsolt mechanikai-hővezetési-kopási feladat iterációval tarkított megoldása tetemes számítási időt követel meg.



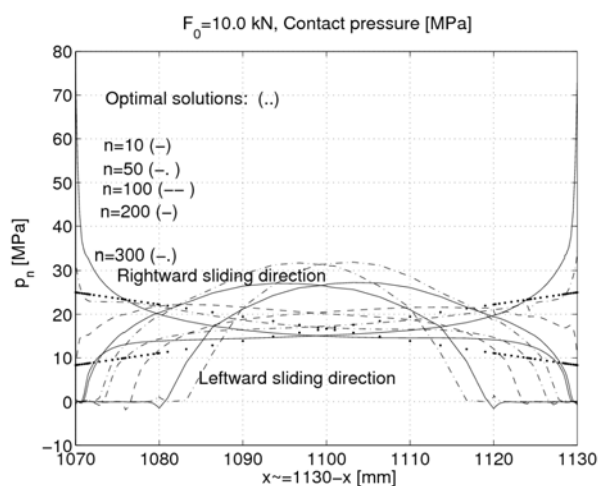
a)



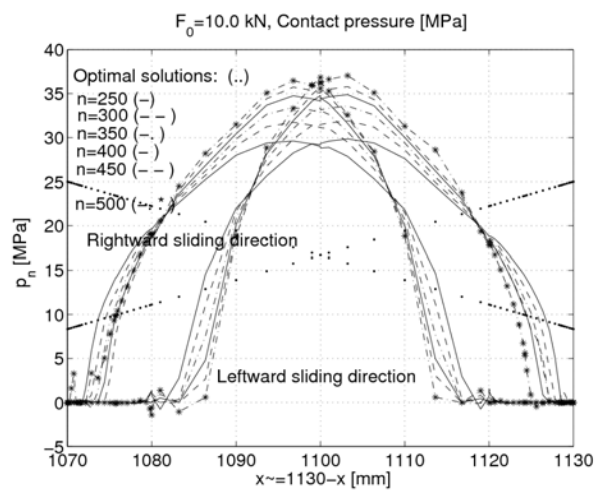
b)

5. ábra

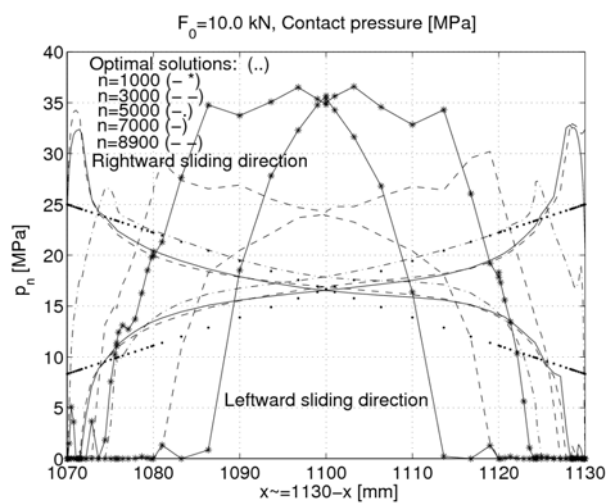
Az 1-es test alakjának változása periodikus mozgásnál hőhatás esetén.



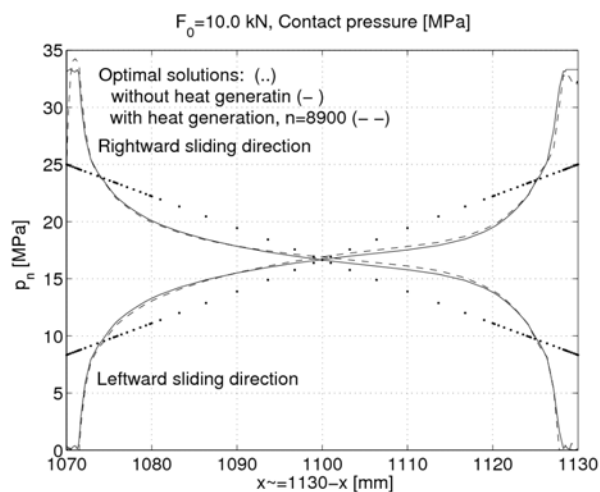
a)



b)



