
I. Értekezések.

1.

A' mathesis' tanítása' módjairól, 's a' mathesisbeli ellenmondások' okáról, a' Kis Geometrára különös tekintettel.

E L Ő S Z Ó.

Minthogy a' mathesis mind a' mesterségeknek egyik biztos alapja, mind a' nevelésben — okosan tanítva — az elme kifejtésére, és élesztésére egy igen hatalmas eszköz: most, midőn hazánkban mind az ipar szemlátomást éledez, mind a' nevelésre naponként nagyobb nagyobb gond fordítottatik, 's mind két okból, mathesist tanító magyar könyveket is többen kezdenek írni hazánkfiak közzül, nem lesz, úgy tartom, helyén és idején kívül hazánkban, 's nemzeti nyelvünkön egy olyan értekezés, melly a' mathesis' tanításának különböző módjait, ezeknek hibáit, és erényeit, továbbá a' mathesis' természetével egészen ellenkező, 's mégis ebbe

bécsúszott ellenmondások okát, 's azoknak a' tudományból mimódon lehető kiirtását adja elő, még pedig legújabb, 's legkülönösebb figyelmet érdemlő magyar mathesis könyvünkre, a' Kis Geometrára, különös tekintettel.

I. SZAKASZ.

Az Euclidesi tanításmódról.

Midőn *Euclides* mintegy 300 esztendővel K. u. sz. e. olly nagy hírrel tanítaná Alexandriában a' geometriát, hogy nála maga az akkori Egyiptomi Király *Ptolemaeus Lági* is ezen akkor divattudományt hallgatni kívánná: mondják, hogy az ő tanítása' módja a' Királynak nem tetszvé, kérte tőle, nem tudná é őtet a' geometriára máskép' tanítani? 's hogy a' nagy hírű tanító a' Királynak ezen kérdésére így felelt: *οὐκ ἐστὶν ὁδὸς βασιλεια πρὸς τὴν γεωμετρίαν*, az az: nincs a' Királyoknak különös útjok a' geometriára. Úgy van! de azért mégis nagy igaza volt a' Királynak tudakozni, ha vajon nincs, és nem lehet e' a' geometria' tanításának más módja is azon kívül, mellyet *Euclides* követ? mert kétség kívül érezte a' tudós, és még mindig tanulni szerető Király, hogy itt az *Euclides* módja nem a' legtermészetibb. Távól légyen, hogy én *Euclidest*, mint Mathematicust, ólsároljam; mert ha szinte talám nem bírt is ő a' mathesisben olly találós elmével, mint *Archimedes*; de csakugyan kétség kívül nagy Mathematicus volt ő is a' maga idejében. — Hanem valamint a' muzsikában nem mindenkor az a' legszerencsésebb tanító, ki maga legjobb muzsikus: éppen így van a' dolog a' mathesisre, sőt más tudományokra nézve is. Más dolog tudni, más ismét tanítani; és én kénytelen vagyok megvallani, hogy bár milly nagy

Mathematicus lett légyen is *Euclides*, nékem az ő methodusa olly mesze látszik távozni a' geometria' józan tanítása módjától, hogy éu nem győzők eléggé csudálkozni rajta, mimódon tudott ez a' szerencsétlen methodus több mint két ezer esztendeig megmaradni a' mathesis előadásában, és a' tekinteten alapult előítélet éppen a' Mathematicusokon uralkodni annyira, hogy csak az újabb időkben kezdetek az *Euclides* csudálatos tanításmódjától a' mathesisben eltávozni. Mi lehet ugyan is csudálatosabb, mint a' geometria' szép és érdekes tudományát — maris et terrae, numeroque carentis arenae mensorem — illy elvont száraz határozásokon (definitiokon) kezdeni: „Pont az a' minék semmi része nincs, linea pedig a' szél nélkül való hossz, a' lineának határai pedig a' pontok, 's a' t.“! Ha Szent János így kezdi Evangyeliomát: „Kezdetben vala az ige, és az ige vala Istennél, és az ige Isten vala ezen nem csudálkozom; mert Szent János i't titkokat ír. De a' ki mathesist ír, mellynek természettel világosnak kell lenni minden tudományok felett, ha azt így kezdi: „Pont az, a' minék semmi része nincs, linea pedig a' szél nélkül való hossz, a' lineának határai pedig a' pontok“ 's a' t. már ezen valóban csudálkozom! Mert ne magunkat vegyük fel, hanem gondoljunk ollyan kezdőt, kinek még semmi fogalma nincs a' geometriáról, 's képzeljük, mimódon eshetnek annak az illyen beszédek! Hát ha még vagy negyven illyen definitiót talál mindjárt a' könyv kezdetén minden más közbe jövő okoskodások nélkül egymás után hányva, még pedig úgy, hogy sokszor azt sem látja az ember, mi okon következnek azok egymás után! Ugyan! ez e' a' legjobb mód a' kezdő figyelmét mindjárt a' tudomány küszöbén megnyerni, és annak kedvet szerezni a' tudományhoz? 's nem inkább arra való e' hogy a'

kezdőt a' tudománytól elidegenítse? — De tegyük fel, hogy a' kezdő ezen idegenkedésen erőt vesz, és az *Euclides* definitióin áttörtet, hát azután mi épületeset talál? Felelet, egy sereg ismét összevisza egymásután hányt olyan furcsa igazságokat, mellyekkel hogy itt találkozik, lehetetlen rajta nem mosolyognia, p. o. hogy az egész nagyobb a' maga akármelly részénél; hogy az egésznek minden részei együtt véve éppen annyit tesznek, mint maga az egész; hogy, ha egyenlő mennyiségekből egyenlő részeket veszünk el, a' maradékok is egyenlők lesznek, 's a' t. Ez mind igaz! De mire való ezen ellene mondhatatlan, és szinte kézzel fogható igazságokat itt mindjárt a' tudomány pítvarában seregestől mind ki állítani? Hát, azért lesz ezeknek alább a' tudománybeli okoskodásokban ellene állhatatlan erejük, mert itt őket előre mind kiállítottuk mintegy parádéra? 's ha mind-egyiket közzülök csak ott említők először, a' hol reá legelőször szükség van, nem lennének okoskodásaink szint olyan helyesek mint így? Valóban csudálatos egy methodus! — De ám legyen! menjünk végig ezen axiomákon is! Hát azután mi következik? Itt következnek már feladatok, mellyeket meg kell fejteni; igazságok, mellyeket meg kell mutatni; 's az igaz, hogy mind ezeknek megfejtésére, és megmutatására semmi egyéb nem kívántatik, mint az előre bocsátott definitiók, és axiomák. Ez valóban szépnek látszik első tekintettel, 's úgy tetszik, mintha tehát ama definitiókat és axiomákat szükségesképpen előre kellett volna bocsátani mint fundamentomot. De nem úgy van a' dolog; mert szint' úgy alapúl szolgálhatnak, 's szolgálhatnak is azok okoskodásainknak, ha azokat nem bocsátjuk is előre seregestől mint *Euclides*, minden józan tanítás természetével egészen ellenkezőleg; hanem mind egyiket csak ott

hozzuk elő, hol a' tudomány' rendi szerint a' sor reá kerül

Most azomban lássuk tovább, hát a' feladatok' és igazságok' megfejtésében, és megmutatásában micsoda rendet követett Euclides. Én itt nem látok, megvallom, semmi rendet; 's maga a' szerző sem szóll egy ígét is arról, hogy ő itt valami rendet akarna követni, hanem a' definitiók' és axiómák' előszámlálását végezvén, csak neki megy, mir nichts, dir nichts, mint a' Német mondja, 's először is ezt adja fel: „Egy kiadott egyenes linea fölibe egyenlő oldalú háromszöget kell állítani;“ 's mi után ez véghez ment, másodszer ezt kívánja: „Egy bizonyos kiadott pontból (A) kiindulva, olyan hosszú egyenes lineát kell vonni, a' milyen egy bizonyos kiadott linea (BC);“ és ez is megtörténvén, harmadszor ismét ezt parancsolja: „Kiadódván két egymástól különböző nagyságú egyenes linea, a' nagyobbikból el kell vágni annyit, a' mennyi a' kisebbik;“ miután pedig ez is véghez ment, negyedszer azt mutatja meg, hogy „ha valamely háromszögnek kétoldalas 's az azok közt eső szeglete egy másik háromszögnek két oldalával 's az ezek közt eső szegletével egyenlők: úgy ezen két háromszögnek többi részei is egyenlők egymással.“ Így megy ez tovább is minden rend és egybefüggés nélkül; hanemha talán valaki azt akarja rendnek nevezni, hogy a' Szerző úgy következteti egymás után a' theoremákat, és problémákat, hogy a' következőket a' megelőzők' segítségével mindég meg lehet mutatni, és fejteni. De ezt annyira a' tudomány' természete hozza magával, hogy máskép' csinálni nem is lehet, és erről ditsérni valamely frót a' mathesisben éppen olyan, mintha valamely vezetőt, kit a' végre fogadtunk, hogy bennünket valamely érdekes vidéken, például a' Tátra hegyein, hordozzon- és annak ne-

vezetességeit nekünk mutogassa meg, arról dicsér-
 nénk, hogy velünk soha egyik köszikla tetejéről
 a' másakra száz 's több ölnyi szelességű mélysege-
 ken keresztül nem ugrott, hanem mindenütt csak
 szépen, lépésenként rakogattuk lábainkat elébb
 elébb. Valóban ez még nem nagy dicséret lenne
 vezetőnknek. Hanem az vólna igazán dicséretére,
 ha ilyen formán szólhatnánk felőle: A' mi vezetőnk
 olly okosan tudta az útát kiválasztani, hogy ámbár
 rövid volt is időnk az útatásra, és csak egy for-
 dulást tehattünk a' Tátrán, még is annak legérde-
 kesebb nevezetességeit mind megláttuk, és meg-
 ismertük. Azomban útunkat többnyire olly kies
 vidékeken vitte keresztül, hogy azoknak gyönyör-
 rüségai az útatás terheit, velünk egészen elfe-
 lejtették. A' mi pedig legszebb volt, olly tető
 pontokra vezetett bennünket, honnan az egész vi-
 déket beláthattuk, és annak fekvését egészen fel-
 vehettük, 's így még azokat a' helyeket is, mellye-
 ket, mivel útunkba nem estek, közlrol nem szem-
 lélhattunk, legalább távolról megláthattuk, 's ma-
 gunknak azokról is némi képzetet formálhattunk.
 Végezetre azzal is igyekezett útunkat kellemesebbé,
 és érdekesebbé tenni, hogy valahányszor bennün-
 ket a' természetnek újabb nevezetességeivel meg-
 ismertetett, mindannyiszor figyelmeztetett arra is,
 mi hasznát veszik azoknak az ott körül lakók, 's
 némellyiknek még más távolabb vidékiek is. Az
 ilyen vezető már igazán dicséretre méltó, és meg-
 érdemli, hogy mindeneknek ajánltassék. De ki
 nem látja, hogy a' mathesisbeli vezetőre nézve is
 éppen így van a' dolog, hogy itt is az a' jó és okos
 vezető, oktató, tanító, a' ki nem csak az hogy
 a' mathesis legnevezetesebb igazságait mind útba
 ejti, és ezeknek gyakorlati haszna vételére is meg-
 tanít, hanem még azokra is, mellyek útba nem
 esnek, mellyek jobb és bal kéz felől elmaradnak,

