

Kamera-LiDAR rendszer automatizált kalibrációja speciális objektum segítségével

Automated calibration of a camera-LiDAR sensor system using a special object

CSONTHÓ Mihály, RÖVID András, ZÖLDY Máté

Perception Team, BME Automated Drive, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3., +36 1 463-1111, <https://automateddrive.bme.hu/>

ABSTRACT

In this paper a semi-automatic camera-LiDAR calibration method is proposed that is capable of both online and offline calibration. This calibration requires the exact intrinsic parameters of the camera and a special calibration object. ArUco markers are placed on the sides of the calibration object for automatic detection. A solution for object detection in point clouds is presented which does not require human intervention, as well as an extension for camera-radar system calibration.

KIVONAT

A cikk egy részben automatizált kamera-LiDAR kalibrációs módszert mutat be, mely egyaránt képes online és offline kalibráció elvégzésére. A kalibrációhoz szükséges a kamera belső paramétereinek ismerete, és egy speciális kalibrációs objektum elkészítése. A kalibrációs objektum oldalaira az automatikus detekcióhoz ArUco jelölők kerülnek. Bemutatásra kerül egy lehetséges megoldás az objektum pontfelhőben történő beavatkozás nélküli detektálására és egy bővítési lehetőség mellyel a rendszer képes kamera-radar rendszerek kalibrációjára is.

Kulcsszavak: kalibráció, automatizált kalibrációs eljárás, kamera-LiDAR szenzorrendszer, LiDAR pozíció meghatározása, speciális kalibrációs objektum

1. BEVEZETŐ

Az önvezető járművek egyik legfontosabb feladata a megbízható és pontos környezetérzékelés [1]. A járműveknek folyamatosan monitorozniuk kell a környezetet és reagálniuk a körülöttük zajló eseményekre. A környezetérzékeléshez legelterjedtebben használt eszközök a kamera, LiDAR, Radar és ultrahang szenzorok. Mindegyik érzékelőnek megvan a maga előnye és hátránya, azonban a szenzorok fúziójával képesek vagyunk ezeket kiküszöbölni.

A kamerarendszerek előnye, hogy a képfeldolgozó algoritmusok és hardverek rohamosan fejlődnek. A kamerák és optikai rendszerek egyre kisebbek és egyre részletgazdagabb képet tudnak szolgáltatni a környezetről. A kamerák hátrányait – gyenge teljesítmény sötétben, és rossz időjárási viszonyok mellett - rendkívül jól ellensúlyozza a LiDAR szenzor. A LiDAR szenzor egy lézer alapú távolságérzékelő eszköz, amely a kibocsátott és visszavert fénysugár alapján képes a környezetről egy ritka pontfelhőt készíteni. A szenzor nagy előnye a pontos távolságérzékelés és a rossz fényviszonyok esetén is megbízható működés.

A szenzorok adatainak fuzionálásával előállíthatunk olyan adatokat, melyekből az objektumok felismerése mellett, azok távolságát és nagyságát is meghatározhatjuk. Az adatok fuzionálása történhet alacsony szinten, vagy akár objektum szinten is. Mindkét esetben ismernünk kell a két szenzor közötti transzformációs paramétereket (rotáció és eltolás).

A cikk további részeiben egy erre a célra készített kalibrációs algoritmus kerül bemutatásra. A leggyakrabban használt implementáció egy nagyméretű sakktábla mintát használ a szenzorok közti eltolás és elforgatás értékének meghatározására [2]. A Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézetének munkatársai bemutattak egy eljárást, melyben a kalibráció elvégezhető egy hétköznapi kartondoboz segítségével [3]. Az általunk bemutatott algoritmus egy kalibrációs kockát használ, melyet a későbbiekben részletezünk.

