

Fa fedélszékek végeselemes modellezése csomóponti merevségek és képlékenyedés figyelembevételével

ZRUBKA Beatrix¹ – HEGYI Dezső^{2*}

¹ okleveles építőmérnök, faanyagvédelmi és tartószerkezeti szakértő. E-mail: zuben@zuben.hu

² Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építésmérnöki Kar, Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rakpart 3. K II. 60. E-mail: hegyi.dezso@epk.bme.hu

EREDETI KÖZLEMÉNY

Beérkezett: 2025. május 8. • Elfogadva: 2025. június 25.

Online First megjelenése: 2025. augusztus 19.

© 2025 A Szerzők



ÖSSZEFOGLALÓ

Fa fedélszékek ellenőrzésekor gyakran azt tapasztaljuk, hogy a tönkremenetelek nem ott jelennek meg, ahova a számítások jóslják, az alakváltozások eltérnek a számított értékektől. Ennek oka lehet, hogy a többszörösen határozatlan hagyományos ácsszerkezetek nagyfokú teherátrendeződési képességgel rendelkeznek, amit az általános mérnöki gyakorlatban a számítások során nem veszünk figyelembe.

Dolgozatunkban bemutatjuk, hogy meglévő, statikailag határozatlan faszerkezetek ellenőrzése esetén a csomópontok és támaszok merevségének és nemlineáris tulajdonságainak megfelelő beállításával, továbbá a csomópontok képlékenyedésének figyelembevételével hogyan lehet a valós működést jobban megközelítő statikai modellt felállítani. Célunk a kiválasztott eset kapcsán nem a szerkezet teherbírásának pontosabb kiszámítása, hanem a szerkezet erőjátékának jobb megismerése.

A közölt számítások még számos közelítő feltevést tartalmaznak a csomópontok teherbírásával és alakváltozó képességével kapcsolatban. További kutatásokra lesz szükség ahhoz, hogy akár a szabványosításra is alkalmas szabályokat meg lehessen fogalmazni ezen a területen.

KULCSSZAVAK

fa tartószerkezet, fedélszék, képlékenyedés, csomóponti merevség

* Levelező szerző

1. BEVEZETÉS

A faanyag a térfogatsúlyához viszonyítva rostirányban nagy húzó, nyomó és hajlító szilárdsággal rendelkezik, ezért kiválóan alkalmas tartószerkezeti célokra. A szerkezetek kialakítása során a kihívást nem a rudak teherbírása, hanem az egyes rudak közötti erőátadás jelenti. A csavaros kapcsolatok merevségének számítására a szabvány (Eurocode 5) ad módszert, de az ácskötések modellezéséhez csak kevés információ áll rendelkezésre a szakirodalomban.

A csomópontok kialakítása során arra kell törekedni, hogy a faanyag szempontjából leggyengébb terhelési helyzetet, azaz a teljesen rideg szálirányra merőleges húzófeszültséget és gördülő nyírást (a szálakra merőleges irányú, de azokkal párhuzamos síkban működő nyírást) elkerüljük, és az erőátadást átkonvertáljuk nyomásra vagy a két másik irányú nyírásra, mely esetekben a faanyag nagyobb ellenállást képes kifejteni. Így a kis feszültségre bekövetkező rideg tönkremenetel helyett nagyobb szilárdságra vagy képlékeny viselkedésre lehet számítani.

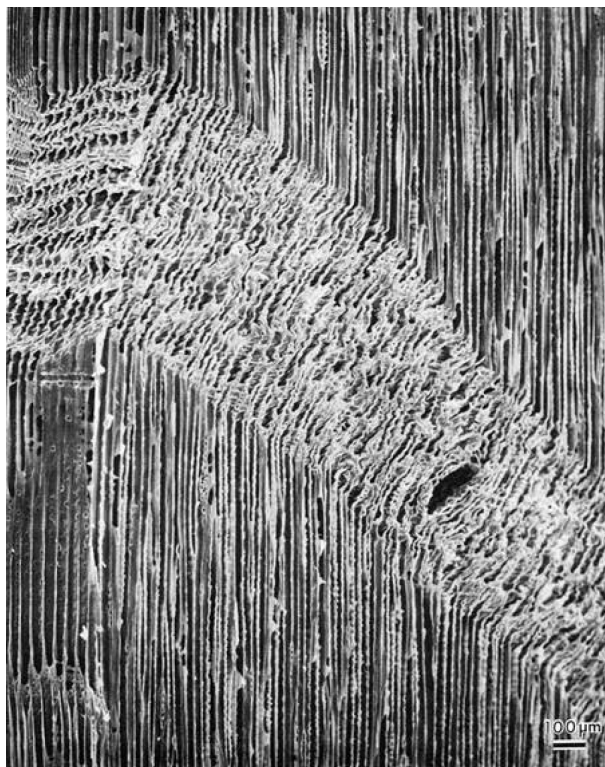
Már a 20. század első felében a kutatók megállapították, hogy a fa a nyomást kivéve egészen a törésig közelítően rugalmasan viselkedik (Hilvert 1956; Johansen 1949). Újabb kutatások is megmutatták, hogy nyomófeszültség hatására a rugalmas összenyomódásokat a tönkremenetel előtt képlékeny alakváltozások követik, különösen a szálirányra merőleges helyzetben (Oudjene–Khelifa 2009; Miller–Schmidt–Bullei 2010; Brühl–Khulmann–Jorissen 2011; Palma et al. 2012; Branco–Deschamp 2015; Lokaj–Dobes–Svoboda 2020; Tanadini–Schwartz 2021; Tanadini 2023; Rasneur et al. 2024). Ezek az adottságok pedig megnyitják az utat a faserkezetek képlékeny méretezése felé.

Az utóbbi évtizedekben a faserkezetek tervezésében a különféle acél kötőelemek (csap típusú és egyéb speciális kötőelemek) alkalmazása vált meghatározóvá a csomópontok kialakításához. Ezek a kapcsolatok rendre úgy működnek, hogy az acélelemek nyomófeszültséggel kapják meg a közvetítendő erőket a faserkezeti elemekről, melyet nyírással és hajlítással továbbítanak a másik faelemre. Tehát a csomóponton belül nyomófeszültséggel terhelik a fát. Az ilyen típusú kapcsolatok képesek képlékeny alakváltozásokra a tönkremenetel előtt, de hasonló jelenségek tapasztalhatók hagyományos ácskötések esetén is, amennyiben az erőátadás dominánsan nyomás révén valósul meg.

Amikor a nyomófeszültség hatására bekövetkező képlékenyedésről beszélünk, akkor azt meg kell különböztetni például az acél folyásától. Az acél folyása atomi szinten következik be oly módon, hogy a fémrács szerkezet kémiai kötési deformálódnak és átalakulnak. Faserkezetek esetén nyomás hatására a fa sejtsztruktúrája, szöveti felépítése deformálódik (1. ábra), azaz az anyag szerkezetének tekintetében egy szinttel magasabban következik be változás (Butterfield–Meylan–Peszen 1997). Még magasabb szinten, a tartószerkezet szintjén vizsgálva ezeket az alakváltozásokat nagyon hasonló a tapasztalatunk a képlékenyen deformálódó acél és fa esetén, ezért jogos ugyanazt a szót, a képlékenyedést használni az alacsonyabb szinten különböző jelenségekre, és ez a kifejezés terjedt el a fent felsorolt nemzetközi szakirodalomban is.

Statikailag határozatlan szerkezetek esetén a csomópontok merevsége hatással van a teljes szerkezet erőjátékára, a csomópontok képlékenyedése pedig komoly igénybevétel-átrendeződéshez vezethet. Ezt a jelenséget Kazinczy Gábor vizsgálta először acélszerkezetek esetén. Eredményeire alapozva számos kutatást végeztek, és ma már az acél- és a vasbeton szabványnak is alapvető része a képlékenyméretezés (Kazinczy 1931; Vukov 1986; Yu 2009; Nielsen–Hoang 2010; Kaliszky et al. 2015).

Faserkezetek számításakor ma még a lineárisan rugalmas anyagmodellek alkalmazása az általános. A tapasztalat azonban az, hogy a csomópontok bizonyos mértékben képlékeny alak-



1. ábra. Fa szál szerkezetének elváltozása képlékeny deformáció hatására
(Butterfield–Meylan–Peszen 1997)

változásokra is képesek maradó teherbírás mellett, és ez a statikailag határozatlan faszerkezetek esetén is lehetőséget biztosít az igénybevétel-átrendeződésre. Viszonylag kevés publikáció jelent még meg e témában (Crews–Ritter 1996; Brühl–Kuhlmann–Jorissen 2011; Hegyi et al. 2022; Hegyi et al. 2025), azonban ígéretes eredményekre számíthatunk itt is a fentiek alapján.

Kutatásunk hosszú távú célkitűzése, hogy kidolgozzunk egy szabványosításra alkalmas módszert faszerkezetek csomóponti merevségének meghatározására, statikailag határozatlan faszerkezetek végeselemes modellezéséhez.

Jelen kutatásunkban azt vizsgáljuk, hogy egy meglévő szerkezetről a szemrevételezéssel és egyszerűbb helyszíni mérési módszerekkel begyűjthető információkat miként lehet a számításhoz felhasználni.

Az eljárás lényege, hogy kiindulunk egy egyszerű kezdeti modellből, ahol ismert a geometria, a terhelés, a kárkép és az alakváltozás. Majd keressük a kárképet és alakváltozásokat legjobban leíró csomóponti merevségi értékeket és nemlineáris tulajdonságokat.

A számítás menetét a romhányi katolikus Szent György-templom tetőszerkezetének adatait felhasználva mutatjuk be (2. ábra). A műemlék templom 1836–1837 között épült, a tetőszervezete egy tűzvészt követően 1888 és 1923 között épült újjá. A fedélszék szép példája a mérnöki gondolkodással megszerkesztett eklektikus tetőszervezeteknek, melyek különböző variációkban a 19–20. században épült bérházak típusszerkezeteként terjedtek el.



2. ábra. III. főállás átnézeti képe a romhányi Szent György-plébániatemplomban

A szerkezetet az AXISVM X7 végeselemes programmal (a továbbiakban VEM) vizsgáltuk. A cikkben több modellbeállítást mutatunk be: két egyszerűbb variációt, ahol tökéletes csuklókat alkalmazunk különböző elrendezésekben, majd egy közbenső lépcsőt, ahol a csomópontok elmozdulási merevségét csökkentjük a számított csomóponti merevségek és a tapasztalt deformációk alapján, és egy változatot, ahol a képlékenyedést és nemlineáris tulajdonságokat (csak húzás vagy csak nyomás felvételének lehetőségét) vesszük figyelembe. Összehasonlítottuk a lineáris és nemlineáris számítási módszerek eredményeit.

2. MÓDSZERTAN

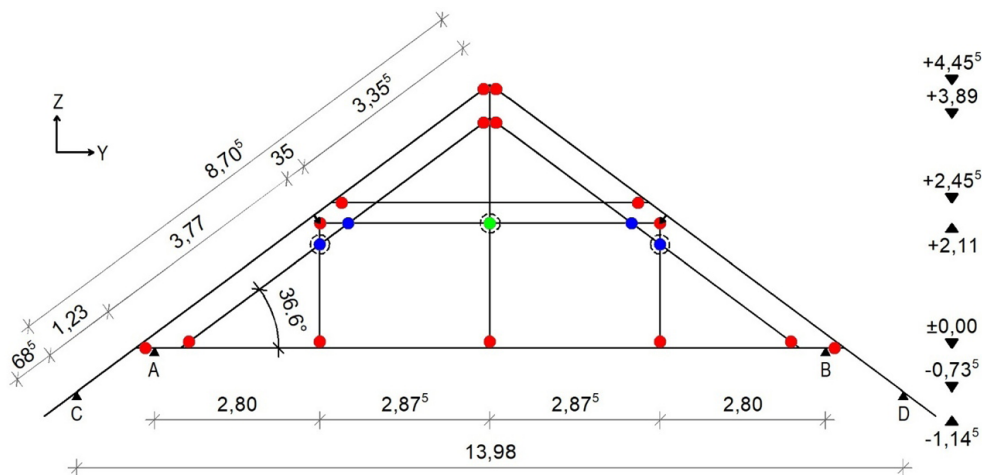
A valós 3D szerkezet számítását 2D síkbeli feladatra redukáltuk, és csak egy főállást modelleztünk részletesen. Tettük ezt annak érdekében, hogy így nagyobb figyelem jusson a főállás csomópontjainak modellváltozataira és ezek összevetésére. Viszont a térben kapcsolódó szerkezetek kölcsönhatása így nincs figyelembe véve.