figyelmeztet bennünket, megmondván okát is, miért maradnak, 's maradhatnak azok inkább el, 's így nekünk az egész mathesisről, bárha csak alap rajzban is, tellyes képzetet formál; azomban útunkat a' tudományon keresztül érdekes, és figyelmünket szüntelen ébren tartó előadásával minél kellemesebbé tenni igyekeznek. De tellyesíti-e az *Euclides'* methodusa mind ezeket? Éppen nem, sőt inkább az, úgy szólván, mintegy vakon vezet keresztül bennünket a' geometrián, úgy hogy, valamint a' vak útas éppen csak az útjába eső, 's általa megtapogatható egyes tárgyakról szerezhet magának olyan a' millyen ismeretet, azokról pedig mellyek óldalt elmaradnak, és az egész vidék fekvéséről, 's részeinek egybe függéséről semmi képzete sincsen: éppen így vagyunk a' Geometriával, mikor azon az *Euclides* *συλλεξι*-i szerint keresztül útaztunk. Mert megmutattunk sok szép theoremákat, megfejtettünk sok szép problemákat; de hol vették ezek magokat? van e', vagy lehet é több ilyen? 's ha igen: hova, és miért maradt el a' többi? micsoda egybe függésben vagynak mind ezek egymással? és meddig terjednek mindenfelé a' geometria határai? erről semmi megfogásunk nincsen, a' sok problemától és theoremától a' geometriát, a' fáktól az erdőt nem láthatjuk. — *Euclides* ugyanis, és a' kik az ő methodusát követik, ezt követték pedig minden Mathematicusok tovább két ezer esztendőnél — azt mindenütt szorgalmasan megmondják, a' mit különben is minden tudna, vagy ha nem tudna is, semmi kárát sem vallaná, 's a' tudományt a' nélkül is szint úgy megértené; felibe írják nevezetesen minden cikelynek újnői betűkkel, mi annak lógyikái neve, p. o. hogy ez itt DEFINITIO, amaz AXIOMA; ez PROBLEMA, amaz THEOREMA; ez SOLUTIO, amaz DEMONSTRATIO, 's a' t. mintha ugyan

attól tartanának, hogy különben az együgyű olvasó majd eltévelyednék, és a' definitiót találná axiomának, vagy a' solutiót demonstratióknak gondolni 's a' t. a' mit pedig szükséges volna mondani, és a' mit az olvasó magától által nem lát, hogy t. i. micsoda egybe köttetés van a' feladott theorema és problemák között? mi okon következnek azok egymás után úgy, a' mint éppen következnek? 's vajon nem lehetett volna e' valamelyiknek helyére egészen mást, vagy legalább a' mostanival együtt mást, vagy másokat is tenni, mellyeket a' fentebbiekből szintúgy meg lehetett volna mutatni? 's ha igen: hát azok hova, és miért maradtak el? mindezekről egy ígét sem szólnak, 's az egész tudományról semmi tellyes képzetet nem formálnak; úgy hogy, az *Euclides* geometriája tudománynak olyan forma, a' millyen lenne p. o. *Ciceronak* valamely oratiója oratióknak, ha az ember először is annak kezdetét, hol a' hallgatók figyelmét és hajlandóságát megnyerni igyekezik, mint szintén a' berekesztést is, hol az egész beszéd erejét mint valamely tűzhelyben öszvepontosítja, egészen elhagyná; azután az egész beszédben az általmeneleket egyik részről a' másokra, 's ugyanazon részben is a' tagoknak sokszor elmés és figyelmet ébresztő egybekötését miní kitörőlné, és ezek helyett a' cikkelyek felibe azoknak rhetorikai neveiket írná ilyen formán: *Argumentum ab honesto.* — *Argumentum ab utili.* — *Argumentum a necessario,* 's a' t. 's ezek között ismét mindegyik alatt: *Periodus simplex.* — *Periodus quadrinembris.* — *Syllogismus* — *Sorites* 's a' t. Mi lenne így a' szép egészről, 's ki tudná annak így eldarabolt részeit gyönyörűséggel olvasni? Egy szóval, az *Euclides'* geometriája nem systema, nem épület, hanem csak az egymásból megmutathatás fonalára felfűzött materiálék, mellyekből egy a'hoz értő mester fa-

ragás, simítás, hozzáadás, elhagyás, kimérés, és egyes öszverakás által szép épületet alkothat. Igaz, hogy későbbi Mathematicusok, kik tanításaikban az *Euclides* methodusát követték, mindég jobb jobb rendet igyekeztek tartani a' mathesisi igazságok' elrakásában, 's munkáik nagyobb szakaszainak felibe is írták, mellyik miről tanít, hogy így az olvasó legalább a' nagygyából lássa a' rendet; de ezt világosan kifejtteni, és a' szakaszokat, 's ezekben a' cikkelyeket, ezekben ismét az egyes igazságokat egymással mind öszve kötni, 's az egész geometriát folytonos okoskodással adni elő, ez az, a' mit a' Mathematicusok az *Euclides* tekintete miatt több mint két ezer esztendeig tenni nem bátorkodtak, az ő csudálatos eldaraboló methodusának mellyet a' Mathesis' természetére tartozni gondoltak, hűséges követői maradván. Innen van, hogy a' tanuló Ifjak az illy móddal tanított mathesistől — sokszor magok sem tudják miért — idegenkednek, és a' jobbak közzülök, kik öszszefüggő gondolkozáshoz szoktak, csak úgy vehetnek erőt ezen idegenkedésen, ha természeti hajlandóságuk lévén a' mathesishez, az egyes igazságokban való gyönyörködés megengeszteli őket az egész tudomány' eltaszító methodusa iránt.

Azomban, a' tudós-nemzetek' Mathematicusai az újabb időkben már kezdik elhagyni az *Euclides* csudálatos eldaraboló előadásmodját a' mathesis tanításában, 's magyar nyelven tudomra a' *Kis Geometra* szerzője az első, (ki mind a' mellett is hogy a' 11-dik lapon *Euclides*ről így szól: „*Euclides* könyve olly tiszta előadással bír, hogy munkájának nagy része most is változatlan taníttatik, úgy a' mint ő azt írta“) az *Euclides* előadása módjától a' Geometriában eltávozott, a' mennyiben egybe nem függő rideg cikkelyekre sem darabolta a' tudományt, 's azon való igye-

kezete 's mindenütt szembe tűnő, hogy a' lehetséges eseteket mind kimerítse, és az igazságokat természeti renddel következtesse egymásután 's egymással öszvekösse. P. o. a' 15-dik lapon így szól: „Kezljük el tekinteteinket (vizsgálódásainkat?) két vonallal, 's vizsgáljuk meg, milly állásokba jöhet két vonal egymásra nézve,“ 's mi után ezt a' maga módja szerint megvi'sgálta a' így rekeszti be vi'sgálatát 22. la.p: „Alighihető, hogy két vonal olly állásba jöhessen egymáshoz melly tekintetünk alól elmaradt, valamint szög nem lehet mellyet nem esmernénk.“ Az effélekről, hogy hány eset adhatja elő magát, és hogy azok közzül egy is el ne maradjon, *Euclides* semmit sem aggódik; hollott pedig ez volna a' mathesis tanításának egyik megbecsülhetetlen haszna; a' gyermekeket, 's ifjakat arra szoktatni, hogy a' felvett tárgyat minden oldalról megvi'szálják, 's így a' lehetséges esetek közzül figyelmöket egy is el ne kerülje, és ezen tekintetben a' mi *Kis Geometránk* az *Euclides* *στοιχεῖαι*-i felett kétségkívül nagy'elsőbbséggel bír.

II. SZAKASZ.

A' Kis Geometra tanítása módjáról, és egy másikról, hasonlóképpen beszélgetésekben.

Azomban midőn egyfelől a' Kis Geometra tanítása módjának az Euclidesé felett elsőbbséget adunk: más felől kénytelenek vagyunk megvallani, hogy a' Kis Geometra érdemes írója, azon módok közzül, mellyek szerint a' mathesist úgy lehet előadni, hogy azt Euclidesként egybe nem függő tzikkelyekre ne daraboljuk, vélekedésünk szerént valóban nem a' legalkalmasabbat választotta. Ó ugyanis két személy — t. i. egy kérdező

és egy felelő közt való beszélgetésekben adja elő a' Geometriát, de nem úgy, hogy a' Tanító vólna a' kérdező, 's az igyekeznek tanítványát hozzá mért kérdések által lépssónként vezetni a' Geometria' igazságaira, hanem egészen megfordítva, itt egy tudni vágyó tanítvány kérdezősködik, 's a' Tanító felel a' kérdésekre. De előre lehet látni, hogy a' Geometria elemeit illy móddal szerencsésen adni elő tellyes lehetetlen. Mert ha ollyannak képzeljük a' kérdezősködőt, ki még a' Geometriával egészen esmeretlen — legyen bár az meglett ember, ifjú, vagy csak okos gyermek — kétségkívül az nem ollyan kérdéseket fog felrakni, a' mellyekre egymás után felelgetve a' Geometria' elemeit szép renddel ki lehetne fejteni p. o. nem illyeneket fogelőször kérdezni: mi a' vonal? (linea) mi a' *háram**) superficies) 's a' t. hanem egyenesen a' tudomány' mélyére fog ugratni kérdéseivel, például illyen formán: Hogy tudják azt megmérni; millyen nagy a' Föld egész kerülete? vagy hogy millyen nagy a' nap, vagy a' hód? 's millyen távol vagynak tőlünk ezek az égi testek? Az illyen kérdésekre pedig mimódon felelünk néki úgy, hogy geometria elemeit kifejtsük? hanem ha talán illyen formán: Barátom! én ezen kérdésedre egyenesen, és rövideden nem felelhetek; hanem van egy tudomány, mellyet Geometriának neveznek, erre, ha tetszik, megtanítlak, 's ebből meg fogod érteni világosan, hogy lehet megmérni a' földnek, 's az égi testeknek nagyságát, és egymástóli távolságát. A' mikor osztán, ha kér bennün-