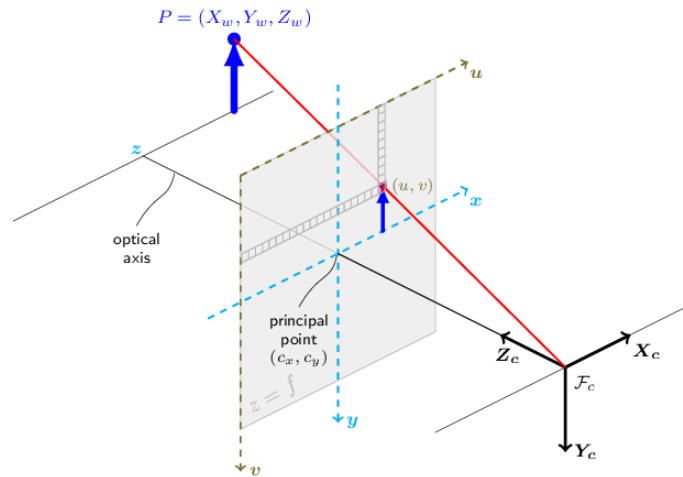
2. KALIBRÁCIÓS ALGORITMUS

A szenzorrendszer kalibrációja a szenzorok belső paramétereinek és a szenzorok közötti eltolás, elforgatás értékének meghatározását jelenti. A kamerák esetében a belső paraméterek (fókusz távolság, principális pont, torzítás) meghatározására az OpenCV könyvtár [4] kamera kalibrációs algoritmusát használtam. A LiDAR GPS koordinátájának és a kamera-LiDAR külső paramétereinek meghatározásához használt algoritmusokat a következő fejezetekben mutatom be részletesen. Felvázolok egy bővítési lehetőséget mellyel a bemutatott program képes kamera-radar rendszer kalibrációját is elvégezni.

A háromdimenziós pontok képre vetítését a 1. egyenlet írja le:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Az egyenlet bal oldalán egy szorzás található, ahol s egy méretezési tényező, és az $[u, v, 1]$ tömb tartalmazza a képpont koordinátáit. Az egyenlet jobb oldalán a kamera belső paramétereit tartalmazó tömböt és a kamera és az LiDAR közötti transzformációt tartalmazó tömböt szorozzuk meg a háromdimenziós koordinátákkal. Ez az egyenlet a tűlyuk (pinhole) kameramodellt használja, és torzításmentes képekben értelmezhető, ezért a bemeneti kép már torzítatlan. A tűlyuk kameramodell az alábbi ábrán látható.



1. ábra
Tűlyuk (pinhole) kameramodell [4]

2.1. Kamera belső paramétereinek meghatározása

A kamera belső paramétereit a Zhang féle módszer [5] segítségével határoztam meg. A kalibrációhoz egy A3-as méretű nyomtatott sakktáblát alkalmaztam. A kalibrációs tábla 8x5 darab fekete-fehér négyzetből áll. A tábláról különböző szögekből készített felvételekből a Zhang féle módszer segítségével a projekciós mátrix, és a torzítási paraméterek meghatározhatóak.

A kalibráció során a kamera belső és külső paramétereit keressük egy optimalizációs feladat megoldásaként, ahol a reprojekciós hibát minimalizáljuk. A feladat egyenlete a következő:

$$s \tilde{m} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \tilde{M} \quad (2)$$

$\begin{matrix} A & [R \ t] \end{matrix}$

Ahol a kétdimenziós pontot $m = [u, v]^T$, a háromdimenziós pontot $M = [X, Y, Z]^T$ jelöli, s egy skálátényező, R és t az elforgatás és eltolási paraméterek, az A mátrix pedig a kamera belső paramétereit tartalmazza (2. egyenlet). A belső paraméterek tartalmazzák a principális pont koordinátáit (c_x és c_y), a fókusz távolságot (f_x és f_y) és a disztorciós együtthatókat.

A kalibráció egy analitikus megoldással kezdődik. Ezt egy nemlineáris optimalizálási technika követi, amely a maximális valószínűség kritériumán alapszik. Ezután az algoritmus figyelembe veszi a lencse torzítását is. A kalibrációs eljárás a következő lépésekből áll:

- Síkfelületre nyomtatott sakktábla mintáról képet készítünk különböző pozíciókból
- A minta sarokpontjait detektálja az algoritmus
- Megbecsüli a kamera külső és belső paramétereit
- Megbecsüli a torzítást a legkisebb négyzetek módszerével
- Finomítja a paramétereket a reprojekciós hiba minimalizálásával

A kalibráció során fontos a jó megvilágítás, mivel az algoritmus a sakktábla csúcspontjait keresi, ahogy a 2. ábrán látható. A fényviszonyok romlásával a kép élessége is csökken, ezáltal a detektált csúcspontok pontossága sem lesz kielégítő. Törekedni kell arra, hogy a teljes látómezőt lefedjük a felvételekkel és célszerű a kalibrációs táblát több tengely mentén is forgatni a felvételek készítése közben. A lencse torzításának kiküszöbölése az autópipari alkalmazások esetén is rendkívül fontos feladat, mely speciális kamera modell segítségével elérhető [6].