A tető vizsgálatát négy különböző modellen végeztük el, melyeken egyre finomabban állítottuk be a csomópontok tulajdonságait annak érdekében, hogy a modellezés jobban megközelítse a valóságot. A tetőszerkezet elemei mindegyik esetben azonosak: egyszerű hajlított rudak, melyek keresztmetszeti méretei a felmérési adatok alapján lettek felvéve.

Descamps és Guerlement szerint a csomópontok félmerev modellezése áll a legközelebb a valós működéshez (Descamps–Guerlement 2009). Szerintük a csomópontok eltolódási merevsége mellett az elfordulási merevségek figyelembevétele pontosabb eredménnyel szolgál, mintha azokat tökéletes csuklónak vagy merev csomópontnak vesszük figyelembe. Kunecký szerint viszont a csomópontok elfordulási merevségének elhanyagolása a szerkezet globális erőjátékára csekély hatással van (Kunecký et al. 2016). Általános tapasztalat rácsostartók esetén is, hogy a csomóponti merevség elhanyagolása minimálisan befolyásolja csak az igénybevételek és alakváltozások alakulását. Tekintettel arra, hogy a szerkezet globális erőjátékát szeretnénk megismerni, a számításainkban a csomópontok elfordulási merevségét elhanyagoltuk mindegyik modellben.

A következő modelleket hoztuk létre (3. ábra és 1. táblázat):

- modell: Egyszerű tökéletes csuklós kapcsolat van beállítva mindegyik rúdvégi csomópontban. Az egymást keresztező rúdelemek belső csomópontjai merevek.
- modell: Megszüntettük a csatlakozásokat azokon a belső pontokon, ahol ugyan keresztezik egymást a szerkezeti elemek, de számottevő erőátadás nem alakulhat ki a csomópontképzés miatt.
- modell: A csomóponti eltolódási merevségeket az acél kötőelemes csap típusú kapcsolatok esetén Eurocode 5 szerint állítottuk be, az ács jellegű kapcsolatokat pedig a komponens módszer felhasználásával (Branco–Deschamp 2015).
- modell: A csomóponti merevségeket korrigáltuk a helyszíni tapasztalatok alapján: figyelembe vettük a szétcsúszásokat és károsodásokat, valamint a szerkezet mérhető alakváltozásait.



3. ábra. Statikai váz

Az 1. táblázatban ideális csukló alatt azt értjük, hogy az elfordulással szembeni merevség nulla, az eltolódással szembeni merevség végtelen nagy. A félmerev csomópontok esetén is nulla az elfordulással szembeni merevség, az eltolódással szembeni merevség egy-egy számított érték. A képlékenyedés figyelembevétele analóg az acél- vagy a vasbeton szerkezeteknél alkalmazott képlékeny csuklók alkalmazásával, de tartalmában eltér attól. Az acél- és vasbeton szerkezetek esetén leggyakrabban nyomaték hatására kezd el képlékenyedni a szerkezet, és így képlékeny csukló alakul ki. Fánál eleve csuklós kapcsolatból indulunk ki, és a csomópont eltolási merevsége helyére lép a képlékeny kapcsoló elem.

1. táblázat. Csomóponti és támaszbeállítások

Csomópont	(a) modell	(b) modell	(c) modell	(d) modell
	ideális csukló	ideális csukló	félmerev kapcsolat	félmerev képlékenyedő
	merev csomópont	ideális csukló	félmerev kapcsolat	félmerev képlékenyedő
	merev csomópont	kitérő rudak	merev csomópont	kitérő rudak
		kitérő rudak		
A támasz	ideális csukló	ideális csukló	ideális csukló	ideális csukló
B támasz	függőleges támasz	függőleges támasz	függőleges támasz	függőleges támasz
C támasz	függőleges támasz	függőleges támasz	félmerev csukló	félmerev csukló
D támasz	függőleges támasz	függőleges támasz	félmerev csukló	félmerev csukló

Az analízisben az időtől függő alakváltozásokat számítottuk a szabvány szerinti közelítéssel: a terhek állandó részéből származó rugalmas alakváltozásokat $(1+k_{def})$ értékkel felsoroztuk a környezeti besorolást figyelembe véve (Eurocode 5). Ezzel a módszerrel a csomópontok kúszási alakváltozása is figyelembe van véve. Az további vizsgálatok tárgya lehet, hogy a csomópontokban kialakuló magasabb feszültségek milyen hatással vannak a kúszás mértékére és így az erőjára.

2.1. Geometria és anyagminőségek

A szerkezet geometriáját felmérési tervek alapján vettük fel (Végh 2015). A geometriát saját mérésekkel pontosítottuk annak érdekében, hogy a feltételezhető alakváltozásokat követni tudjuk. A feltevésünk az volt, hogy eredetileg a faelemek közel egyenesek voltak, és a terhelések hatására tér el az alakjuk ettől.

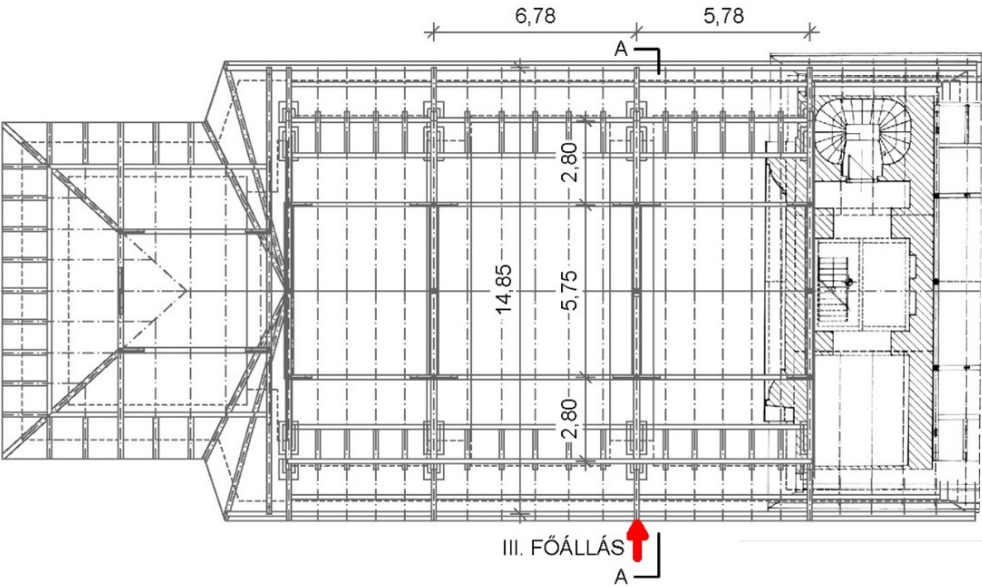
A tetőszerkezet anyaga erdeifenyő, melynek szilárdságát a helyszínen FAKOPP műszerrel mértük (FAKOPP 2011). A faanyagot 2-es felhasználási osztályba és C22 szilárdsági osztályba soroltuk a beépítési körülmények és a mérési eredmények alapján (Ugrinné 2015).

A számítás bemutatására a főhajó feletti tetőszerkezet III. főállását választottuk ki (4. ábra). A II-es és a III-as főállás van általános, belső helyzetben, így ezeknek a főállásoknak az erőjátéka a leginkább tiszta. Az egyes szerkezeti elemek megnevezését és méreteit az 5. ábra tartalmazza, ahol a főállást és a mellékállást is megmutattuk a teljes térbeli rendszer érthetősége érdekében.

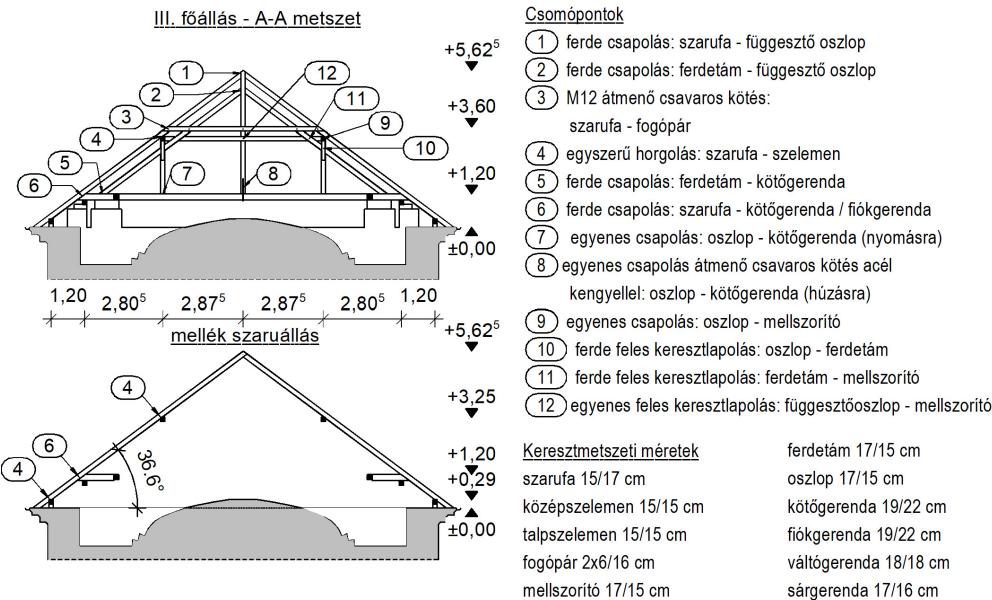
Egy főállást elemzünk a továbbiakban, a mellékállások terheit pedig a szelemeneken keresztül hárítjuk a szerkezetre, így leegyszerűsítjük a számításokat, és elhanyagoljuk azt a körülményt, mely szerint a mellékállások szaruzata is besegíthet a főállások teherviselésébe.

A főállás 2D-s modelljén az alábbi egyszerűsítéseket vezettünk be:

- nem vettük figyelembe a karpántokat,
- nem vettük figyelembe a váltógerendákat.



4. ábra. A tetőszerkezet alaprajza

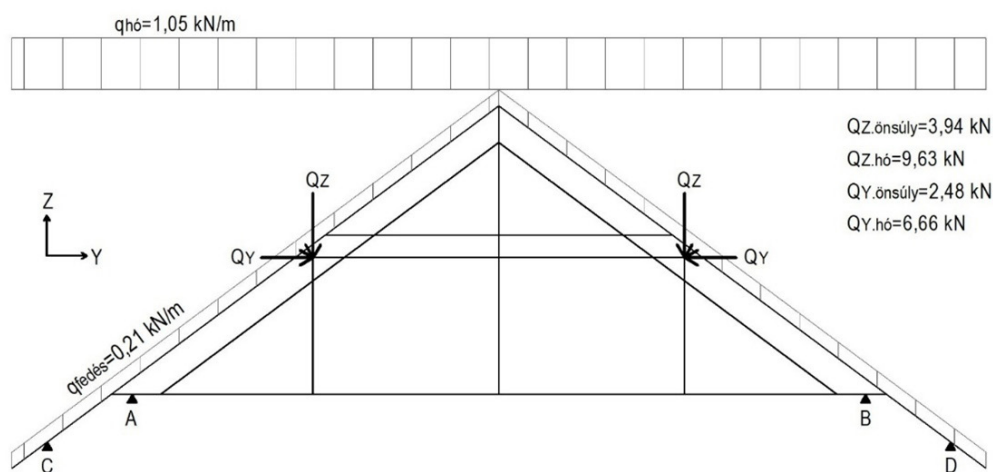


5. ábra. A tetőszerkezet metszetei

2.2. Terhek, teherkombinációk

A számítás során figyelembe vett karakterisztikus értékek:

- A palafedés súlya $0,2 \text{ kN/m}^2$ a lécezéssel együtt.
- A héjazat a szarukon $0,21 \text{ kN/m}$ megoszló teherként jelentkezik.
- A hőterhet 1 kN/m^2 nagyságú függőleges vetületi teherrel kalkuláltuk a szabvány szerint. (A tetőn elhelyezett hófogók miatt nem csökkentettük a mereedség miatt a hőterhet.)
- A faszervezet önsúlyát a VEM program automatikusan számolja a megadott gerendaméretek és geometria alapján.
- A szelemenekről a főállásra áthatódó koncentrált terheket a szerkezet 3D modelljéből vettük át (6. ábra). (Ennek részleteit nem közöljük, mivel a számítás további menetére nincsen hatással.)