*) *Háramlani. háritni, háruáni, hárantékos, hárandékosan*, sőt meg *hárs*, és *hártya* is mind oda mutatnak, hogy *hár*, v. hosszabbau *háram* hajdan *superficiés* — t jelentett, Hadd legyen ismét azt, mert reá szüksége van.

ket, hogy ötlet tanítsuk meg a' Geometriára, vége annak, hogy ő tovább kérdezzen: mert hogy is tudhatná ő tudatlan létére, mimodon kell itt a' kérdéseket okosan, 's úgy intézni, hogy az azokra adandó feleletekből a' geometria szépen kifejlődjék? hanem vagy mi kérdezőnk, ő felelget; vagy pedig mi beszélünk, és okoskodunk folytában, ő pedig hallgat és figyelmez, 's csak akkor tesz kérdést, mikor talán valamit jól fel nem vehetett, vagy valami ellenvetése van, vagy melleleg valami ötlik eszébe. 'S e' szerént látni való, hogy a' geometria tanításában, mikor olyan tanítvánnyal van ügyünk, ki tellyességgel *ἀγεωμητος*, az a' tanításmód, melly szerént a' tanítvány kérdezősködik, 's a' Tanító felelget, éppen nem alkalmaztatható. Ha továbbá olyannak képzeljük a' kérdezőt, a' kinek már meglehetősen jártassága van a' Geometriában, de még is vagynak nemelly kétségei, és nehézségei, 's némelly feladatokat megfejtteni nem tud: minden bizonynyal az ilyen sem fog a' tudomány' elemeiről, mellyeket ő jól ért kérdezősködni, hanem csak a' maga nehézségeit kívánja megfejtetni. Illyen esetben sem lehet hát a' geometria elemeit egy kérdezősködő tanítvány, és egy felelgető Tanító közötti beszélgetésekben jó móddal adni elő, ha csak sok dolgot erőszakkal nem csavarunk bé a' beszélgetésbe, és a' kérdezősködőt, kit külömben a' Geometriában meglehetősen jártasnak tettünk fel, ugyanabban néha igen tudatlannak és együgyűnek is ne képzeljük, a' miben valóságos ellenmondás van. Ezen ellenmondásba bele esett, 's kénytelen is vólt bele esni, miután az elemi Geometria előadására a' beszélgetések' ezen nemét választotta, a' *Kis Geometra* írója is, és ha az ő munkáját művészi szemekkel nézzük mint beszélgetést, (dialogust) ezen tekintetben kénytelenek vagyunk megvallani,

hogy az egészen el van hibázva. Erre példáhozni fel szinte felesleges, mivel erre a „*Kis Geomtra*“ úgy szólván kezdetétől fogva végeig egy példa. Mindazáltal, hogy annál világosabb legyen, mit akarunk mondani, lássuk minden keresés és válogatás nélkül az első beszélgetésnek mindjárt a kezdetét, melly is így van :

„K“ (azaz kérdező) „Tudjuk hogy minden tárgyat a' természetben mennyiségnek tekinthetjük“ (tekinthetünk) és egészen, „vagy bár melly apró részeibe véve számokkal ki is fejezhetjük“ (fejezhetünk); „de szembetűnő, hogy a' tárgyaknak olly tulajdonok van, melly azoknak mennyiségektől független, 's ezen tulajdonok formájok, alakjok, idomaik vagy egyszóval azon tér, mellyet el foglalnak. Miként jutunk a' tárgyak' ezen tulajdonok' esmeréséhez?“ Eddig az első kérdés; mellyben a' nyelvbeli hibákat elhallgatván, 's azt sem említvén hogy a' tárgyaknak általjában nem tulajdonuk a' forma, mivel vagynak tért nem foglaló testetlen tárgyak is; elhallgatván továbbá azt is, hogy a' testi tárgyaknak is nem csak formájok azon tulajdonuk, melly mēnnyiségöktől független, hanem ollyan azoknak színök *) (color); izök,

*) Szín = 1) eredet szerint a' kinje v. külje, külsője valaminek superficies, p. o. a' viz szine = superficies aquae. 2) A' lélek' kinje v. külje, külsője = facies, ábrázat, p. o. Ur' színe változása, vajon Színed eleibe mikor jutok? 3) Valaminek a' kinjét, küljét, külsőjét bevonó idegen festék v. máz = color superficialis p. o. a' fal szine fejtér, innen áltavitt értelemben: szép színt adni a' dolognak, ilyen szín alatt 's a' t. Azután 4, rá ragadt ez a' név idővel az ollyan colorra is melly a' testet egészen által járja, sőt sokszor annak tulajdona p. o. az aranszine sárga 5), Lombokból csinált sátor = Laubhütte, melly jelentésben már a' Bela Király nevetlen jegyzőjénél előfordúl szenu holmu = színhalom, hol Árpád lombsátorát

szaguk, nehézkedésök *) (gravitatio) is, 's a' t.; végezetre azt sem említvén, hogy a' testnek formája, és az a' tér, mellyet a' test elfoglal, e' kettő nem egyet jelent, nem csak azért mivel a' tér, mellyet valamely test elfoglal, annak nem egyedül formájától, hanem egyszersmind nagyságától is függ, mint ezt alább a' feleletben, maga a' szerző is mondja, hanem főkép azért mivel a' test formáját nem maga az általa elfoglalt tér, hanem ennek csak határainak egymáshoz fekvéseik, és -viszonyaik alkotják; de mindezeket, mondom, most elhallgatván, itt csak azt jegyezzük meg, hogy a' ki magát így fejezi ki: „Tudjuk, hogy minden tárgyat a' természetben mennyiségnek te-

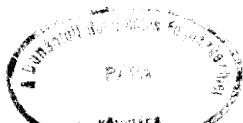
felütötte, latinul *scena* görögül σκηνή, melly utólsóráól a' *Photius* lexicona azt mondja, hogy a'siai szó, azaz hogy nem görög eredetű, vajon nem magyar e' hát? A' *Szin*-nek négy első jelentése szépen foly egymásból, de hát az ötödik? Egyebiránt ebből: *kin* (= 1, extra 2, pars exterior) úgy let *szin*; mint a' *ker*-ből *szer*, a' *heres*-ből *szerez*, 's a' t. Erről; hogy a' nyelvtövéen pattanó *k* és *g* hangok szint úgy mint a' nyelvhegyen pattanó *t* és *d* elébb elegyült, aztán ebből ismét fúvó hangokká változnak, lásd *Ertekezés és Kitérések* című munkámat, 's a' Tudom. Gyűjt. 1838-diki decemberi kötetében *Szilágyi* *ános*nak adott feleletemet.

- *) *Nehéz* = gravis grave; például, omne grave deorsum tendit; minden a' mi nehéz lefelé igyekezik; *nehézség* = gravitas, melly a' physica szerint minden testekben egyenlő; *nehézkedni* = gravitare, *nehézkedés* = gravitatio. 2. *tereh* v. *teher* = pondus absolutum p. o. ezen a' szekeren 20 mázsa tereh van, már az akár gyapju, akár vas. 3. *suj* = pondus specificum, p. o. az ónnak nagyobb a' sujja, mint a' vasnak, plumbum majus habet pondus specificum quam ferrum. Ez lesz, úgy tartom, ezen szóknak leghelyesebb megkülömböztetésük, 's így a' pondus absolutumot, és a' pondus specificumot magyarul egy egy szóval ki tudjuk tenni, még pedig a' köz beszéddel is egyezőleg.

kinthetünk“ annak már kellett mathesist tanulni: mert különben hol vette volna a' mennyiségnek mathesisi fogalmát? Azomban az egész kérdés olyan főre mutat, melly elvont gondolkodáshoz szokott, és abban gyakorlott Hogy esik hát, hogy egy ilyen ember mégis ezt teszi kérdésbe: miként jutunk azon térnek, mellyet a' tárgyak elfoglalnak, ismeréséhez? Nem tudhat ő még annyit, hogy ehez mérés és számítás által jutunk? 's ha ezt tudja, miért kéri? Illyen gondolatok ötlenek eszünkbe akarunk ellen is, midőn a' Kis Geometra első beszélgetésének első kérdését elolvassuk. De most lássuk mi feleletet nyer a' tudni vágyó kérdező fentebb idézett első kérdésre.

„F.“ (azaz a' Felelő) „Valóban“ — úgymond — „minden a' természetben lévő, szinte mint a' művészetek által előhozott tárgy vagy test bizonyos és tulajdon alakjában mutatkozik, melly mennyiségétől tökéletesen független. Bármelley formája legyen a' tárgynak, annyi bizonyos, hogy tért foglal el, 's bár mekkora legyen, nagysága határok között van. A' tárgyaknak nagyságát és alakját öszvevéve terjedségnek (terjedtségnek) nevezzük, a' terjedség ismerésére pedig azon tudomány vezet, mellyet geometriának nevezünk. Ezen feleletre először is azt jegyezzük meg, hogy a' gyermekeket ugyan jó arra szoktatni, miszerint, mikor a' feltett kérdésre felelnek, a' feleletben a' kérdést is ismételjék, hogy így megtessék, ha vajon a' kérdést-felfogva, és értelmesen felelnek é, de illyen nemű beszélgetésben, a' millyet itt a' Szerző ír, azt, a' mit kérdező elmondott a' felelővel újra úgy ismételtetni. mint itt ismételtetik: valóban csupa szószaporítás, és az első kérdésre, ha már az csakugyan úgy tetetett fel, csekély vélekedésem szerint helyesebb lett volna a' felelet illyen formán:

Tud. Gyűjt. I. Köt. 1840. 2



„F. Nem egészen világosan fejezed ki magadat, midőn azt mondád, hogy a' tárgyoknak formájok azon tér mellyet el foglalnak; mert a' tér, mellyet a' tárgyak elfoglalnak, azoknak nem e ak formájoktól függ, hanem egyszersmind nagyságuktól is, és valamint a' forma független a' mennyiségtől, vagy nagyságtól, a' mint mondád, ugy viszont a' mennyiség vagy nagyság is független a' formától; e' kettőt pedig, t. i. a' *tárgynak formáját és nagyságát* együtt véve nevezük a' tárgy *terjedtségének*, 's ennek megismérésére vezet bennünket az a' tudomány melly Geometriának nevezetik.“ Egyébiránt kétségkívül lehetett volna az első kérdést, 's ahoz képest osztán a' feleletet is úgy intézni, miszerint a' Geometria definitiója világosabb, határozottabb, 's talám még is rövidebb lett volna

A' második Kérdés továbbá eképpen vagyon:

„K. E' szó *Geometria* tudom egy a' *) legrégibb tudományt jelöli, 's két görög szóból, *geos*“ (nem hanem *gea* vagy *ge*) (föld), és *metron* (mérték v. mérő) van öszve téve. „Nemde Földmérés a' Geometria?“ Úgy van: de hiszen ha tudja ezt K. 's már tulajdon maga megmagyarázta miért kérdi mégis? Vajon nem jobb lett volna é, ha mikor F Geometriát említett, K. ezt kérte volna:

*) A' határozatlanságot jelentő *egy* (*quidam, quaedam, quoddam*.) és a' határozottságot jelentő *a'* vagy *az* szócska mind a' ketten együtt nem állhatnak valamely szó előtt; mert hogy valami egyszerre, egy időben határozott is, határozatlan is legyen, az lehetetlen. Ez a' mondás is tehát: „E' szó *Geometria egy a'* legrégibb tudományt jelöli“ nyelvtudományilag hibás, és vagy így leszsz jól: „a' legrégibb tudományt jelöli,“ vagy így: „egy legrégibb vagyis, egy igen régi tudományt jelöl, vagy végezetre így: „jelöl egyet a' leg régibb tudományok közül.