A tesztek során normál látószögű lencsákat alkalmaztam, azonban léteznek szűk-látószögű és széleslátószögű, például úgynevezett halszem (fisheye) lencsék is. A halszem lencse előnye, hogy akár 180 fokos látószöget is képes biztosítani a képszenzornak, így akár egy kamera is elég lehet a LiDAR teljes látómezőjének lefedésére. A projekciós mátrix meghatározása azonban nehezebb feladat a széleslátószögű és halszem lencsék esetében, mivel a hagyományos kamera modellt nem használhatjuk a paraméterek meghatározásakor [7].



2. ábra

Kamera belső paramétereinek meghatározása [4]

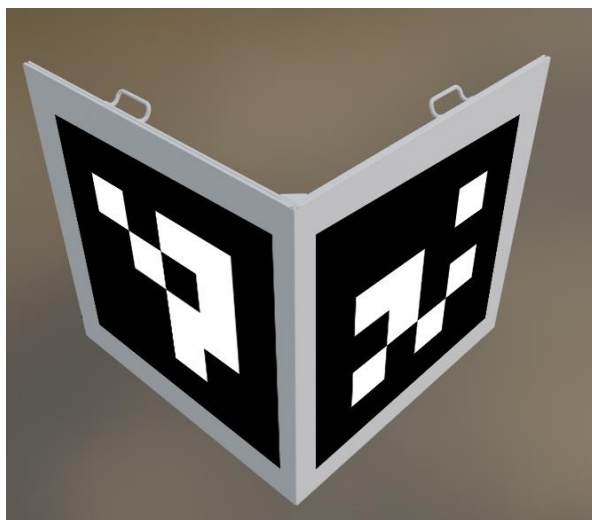
2.2. Kamera-LiDAR külső kalibráció

Járműipari környezetérzékelés esetén, a külső paraméterek meghatározásához gyakran egy nagyobb méretű sakktáblát szoktak alkalmazni [2]. A bemutatott kalibrációs módszerben ettől eltérően, egy kalibrációs kockát készítettem, mely oldalain ArUco [8] jelölőket helyeztem el. A kalibrációs algoritmus készítése során először egy kartondobozt használtam objektumként – ahogyan a 3. ábrán látható –, azonban a kalibráció pontosságának javítása érdekében egy új kalibrációs eszköz készítése zajlik, melynek terve a 4. ábrán látható. A kalibrációs objektum kerete alumínium profilból készül, erre rögzülnek majd a kemény faanyagra nyomtatott jelölők.



