A BINOMIÁLIS SOR EGY SPECZIÁLIS ESETÉRŐL.[1]

A következőkben n pozitiv egész szám, $0<p<1$, $0<q<1$ és $p+q=1$, a minek megfelelőleg

$$(p+q)^n = p^0q^n + \binom{n}{1}p^1q^{n-1} + \binom{n}{2}p^2q^{n-2} + \cdots +$$
$$+ \binom{n}{m}p^m q^{n-m} + \cdots + \binom{n}{n-1}p^{n-1}q^1 + p^nq^0 =$$
$$= P_0+P_1+P_2+\cdots+P_m+\cdots+P_{n-1}+P_n=1.$$

Tudvalevőleg e sor tagjai a valószinűség-számításban, Bernoulli tételének levezetésében, mint valószinűségek mérőszámai szerepelnek.

Kérdés, hogy melyik a sor $n+1$ tagja között a legnagyobb.

A sor egyes tagjainak a megelőző taghoz való viszonya sorjában véve:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{n}{1}\,\frac{p}{q},\quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{n-1}{2}\,\frac{p}{q},\ldots,\frac{P_m}{P_{m-1}} = \frac{n-m+1}{m}\,\frac{p}{q},\ldots,$$
$$\frac{P_{n-1}}{P_{n-2}} = \frac{2}{n-1}\,\frac{p}{q},\quad \frac{P_n}{P_{n-1}} = \frac{1}{n}\,\frac{p}{q}.\text{[2]}$$

Ha

$$\frac{P_m}{P_{m-1}} = \frac{n-m+1}{m}\,\frac{p}{q} = \frac{\frac{p(n+1)}{m} - p}{1-p} \gtreqless 1,$$

vagyis ha

$$p(n+1) \gtreqless m,$$

a szerint

$$P_m \gtreqless P_{m-1}.$$

Ha azonban $p(n+1)>m$, egyúttal

$$p(n+1) > m-1 > \cdots > 2 > 1,$$

a minek megfelelőleg

$$P_0<P_1<P_2<\cdots<P_{m-2}<P_{m-1}<P_m.$$

---

[1] Előadva a Math. és Phys. Társulat 1906 április hó 5-iki ülésén.

[2] Ezek a hányadosok m növekedésével folytonosan kisebbedő számok.

Így például, ha $p(n+1)>n$, $P_0<P_1<P_2<\cdots<P_{n-1}<P_n$ és P_n a legnagyobb tag.

Hasonlóképen, ha $p(n+1)<m$, egyúttal

$$p(n+1)<m+1<\cdots<n-1<n$$

és

$$P_{m-1}>P_m>P_{m+1}>\cdots>P_{n-2}>P_{n-1}>P_n.$$

Ha például $p(n+1)<1$, $P_0>P_1>P_2>\cdots>P_{n-1}>P_n$ és P_0 a legnagyobb tag.

Ha tehát egyidejűleg

$$m<p(n+1)<m+1, \qquad \text{I.}$$

a megelőzőkből kifolyólag:

$$P_0<P_1<\cdots<P_{m-2}<P_{m-1}<P_m>P_{m+1}>\cdots>P_{n-1}>P_n,$$

a mi azt jelenti, hogy ekkor P_m a legnagyobb tag.

Ez annak az esetnek felel meg, a mikor $p(n+1)$ nem egész szám.

Ha egész szám, és pedig

$$p(n+1)=m, \qquad \text{II.}$$

minthogy ekkor egyúttal $p(n+1)>m-1>\cdots>2>1$ és

$$p(n+1)<m+1<\cdots<n-1<n,$$

egyidejűleg lesz

$$P_0<P_1<\cdots<P_{m-2}<P_{m-1}=P_m>P_{m+1}>\cdots>P_{n-1}>P_n,$$

a mi azt mondja, hogy ez esetben $P_m=P_{m-1}$ s mindkét tag egymással egyenlő legnagyobb tag.

Összefoglalva tehát a legnagyobb tag rendszámát úgy kapjuk meg, mint a legnagyobb, a $p(n+1)$ szorzatban foglalt pozitiv egész számot, a zérust is ennek tekintve. Ha $p(n+1)$ maga pozitiv egész szám,

$$P_{p(n+1)}=P_{p(n+1)-1}$$

s mindkét tag egymással egyenlő legnagyobb tag.

Az előföltételeknek megfelelőleg a $p(n+1)$ szorzatra mindig áll, hogy

$$0<p(n+1)<n+1.$$

Bodola Lajos.