Micsoda szó ez; Geometria, és mit tesz tulajdonképpen? 's azután F. magyarázta volna meg ezen szó jelentését? Vagy talám azzal, hogy ezt a' kérdezővel magyaráztatja meg a' Szerző, azt akarta itt mindjárt a' beszélgetések' kezdetén értésünkre adni, hogy a' Kérdezőt ne valamely alsóbb Oskolabeli gyermeknek, hanem legalább is olyan Ifjúnak képzeljük, ki már a' görög nyelv elmeit is tanulta? De úgy meg majd a' Kis Geometra nem igen Kis Geometra leszsz. Vagy talám tanult már egyszer Geometriát, 's akkor tanulta meg ezen szónak eredetét, 's tulajdon jelentését is? s. a. t. Akármint legyen is ez a' dolog, az csakugyan egy kissé különösen jó ki, hogy a' melly kérdező az első lapon ezt mondja: „A' szó Geometria, tudom, egy a' legrégebb tudományt jelöli“ ugyan az a' 11-dik lapon ezt kérdi: „Vajjon régóta tanítatik e' a' Geometria? Lehetne ugyan e' kettőt megegyeztetni egymással, ha feltennők, hogy a' Szerző a' 11-dik lapon csak azt akarta kérdezni a' kérdezővel, vajjon a' Geometria, mint Oskolai tudomány, régóta tanítatik e' már az Oskolákban? nem pedig azt, régi tudomány-é, régen találták é fel, 's régen, irtak e' már róla könyvet; de így meg hogy illik rá az adott felelet, melly is e' képpen vagon: „Mint már említők“ (igazában: mint már fentebb te magad, Kérdező, említéd): „e' tudomány eredete a' legrégebb időkre nyúlik, 's előmente az emberi nemzetével szoros egybe köttetésben volt, és van. Az első tudós, kinek híre, és munkája korunkra jutott, *Euclides* volt, ki mostani idő számlálásunk előtt 300 évvel született, és a' tudomány fő tanitmányait könyvében öszveszedte.“? Egy szóval ha ez a' kérdés: Vajjon régóta tanítatik e' a' Geometria? azt teszi a' Szerzőnek, a' mit reá adott felelete mutatni látszik, hogy t. i, régóta esmeretése már a' geometria mint tudomány, 's rég-

óta irtak e' már róla könyveket: úgy itt ezt kér-
detni azzal, ki ezen kérdésre fentebb már maga
megfelelt, nem kellett, 's jó móddal nem lehetett
volna. Ha pedig ezt teszi: régóta rendes Oskolai
tudomány e' már a' Geometria? ugy az adott fe-
lelet reá nem illik, A' mi pedig a' 11-dik lapon
feltett im e' kérdést illeti: vajjon mindenütt tanit-
tatik e' a' Geometria? — melly egyébiránt igen
különös, és erőltetett kérdés, — erre ezt felelteti
a' Szerző: „A' Geometria az *egész földön minden*
Oskolákban“ (azaz, a' pallérozottabb nemzeteknek
minden nagyobb Oskoláikban): tanittatik mint alap-
tudomány“ s. a. t. Ebből ismét úgy látszik, hogy
ama másik kérdésben is: vajjon régóta tanittatik
e' a' Geometria? nem csak könyvekbeni, hanem
Oskolákban tanítást kellett volna érteni, és így,
hogy az arra adott felelet nem helyes volt. — Sok
efféléket lehetne még előhordanom csak az első be-
szélgetésből is; de hogy hosszas ne legyek, csu-
pán egyet említek még meg. A' Kis Geometrabeli,
gondolkodásban gyakorlott, 's éleslátású kérdező,
ki, mielőtt a' néki felelő tanító feleletében véget
érne, már felfogta, és érti, mit akar az mondani,
nem csak, hanem abból mindjárt következéseket is
húz, és a' Tanítót megelőzi, miután a' 2-dik lapon
maga így szóllott; Érttem, hogy a' Geometria nem
csak kézzel fogható testeket, és látható testeket,
és látható alakokat mér, de a' távolság is, noha ez
csupán a' térben van: mint p. o. megméri mennyire
van egyik torony' vagy hegy' csúcsa más torony'
vagy hegy' csúcsától, mennyire egyik csillag má-
siktól 's. a. t; de azt látom, hogy a' terjedtség nem
minden tárgynál egyenlő és ugyanaz, vagy, hogy
külömböző tárgyakat külömbféleként kell mérni,
ha p. o. két város egymástóli távolságát mérem, vagy
szántó földemet, vagy széna kazalomat, mindegyik
esetben másként mérek. Miben külömböznek egy-

mástól a' terjedségek? A' Tanító pedig a' 3-dik lapon ezen kérdésre felelvén, és azon dolgokat, mellyeket a' kérdező, mint beszédéből gyanítani lehet, különben is jól értett, magyarázván, a' többek közt a' *vonalat* úgy írta le, mint *két pont közötti távot, mellynek egyedül csak hossza van, de sem széle. sem magassága nincsen*, illy gondolkodásban gyakorlott, és éles látású kérdező, mondom, illyen előzmények után hogy tehet nyomban ilyen kérdést: Igy a' Geometria minden tárgynak megméri, és ismeri, terjedségét ha egy, két, vagy három térirányát (dimenzióját) megmérni tudja. Szeretném némelly tudományos tekintetét (fogalmait?) „megismerni, minekelőtte eszközei tanulására fordulnók“ (fordulnánk). Mi a' geometri vonal? Elhallgatván most annak vizszáságát, hogy itt a' tanításban követendő rendet a' tanítvány írja eleibe e' Tanítónak, ki nem érzi, milly erőszakosan van ez a' kérdés: mi a' geometri vonal? ide bé csavarva? De hijában! a' Szerzőnek még volt mondani valója a' vonalról, nevezetesen annak az ő nézete szerénti alkotó részeiről, és származásáról, 's e' végett kérdést kellett tétetni ezen tanításmód szerént. Úgy van! de vajjon így is nem jobb lett volna e' a' fellyebbiekhez képest ezen kérdés helyett: „mi a' geometri vonal? illyen forma kérdést tétetni fel: már láttuk hogy a' geometri vonal nem egyéb, mint két pont közötti távol, mellynek egyedül csak hossza van, de sem széle sem magassága nincsen: vajjon nem lehetne e' a' vonal fogalmát még valami módon világosítani?“ Kétségkívül jobb lett volna. De elég leszsz, úgy tartom ernyi annak világosítására, hogy a' Kis Geometra, mint beszélgetés (dialogus), művészi tekintetben egészen el van hibázva.

Ez azomban a' könyvnek becsét, ha szinte csökkenti is, egészen el nem veszi; sőt ha arra

nem tekintünk, mimódön köt bele a' szerző, hogy ez vagy amaz tárgyról beszéljen, hanem csak azt nézzük, hogy beszél arról, miután belekötött: meg kell vallani, hogy az ő kifejtései, némelly elemi fogalmakat kivévén, miről majd alább leszen szó, nagy részént igen helyesek, természetesek, egyszerűk, és világosok, 's csak az a' kár, hogy nem szerencsésebb fonalat talált gondolatának össze fűzésére, és hogy sok helyt felettebb is bőbeszédű. Egyébiránt az érdemes Szerző azért foglalta, úgy tartom, Kis Geometráját beszélgetésekbe hogy így ezen külömben száraz tudomány előadásásának nagyobb elevenséget szerezvén, ez által a' tudományt a' magyar nevendék Ifjúsággal annál inkább megkedveltesse; a' mit én nagyon is helyben hagyok. Csakhogy, azt hiszem, ezen cél't sokkal szerencsésebben el lehetne érni más nemű beszélgetések által, mint a' millyet a' Szerző választott. Képzeljünk nevezetesen magunknak egy külömben gondolkodáshoz szokott, 's nem buta eszű, de nem is olly felettebb bölcs embert, ki mindég előttünk kalandozzon, 's képzeljük ezt ollyannak, kí gyakorlott számvető ugyan, de Geometriát soha sem tanult ez vagy amaz okon, a' mit kigondolni, nem nagy költői tehetség kívánatik. Továbbá tegyük fel, hogy ez az ember beszélgetés közben ollyan forma kérdéseket gördít előnkbe a' föld', nap', hóld', csillagok' nagyságáról, 's távolságáról, millyeneket fentebb említünk; mi pedig felelünk kérdéseire ollyan formán mint ott feleltünk. Ekkor ő megkér bennünket, hogy tanítsuk őt Geometriára. 's mi megígérjük neki, hogy kérését szívesen telyesítjük, ha terhére nem lesz nyáron által vasárnaponként délután velünk a' szőlőkertbe kísétálni, és ott a' lugas alatt majd ülve, majd járkálva egy két órát geometriai beszélgetésre fordítani. Ó ebbeli szíves ígéletünket