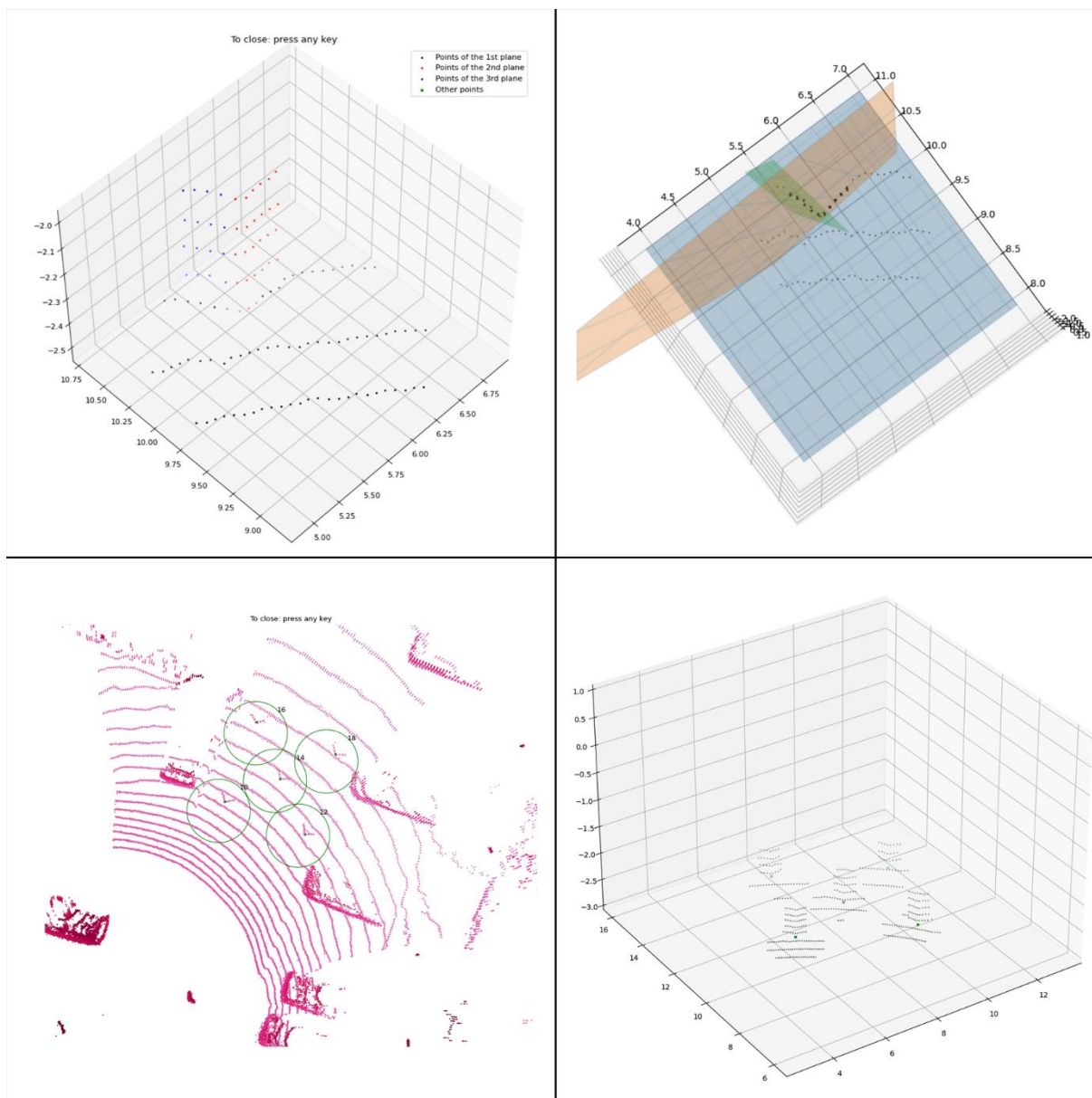
3. ábra
Kalibráció során készített pillanatkép

A kísérletek során a kamerát és a LiDAR szenzort közös állványra rögzítem, és feltételezem, hogy az egymáshoz viszonyított relatív helyzetük nem változik. A szenzor állvány az objektumhoz hasonlóan alumínium profilból készült.



4. ábra
A kalibrációs objektum modellje

A kalibrációs folyamat során a program először a kamerával készíti pillanatképet, majd a LiDAR szenzor által felvett pontfelhőt menti el. Az ArUco markerek segítségével a kalibrációs objektum sarokpontjai automatikusan meghatározhatók. Amennyiben ez nem sikerül a felhasználónak kell a képen bejelölni a sarokpontot. A pontfelhő esetén egy felülnézeti kép generálódik melyen a felhasználónak be kell jelölnie a kalibrációs objektum környezetét. Ekkor a program egy síkillesztő algoritmust felhasználva meghatározza az objektum környezetében található három legjellemzőbb síkot, kiszámítja majd elmenti ezen síkok metszéspontját. Menti a kalibrációs elem sarokpontjainak pixelkoordinátáit és azok LiDAR koordináta-rendszerbeli koordinátáit a program, melyből később újra kiszámítható a kalibráció. A detektált majd klaszterizált síkok és a sarokpontok az alábbi ábrán láthatók.



5. ábra

*Bal felül: A detektált kalibrációs kocka pontjai a térben; Jobb felül: A detektált síkok;
Bal alul: A különböző felvételek során kiszámított sarokpontok a térben, felülnézetből; Jobb alul: A sarokpontok a térben
háromdimenzióban*