6. ábra. A főállás számításba vett karakterisztikus terhei

A szerkezet teljes körű ellenőrzése esetén számos terhelési eset kombinációjára lenne szükség (önsúly, meteorológiai és szeizmikus hatások). A cikkben csak két szimmetrikus teherkombinációt mutatunk be:

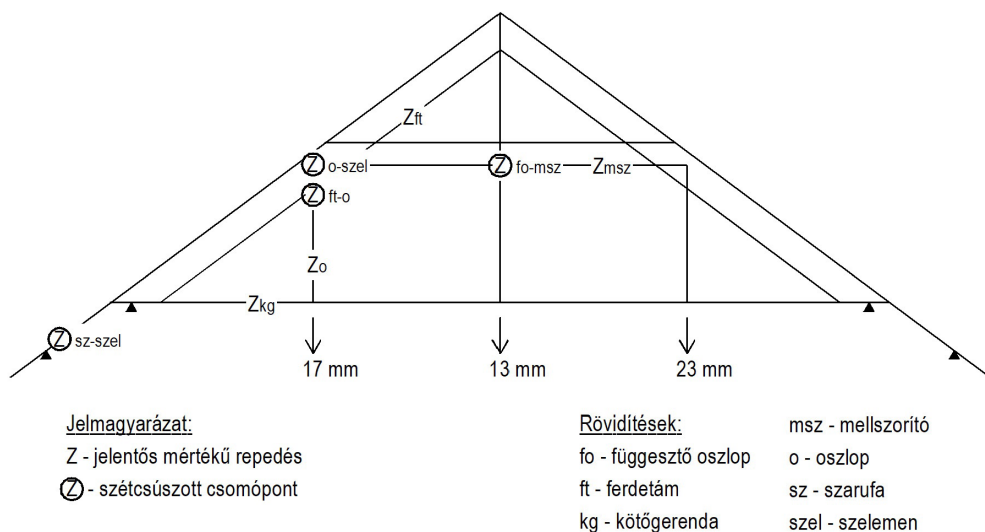
- Önsúly kombináció – Eurocode szerinti használhatósági határállapot (SLS): az állandó terhek karakterisztikus értéke (faszerkezet önsúlya + héjazat)
- Hőteher kombináció – Eurocode szerinti teherbírasi határállapot (ULS): $1,35 \times \text{önsúly} + 1,5 \times \text{hó}$

Az önsúly kombinációt a hosszú távú alakváltozások ellenőrzéséhez használtuk. A vizsgáltunk ideje alatt is (amikor az alakváltozásokat lemértük) ez a terhelési helyzet működött a szerkezeten. A hőteher kombinációt pedig a szerkezeti elemek kihasználtságának vizsgálatához használtuk. A valós kárkép ugyan nemcsak a hőteher hatására alakulhatott ki, de a tető viszonylag kis hajlásszöge miatt a hőteher jelentősebb, mint a szélteher. Ezen túlmenően a szélteher aszimmetrikus hatása olyan csomóponti erőket eredményezne, amely újabb megfontolások bevezetését igényelné, ami jelentősen növelné a cikk terjedelmét. Mondanivalónk bemutatása szempontjából a szimmetrikus terhelés alkalmazása elegendőnek bizonyult.

2.3. A helyszíni állapotok ismertetése

A helyszínen a szerkezetek megismerését alapos szemrevételezéssel, a geometriai adatok ellenőrzésével, az elemek megmozgatásával, megkopogtatásával, fizikai és biológiai állapotuk felmérésével lehet elérni. Ezek alapján az erőjáratokat lényegesen befolyásoló információkhoz juthatunk.

A 7. ábrán bemutatjuk a III. főállás faanyagvédelmi szakvéleményből kiemelt mechanikai hibáit, amit kiegészítettünk a kötőgerenda mért lehajlásával. A lehajlást egy vízszintes síkot kivetítő lézer és mérőléc segítségével végeztük. A mért értékeket a vizsgált szerkezeti elem támaszai közötti relatív alakváltozásra számoltuk át, ezt az értéket tüntettük fel az ábrán. A helyszíni vizsgálatunk idején szélcsend volt, a szerkezeten csak az önsúly teher és a rétegerendi súly volt.



7. ábra. Kivonat a faanyagvédelmi szakvéleményből: A III. főállás kárképe

A biológiai károsodások hatásával a cikk keretében nem foglalkoztunk. Ezek esetünkben olyan kismértékű lokális hibákat eredményeztek, melyek jelen cikk mondanivalója szempontjából nem mérvadóak. A továbbiakban csak a 7. ábrán szereplő információkat használjuk fel a végelemes modell csomóponti merevségeinek beállításához.

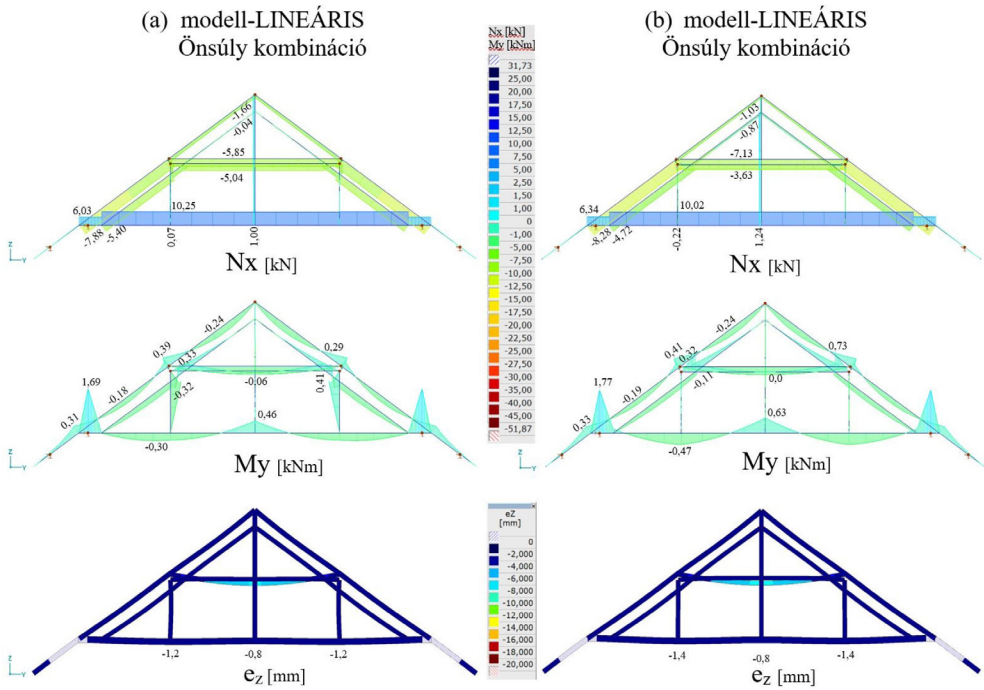
3. A SZÁMÍTÁSI MODELLEK FELVÉTELE ÉS EREDMÉNYEI

A következőkben bemutatjuk, hogy a „Módszertan” fejezetben ismertetett csomóponti beállítások esetén milyen igénybevételeket és elmozdulásokat kaptunk.

3.1. Az (a) és (b) modellek

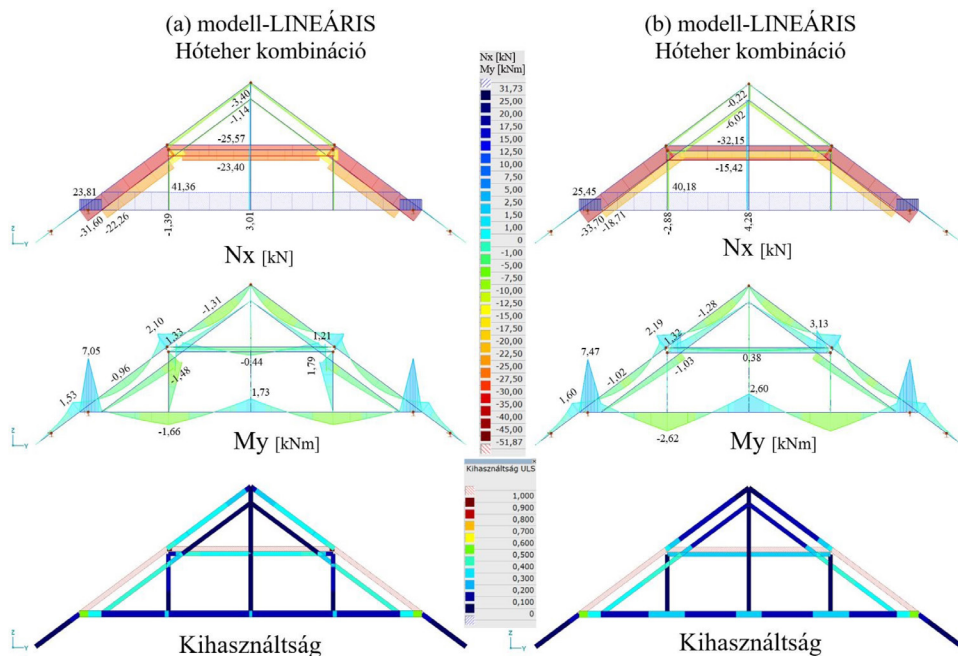
Az (a) és (b) modellek esetén a 3. ábrán és az 1. táblázatban meghatározott csomóponti beállítások az alkalmazott szoftver alapbeállításai szerinti tökéletes csuklók és görgős támaszok. Az (a) és a (b) modell között az a különbség, hogy a (b) esetében a bekarikázott oszlop–ferdetám és függesztőoszlop–mellszorító csomópontok összemetsződését töröltük a modellből, aminek olyan hatása van, mintha ezek a rudak kitérőek lennének.

Az (a) és (b) modell fontosabb számítási eredményei a 8. és 9. ábrán láthatóak. A normálerőket és a nyomatékokat adtuk meg mindkét terhelési kombinációhoz. Az önsúly esetén megadtuk az alakváltozásokat is, mivel ezeket hasonlítjuk össze a 7. ábrán látható, helyszínen mért értékekkel. A hőteherrel a kihasználtságot mutattuk meg, mivel ez utal a szerkezet terhelésből származó károsodásaira.



8. ábra. (a) és (b) modell számítási eredményei önsúly teherkombináció esetén
 N_x : normálerő ábra, M_y : nyomatéki ábra, e_z : függőleges alakváltozások ábrája

A két modell eredménye közötti különbség kicsi. Az ábrákról leolvasható, hogy a szarufa jelentős mértékben részt vesz a főállás erőjátékában (nagyok a normálerők mindkét esetben a szarufában). A szarufa és a ferdetám a középső oszlop felfüggesztésén, a fogópár és a mellszorító is nyomóerőn osztozik. A derékszelemeneket alátámasztó függesztőmű két egymással párhuzamos keretből áll. A külső keretet a szarufa és a fogópár alkotja (a számítás szerint ez van nagyobb igénybevételnek kitéve), a belső keretet a ferdetám és a mellszorító, ami kevésbé terhelt.



9. ábra. (a) és (b) modell számítási eredményei hőteher kombináció esetén
Nx: normálerő ábra, My: nyomatéki ábra, Kihasznátsági ábra

Önsúly teher esetén az oszlopok az (a) változatban mind húzottak, függesztik a kötőgerendát, a hőteher esetén jelenik meg kisebb nyomóerő a szélső oszlopokban. A (b) változatban mindkét teherkombinációban nyomóerő ébred a szélső oszlopokban. A kötőgerenda számítás szerinti végső lehajlása az önsúly hatására 1,2 és 1,4 mm a két modellben, mely elmarad a helyszínen mért 17–23 mm-es lehajlástól.