nagyon köszöni, 's meghatározzuk, hogy a' geometriai beszélgetéseket a' legközelebb következő Vasárnap elkezdjük. Ez eddig lesz a' bévezetés a' Geometriába, hol igen szépen elő lehet adni ezen eget, földet, és tengereket mérő tudománynak felséges voltát, a' nélkül hogy annak igazságainak fejtegetésébe legkissebbé is bele bocsátkoznánk, 's ez által sokkal inkább meg lehet nyerni az olvasók figyelmét a' Geometria iránt, mint a' *Kis Geometra* abstractiókkal telyes Bévezetése által; melly nagy részint annak előadásából áll, miket, mi móddal, 's mi czélből akart a' Szerző a' beszélgetésekben előadni. Mi ezeket előre bocsátani nem tartjuk szükségesnek, 's ha csakugyan magokból a' beszélgetésekből meg nem tetszenék, miért intéztettek azok éppen úgy, a' mint intéztettek: jobb volna talám, hogy erről az oktató utóljára egy különös beszélgetésben adna számot tanítványának. Egyébiránt a' Vasárnap eljő, 's mi elkezdjük Geometriai beszélgetésünket, még pedig egészen elemi módon; mert a' Geometriában egészen tudatlan tanítvánnyal van ügyünk. Mi beszélünk, ő halgat; de változtatás és az előadás elevenítése' kedvéért sokszor kérdésre fordítjuk folytonos beszédünket, és vagy magunk felelünk az általunk feltett kérdésre, vagy hallgatónkat szólítjuk fel, hogy arra feleljen meg, 's ő ilyenkor meg is felel mindég, mert mindég olyan kérdest teszünk fel, mellyre megfelelhessen. Ha mi félre értések pedig, vagy nehézségek előadásunk ellen lehetnének, azokat mind hallgatónkkal tétetjük fel, 's mi felelünk azokra; és ha feleletünkkel meg nem elégszik, 's abból új nehézséget támaszt, arra felelünk ismét; ha pedig megelégszik, 's örül, hogy kétségét szépen eloszlattuk, örülünk mi is vele együtt, 's tovább folytatjuk beszédünket. Valóban ha a' *Kis Geometra*' érdemes szerzőjének tetszeni fogna, kü-

lőmben sok szép és hasznos igazságokkal telyes, és érdekes munkáját ilyenforma beszélgetésekbe öltöztetni, az ez által nem keveset fogna nyerni mind tudományos, mind művészeti tekintetben; kivált ha szükségtelen kérdések feszegetését, 's a' felettébb bőbeszédet, mire mind kettőre példa lehet a' többek közt a' Kis Geometra 7-dik lapja, elkerüli, és sehol többet nem mond, mint a' mennyi a' dolog' világos felvételére éppen szükséges.

III. SZAKASZ.

A' kitaláltató tanításmódról a' mathesisben (de methodo heuristica).

A' híres *Euler*, egy a' mult század' legnagyobb Mathematicusai között, ilyen című munkájában: *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, a' 2-dik Kötetben a' 28-dik levélben az elfelejtésről, és ismét vissza emlékezésről beszélvén, azt, hogy az ember, a' mit egyszer tudott, ritkán felejtí tökéletesen el, hanem többnyire csak félig meddig, következő példával világosítja a' német fordítás szerint: *Zuweilen verlieren sich die Ideen gänzlich; aber gewöhnlich vergessen wir sie nur zur Hälfte. Wenn es zum Beispiele geschähe, dass Ew. Hoheit den Beweis des Pythagorischen Theorems vergässen, so könnte es leichtlich seyn, dass sie sich aller Mühe ohnerachtet dessen nicht mehr erinnern könnten: aber es wäre doch eigentlich nur zur Hälfte vergessen; denn sobald ich die Ehre haben würde, Ihnen die Figur wieder vorzuzeichnen und Sie wieder auf die Spur des Beweises zu bringen, so würden Sie sich gewiss desselben sogleich wieder erinnern, und diese zweite Demonstration würde auf Ihre Seele einen ganz anderen Eindruck, als*

die erste, machen. Ebből látjuk, hogy *Euler* midőn a' német Herczeg-Kisaszszonyt a' Pythagorás theoremájára tanította, maga rajzolta az elébe a' Figúrát, 's abból okoskodva maga mondotta el előtte a' megmutatást, nem csak, hanem még azt is feltette, hogy a' Herczeg Kisaszszony ezt az ő tőle tanult megmutatást úgy elfelejthetné, hogy az soha többé eszébe nem jutna. Úgy van! *Euler*, és ő véle együtt a' Mathematicusok szinte közönségesen azt hitték, 's hiszik sokan. úgy látszik, máig is, hogy a' Mathesisi igazságokat, a' milyen például a' Pythagorás theoremája is, megmutathatni csak némelly szerencsés elméknek adatott, másoknak pedig elég ezeket csak bámúlni, és a' melly igazságokat ezek feltaláltak; azokat, mint valamelly traditiókat tőlök elfogadni, és megtanulni; halott pedig a' mathesis igazságai főképp azok, mellyeket, mint az emberi elme' tiszta eredményeit, okos vezérlés mellett magokkal a' tanuló gyermekekkel és ifjakkal mind fel lehet találtatni. Előttém van p. o. most is a' Pythagoras theoremájának 17 egymástól különböző Geometriai megmutatása, mellyeket mind egy Német Országi jeles nevelő intézetben, t. i. a' *Delaspée* úr *Wiesbadeni* intézetében 1823-ban tanult gyermekek és ifjak készítettek, kik között a' legidősebb 20, a' legifjabb pedig — *Moritz Gusztáv* 10 esztendős volt. Csudálkoznak, nem kétlem, sokan Olvasóim közzül, mimódon tudja 10 esztendős gyermek feltalálni azt a' híres igazságot, mellynek maga *Pythagoras* is, midőn azt feltalálta, annyira megörült, hogy örömeben, a' mint mondjak, száz ökröt áldozott as Isteneknek; pedig itt valóban nincs min csudálkozni, 's az egész titok abban áll, hogy a' gyermekeket a' geometria ábéczejének kezdetétől fogva mindenütt úgy vezetik, hogy minden igazságot maga találjon ki. Így osztán mikor a' Pythagorás

theoremájára kerül a' sor, azt is könnyen kitalálja. A' mód pedig, mi szerint a' gyermekek 's Ifjak úgy vezéreltetnek a' mathesisben, nevezetesen a' Geometriában, hogy annak minden igazságait magok találják ki, abban áll, hogy kikeresvén a' tudomány kezdő végét, olly móddal rakjuk fel az ifjúnak vagy gyermeknek a' kérdéseket, hogy az mindenikre meg tudjon felelni, az elsőbbségekre ugyan a' csupa józan okosságból a' későbbiekre pedig mindenkor azokból, a' miket már az előtt kitalált. Itt azonban arra kell vigyázni, hogy a' kérdéseket ne aprózzuk annyira el, hogy azokra megfelelni a' felelőnek semmi gondolkodásába ne kerüljön, és többnyire csak ezt kelljen felelnie: igen vagy nem; a' mint cselekszik p. o. *Socrates Platonak Meno* nevű dialogusában, hol egy soha Geometriát nem tanult ifjat több mint 40 apró kérdések mint megannyi-lépcsők által vezet azon Geometriai igazságnak általlátására, hogy valamely kotzkalap' szegellője (quadratum diagonalisa) a' kétakkora kotzkalapnak oldala leszsz. Az illyen kikérdezés socratesi tanításmód, az igaz, de éppen nem kitaláltató, nem *ἐπιπέριξις* methodus; mivel itt a' tanuló maga nem okoskodik, 's maga nem talál semmit, hanem csak az előtte hol egy más oldalról apródonként kitakargatott, 's utóljára egészen leleplezett igazságot látja által, a' nélkül hogy ő annak felkeresésében, és kifejtésében legkisebbé is munkás lett volna. Hogy tehát a' mathesisnek kérdezkedés által való tanítása a' *ἐπιπέριξις* methodus nevével igazán megérdemelje; mindenkor úgy kell intézni a' kérdést, hogy a' felelőnek legyen min gondolkodni, és mit kitalálni, úgy hogy mikor az ember p. o. a' Pythagoras theoremájához el jut, már akkor eleitől fogva illy móddal vezérelt tanítványnak elég a' kérdést csak úgy tenni fel, mint a' fentebb említett Kis Geometra, *Móritz Gusztáv*

írja hogy neki feltételet: Die Aufgabe heiszt — úgy — mond —: Ich soll die beyden \square der Katheten mit dem der Hipotenusse (mert így írja) vergleichen; és ennél több nem kell. A' többi már a' tanítvány dolga. Az maga gondol ki segítő lineákat, még pedig, a' mi igen szép, mindenik más más képpen, 's maga csinálja ki az egész okoskodást a' feltett kérdés megfejtésére. Valóban szép nézni az ilyen kis Geometrákat, hogy török fejöket egyik sétálva, másik magat egy szegletbe vonva, kiki a' neki feladott kérdés megfejtésén, és hogy örülnek, mikor azt megfejtették. Semmi kétséget nem szenved, hogy Mathesis tanításának ez a' legjobb módja, 's így a' Mathesis igazán elmét élesztő, 's gondolkozásra szoktató tudomány, és két Ifjat, kik között egyik így, másik a' közönséges mód szerint tanulta a' Geometriát, ha szinte mindketten ugyanannyi, 's ugyanazon Geometriai igazságokat tudják is, éppen úgy nem tarthatunk egyformán tudósoknak a' mathesisben, mint két ifjú embert, kik között mindeniknek egyformán tíz ezer forintja van, nem mondhatunk egyenlő gazdagoknak, ha az egyik a' tíz ezer forintot mind egy krajtzárig maga kereste, a' másik pedig az egész summát ajándékba kapta valakitől. Ugy van! mert valamint ezen utóbbiak között az, ki nem maga kereste a' tíz ezer forintot, annak szaporításához sem fog érteni, hanem inkább csak költi azt, 's így annak könnyen ki megy a' hátán; midőn ellenben a' ki maga kereste azt, ez által olly ügyességre, okosságra, és tapasztalásokra tett szert, mellyek magánál a' tíz ezer forintnál sokkal becsesebbek, mivel általok vagyonát ezután még száz ezerekre is szaporithatja: éppen így, a' melly ifjúnak minden mathesisi igazságokat, hogy úgy szóljak, más ajándékozott, más kereste, más találta, más mutogatta meg néki azokat, annál ez