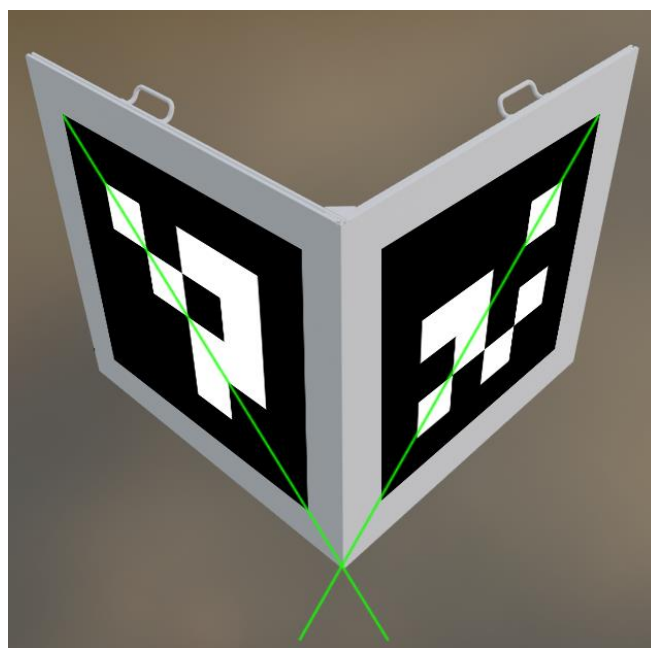
A használt Point Cloud Library (PCL) [9] könyvtár a RANSAC [10] algoritmust használja a síkok detektálásához. A RANSAC egy iteratív módszer egy matematikai modell paramétereinek becslésére egy olyan megfigyelt adatkészletből, amely kiugró értékeket tartalmaz úgy, hogy ezen kiugró értékek nincsenek hatással a modell együtttható becslés értékeire.

Ezután a feladat egy pozíció becslés, melyet a rendszer a Levenberg-Marquardt [10][12]. optimalizáción alapuló iteratív számítással old meg. A használt módszer miatt legalább négy különböző pozíciót kell rögzíteni. A program kiszámítja és elmenti a külső kalibrációs paramétereket. A módszer felfogható a legmeredekebb süllyedés (steepest descent) és a Gauss-Newton-módszer kombinációjaként. Amikor a megoldás távol esik a lokális minimumtól, az algoritmus úgy viselkedik, mint a legmeredekebb süllyedési módszer: lassú, de garantáltan konvergál. Amikor a megoldás közel esik a lokális minimumhoz, Gauss-Newton módszerként viselkedik és gyors konvergenciát mutat.

1.1.1. Képalapú detekció automatizálása

A sarok detektálása a kameraképen - jó fényviszonyok mellett - automatikusan történik az ArUco jelölők segítségével. Ezeket a jelölőket leginkább a robotikában szokták alkalmazni lokalizációs célokra [7]. A jelölőket ArUco detektorral keressük a képen. A program megkeresi a két jelölő átlóját, majd kiszámítja ezek

metszéspontjait. A jelölők pontos felhelyezésének köszönhetően ez a metszéspont az objektum sarokpontjára esik, ahogy az alábbi ábrán látható.



6. ábra

A detektált jelölők átlóinak segítségével kiszámított sarokpont

A pontos eredmény érdekében a fentebb részletezett műveletet a program nem egy, hanem 100 képkockán végzi el. Ezen értékek átlagát használja a rendszer a későbbiekben. Amennyiben a rendszer nem képes felismerni mindkét jelölőt, a sarokpontot sem tudja megtalálni automatikusan. Ez azon esetekben fordulhat elő, ha a kalibrációs objektum túlságosan távol helyezkedik el a szenzortól, az objektum mérete, vagy a kamera felbontása túl kicsi, esetleg a jelölőkre nem lát rá a kamera. Ezekben az esetekben a rendszer a felhasználótól várja a sarokpont megjelölését a megjelenített képen. Ilyenkor a kameraképet az esetleges alacsony felbontás miatt úgynevezett „bicubic” interpolációval a tízszeresére nagyítja a rendszer. Az így kiválasztott képpont értékét skálázza az eredeti nagyságrendre, így a megjelölt pontot szubpixel pontossággal használja fel.

1.1.2. Pontfelhő alapú detekció automatizálása

A sarokpontok pontfelhőben való automatikus detektálása esetén az alábbiakból indulhatunk ki: A feladat nehézsége az általunk használt LiDAR forgó alkatrészeiből adódik. A javasolt megközelítés a kamera képek különbségének előállítását veszi alapul. Ha a mérési helyszínről két olyan felvételt készítünk, amelyek csak egyetlen objektumban különböznek, LiDAR pontfelhő esetében csupán az eltérés vizsgálata nem ad megoldást az objektum automatikus detektálására, mivel az egymást követő felvételeken a pontok csekély része marad változatlan helyen részben a környezet dinamikus változása, részben a szenzor működési elve miatt. Ebből kifolyólag nem tudjuk szimplán a két pontfelhő különbség értékét venni. Erre megoldást jelent a pontfelhő mintavételezése, úgynevezett voxelek készítése.