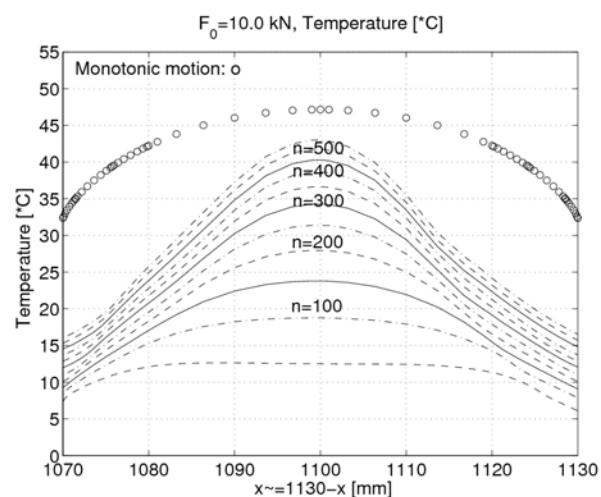
c)



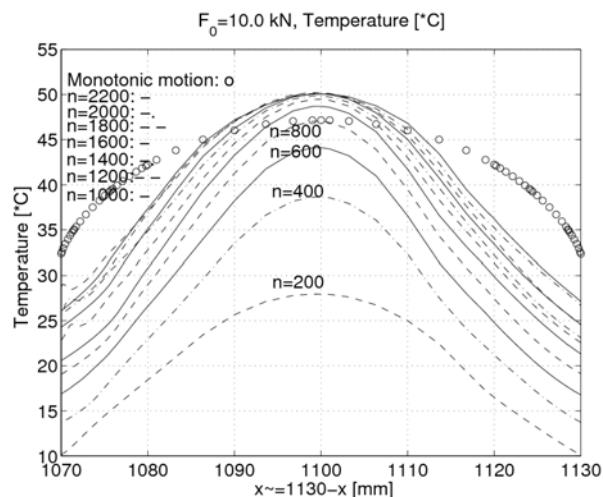
d)

6. ábra

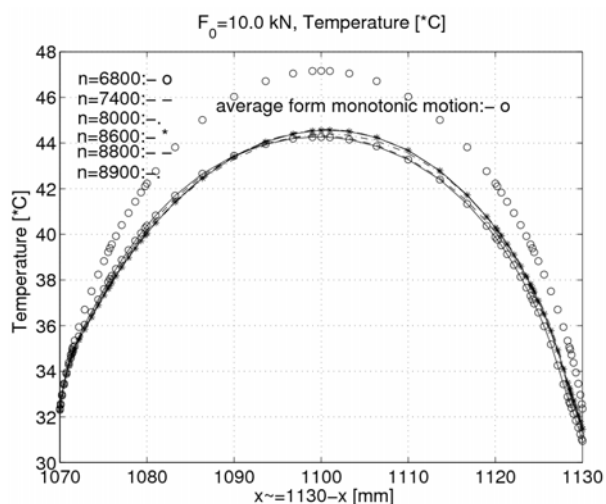
Az érintkezési nyomás változása a kopás folyamán periodikus mozgásnál, hőfejlődés esetén



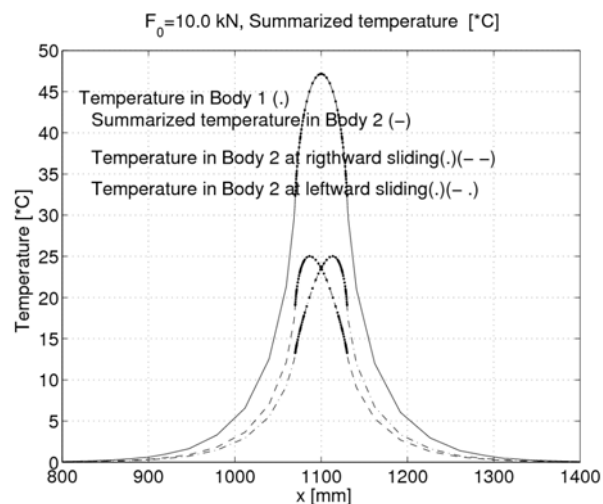
a)



b)



c)



d)

7. ábra

A hőmérséklet megoszlása az érintkezési tartomány mentén,
a)-c) különböző időben balra történő mozgásnál,
d) monoton mozgásnál kialakuló hőmérséklet az érintkezési tartományon

ÖSSZEGZÉS

A cikkbeli javasolt eljárás a kapcsolt hőtani-rugalmasságtani-kopási feladatra a mérnöki gyakorlat számára elfogadható pontosságú megoldást ajánl. A mechanikai és hőtani mezők a p -verziójú végelemekkel közelítettek az egymást követő megoldások sorozatán keresztül.