az idegen keresmény nem igen fog gyümölcsözni, sőt mivel azok az igazságok nem az ő tulajdon elméjének kihajtásai, hanem erre csak mesterséggel vagynak mintegy reá raggatva, az idő nem sokára letörli azokat, kivált gyakori megújítás nélkül, 's az ifjú azokat úgy elfelejti Eulerként, hogy minden igyekezete mellett is soha többé eszébe nem jutnak, ha csak más újra eleibe nem rajzolja a' figurát, 's arról újra el nem mondja előtte a' megmutatást; midőn ellenben, a' melly Ifjú maga kereste, és találta fel a' mathesis igazságait, annak felkével ezek mintegy öszvenőttek, úgy hogy annak, úgy szólván, egészítő részét teszik, 's ennél fogva ezeket onnan soha semmi feledékenység ki nem törölheti; a' mi több, az ilyen ifjú, még az elemi Mathesis igazságait kereste, és feltalálta, nem csak ezeket tette magáéivá elfelejthetetlenül, hanem, a' mi még sokkal becsesebb, megtanulta azt is, hogy kell kereskedni, és mintegy nyerekedni a' Mathesisi igazságokkal, vagy is, hogy kell a' már megtaláltak' segédelmével többeket keresni, és a' százakat ezerekre szaporítani, De mivel az ilyen kitaláltató tanításban a' Tanítónak mindegyik tanítványa fogékonyságához egyenként kell magát alkalmaztatni: látni való, hogy a' mathesisnek ilyen tanítása módja olyan Oskolákban, hol 50, 60, sőt 100, 's több Ifjat is kell egy Tanítónak bizonyos meghatározott számú órákon a' mathesis igazságaira vezérelni, nem alkalmaztatható: nem jutván idő arra, hogy a' tanító mindegyik tanítványával külön bibelődjék. Itt hát legfeljebb is csak annyit tehet a' Tanító, hogy kérdések által serkenti, és szüntelen ébren tartani igyekezik tanítványai figyelmét, és ha nem mindent 's mindenekkel is, legalább a' jobbakkal sokat magokkal találtat ki. Az igazi kitaláltató mód a' mathesis tanításában különösen ajánlható házi Ta-

nitóknak, 's magános intézeteknek, hol egy tanítónak kevés számú tanítványokkal van dolga; kivált ha a' szülék is az illyentanítás természetébe illő béléatással bírván, gondolóra tudják venni, hogy ez szerint eleinte csak lassan lehet haladni, de ez később kipótólódik az által, hogy a' haladás mindég sebesebbé sebesebbé leszsz, az elmének ereje naponként nevelkedvén a' gyakorlás által, és az időről időre feltalált több több igazságok mindég több több újaknak feltalálására szolgálván segédül, éppen úgy mint az élőknek nevelkedése esztendőről esztendőre mindég nagyobb nagyobb, az életerő a' fával együtt nevelkedvén, és a' többre többre szaporodott ágak mindég több több újakat hajtván, ha, mondom, a' szülék azt gondolóra tudják venni, 's annál fogva nem botránkoznak meg benne, ha az illyen methodust követő tanító eleinte lassan halad a' mathesisben, 's nem tesz mindjárt csudát a' gyermekkel, és ha abban sem ütköznek meg, hogy néha talán olyan igazságoknak kitalálásával is hallják bibelődni a' gyermeket, mellyeknek az életben semmi hasznuk sincsen, 's nem aggódnak azon, hogy az efféléktől majd az úgy nevezett reálék tanulására nem jut elég idő. Valóban ez az aggódás az illyen tanítás körül igen helytelen. Mert egy az, hogy okos tanító bizonyosan úgy fogja intézni kitalálgattató tanítását a' mathesisben, miszerint ezen tudományok az életben leginkább használható igazságai el ne mellőztessenek; - más az, hogy ha szinte ezek, 's ezeknek alkalmaztatásai mind elő nem fordulnak is, hát az éles, és találós elme, mellyet a' gyermek vagy ifjú a' Mathesisnek illetén tanulása által nyer, nem reale quid? Nekem mikor Szüléket, 's Oskolai Előljárókat a' reálék miatt aggódni hallok, mindég eszembe jutnak egy *Kölni Fabrikásnak* szavai, ki midőn a' fentebb említett *Wiesbadeni* intézetben

tanuló fiját az én ott létem alatt meglátogotná, 's én tőle beszélgetés közben azt kérdezném, hogy ha fiját, mint mondja, Fabrikásnak akarja nevelni, miért nem olyan Oskolába vitte azt inkább, hol az úgy nevezett realiákat teszik fő czélul a' tanításban: arra, úgymond, hogy fíjamat ide hozzam, nekem egy különös észzevétel adott alkalmatosságot. Azt tapasztaltam t. i. hogy a' melly Ifjak ezen Oskolából kerültek bürómba azok eleinte igen tudatlanoknak látszottak más, reáoskolákból kerültekhez képest; de három négy hónap alatt a' többieket mind elhagyták, mert mindennek okát tudakozták, mindenre figyelmeztek, 's mindent könnyen felvettek. Ez az észzevétel engemet figyelmetessé tett a' *Wiesbadeni* Oskolára, 's végére járván a' dolognak, úgy találtam, hogy az innen került ifjak azért tetszenek eleinte olly tudatlanoknak, mivel itt nem az tétetik czélul, hogy a' gyermekekbe, 's Ifjakba némelly az életben hasznos igazságokat, 's ezeknek alkalmaztatását akármi módon beléjük diktálják, hanem inkább az, hogy azoknak elméjét úgy kifejtsék, és kiéleítsék, hogy mindent könnyen tudjanak felvenni, és általhatni, 's magok erejétől is merjenek, 's tudjanak is okoskodni. Én ezt megértvén, mindjárt arra határoztam magamat, hogy fíjamat ide hozom tanulni; mert jobb szeretem éles elmét kevesebb, mint butát több tudománnyal hozzon ki az Oskolából. Illyen formán beszélt a' Kölni Gyárnok, 's valóban tapasztalása, és szavai figyelemre méltók. Mint szintén az is igaz, hogy ámbár minden tudományt, még a' betúk esmertetését is, lehet úgy tanítani, hogy az által a' gyermekek 's ifjak gondolkodásra szoktatódjanak: de csakugyan e' végre nincs alkalmatosabb tudomány mint a' mathesis, melly az emberi elmének tiszta eredménye, és a' physica, melly maga is nem egyéb alkalmazta-

tott Mathesisnél. Attól sem lehet pedig tartani, hogy ha a' gyenge idejű Ifjak és gyermekek a' mathesisi igazságok feszegetésére, 's azokkal való tépelődésre szoktatódnak, ez által agyvelejök megéröltetődik; vérök megromlik, 's magokba vonult komor elmélkedőkké; 's idő előtt öregekké lesznek, ettől sem lehet mondom tartani, csak erejéhez szabva, 's az erő' nevelkedésével együtt apródonként nagyobbítva adassék a' megfejteni való mind-egyiknek; azomban a' mathesisi elmegyakorlások ne legyenek egyóldaliak, hanem azokkal párhuzamosan menjenek a' test és lélek minden más tehetségeinek gyakorlásai is, és a' mathesisi komoly órák olyan foglalatosságokkal váltassanak fel melyekben az ítélő tehetség kevés részt veszen, p. o. muzsikával, testi gyakorlásokkal 's a' t. A' tapasztalás bizonyítja, hogy a' gyermekek illy móddal a' leg elvontabb mathesisi speculatiók mellett is megtartják természeti vidámságukat, 's gyermekességeket, és magokba vonult komor elmélkedőkké nem lesznek. — Egyébiránt a' mathesist, kitaláltató mód szerint tanítani nem minden ember dolga. A' kik magok is így tanulták a' mathesist, azok közül leghamarább válnának, kik arra másokat is tudnának illy móddal okosan vezérleni. De ki kezd el hazánkban ilyen mathematicusokat formálni?

IV. SZAKASZ.

A' mathesisbeli ellenmondások okáról.

Igen különös és csudálatos dolog, hogy a' *Mathesisben*, melly éppen bizonyos voltaért nevezett catexochen *tudománynak* több olyan kérdések adták elő magokat, mellyek felett tüzes vitatások folytak a' legnagyobb Mathematicusok között,

egyik a' másikkal ellenkező értelmet támogatván, és hogy részint még máig sincs eldöntve, melyik félnek van igazsága. Nem is említem a' fellengős mathesis (mathesis sublimior) elveit, mellyek felett a' vitatásoknak a' *Newton* és *Leibnitz* ideje óta vége hossza nincsen, úgy hogy még a' *Berlini* *Academiának* a' sublimior mathesis feltalálása után éppen száz esztendővel azaz, 1784-ben feltett ezen jutalom kérdése is: L' *Academie* souhaite qu'on explique, comment on a déduit tant de théorèmes vrais d' une supposition contradictoire, et cet. a' dolgot tisztába hozni, és az elméket a' fellengős mathesis elvei iránt megnyugtadni nem tudta, ezeket mondom nem is említem, hanem csak a' mathesis alan tabbi részeiből hozok fel egy két példát.

A' mult század elején nagy vitatás folyt a' felett, még pedig nevezetes mathematicusok között, ha vajon a' + 1 úgy van e' a' — 1-hez mint a' — 1 a' + 1 hez? Egyik azt mondta, úgy van; mert ha e' két szerből (ratio) + 1: — 1, és — 1: + 1, egy geometriai rendet (proportio) alkotunk e' képpen: + 1: — 1 = — 1: + 1, ebben a' két szélső tag' munkálata (factum éppen annyi, mint a' két közbülsőé, t. i. mindenik = + 1, ez pedig nem lehetne, ha a' két szer egyenlő nem volna egymással. Másik ellenben így okoskodott: — 1 kisebb lévén a' semminél (nihilominus), annyival inkább kisebb a' + 1-nél, és így + 1 úgy van a' — 1-hez, mint nagyobb szám a' kisebbhez; — 1 ellenben úgy van a' + 1-hez, mint kisebb szám a' nagyobbhoz. Úgy de lehetetlen, hogy a' nagyobb a' kisebbhez éppen úgy legyen, mint a' kisebb a' nagyobbhoz, és így lehetetlen az is, hogy a' + 1 a' — 1-hez éppen úgy legyen, mint a' — 1 a' + 1-hez. Ez még nem elég, hanem elő áll egy harmadik, és ezt mondja: a' szer, vagy ratio nem egyéb, mint a' hányados (quotiens) egy

osztó, és egy osztani való között. Úgy de ha a' $+1$ -et semmivel osztom el, úgy a' hanyados lesz a' végetlen nagy, mert $\frac{1}{0} = \infty$; ha pedig az osztót még kisebbé teszem, úgy a' hanyados kétség kívül még nagyobb lesz. Úgy de -1 kisebb mint 0 , és így $\frac{+1}{-1}$ nagyobb mint ∞ . Erre ismét feleli a' negyedik: Nem igaz, hogy a' $+1$ és -1 közt való szer, vagy is $\frac{+1}{-1}$ még a' végetlen nagynál is nagyobb volna, sőt inkább még a' semminél is kisebb. Mert tagadhatatlan, hogy egyet egyben megtalálunk egyszer, és így itt a' quotiens lesz = egy, a' mi pedig ezen quotiensnek a' jegyét illeti, az, mivel az osztó és az osztanivaló különböző jegyűek, lesz $-$, azaz minus vagy negativum, és így lenni fog $\frac{+1}{-1} = -1$, ez pedig nem hogy a' végetlen nagynál is nagyobb volna, hanem inkább még a' semminél is kisebb. Végezetre bele szól ezen perbe maga *Leibnitz* is, hogy ezt, ha lehet, igazítsa (lásd G.G. Leibnitii opera omnia Genevae 1768, Tom. III. pag. 439), és ő megengedi ugyan mind azt, hogy a' -1 -nek $+1$ hez való szere = -1 , mind azt, hogy -1 kisebb a' semminél; hanem ezt teszi hozzá, hogy az olyan szer, mellyben vagy az első vagy a' második szám tagadó (negativus) a' millyen például $-1: +1$, vagy $+1: -1$, soha sem igaz, vagy valóságos, hanem csak képzelt szer (ratio non vera, non realis, sed tantum imaginaria), melly állításnak megmutatására az ő okoskodásának rövid summája im ez: A' melly szernek a' logarithmusa nem igaz szám, az a' szer maga sem igaz vagy valóságos, hanem csak képzelt szer (ratio imaginaria). Úgy de annak a' szernek, melly van a' $+1$ és -1 között melly is a' mint láttuk = -1 , a' logarith-