A voxelek méretét tapasztalati úton tudjuk meghatározni, a kalibrációs objektum méretének és a szenzortól való távolságának függvényében. Az átalakított pontfelhők esetében már alkalmazhatjuk a különbség képzést, mely segítségével megkapjuk a kocka környezetének pontjait. Ezeken a pontokon futtathatjuk a fentebb részletezett detektort, így megkaphatjuk a sarokpontok térbeli pozícióját.

2.3. LiDAR pozíciójának meghatározása

Az algoritmus képes a LiDAR szenzor UTM koordinátájának kiszámítására. Ehhez a kalibrációs objektum sarkát GPS vevő által kimért pozíciókba kell elhelyeznünk. Az algoritmus minden pozíció rögzítéskor bekéri a aktuálisan felvett pozíció azonosító számát, melyhez tartozik egy korábban rögzített GPS koordináta. Minimum három térbeli pont szükséges ahhoz, hogy a rendszer kiszámítsa a pontok UTM koordináta rendszerben és LiDAR koordináta rendszerben megadott helyzete közötti eltolást és elforgatást. A kiszámolt eltolás értéket értelmezhetjük a szenzor UTM pozíciójaként, a forgatási értékeket pedig a szenzor koordináta rendszerének az UTM koordináta rendszerhez képesti elforgatási értékeknek. A transzformáció egyenlete a következő:

$$P_{UTM} = [R \ t] P_{objektum} \quad (3)$$

A folyamat tovább fejleszthető, amennyiben a kalibrációs objektumra elhelyezünk egy GPS vevő készüléket, és a pillanatképek készítésekor valamely kommunikációs protokollt alkalmazva lekérjük az eszköz helyzetét.

2.4. Kamera-Radar kalibráció bővítési terve

A radar szenzor képes rossz időjárás viszonyok mellett is megbízhatóan működni. Előnye, hogy az észlelt objektumok távolságát és sebességét is képes meghatározni. A kamera által felismert objektumokhoz társíthatjuk ezeket a tulajdonságokat amennyiben ismerjük a szenzorok koordináta rendszerei közötti transzformációs paramétereket. A legtöbb radar esetében viszont nem lehetséges a nyers pontfelhőt kinyerése. Ezek a szenzorok egy objektum listát adnak eredményül, emiatt a kalibrációs eljárás módosítása szükséges.

A rádióhullámok visszaveréséhez léteznek olyan speciális objektumok, melyeket radar képes detektálni, mi pedig könnyedén képesek vagyunk a pozíciójukat megváltoztatni. Hasonló objektumokat használnak a hajókon és a bójákon is. Speciális prizmat is készíthetünk, mint amelyet a Yeungnam-i egyetem kutatói használtak a cikkükben [13]. Amennyiben a kalibrációs objektumon elhelyeznénk egy ilyen prizmat, a rendszer könnyedén bővíthető lenne kamera-radar rendszerek kalibrációjára is.

3. EREDMÉNYEK

A kamera-LiDAR szenzorok kalibrációjának pontosságát kifejezhetjük a reprojekciós hiba segítségével. Ez a szám megmutatja, hogy hány pixel eltérés van az objektum valós és képre vetített helyzete között. A reprojekciós hiba csökkenésével a kalibráció pontossága növekszik. Ahhoz, hogy a kalibráció a kamera által lefedett teljes területen használható legyen, a kamera belső paramétereinek és a kamera-LiDAR koordináta rendszerei közötti transzformációs paramétereknek is egyaránt precíznek kell lenniük. Ennek eléréséhez sok különböző pozícióban kell felvételeket készíteni, és azok alapján kiszámolni a paramétereket. A hibát a négyzetes középhiba képletével számíthatjuk ki (4. egyenlet):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|P_i - \tilde{P}_i\|^2} \quad (4)$$

P_i jelzi az objektum sarokpontját a torzított képen, $\tilde{P}_i$ pedig a 3 dimenziós pont képre vetítésével számított pixel értéket jelöli. Ezen értékek négyzetes középérték hibája mutatja a kalibrációs paraméterek pontosságát. A képpontokat a torzított képen választottam ki, majd a torzítás paramétereit felhasználva számítottam ki a kamera-LiDAR külső kalibrációs paramétereket, ezért a kapott képpontokat torzítani kell a hiba kiszámolásához. A pontokat a torzítatlan képről kiválasztva a projekció után a képpontokat nem kell torzítani.