3.2. A (c) modell

Az (a) és (b) modelleket úgy javíthatjuk, ha felülvizsgáljuk a csomóponti merevségeket. Első lépésként a rúdvégi csuklókat (3. ábra, piros kör – a színes ábrák a cikk online változatában érhetőek el) a globális koordináta rendszerrel egyező referenciájú pont-pont kapcsolati elemekre cseréltük. Ugyanezt tettük a ferdetámat keresztező rúdelemek metszéspontjaiban (3. ábra, kék kör). A függesztőoszlop–mellszorító csomópontban hagytuk meg egyedül a merev csomópontot (3. ábra, zöld kör). A (C) és (D) támaszoknak Y irányú támaszmerevséget is beállítottunk.

Kiszámoltuk a csomópontok rugalmas eltolódási merevségét. A (c) modell csomóponti merevségeinek meghatározásánál egy ideálisan jó állapotból indultunk ki, nem vettük még figyelembe a szerkezet károsodásait, a csomópontok nemlineáris tulajdonságait.

Az ács jellegű kapcsolatok eltolódási merevségeinek meghatározására a korábban már említett „komponens módszer” használtuk (Branco–Deschamp 2015). Ez a csomópontok geometriai és a kapcsolódó elemek mechanikai tulajdonságaiból indul ki. A rugalmassági modulus irány-

függő módosító tényezőit ugyancsak a szakirodalom alapján vettük fel szabványos módszerek híján (Xue et al. 2018).

A rugalmassági modulust középértékkel vettük figyelembe, ahogyan azt az alakváltozások számításánál általában felvenni szokás. De itt felmerült a kérdés, hogy a stabilitási számításokhoz hasonlóan az 5%-os kvantilist használjuk-e?

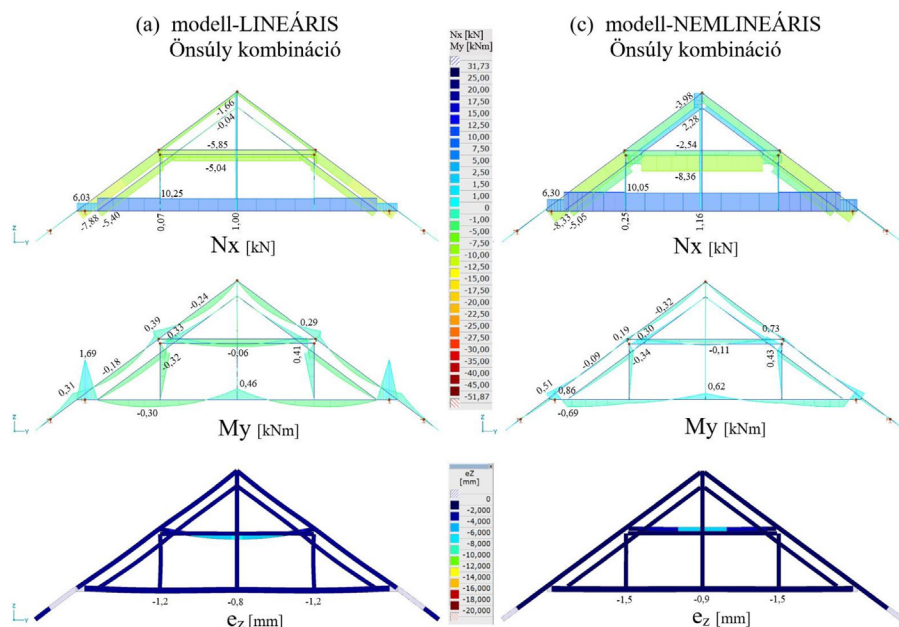
A számított merevségi értékeket a 2. táblázatba gyűjtöttük ki.

2. táblázat. Csomóponti merevségek és határerők értékei a (c) modellben

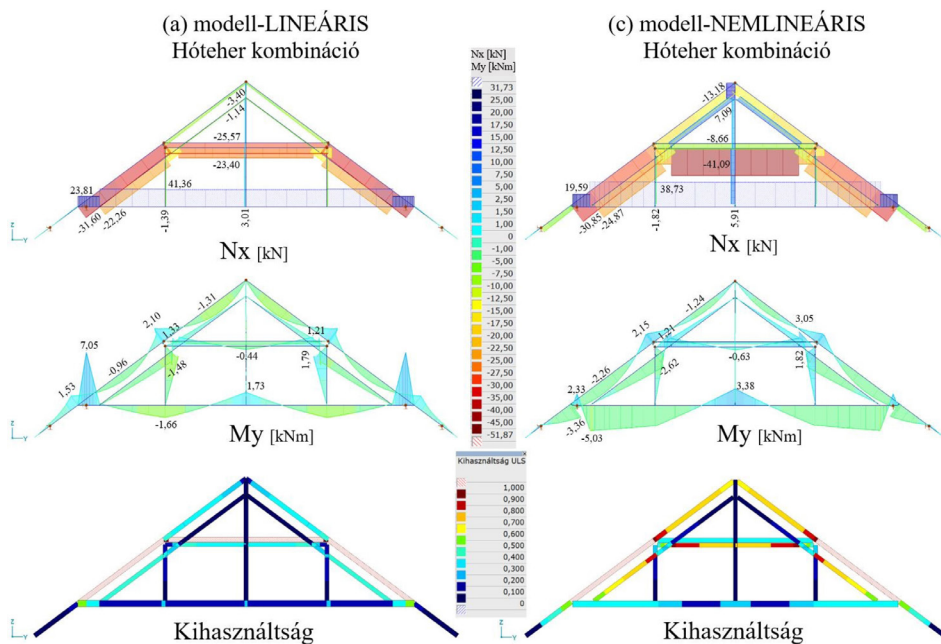
	Csomópont megnevezése	KY kN/m	KZ kN/m	FY.határ kN	FZ.határ kN
1	ferde csapolás szarufa–függesztőoszlop	$125,5 \times 10^3$	$51,5 \times 10^3$	57	13
2	ferde csapolás ferdetám–függesztőoszlop	$132,8 \times 10^3$	$58,4 \times 10^3$	62	13
3	M12 átmenő csavar fogópár csomópontjai	$5,8 \times 10^3$	$5,8 \times 10^3$	9	
4	egyszerű horgolás (nyomásra) szaru–szelemen	$24,7 \times 10^3$	$37,6 \times 10^3$	14	19
5	ferde csapolás ferdetám–kötőgerenda	$85,7 \times 10^3$	$90,6 \times 10^3$	19	62
6	ferde csapolás szarufa–kötőgerenda	$507,1 \times 10^3$	$21,4 \times 10^3$	120	14
7	egyenes csapolás (nyomásra) oszlop–kötőgerenda	$24,2 \times 10^3$	$54,0 \times 10^3$	12	42
8	egyenes csapolás (húzásra) átmenő csavaros acél kengyellel	$24,2 \times 10^3$	$22,3 \times 10^3$	12	19
9	egyenes csapolás (nyomás) oszlop–mellszorító	$79,2 \times 10^3$	$16,5 \times 10^3$	42	9
10	ferde feles keresztlapolás oszlop–ferdetám	$69,9 \times 10^3$	$125,2 \times 10^3$	35	37
11	ferde feles keresztlapolás ferdetám–mellszorító	$125,2 \times 10^3$	$69,9 \times 10^3$	37	35
12	feles keresztlapolás függesztőoszlop–mellszorító	10^{10}	10^{10}		

A csomóponti merevségek beállításának eredményeként módosultak a számított igénybevételek. Az (a) és (c) modellek összehasonlítása a 10. és 11. ábrán látható.

A (c) modellel számított igénybevételek esetén egyes helyeken nem úgy adódnak át az erők, ahogyan várnánk. Például a derékszelemenről az állószék oszlop felső végére átadódó függőleges koncentrált erőnek tisztán az oszlopra, a vízszintes erőnek pedig a mellszorítóra kellene átadód-



10. ábra. (a) és (c) modell számítási eredményei önsúly teherkombináció esetén
Nx: normálerő ábra, My: nyomatéki ábra, e_z : függőleges alakváltozások ábrája



11. ábra. (a) és (c) modell számítási eredményei hóteher kombináció esetén
Nx: normálerő ábra, My: nyomatéki ábra, Kihasznátság: ábrája

nia. Nem reális, ha a mellszorító a függőleges erőt is magára húzza. Vagy az sem jó, hogyha ugyanitt a szelemenről átadódó koncentrált erő egy az egyben a főszarura hárul ahelyett, hogy az oszlop kapná meg ezeket a terheket. A mérnöki szempontból logikus teherátadási hierarchiát a számítási modell nem követi, hanem az igénybevételek a merevségek arányában kerülnek szétosztásra. További csomóponti tulajdonságok megadása szükséges a végeleemes modellben ahhoz, hogy a számítási eredmény jobban leírja a valóságot.

3.3. A (d) modell

Az eddig bemutatott (a), (b) és (c) modellek mindegyike egy-egy elméletileg lehetséges megoldást adott a szerkezet viselkedésére. A modellek elemzésekor azonban azt tapasztaltuk, hogy egyes pontokon az eredmények ellentmondásba kerülnek a helyszíni tapasztalatokkal, azaz nem elég jól írják le a valóságot.

A csomópontokhoz rendelt tulajdonságok további finomításával érhetünk el jobb eredményeket. A jelenleg hatályos szabványok ebben nem adnak segítséget, és csak kevés kutatási eredmény ad támpontot ezen a területen. A mérnök egyedi döntéseire, mérlegelésére van szükség ahhoz, hogy közelebb tudjuk hozni a számítási eredményeket a helyszíni tapasztalatokhoz.

A (c) modellhez a fentiek szerint már meghatároztuk a csomóponti merevségeket. A (d) modellnél bevezetjük a csomóponti képlékenyedési lehetőségét (Crews–Ritter 1996; Brühl–Kuhlmann–Jorissen 2011; Hegyi et al. 2022; Hegyi et al. 2025). A képlékenyedést úgy vesszük figyelembe, hogy meghatározzuk a csomópont egyes koordináta irányokhoz tartozó szabványos teherbírását, és ezt mint képlékenyedési küszöbértéket vesszük figyelembe. Ezen erőérték felett ideálisan képlékenyedőnek tekintjük a kapcsolatot. Ahogy a korábbi verzióknál, úgy itt sem vesszük figyelembe nyomatóéki merevséget.

A teherbírás figyelembevételénél bizonytalanság van abban, hogy a teherbírást milyen értékkel vegyük figyelembe. Lehetne érvelni a teherbírás karakterisztikus, várható és tervezési értéke mellett is. A kérdést csak egy szisztematikus szimulációval lehetne eldönteni, mely túlmutat a jelen publikáció kitűzött céljain. Tekintettel arra, hogy a jelen cikkben a szerkezet teherbírását fogjuk becsülni a szerkezet csomóponti képlékenyedésének segítségével, a tervezési érték alkalmazását tartottuk praktikusnak. A szilárdsági módosító tényezőt a korábban meghatározott 2-es felhasználási osztályhoz és a közepes idejű terheléshez vettük fel $k_{mod} = 0,8$ értékkel.

A csomóponti képlékenyedési beállítása mellett tovább módosítottuk a csomóponti merevségeket is a (c) modellnél bemutatott számított merevségekhez képest. A korábban számított merevségek olyan ideális helyzethez tartoznak, ahol a csomópontok geometriája pontosan kialakított és nincsenek mechanikai vagy biológiai károsodások. A valós szerkezeten, különösen egy történeti fedélszék esetén a csomópontok geometriai kialakításában akár centiméteres hibákat is találhatunk, és a károsodások is gyakoriak. Emellett a szerkezeti elemek mozgásával arról is tapasztalatot gyűjthetünk, hogy egy-egy csomópont kimozog a helyéről annak ellenére, hogy a számítások szerint erőt kellene közvetítenie.