musa nem valóságos szám. Mert ha -1 -nek a' logaritmusa valóságos szám volna, úgy vagy positivus számnak kellene annak lennie, vagy negativusnak. Úgy de positivus szám nem lehet, mert positivus logaritmusai vagynak csak az 1 -nél nagyobb positivus számoknak; negativus szám sem lehet, mert negativus logaritmusai meg vagynak csak az 1 -nél kisebb positivus tört számoknak. És így a' $+1$ és -1 között való szer, melly is $= -1$, maga sem igaz, vagy valóságos, hanem csak képzelt szer. De engedelemmel legyen mondva; itt e' nagy ferjfiú szunnyadozott, és nem egyszeresen hibázott okoskodásában. Ugyanis először ez az állítás, hogy a' melly számnak a' logaritmusa nem igaz, hanem csak képzelt szám, az maga is csak képzelt szám, azt teszi fel, hogy a' millyen természetű a' logaritmus, olyan természetű a' szám is, mellynek az logaritmusa; a' mi ha igaz volna, úgy igaznak kellene lenni ennek is, hogy a' melly számnak a' logaritmusa negativus szám, annak magának is negativus számnak kell lenni, a' mi pedig, tudjuk, nem igaz; mivel az egynél kisebb positivus tört számoknak vagynak negativus logaritmusaik. Továbbá mikor azt mondja *Leibnitz*, hogy ha a' negativus számnak *valóságos* logaritmusa volna, az vagy *positivus* szám volna, vagy *negativus*: ezzel először is azt látszik feltenni, hogy a' *nem valóságos* vagy is az úgy nevezett *képzelt* szám (numerus imaginarius) sem positivus sem negativus, hanem valami harmadik, melly mind a' kettőtől különbözik; holott pedig a' *képzelt* szám is, a' millyen p. o. a' $\sqrt{-4}$, nem lehet egyéb mint vagy positivus, vagy negativus. De továbbá *Leibnitz* ezen okoskodása, hogy ha -1 -nek a' logaritmusa *valóságos* szám volna, úgy annak *vagy positivus* számnak kellene lenni, *vagy negativusnak*, nyilván felteszi, hogy a' *negativus* szám, a' hova tartozik

$a' - 1$ is, nem képzelt hanem szint olyan való-
 ságos szám mint a' positivus. 'S ebből kiindulva
 így okoskodik tovább, hogy mivel $a' + 1$ és $- 1$
 közt lévő szernek, melly is $- 1$, a' logarithmusa
 sem positivus szám nem lehet, sem negativus,
 annak képzelt számnak kell lenni; a' miből végre
 azt következteti, hogy tehát ez $a' + 1$ és $- 1$ kö-
 zötti szer: $- 1$, maga is csak képzelt szer. Ezek
 szerint *Leibnitz* elébb felteszi, hogy a' negativus
 szám, 's következképpen ez is: $- 1$ nem csak
 képzelt, hanem valóságos igaz szám, és ebből mu-
 tatja meg hogy $a' - 1$ nem igaz hanem csak kép-
 zelt szám; olly csudálatos hiba az okoskodásban,
 millyet, a' mennyire én tudom, még csak fel sem
 jegyzettek a' logyikában, nem is gondolván hogy
 valaki illyet is ejthessen. Ha pedig talám *Leibnitz*
 itt nem azt akarta mondani, hogy a' negativus
 szám p. o. $- 1$, mint ollyan, magában gondolat-
 ván képzelt szám volna, hanem csak, hogy az
 akkor illyen, mikor két szám p. o. $a' + 1$ és $- 1$
 közötti szert jelenti ez ismét más hiba; mert
 ugyanazon szám p. o. $- 1$ nem lehet egyszer csak
 képzelt, másszor valóságos igaz szám, hanem ha
 egyszer képzelt másszor is mindég annak kell ma-
 radnia, szint úgy mint p. o. $\sqrt{-4}$ akár sokszoró-
 nak tegyük, akár osztónak, akár hanyadosnak,
 vagy akárminek, mindég egyformán képzelt szám
 (numerus imaginarius) marad, a' mint az illyet
 helytelenül nevezik. De ha mind ezektől a' hi-
 báktól mentt volna is a' *Leibnitz* okoskodása, és
 a' leghelyesebben megmutatta volna is a' mit akart,
 hogy t. i. mikor a' szerben vagy az első, vagy a'
 második szám negativus, akkor a' kettő közt nem
 valóságos hanem csak valami képzelt szer van: még
 akkor sem volna a' per eligazítva. Mert miután
 mind azt megengedi *Leibnitz* hogy $\frac{+1}{-1} = - 1$.

mind azt hogy — I a' semminél is kisebb: egyformán igaza lesz mind annak, a' ki ezen szert a' végetlen nagynál is nagyobbnak, mind annak, a' ki ezt a' semminél is kisebbnek állítja, a' mi a' legnagyobb képtelenség. Már ha ezen vitatásoknak, 's képtelen ellenmondásoknak okát keressük, azt kétség kívül nem másutt, mint abban találjuk fel, hogy a' mathesisben nem vólt, 's máig sincs világosan kifejtve, hogy azon mennyiségeknek, mellyek a' logicából a' mathesisbe szerencsétlenül általhozott műszókkal *positiva*, és *negativa* quantitásoknak neveztetnek, és szint olly szerencsétlenül talált + és — jegyekkel íratnak, valóságos természetök miben áll. Mihelyt ezt világosan kifejtjük, sok efféle vitatások ónként ki fognak enyészni a' mathesisből. De ennek itt most helye és ideje nincsen. Ez a' tárgy maga megérdemel egy külön értekezést, mellyet közleni is fogok nem sokára a' Mathesisben gyönyörködő Olvasókkal.

Ide illő példa továbbá az úgy nevezett negativus számok logarithmusai felett elébb *Leibnit* és *Bernoulli János*, utóbb *Euler* és *D' Alembert* között hoszasan, és tüzesen folytatott harcz is, mellynek oka, mint már az újabb időkben kiviláglott, hasonlóképpen a' vitatás tárgyának, a' logarithmusok képzetének, tökéletlen felfogásában állott.

Hát azon vitatkozhattak volna e' valaha a' Mathematicusok, hogy vajon az úgy nevezett *imaginaria*-quantitásokat lineák, 's lapok által elő lehet e' terjeszteni, lehet e' geometricè construalni, 's lett volna-e szükség ezen per eldöntésének még a' közelebb mult 1837-dik esztendőre is jutalomkérdésül tétetni fel a' lipsiai tudós Társaságtól*),

*) Ezen Kérdés' megfejtésére én is fel léptem, 's én nyertem el a' jutalmat, de csak feliben, mivel a' Programmában megnevezett újabb Mathematicus könyvekre, mellyek sem a' magam, sem Oskolánk könyv-

ha a' Mathematicusok világosan értették volna, 's értenék, miben áll a' szerencsétlenül úgy nevezett *imaginaria quantitasok* természete?

Végezetre, hogy a' geometriából is hozzunk fel egy példát, lehetett volna e' a' karika' kerülete és az érdeklő között eső szegletnek nagysága és természete felett annyit vitatkozni, 's megeshetett volna-e, hogy még G. E. *Fischer* is, még 1808-ban is ezt a' szegletet ilyen czímű munkájában: *Untersuchungen über den eigentlichen Sinn der höheren Analysis* a' 121-dik lapon annak megmutatására hozza fel erősségül, hogy *végtelen kicsiny mennyiség* csak ugyan *valósággal van a'* mathe-sisben, így szólván: *Glücklicher Weise existirt für die Realität des Unendlichkleinen ein Beweis, gegen welchen die feinste Dialectik nichts gültiges einwenden kann, und es ist sonderbar, dass die Vertheidiger des Unendlichkleinen nicht mit Nachdruck Gebrauch davon gemacht haben. Im sechszehnten Satz des dritten Buchs beweist Euclides so streng, als irgend etwas bewiesen werden kann, dass der Winkel eines Kreisbogens mit seiner Tangente kleiner sey, als jeder spitzige Winkel, d. h. kleiner als jeder Winkel der gegeben werden kann; und dennoch ist man gezwungen nach den ersten Begriffen von einer Grösse diesem unendlich kleinen Winkel eine gewisse Art von Grösse beizulegen, denn er wird grösser, wenn man den Halbmesser des Kreises kleiner nimmt, und umgekehrt; und ungeachtet er, — wie Euclides streng erweist — durch keine gerade Linie getheilt werden kann, so kann er doch, — was eben so streng erweis-*

tárában meg nem voltak, tekintettel nem lehettem. Egyébiránt megigérte a' lipsiai tudós Társaság, hogy ha ezen hiányt kipótólok, a' jutalomnak másik felét is által fogja adni.