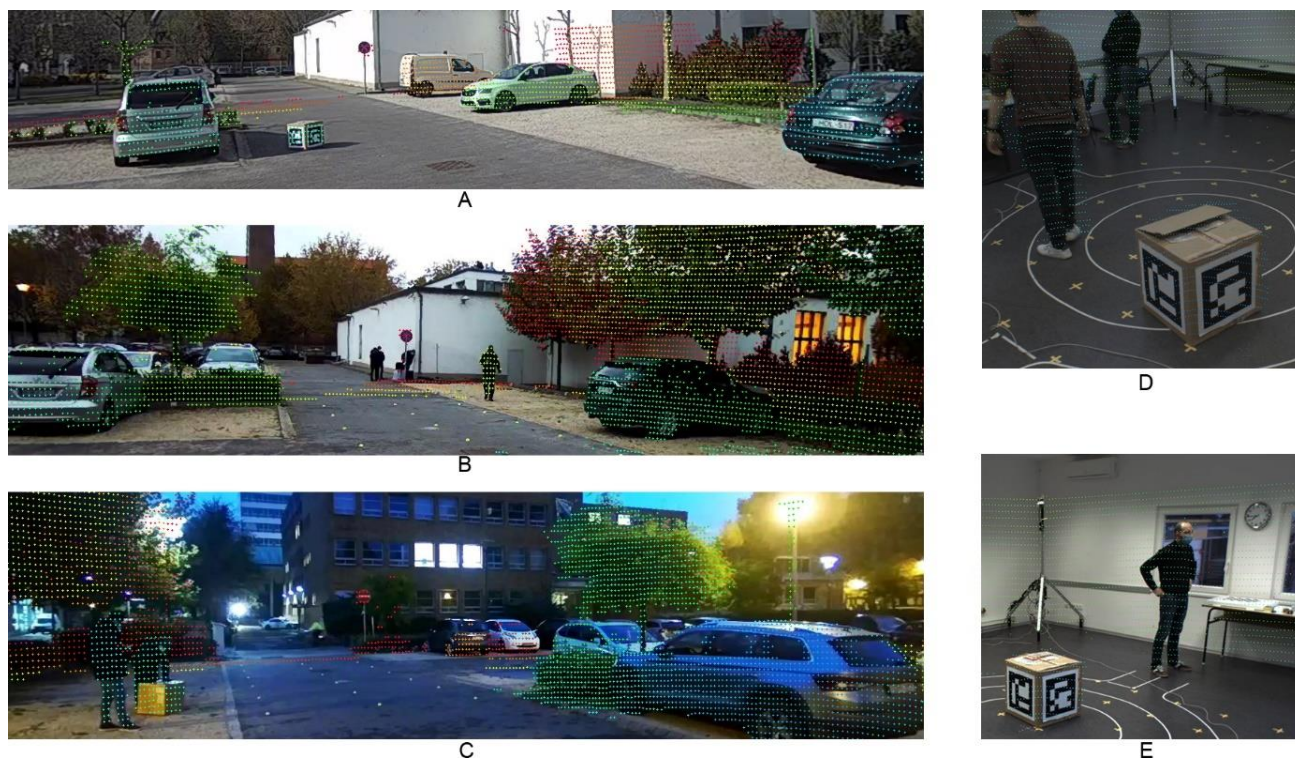
A kalibrációs eljárást kipróbáltam többféle szenzorrendszerrel is. A használt szenzorok típusa, a kalibrációhoz használt pozíciók száma, a kamera belső paramétereinek pontossága és a teljes kalibrációra számított reprojekciós hiba alább látható (7. ábra).

Jelölés	Kamera típus	LiDAR típus	Felhasznált pozíciók száma	Kamera belső paramétereinek hibája [px]	Teljes reprojekciós hiba [px]
A	HIKVISION DS-2CD2063G0-I	Ouster OS-1 Uniform 64 channel LiDAR	5	0,1491	0,7803
B	HIKVISION DS-2CD2063G0-I	Ouster OS-1 Uniform 64 channel LiDAR	5	0,1369	0,6549
C	HIKVISION DS-2CD2063G0-I	Ouster OS-1 Uniform 64 channel LiDAR	5	0,1491	2,3088
D	BFS-PGE-19S4C-C: 2.0 MP	Ouster OS-1 Below Horizon 64 channel LiDAR	6	0,0999	1,9145
E	BFS-PGE-19S4C-C: 2.0 MP	Ouster OS-1 Below Horizon 64 channel LiDAR	4	0,0717	1,2839

7. ábra

A tesztek során elvégzett kalibrációk eszközei és pontossága

Az alábbi ábrán látható a pontfelhő képre vetítése a kalibrációs eljárás során kiszámított paraméterek felhasználásával. A képen felső táblázatban feltüntetett szenzorok adatait és a hozzájuk tartozó kalibrációs együtthatókat használtam.