A továbbiakban azt szeretnénk bemutatni, hogy hogyan érhető el az, hogy a helyszínen tapasztalt állapotokhoz minél közelebb kerüljenek a számítás eredményei. Itt célokat tűzünk ki, melyek eléréséhez a szerkezet egyes csomópontjainak a merevségét változtatjuk. A mérnöki gyakorlatban számos eljárás ismert, ahol optimalizációs eljárásokkal állítják be egy-egy szerkezet valamely tulajdonságát valamilyen cél eléréséhez. Az alkalmazott szoftver itt most nem erre lett fejlesztve, ezért intuitív módon, kis lépésekben hajtjuk majd végre a változtatásokat a szerkeze-

ten. Közben figyeljük a változások hatását, és az eredmények alapján hozunk meg döntéseket arról, hogyan érdemes továbblépni.

Az alábbiakban részletezzük, hogy a 4. és 5. ábrán bemutatott főállás esetében a 7. ábrán látható információkat hogyan vettük figyelembe a számítási modellben. Az itt meghatározott értékek a konkrét példához tartoznak, más tetőszerkezetre nem vihetőek át.

- A repedt elemekről el kell dönteni, hogy a repedés származhat-e túlterhelésből, vagy más oka van. Ha túlterhelés az oka, akkor azt kell mérlegelni, hogy veszélyes lehet-e a globális erőjáték szempontjából vagy sem. Például a 2. ábrán halványan kivehető, hogy a mellszorító ferdén repedt. Látható, hogy a gerenda erősen ferdeszálú, tehát alapvetően nem jó minőségű faanyag. A repedést a következő fejezetben bemutatott (a) és (b) számítási eredmények alapján anyaghibának nevezhetnénk, de a (d) nemlineáris számítás eredményei a 14. teherkombinációban azt mutatják, hogy akár az élettartam alatt fellépő nagyobb teher is okozhatta a repedés kialakulását.
- A főállásban lévő szarukon nem láthatók túlterhelés jellegű repedések. Ez azt vetíti előre, hogy olyan modellt kell felállítanunk, amiben a főszaru az (a) és (b) modelleknél kisebb mértékben részesedik a teherviselésben.



12. ábra. Szaru-falpszelemen, szétcsúszott kapcsolat

- A (4) szaru-szelemen csomópontokban az elemek szétcsúszhatnak, ha a csomópontban húzóerő lép fel. Ez a hiba a szerkezetben a (C) és (D) támaszként jelölt talpszelemen mentén több helyen is előfordul (12. ábra). Az (a) és (b) modellekben a támaszmerevség „Y” irányú komponensét 0 kN/m értékre vettük fel (görgős támasz), a (c) és (d) modellben azonban más megfontolások miatt növelni kellett ezt az értéket: A szaru alsó támaszmerevségének a beállításánál abból indultunk ki, hogy a helyszínen kb. 15 mm-es szétcsúszás látható. A feltételezésünk szerint valamilyen nagyobb teher hatására (ami lehet pl. a hóteher) alakult ki ez a szétcsúszás. $R_Y=500$ kN/m merevség mellett értük el azt, hogy közel ekkora mértékben csússzon szét a csomópont.

- Az (1) szarufa függesztőoszlop csomópont merevségét korlátoztuk, annak érdekében, hogy a ferdetámok domináljanak a középső oszlop megtámasztásában a főszaruk helyett. A valóságban részt vesz a szarufa is a függesztésben, de nem veheti át ezt a szerepet teljes mértékben a ferdetámtól, hiszen a csomópontok kialakítása nem ad erre lehetőséget. Mindezt úgy értük el, hogy lecsökkentettük a csomópont „Z” irányú eltolódási merevségét az eredetileg számított érték 1%-ára. A képlekenyedési határerőket változatlanul hagytuk.
- A (4) szarufa–(közép)szelemen csomópont esetében a cél az, hogy a szarufa csak nyomóerőt tudjon átadni a szelemenre. Ha az „Y” és „Z” irányban is beállítanánk ezt a nemlineáris korlátozást, akkor hibaüzenetet kapunk. Ezért csak a „Z” irányt korlátoztuk a nyomóerőkre, és a vízszintes irányú K_Y merevséget lecsökkentettük a számított érték 10%-ára.
- A (6) szarufa–kötőgerenda csomópontok húzóerő átadására nem alkalmasak a kialakításuk miatt, de nincsenek szétcsúszva. Tehát bennük biztosan nyomóerő vagy nagyon csekély húzóerő ébred. A szarufa–kötőgerenda csomópontban az eddigi (a), (b) és (c) modellek szerint 6 kN körüli vízszintes húzóerő ébred önsúly teher esetén. A ferde csapolás viszont nem képes ennek a húzóerőnek a felvételére sem. A helyszínen az is látszik, hogy ezek a csomópontok nincsenek szétcsúszva, tehát itt csak elenyésző mértékű húzóerő ébredhet. Az alábbi beállításokat alkalmaztuk annak érdekében, hogy a húzóerőt minimalizáljuk és a nyomóerő kialakulását lehetővé tegyük:
 - az „Y” irányú eltolódási merevség értékét a kiszámolt érték 1%-ára lecsökkentettük, és
 - ennek a csomópontnak a befolyásolása miatt állítottuk be a szarufák alsó (C) és (D) megtámasztásánál az „Y” irányú $R_Y=500$ kN/m nagyságú támaszmerevséget.

A számítások elvégzése után a kapcsolati erőknél minden teherkombinációban ellenőrizzük, hogy a csomópontban kapott esetleges húzóerő mértéke alatta maradjon a 0,5 kN-os értéknek, amit mérnöki döntéssel határoztunk meg felső korlátként a csapos kapcsolat szétcsúszással szembeni ellenállásának.

- A (8) kötőgerenda felfüggesztésére, húzóerő felvételére csak a középső függesztőoszlop képes az acélhevederes kapcsolata miatt. A húzóerő átadása az oszlopban 2 db 12 mm átmérőjű átmenő csavarral rögzített – a kötőgerendát körbefogó – acélheveder segítségével valósul meg. A függesztőoszlop–kötőgerenda csomópont esetében húzó- és nyomóerő átadását is lehetővé tettük az acélheveder miatt, de mivel itt minden terhelési helyzetben húzóerő ébred, korlátnak a csomópont húzó határterhét állítottuk be.
- A (9) oszlop–mellszorító csomópontban megszüntettük a függőleges erőátadás lehetőségét, azaz $K_Z = 0$ kN/m értéket állítottunk be. Így szüntettük meg, hogy a mellszorító elvonja a függőleges erőket az oszlopról, ahogy ezt már említettük fentebb.
- A (10) ferdetám–oszlop csomópont ki van lazulva, szét van csúszva, önsúllyal terhelt esetben erő átadása nincs vagy csekély mértékű (13. ábra). Ennek hatását a már bemutatott (b) modellben a két elem összemetsződésének megszüntetésével, a (d) modellben az „ K_Z ” eltolódási merevség értékét 0,1%-ára csökkentettük, az „ K_Y ” irányú merevséget és a határerőket változatlanul hagytuk. Azért a „Z” irányú merevségen csökkentettünk, mert ebben az esetben a csomóponti szétcsúszás ezt az irányt érintette, az „Y” irányban szorosan érintkeztek az elemek.
- A III. főállásban a kötőgerenda lehajlása a szélső oszlopok alatt 17–23 mm, a függesztőoszlop alatt 13 mm. Az oszlop–kötőgerenda egyenes csapolású csomópontja csak nyomóerő átadására alkalmas. Ezek a csomópontok szorosan illeszkednek, nincsenek szétcsúszva, sőt erősen repedtek a karpántok alatti szakaszon. Ez szintén azt bizonyítja, hogy az oszlopokban biztosan nagyobb nyomóerő ébred még az állandó terhek esetén is (14. ábra). A (9) és a (10) csomópont módosításával elértük az itt kitűzött célokat is.



13. ábra. Oszlop–ferdetám, szétcsúszott csomópont



14. ábra. Oszlop–kötőgerenda, kapcsolat

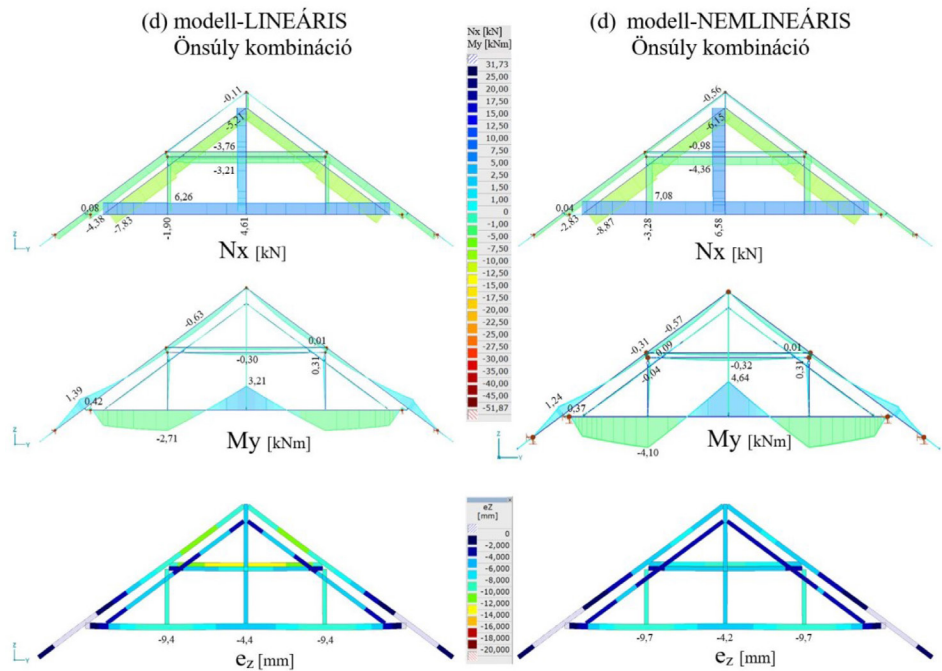
- A (12) mellszorító és függesztőoszlop csomópont ki van lazulva, szét van csúszva. Ennek a csomópontnak az összemetsződését megszüntettük a (b) és (d) modellben is.
A (d) modellbe beállított csomóponti paramétereket a 3. táblázatban foglaltuk össze. A (c) modellhez képest végrehajtott módosításokat vastagon kiemeltük.