A kopási hatást lépésként számítottam ki. Archard-féle kopási törvény felhasználásával. A félperiódus végére kapott kopást rögzítem a nyomással egyetemben, majd a tranziens hőtani feladattal a félperiódus végére kiszámítom az újabb hőmérsékletet, amivel a nyomás pontosítása megtörténik, ezt követően a félperiódus eleji kopásból és hőmérsékletből elindulva, újabb tranziens hőtani feladat megoldására kerül sor a félperiódus idejére. A félperiódusra vonatkozó iterációs folyamat a hézagváltozásra előírt korlát teljesítésével ér véget. Ezt követően kerül sor az ellentétes irányú félperiodikus mozgás iterációs számítására.

A bemutatott példa jól illusztrálja a kidolgozott módszer hatékonyságát. A monoton mozgásnál kapott eredmények felhasználhatók a periodikus mozgások globális jellemzésére.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával, az OTKA K67825 pályázat támogatásával valósult meg.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] J. Haslinger, P. Neittaanmaki. Finite element approximation for optimal shape design, John Wiley & Sons Ltd., London, 1988.
- [2] D. Hilding, A. Klarbring, J. Petterson. Optimization of structures in unilateral contact, Appl. Mech. Rev., 1999, 52, 139-160.
- [3] I. Páczelt. Interactive methods for solution of contact optimization problems, Arch. Mech., 2000, 52, 685-711.
- [4] I. Páczelt, A. Baksa. Examination of contact optimization and wearing problems, Journal of Computational and Applied Mechanics, 2002, 3, 61-84.
- [5] I. G. Goryacheva, M.H. Dobuchin. Contact problems in tribology, (orosz nyelven), Mashinostroenie, Moscow, 1988.
- [6] I. A. Soldatenkov. Iznosokontaktnaya zadacha, Fizmatkniga, Moskva, 2010.
- [7] K. L. Johnson. Contact Mechanics, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 1985.
- [8] J. J. Kalker. A course of contact mechanics, a79C, Delft University of Technology, 1985.
- [9] T. A. Laursen. Computational contact and impact mechanics, Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- [10] P. Wriggers. Computational contact mechanics, John Wiley and Sons, New York, 2002.
- [11] J. F. Archard. Contact and rubbing of flat surfaces, Journal of Applied Physics, 1953, 24, 981-988.
- [12] I. Páczelt, Z. Mróz. On optimal contact shapes generated by wear, Int. J. Num. Meth. Eng. 2005, 63, 1310-1347.
- [13] I. Páczelt I, Z. Mróz. Optimal shapes of contact interfaces due to sliding wear in the steady relative motion, Int. J. Solids Struct., 2007, 44, 895-925.
- [14] I. Páczelt, Z. Mróz. On the analysis of steady-state sliding wear process, Tribology International, 2009, 42, 275-283.
- [15] I. Páczelt, Z. Mróz. Variational approach to the analysis of steady state thermo-elastic wear regimes, Int. J. Num. Meth.Eng., 2010, 81, 728-760.
- [16] I. Páczelt, Z. Mróz. Numerical investigation of steady thermo-elastic wear regimes induced by translating and rotating punches, Comp. Struct, 2011, 89, 2495-2521.
- [17] R. Komanduri, Z. B. Hou. Analysis of heat partition and temperature distribution in sliding systems, Wear, 2001, 251, 925-938.
- [18] Zagrodzki P. Analysis of thermomechanical phenomena in multidisc clutches and brakes. Wear ,1990, 140, 291–308.
- [19] B. Szabó, I. Babuska, Finite element analysis, Wiley-Interscience, New York, 1991.
- [20] I. Páczelt, Z. Mróz, Solution of wear problems for monotonic and periodic sliding with p-version of the finite element method, CMAME, 2012, nyomtatásban.