8. ábra

A LiDAR pontfelhő pontjainak képre vetítése a kiszámított kalibrációs paraméterekkel, az 1. táblázat alapján

4. KONKLÚZIÓ

A cikkben bemutattam egy kalibrációs eljárást, amely képes a kamera-LiDAR kalibrációt minimális emberi beavatkozás mellett elvégezni. A kalibráció online, vagy akár előre felvett adatokon is elvégezhető. A kamera belső paramétereinek előzetes kalibrációjára azonban szükség van.

A bemutatott rendszert HikVision IP kamerával és Ouster OS-1 64 csatornás LiDAR szenzorral, majd Blackfly S GigE kamerával és Ouster OS-1 64 Below Horizon LiDAR szenzorral is teszteltük. A LiDAR által rögzített pontfelhő képre vetítésének eredménye a 8. ábrán látható. Megfigyelhető, hogy a kalibráció pontossága változó, ami valószínűleg a választott kalibrációs pontokból (azok helyzetéből) ered.

Az eredmények alapján kijelenthetjük, hogy a RANSAC alapú sík detekciónak köszönhetően, a program kis felbontású lézerszenzorból és átlagos felbontású kamerából álló rendszer kalibrációjára is alkalmas.

SZAKIRODALOM

- [1] Szabó, Z., Török, Árpád (2020) "Spatial Econometrics – Usage in Transportation Sciences: A Review Article", Periodica Polytechnica Transportation Engineering, 48(2), pp. 143-149. <https://doi.org/10.3311/PPtr.1204>
- [2] P. An et al., "Geometric calibration for LiDAR-camera system fusing 3D-2D and 3D-3D point correspondences," Opt. Express, vol. 28, no. 2, p. 2122, Jan. 2020, doi: 10.1364/oe.381176.
- [3] Z. Pusztai and L. Hajder, "Accurate Calibration of LiDAR-Camera Systems Using Ordinary Boxes," in 2017 IEEE International Conference on Computer Vision Workshops (ICCVW), Oct. 2017, vol. 2018-Janua, pp. 394–402, doi: 10.1109/ICCVW.2017.53.
- [4] Bradski G, "The OpenCV library," Dr. Dobb's J. Softw. Tools, vol. 25, no. 120, pp. 122–125, 2000.
- [5] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. 22, no. 11, pp. 1330–1334, 2000, doi: 10.1109/34.888718.

- [6] K. Lelowicz, "Camera model for lens with strong distortion in automotive application," in 2019 24th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR 2019, 2019, pp. 314–319, doi: 10.1109/MMAR.2019.8864659.
- [7] J. Kannala and S. S. Brandt, "A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 28, no. 8, pp. 1335–1340, 2006, doi: 10.1109/TPAMI.2006.153.
- [8] A. Babinec, L. Jurišica, P. Hubinský, and F. Duchoň, "Visual Localization of Mobile Robot Using Artificial Markers," *Procedia Eng.*, vol. 96, pp. 1–9, 2014, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.091>.
- [9] R. B. Rusu and S. Cousins, "3D is here: Point Cloud Library (PCL)," 2011, doi: 10.1109/ICRA.2011.5980567.
- [10] R. C. B. M. A. Fischler, "Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography," *Comm. ACM*, vol. 24, pp. 381–395, 1981.
- [10] K. Levenberg, "A METHOD FOR THE SOLUTION OF CERTAIN NON@_ LINEAR PROBLEMS IN LEAST SQUARES," *Q. Appl. Math.*, vol. 2, pp. 164–168, 1944.
- [12] D. W. Marquardt, "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters," *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, vol. 11, no. 2, pp. 431–441, Jun. 1963.
- [13] D. Kim and S. Kim, "Extrinsic parameter calibration of 2D radar-camera using point matching and generative optimization," in *International Conference on Control, Automation and Systems*, 2019, vol. 2019-Octob, pp. 99–103, doi: 10.23919/ICCAS47443.2019.8971568.