3. táblázat. Módosított csomóponti merevségek és határerők táblázata a (d) modellben

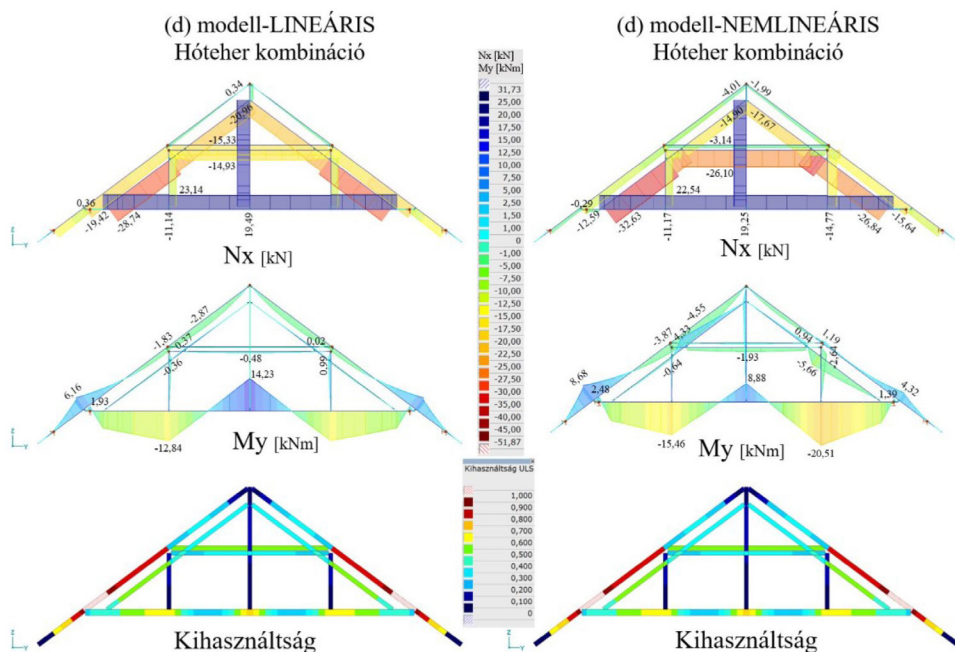
	Csomópont megnevezése	K_Y kN/m	K_Z kN/m	$F_{Y.határ}$ kN	$F_{Z.határ}$ kN
1	ferde csapolás szarufa–függesztőoszlop	$125,5 \times 10^3$	$13,2 \times 10^1$	77	18
2	ferde csapolás ferde dúc – függesztőoszlop	$132,8 \times 10^3$	$15,0 \times 10^3$	83	18
3	M12 átmenő csavar fogópár csomópontjai	$5,8 \times 10^3$	$5,8 \times 10^3$	12	
4	egyszerű horgolás (nyomásra) szaru–szelemen	$24,7 \times 10^2$	$37,6 \times 10^3$	19	26 csak nyomásra
5	ferde csapolás ferde dúc – kötőgerenda	$22,0 \times 10^3$	$90,6 \times 10^3$	26	83
6	ferde csapolás szarufa–kötőgerenda	$130,2 \times 10^{-1}$	$21,4 \times 10^3$	0,5	19
7	egyenes csapolás (nyomásra) oszlop–kötőgerenda	$24,2 \times 10^3$	$54,0 \times 10^3$	16	56

	Csomópont megnevezése	K_Y kN/m	K_Z kN/m	$F_{Y,határ}$ kN	$F_{Z,határ}$ kN
8	egyenes csapolás (húzásra) átmenő csavaros acél kengyellel	$24,2 \times 10^3$	$22,3 \times 10^3$	12	19
9	egyenes csapolás (nyomás) oszlop–mellszorító	$79,2 \times 10^3$	0	56	12
10	ferde feles keresztlapolás oszlop – ferde dúc	$69,9 \times 10^3$	$148,9 \times 10^0$	47	50
11	ferde feles keresztlapolás ferde dúc – mellszorító	$148,9 \times 10^3$	$69,9 \times 10^3$	50	47
12	feles keresztlapolás függesztőoszlop–mellszorító	–	–		

A módosított csomóponti beállításokkal lefuttatott (d) modell eredményeit a 15. és 16. ábra szemlélteti lineáris és nemlineáris számítás esetére. A nemlineáris számítás esetén figyelembe tudjuk venni a csomóponti nemlinearitást és a csomóponti terhelési korlátokat, azaz a képlekelyedést. Lineáris számítás esetén csak a lineárisan rugalmas merevségi értékeket vesszük figyelembe.



15. ábra. (d) LINEÁRIS és (d) NEMLINEÁRIS modell számítási eredményei önsúly teherkombináció esetén. Nx: normálerő ábra, My: nyomatéki ábra, e_z : függőleges alakváltozások ábrája



16. ábra. (d) LINEÁRIS és (d) NEMLINEÁRIS modell számítási eredményei hőterhelés kombináció esetén
Nx: normálerő ábra, My: nyomatéki ábra, Kihasznátsági ábra

A kihasználtsági ábrákról leolvasható, hogy bár a szaru továbbra is túlterhelt, a javított (d) modellben lényegesen kisebb terhelést kap, mint az (a) modellben. A ferdetám átvette a teherviselés szerepét a szarufától a középső oszlop függesztésében is, továbbá a mellszorítóval alkotott függesztőtűként is. Ebben a teherelrendezésben a fogópárról a mellszorítóra átkerült a terhelés, és a mellszorítóban sokkal nagyobb igénybevételek ébrednek, mint az (a) modellben, ami az egyik magyarázata lehet a 7. ábrán jelölt repedés kialakulásának. A kötőgerenda is jelentős hajlító igénybevételt szenved az oszlopok alatt, ami hatással lehet a 7. ábrán, a kötőgerendán jelölt repedés kialakulására.

Az önsúlyterhek hatására a (d) modellből 10 mm körüli lehajlási értéket kaptunk a kötőgerendán a szélső oszlop csomópontnál. Ez az érték körülbelül a 8 szorosa az (a) modellből kapott lehajlásnak, de még mindig csak alig több, mint a fele a helyszínen mért lehajlás értéknek. A kúszást a fent bemutatott módon a szabvány szerint számítottuk a k_{def} alakváltozás növelő tényező figyelembevételével, mely az 50 éves időtartamhoz tartozó kúszási alakváltozásra ad egy jó becslést. A vizsgált szerkezet ennél sokkal idősebb, több mint száz éves. Így már elfogadhatónak tartjuk a (d) modellből számított alakváltozás értéket.

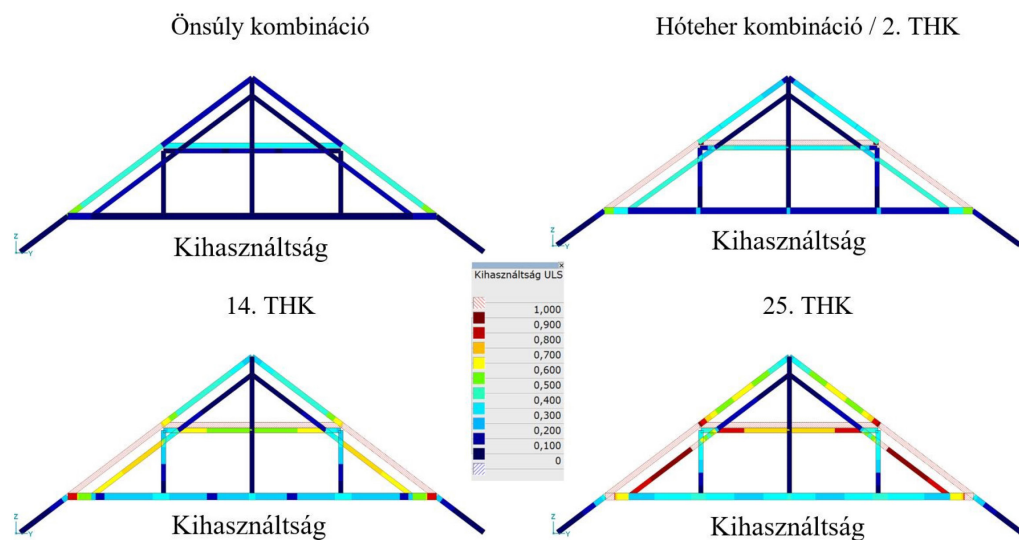
4. A GLOBÁLIS ERŐJÁTÉK ÉRTÉKELÉSE

Ebben a fejezetben a korábbi két terhelési helyzeten túl megvizsgáljuk, hogy mi történik a terhelés fokozatos növelésének hatására, milyen sorrendben érik el a csomópontok és a rúdelemek a teherbírási korlátjukat, melyek a szerkezet gyenge pontjai. A tehernövekedés hatását a 17–19. ábrákon a kihasználtsági ábrák felhasználásával szemléltetjük.

A teher növelését a 2. fejezetben meghatározott teherkombinációkkal, és a hőteher kombináció teherlépcsőkre bontásával és növelésével végeztük. A teherlépcsőket addig növeltük (a szabványos szinten túl is), amíg a szoftver egyensúlyi helyzetet talált. A szoftverben a nemlineáris számítást geometriai nemlinearitás figyelembevételével végeztük. A számítás addig futtatható, amíg a szerkezet túlhatározottá nem válik, vagy be nem következik a stabilitásvesztés. Az alkalmazott teherkombinációk:

- önsúly kombináció: (faszerkezet + héjazat együtt)
- 1. THK: $1 \times \text{állandó} + 1 \times \text{hó}$
- 2. THK (hőteher kombináció): $1,35 \times \text{állandó} + 1,5 \times \text{hó}$
- $(2+n_i)$. THK: $1,35 \times \text{állandó} + (1,5+0,1 \times n_i) \times \text{hó}$
ahol $n_i = \{1, 2, 3 \dots 23\}$

(a) modell-LINEÁRIS

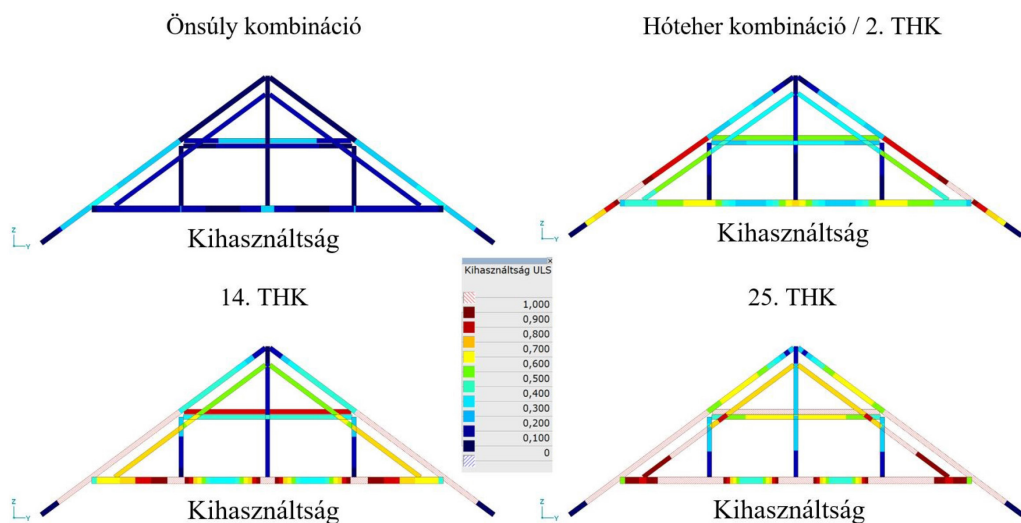


17. ábra. Az (a) számítási modell, négy teherlépcső elemkihasználtsági

Lineáris számítás során a program csak a merevségi beállításokat veszi figyelembe, a határerőkkel kapcsolatos korlátozásokat nem. A terhek növelésével minden elemekben és keresztmetszetben arányosan növekszenek az igénybevételek, ezzel szemben a nemlineáris számítás esetén a teher növelésének hatására folyamatos igénybevétel-átrendeződés figyelhető meg a csomóponti képlékenyedés miatt (20. ábra, a monitorozott csomópontok és támaszok jelölése a 3. és az 5. ábra szerint értendő).

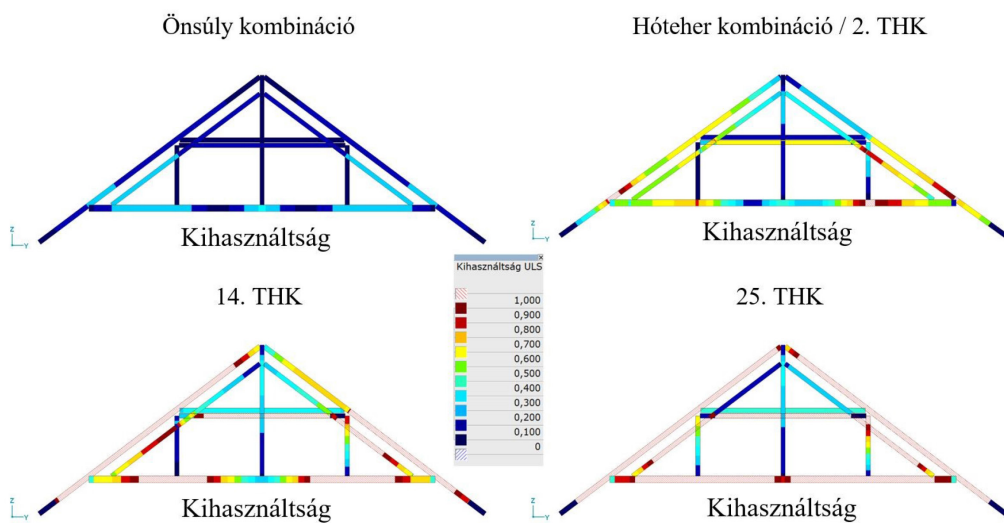
Az eredmények kiértékelésére négy terhelési esetet ragadtunk ki példának. A 4. táblázatban a III. főállás összes elemének kihasználtságát megadjuk ebben a négy kiválasztott teheresetben, piros színnel és aláhúzással kiemelve a túlterhelt elemeket.

(d) modell-LINEÁRIS

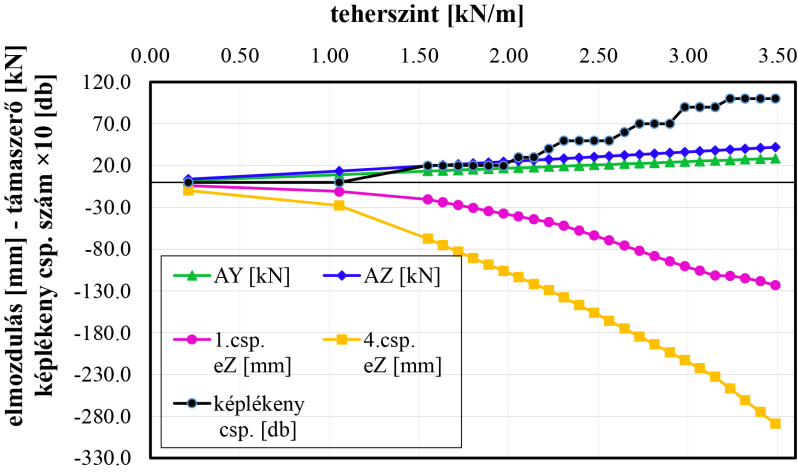


18. ábra. A (d) számítási modell, négy teherlépcső kihasználtsági lineáris számítással

(d) modell-NEMLINEÁRIS



19. ábra. A (d) számítási modell, négy teherlépcső kihasználtsági nemlineáris számítással

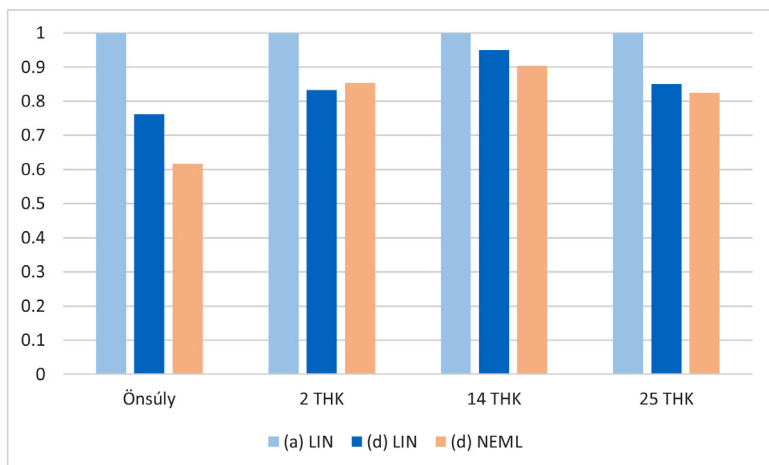


20. ábra. (d) modell: a támaszerők, az elmozdulások és a képlékeny csomópontok száma a terhelés függvényében

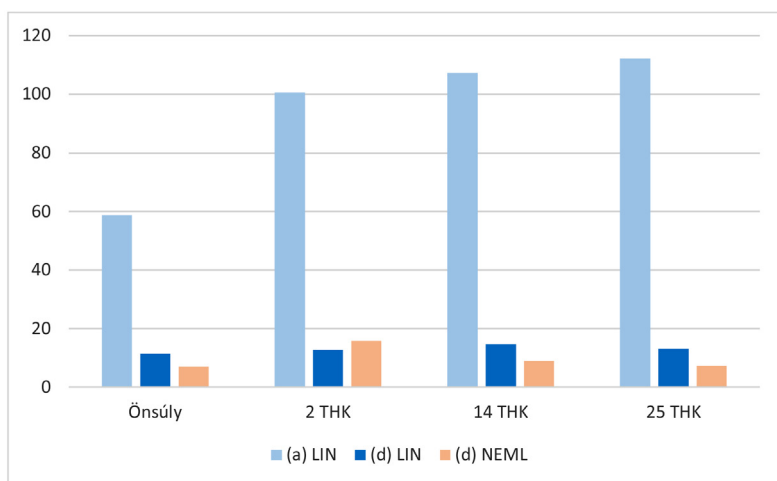
4. táblázat. A szerkezeti elemek kihasználtsága négy kiválasztott teherszinten

Számítási mód	(a) LIN	(d) LIN	(d) NEML	(a) LIN	(d) LIN	(d) NEML	(a) LIN	(d) LIN	(d) NEML	(a) LIN	(d) LIN	(d) NEML
Teher- kombináció	Ön- súly	Ön- súly	Ön- súly	2. thk	2. thk	2. thk	14. thk	14. thk	14. thk	25. thk	25. thk	25. thk
Szarufa (bal)	0,53	0,40	0,29	1,61	1,34	1,37	2,47	2,35	2,23	3,26	2,76	2,69
Szarufa (jobb)	0,53	0,40	0,30	1,61	1,34	1,04	2,47	2,35	2,15	3,26	2,77	2,39
Fogópár	0,35	0,22	0,09	1,04	0,57	0,15	1,59	0,86	0,34	2,09	1,12	0,45
Mellszorító	0,13	0,19	0,15	0,44	0,32	0,69	0,69	0,48	1,18	0,92	0,62	1,54
Ferdetám (bal)	0,15	0,19	0,21	0,49	0,52	0,81	0,77	0,78	1,01	1,02	1,03	1,97
Ferdetám (jobb)	0,15	0,19	0,21	0,49	0,51	1,01	0,77	0,78	1,72	1,02	1,03	2,61
Oszlop (bal)	0,07	0,06	0,07	0,21	0,17	0,09	0,33	0,26	0,25	0,44	0,34	0,70
Oszlop (jobb)	0,07	0,06	0,07	0,21	0,17	0,38	0,33	0,26	0,83	0,44	0,34	1,47
Függesztő- oszlop	0,01	0,04	0,05	0,02	0,11	0,26	0,02	0,16	0,40	0,03	0,21	0,37
Kötőgerenda	0,17	0,27	0,33	0,53	0,76	1,05	0,82	1,18	1,64	1,18	1,56	2,38
A	1,00	0,76	0,62	1,00	0,83	0,85	1,00	0,95	0,90	1,00	0,85	0,83
B	59	12	7	101	13	16	107	15	9	112	13	7
C	0,22	0,20	0,18	0,67	0,58	0,68	1,03	0,94	1,17	1,37	1,18	1,66
D	0,19	0,13	0,11	0,57	0,45	0,44	0,87	0,80	0,74	1,14	0,94	0,90

A 21–23. ábrákon grafikusan jelenítettük meg a táblázat utolsó négy sorában feltüntetett paramétereket, melyeket a három vizsgált modellt alkotó elemek kihasználtságainak kiértékelésére és összehasonlítására használtunk.



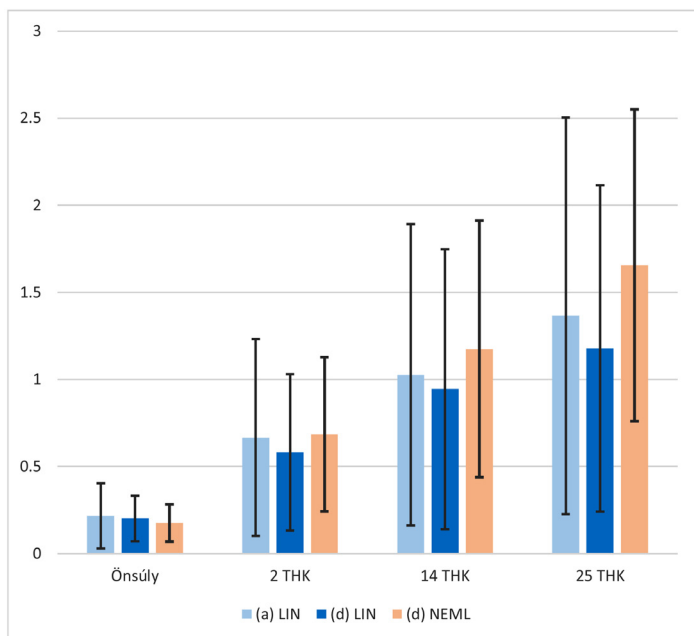
21. ábra. A maximálisan kihasznált elemek aránya az (a), egyszerű modellhez viszonyítva különböző terhelépcsőknél



22. ábra. Az adott modellen belül milyen a legjobban és legkevésbé terhelt elemek kihasználtságának az aránya

A számítási eredmények alapján az alábbi következtetéseket vonhatjuk le:

- A (d) lineáris modellben az (a)-hoz képest javult az elemek közötti terheleloszlás aránya, ami a nemlineáris számításnál a legjobb. A terhelés növelésével mindkét lineáris modellben ez az arány szinte végig állandó marad. Ezzel szemben a nemlineáris modellben látható, hogy a terhelés növelésével csökken az elemek kihasználtságai közötti különbség aránya, egyenletesebb a terheleloszlás az elemek között a másik két modellhez képest.



23. ábra. Adott modelleken belül az elemek átlagos kihasználtsága és az ehhez tartozó minimum- és maximumértékek

- A csomóponti merevségek valósághoz közeli beállításával bár javult a szerkezet számított erőjátéka, de lineáris számítással futtatva még nem értük el a helyszínen tapasztalt állapotokat. A mellszorító és fogópár szerepe például csak a nemlineáris modellben cserélődött fel a valóságnak megfelelő állapotra.
- A lineáris modellekben a terhelés változásával arányosan változnak az igénybevételek, azaz érvényes a lineáris szuperpozíció elve. A nemlineáris modellnél az igénybevételek nem arányosan változnak, egyes rudaknál hullámlás látható az igénybevételek alakulásában: több helyen tapasztalható, hogy egy darabig nőnek, majd csökkenni kezdenek az igénybevételek, illetve akár többször is előjelet váltanak, miközben a terhelés egyenletesen növekszik.
- Lineáris számítás esetén a szimmetrikus ábrák szimmetrikusak maradnak a terhelés növelésekor. Nemlineáris esetben viszont azt tapasztaljuk, hogy az eredetileg szimmetrikus ábrák elveszítik a szimmetriájukat már az első csomópontok képlékenyedése után. Ennek az oka az lehet, hogy különböző lehetséges egyensúlyi utak alakulhatnak ki a csomópontok képlékenyedése után. A nemlineáris számítás így az aszimmetrikus igénybevételt eredményező ágra is vezethet (Ther–Sajtos 2022). Ez a kérdés további vizsgálatokat igényel még.
- Az időtől függő hosszú távú és a képlékeny alakváltozások a minél egyenletesebb igénybevétel-eloszlás felé viszik a statikailag sokszorosan határozatlan fedélszékeket. Ez az időben lassan, de folyamatosan zajló jelenség a kúszás, ami jelenleg még aktívan kutatott terület.
- Az erőátadási folyamatok minél pontosabb megismerésével és a faanyag nemlineáris viselkedésének kihasználásával elkerülhetők a költséges megerősítések, melyek műemléki szempontból is problémások lehetnek.

- A bemutatott példából is látható, hogy a tervezés alapjául szolgáló helyes számítási modell felállításához igen körülményes és munkaigényes előkészítés szükséges. Ahhoz, hogy a csomóponti merevségeket és a csomópontok határerőit előállítsuk, a szerkezet összes csomópontjának pontos geometriáját és állapotát ismernünk kell.
- A számításaink rávilágítanak arra, hogy (az alkalmazott szoftvertől függetlenül) egy modell általában nem elegendő a szerkezet megfelelő leírásához. A pontosan nem számolható jelenségek miatt minden lehetséges szituációt le kell modelleznünk.

5. ÖSSZEGZÉS

Cikkünkben megvizsgáltuk egy függesztőműves fedélszék főállásának erőjátékát a csomópontok merevségének és képlékenyedésének figyelembevételével. Egy egyszerű modellel kezdtük a vizsgálatot, melynél a csuklós csomópontok nagy eltolódási merevséggel rendelkeztek, majd beállítottuk a szakirodalom alapján kiszámítható kisebb merevségértékeket. Végül tovább finomítottuk a kapcsolati beállításokat a helyszínen tapasztalt elmozdulások és károsodások tapasztalatai alapján, valamint figyelembe vettük a kapcsolatok képlékenyedésének lehetőségét. Így a szándékunk szerint a valóságot jobban leíró modellt kaptunk.

A vizsgálatok eredményei azt mutatják, hogy a csomóponti tulajdonságok egyre pontosabb figyelembevétele és a nemlineáris analízis egyenletesebb igénybevétel-eloszlást eredményez a tartószerkezeti elemek között. Ez más igénybevételcsúcsokat, esetenként nagyobb terhelhetőséget eredményez a számítások tanúsága szerint. Új szerkezet esetén egy ilyen analízis kedvezőbb anyagfelhasználást tesz lehetővé, meglévő szerkezet esetén pedig lehetőséget nyithat arra, hogy hatékonyabb megerősítéseket tervezzünk vagy akár elhagyjunk megerősítéseket. Ez gazdasági és műemléki szempontból is kedvező lehet.

A jelenlegi szabályozások csak az acél kötőelemes csap típusú kapcsolatok merevségének számítására adnak módszert (EC5). A szakirodalomban azonban fellelhető megoldás az ácskötésekre is (Branco–Deschamp 2015). Ezek az eljárások csak akkor alkalmazhatóak megbízható módon, ha a helyszíni tapasztalatok alapján ellenőrizzük, hogy az adott csomópontok valóban képesek átadni a számított erőket, vagy az esetleges károsodások és szétcsúszások ezt lehetetlenné teszik.

A faserkezetek esetén a képlékeny méretezés alkalmazása jelenleg még nem része sem a szabványoknak, sem a kutatói gyakorlatnak. A fa húzási és nyírási tönkremenetele egyértelműen rideg, azonban nyomásra (leginkább a rostirányra merőleges irányban) a fa is tud képlékenyedni. Nem anyagi szinten, hanem a fa belső struktúrájának deformációjával értelmezhető a képlékenyedés. Mivel az elem szintű tönkremenetelekben a húzási vagy nyírási ellenállás mindig szerepet kap, a tartószerkezeti elemek ellenállása várhatóan a későbbiekben is csak rugalmas alapon lesz majd számítható. Azonban egyre több kutatás igazolja, hogy a csomópontok tönkremenetelénél lehetőség van a képlékenyedés figyelembevételére (Brühl–Kuhlmann–Jorissen 2011; Palma et al. 2012; Branco–Deschamp 2015; Lokaj–Dobes–Sucharda 2020; Tanadini–Schwartz 2021; Tanadini 2023; Rasneur et al. 2024). Ez pedig lehetőséget nyit arra, hogy határozatlan szerkezetek esetén az igénybevételek átrendeződését figyelembe vegyük a képlékenyedés hatására. Egyes eredmények azt mutatják, hogy ilyen módon igazolható egyes szerkezetek tönkremeneteli folyamata (Hegyí et al. 2022).

A jelen cikkben bemutatott gondolatmenet még számos fejlesztésre szorul, amíg alkalmassá válik a faserkezetek képlékeny analízisére a mindennapi tervezésben és szakértésben. Szükség

lesz csomóponti és szerkezeti modellkísérletekre és szimulációkra az alábbi kérdések és folyamatok megértéséhez:

- a valós csomóponti merevségek pontosabb megismerése,
- a képlékeny deformációk korlátjainak meghatározása,
- a kúszás hatásának megismerésére és megértésére a faserkezetek igénybevétel-átrendező-dési folyamatára.

Mindezek eredményeként azonban hatékony eszközt kaphatunk a faserkezetek méretezéséhez, ellenőrzéséhez. Vasbeton- és acélszerkezetek esetén már évtizedes hagyománya van a képlékeny analízis alkalmazásának, és ma már a szabványok is tartalmazzák ezek alkalmazásának szabályait.

IRODALOMJEGYZÉK

- Branco–Descamps 2015 Branco, Jorge M. – Descamps, Thierry: Analysis and strengthening of carpentry joints. *Construction and Building Materials* 97 (2015) 34–47. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.05.089>
- Brühl–Kuhlmann–Jorissen 2011 Brühl, Frank – Kuhlmann, Ulrike – Jorissen, Andre: Consideration of plasticity within the design of timber structures due to connection ductility. *Engineering Structures* 33 (2011) 3007–3017. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.08.013>
- Butterfield–Meylan–Peszen 1997 Butterfield, Brian G. – Meylan, Brian A. – Peszen Ilona M.: *A fatest háromdimenziós szerkezeze, Three dimensional structure of wood*. Chapman and Hall, London 1997.
- Crews–Ritter 1996 Crews, Keith – Ritter, Michael: Development of limit states design procedures for timber bridges. In: *National Conference on Wood Transportation Structures*. Madison 1996. 292–301.
- Descamps–Guerlement 2009 Descamps, Thierry – Guerlement, Guy: Component method for the assessment of the axial, shear and rotational stiffness of connections in old timber frames. *Proc., 9ème Congrès National de Mécanique*. Casablanca, Morocco 2009.
- Eurocode 5 Eurocode 5, EN 1995:2010. *Design of timber structures* 2010.
- FAKOPP 2011 Fakopp Enterprise Bt.: *FAKOPP akusztikus favizsgáló műszer kezelési utasítás*. 2011.
- Hegyi et al. 2022 Hegyi, Dezső – Armuth, Miklós – Halmos, Balázs – Maróty, Katalin: The effect of wind on historical timber towers analyzed by plastic limit analysis in the focus of a collapse. *Engineering Failure Analysis* 147 (2022) 105852. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2021.105852>
- Hegyi et al. 2025 Hegyi, Dezső – Márton, Péter – Halmos, Balázs – Armuth, Miklós: The application of the plastic limit analysis to extend the load-bearing capacity of historical timber roofs. *Results in Engineering* 26 (2025) 105349. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.105349>
- Hilvert 1956 Hilvert Elek: *Faserkezetek*. Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest 1956.
- Johansen 1949 Johansen, K. W.: Theory of timber connections. International Association of Bridge and Structural Engineering (IABSE). Basel 1949.
- Kaliszky et al. 2015 Kaliszky, Sándor – Sajtos, István – Lógó, Benedek A. – Lógó, János M. – Szabó, Zsuzsanna: Gábor Kazinczy and His Legacy in Structural Engineering. *Periodica Polytechnica Civil Engineering* 59 (2015) 1. 3–7. <http://dx.doi.org/10.3311/PPci.8016>

- Kazinczy 1931 Kazinczy Gábor: *Végeiken befalazott hengerelt vasfödém gerendák méretezése a maradó alakváltozások figyelembevételével*. Doktori értekezés. Magyar királyi József nádor Műszaki Egyetem, Budapest 1931.
- Kunecký et al. 2016 Kunecký, Jiri – Arciszewska-Kędzior, Anna – Sebera, Vaclav – Hasníková, Hana: Mechanical performance of dovetail joint related to the global stiffness of timber roof structures. *Materials and Structures* 49 (2016) 6. 1–13. <https://doi.org/10.1617/s11527-015-0651-1>
- Lokaj–Dobes–Sucharda 2020 Lokaj, Antonin – Dobes, Pavel – Sucharda, Oldrich: Effects of loaded and distance and moisture content on the behavior of bolted connections in squared and round timber subjected to tension parallel to the grain. *Materials* 13 (2020) 23. 1–21. <https://doi.org/10.3390/ma13235525>
- Miller–Schmidt–Bullei 2010 Miller, Joseph F. – Schmidt, Richard J. – Bullei, William M.: New Yield Model for Wood Dowel Connections. *Journal of Structural Engineering* 136 (2010) 10. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000224](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000224)
- Nielsen–Hoang 2010 Nielsen, M. P. – Hoang, L. C.: *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Taylor and Francis Group, Boca Raton 2010. <https://doi.org/10.1201/b10432>
- Oudjene–Khelifa 2009 Oudjene, M. – Khelifa, M.: Elasto-plastic constitutive law for wood behaviour under compressive loadings. *Construction and Building Materials* 23 (2009) 11. 3359–3366. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2009.06.034>
- Palma et al. 2012 Palma, Pedro – Garcia, Helena – Ferreira, Joao – Appleton, Joao – Cruz, Helena: Behavior and repair of carpentry connections – Rotational behaviour of the rafter and tie beam connection in timber roof structures. *Journal of Cultural Heritage* 13 (2012) 3. 64–73. <http://dx.doi.org/10.1016/j.culher.2012.03.002>
- Rasneur et al. 2024 Rasneur, Sylvain – Zastavni, Denis – Misson, Jean-Charles – Jasienski, Jean-Philippe: On plastic development of timber structures based on 3D interactive vector-based graphic statics (VGS). *Architectural Intelligence* 3 (2024) 10. <http://dx.doi.org/10.1007/s44223-024-00054-3>
- Tanadini 2023 Tanadini, Davide: *Limit analysis and timber plasticity*. DSc thesis, ETH Zurich, Zurich 2023.
- Tanadini–Schwartz 2021 Tanadini, Davide – Schwartz, Joseph: Analysis and design of timber-to-timber connections based on the lower bound theorem of the theory of plasticity. In: *World Conference of Timber Engineering (WCTE 2021)*. Santiago, Chile. 2021. 2072–2078. <https://doi.org/10.3929/ethz-b-000530140>
- Ther–Sajtos 2022 Ther, Péter Pál – Sajtos, István: Effect of load path bifurcation on the behavior of reinforced concrete beams. *Proceedings of the 14th fib International PhD Symposium in Civil Engineering*. Rome 2022. 97–104.
- Ugrinné 2015 Ugrinné Zrubka Beatrix: *Faszervezeti szakvélemény a romhányi Szent György templom tetőszerkezetéről (2654 Romhány, Köztársaság tér 6.)* 2015.
- Xue et al. 2018 Xue, Jianyang – Qi, Liangjie – Dong, Jinshuang – Xu, Dan: Analytical investigation on moment-rotation relationship of through-tenon joints with looseness in ancient timber buildings. *Earthquakes and Structures* 14 (2018) 3. 241–248. <https://doi.org/10.12989/eas.2018.14.3.241>
- Yu 2009 Yu, Maohong: Theorems of Limit Analysis. In: *Structural Plasticity. Advanced Topics in Science and Technology in China*. Springer, Berlin, Heidelberg 2009.
- Végh 2015 Végh A.: *Romhányi Szent György templom tetőszerkezetének felmérési terve és műemléki faldiagnosztikai vizsgálata*. Corvinterv Építőipari Tervező Bt. 2015.
- Vukov 1986 Vukov, Ante: Limit analysis and plastic design of grid System. *Engineering Journal, American Institute of Steel Construction* 23 (1986) 77–83.

The Finite Element Analysis of Timber Roofs Using Proper Stiffness and Plastic Limit of the Connections

SUMMARY

During the analysis of timber roofs the structures are often found to show different deformations and malfunctions than the calculations would suggest. The reason might be that timber roofs are highly indeterminate structures with a high load transfer capacity, which, is not taken into account in the calculations in common engineering practice.

This paper represents the analysis of a real roof with the adjustment of stiffness and plastic limit of the connections. The adjustments result in a better match to the onsite experience of the roof. The focus was not on gaining a more precise calculation of the load bearing capacity, but to better understand the behavior of the system.

The methods used in the representation of the stiffness and the plastic limit of the connection were raw approximations based on recent knowledge. Further research will be necessary on this topic to formulate proper rules for the analysis of roofs that might even be suitable for standardization.

KEYWORDS

timber structures, timber roofs, plastic limit analysis, stiffness of connections

Open Access nyilatkozat: A cikk a Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>) feltételei szerint publikált Open Access közlemény, melynek szellemében a cikk bármilyen médiumban szabadon felhasználható, megosztható és újraközölhető, feltéve, hogy az eredeti szerző és a közlés helye, illetve a CC License linkje és az esetlegesen végrehajtott módosítások feltüntetésre kerülnek. (SID_1)