lich ist, — durch Kreisbögen von grösserem Halbmesser, und zwar schlechthin ins Unendliche getheilt werden. Hier haben wir also eine unendlich kleine Grösse in einem anschaulichen Gegenstande vor uns, und man muss eieräumen, dass die Realität eines Begriffs durch Darlegung eines wirklichen Falls nicht strenger erwiesen werden kann; lehetett volna e' mondom illyeneket állítani, ha a' Mathematicusoknak arról mi a' szeglet tökéletes világos fogalma lett volna? Kétség kívül nem, és a' mathesisben előforduló minden vitatásoknak, kétségeknek, és ellenmondásoknak okát nem magában a' mathesis természetében, hanem abban kell keresnünk, hogy ezen tudománynak némelly elemi és alap fogalmai mind e' mái napig sincsenek világosan kifejtve. Annak magyarázását ugyan, vagy legalább az arról való elmélkedést, mi okozza kivált a' felsőbb analysisben a' józan okosságot botránkoztató ellenmondásokat, az újabb francia Mathematicusok, p. o. *Laplace*, *Lagrange*, és mások a' Calculus Metaphysicájának (metaphysique du calcul) nevezik; de éppen ebből tetszik meg, hogy itt magok ezek a' különben igen éles elméjű férfiak sem hatottak be a' dolog velejéig. Mert nem metaphysicára, nem valamely a' Calculus természetén felül járó fellengős tudományra van itt szükség, hanem csak logicára, 's ez által a' calculus' és általjában a' mathesis' elemi fogalmainak világos kifejtésére. Mihelyt ez megtörténik, mindjárt el fog oszolni a' fellengős mathesisből szintügy, mint az elemiből minden homály, minden kétség, minden botránkozás. *Newton* írt egy ilyen című munkát: *Philosophiae Naturalis principia mathematica*. Bárcsak írt volna még egy ilyen címűt is: *Matheseos naturalis principia philosophica*. De illyet tudomra, sem ő, sem más még eddig nem írt. Sőt inkább azt hitették

el magokkal sok Mathematicusok, kivált az Analy-
sisben, melly az újabb idők szüleménye, 's a' régi
görög Mathematicusoknál egészen esmeretlen vólt,
hogy itt csak a' regulákra, és formulákra kell az
embernek bízni magát, 's azon felyül okoskodni
nem szabad; úgy hogy maga *Euler* is, midőn egy
helyt az *analytica* regulák szerinti *calculus* által
olyan resultatumra vezetett, melly az okosság-
gal egészen ellenkezni látszott: így szóllott igen
csudálatosan: *hic quidem calculus non consentit
cum veritate; attamen calculo magis credendum,
quam iudicio nostro.* Én pedig azt mondom, hogy
ha a' *calculus* helyesen történt annak resultatuma;
kimenetele, soha sem ellenkezhetik okosságunkkal,
csak értsük jól mit mond a' *calculus*, és mikor
ellenkezni látszik a' kettő, ez mindenkor onnan
van, hogy nem értjük mit mond a' *calculus*: a'
minek ismét az az oka, hogy némelly elemi fogal-
mak nincsenek világosan kifejtve.

A' mi már ezen tekintetben a' *Kis Geometriát*
illeti, sajnálni lehet, hogy ennek érdemes Szerzője
sem egészen szerencsés a' tudomány világosságára
leg többet tehető elemi fogalmak' kifejtésében. A'
Szegletet p. o. melly egy a' geometriának legala-
posabb elemi fogalmai közzül, öszve zavarja a'
Zuggal, melly a' geometria elemei közzé éppen
nem tartozik, mikor így szóll a' 17-dik lapón: Ha
két nem egyenirányú vonal érintésbe jó, azt mond-
juk, hogy *Zugot* vagy *szegletet* képez.“ E' sze-
rint a' szerzőnek *zug* is *szeglet* egyet jelentő szók,
's e' szerint neki CA és CB vonalok (1. Kép)
felyül a' C-nél nem formálnak szegletet, mivel ott
nincs *Zug*; holott pedig a' *Szegletnek* helyes geo-
metriai meghatározása szerint itt, midőn a' CA
irányból jobb kez felé; vagy is felfelé fordulván,
apródonként a' CA-val egyenesen ellenkező CB
irányba által fordultunk a' 360 fokból álló egész

fordulásnak éppen felét végezvén el, 180 foknyi szegletet formáltunk felyül a' C pontnál, mellyből egy pár egyenes szeglet (angulus rectus) telik. Ellenben az AB érdeklő (2. K.) és AC karika ív között a' szerző szerént *szeglet* van, mivel ott van *zug*. De ha, azt kerdjük milyen nagy hát a' BAC szeglet: kétségkívül a' Szerzőnek is azt kell mondani *Euclidessel*, hogy az kisebb minden lehető hegyes szegletnél; mivel lehetetlen volna az A pontból úgy huzni az AB mellé egy egyenes lineát, hogy az egészen kívül esnék a' karikán, 's így az AB-vel kisebb hegyes szegletet formálna, mint az AC iv ugyanazzal formál. Úgyde micsoda szeglet az, melly minden lehető hegyes szegletnél kisebb, és még is szeglet: Nemde nem ez leszsz e' *Fischerként* a' *végetlen kis szeglet*, mellyet, noha minden lehető hegyes szegletnél kisebb is mégis nagyobb nagyobb karikáinak ívek által, mellyek a' BD lineát mind az A pontban érdeklik *végetlen sok felé lehet osztani?* 's nemde nem képtelenségbe honyolodtunk e' ekképpen, mikor észre sem vettük? És ez mi miatt történt? Felelet, a' miatt, hogy a' szegletről helytelen fogalmat formáltunk magunknak, öszve zavarván azt a' zuggal. Egészen más-kép leszsz a' dolog, ha azt mondjuk, hogy a' szeglet semmi nem egyéb, mint két iránynak fordulás általi eltávozása egymástól. Így könnyű általlátni, hogy ha a' C A irányból (1 K.) jobb kézre fordulás által az egészen ellenkező CB irányba által mentünk, ezen első és utolsó irány között ha zug nem is de *szeglet* azaz fordulás általi eltávozása két iránynak egymástól szintúgy formalódott, mintha kisebbet fordultunk volna, a' mikor az első irány az utolsóval a' fordulás felől zugot, vagy nagyobbat, a' mikor az első irány az utolsóval a' fordulás felől könyököt fogott volna csinálni. mint ezt a' 3-dik és 4-dik képek mutatják. Szint

olyan könnyű továbbá e' szerint általlátni azt is, hogy'az érdeklő és a' karika ív'közt eső *szegletrül* beszélni képtelenség. Mert az első irány ugyan, melyből itt kiindulunk, t. i. az érdeklő A B (2. K.) bizonyos, de hát a' másik irányt, melybe fordulással által megyünk, mi mutatja? Az A C ív? Az képtelenség, hogy görbe linea egy bizonyos irányt mutasson; mert a' görbeség éppen az iránynak szüntelen változásában áll, úgy hogy a' görbe lineát, p. o. a' karikát leíró pont soha az időnek legkisebb percze alatt is egy irányt nem követ. Van mindazáltal annak, ha p. o. a' karikát egy czérna szálon csavargatott golyóbis által képzeljük leírati, az időnek minden pontjában bizonyos iránya, azaz, bizonyos célzása, és igyekezete valamerre, a' merre menne t. i. ha a' czérna szál őtet vissza nem tartóztatná, és ez az irány az időnek mindegyik pontjában a' karika azon pontjának érdeklője, mellyen van épen akkor a' golyóbis; a' mi abból tetszik meg, hogy akarmelley szempillantásban szakadjon, vagy metszessék el a' czérna szál, a' golyóbis mindig a' karika azon pontjának érdeklőjén szalad el, melly ponton volt akkor mikor a' czérna elszakadt, vagy metszetett; mint szintén a' kerék talp is a' reá ragadt sárt, mikor az róla leválik, mindig azon pont' érdeklője hosszába hajítja el, a' melly pontról levált. Így tulajdonihatjuk a' czérnán csavargatott golyóbis helyett a' karikát biró mathesisi pontnak is minden idő ponton, ha szabad úgy szóllanom, a' virtualis irányt mellyet a' karikának azon pontbeli érdeklője mutat, a' hol akkor a' leíró pont van. P. o. ha az *mnosm* karikát (5. K.) egy pont által képzeljük leírati az A-ból kiindulva, 's balról jobbra kanyarodva: úgy a' leíró *pontnak iránya* *) leszsz: a'

*) A' kis Geometra, érdemes írója azt mondja az 1-ő beszélgetés 5-dik lapján, hogy „a' pontnak semmi iránya

karikának m pontjában az AB , n pontjában az $A'C$, o pontjában az $A''D$, s pontjában pedig az $A'''E$ érdeklő. Ez szerént már most, ha azt kérdi valaki, milyen nagy a BAA' szöglet, melly az AB érdeklő, és az AA' karika ív közt esik; azt mondjuk, hogy mivel ez a' kérdés más szókkal ezt teszi: „mennyre, vagy hány foknyira távozik el az AA' év iránya az AB érdeklő irányától; ez pedig, minthogy az AA' ívnek minden pontban más más iránya van, képtelen kérdés: tehát ha azt akarjuk, hogy ennek józan értelme legyen, vegyük az AA' ívet mindég kisebbre kisebbre, Aq , Ar , s. a. t. mind addig még az olly kicsinnyé lessz, hogy csak egyet'enev irányja fog lenni; mert csak ekkor kérhetjük okosan mennyire távozik el ezen ívnek iránya az AB érdeklő irányától. Ez pedig, hogy az AA' ívet úgy elfogyaszszuk, hogy annak

sincseu, a' vonalnak pedig csak hossza van“ Itt ez a' kifejezés: a' pontnak semmi iránya nincsen, nem ellenkezik azzal, a' mit mi jelenleg beszélünk: mert a' Szerző ezzel nem azt akarja mondani: punctum nullam habet *directionem*, hanem ezt: punctum nullam habet *dimensionem*, azaz, a' pontnak semmi felé való kiterjedése, vagyis sem széle, sem hossza, sem magassága nincsen. Mint szintén ezt is: superficies duas habet *dimensiones*, *longitudinem* et *latitudinem*, a' Szerző így teszi ki: a' síknak két iránya van, úgy mint hossza, és szélessége. Az *irány* szónak ezen két értelműségét (*directio* és *dimensio*) igyekezik ugyan a' szerző mentegetni, és magyarázni a' bévezetés XVII-dik lapján; de kétség kívül jobb ezt elkerülni, mint mentegetni; annyival inkább mivel reá semmi szükség sincsen; mert ezt p. o. Corpus habet tres *dimensiones*, a' mit a' Szerző így tesz ki a' testnek három *iránya*, vagy három *tériránya* van, lehet, 's világosabb is lesz magyarul így mondani: a' testnek három féle kiterjedése, vagy ha még jobban ragaszkodunk a' szóhoz 3 *mérhetősége* van, azaz, 3 van a' mit *mérhetünk* rajta, úgymint széle, hossza, magassága.

csak egy iránya legyen, azaz semmi, görbülése ne legyen, nem előbb leszsz, mint azon szempillantásban, mikor az AA' ív egészen elenyészik az A pontban, vagy megfordítva, mikor az éppen származni kezd az A pontban. Következésképpen ez a kérdés: mennyire távozik el az AA' ív iránya az AB érdeklő irányától, ha józan értelme akar lenni, nem tétet egyebet ennél: mennyire távozik el az AA' ív kezdő pontjának az A-nak iránya az AB érdeklőtől? Az pedig ettől, a' mint már láttuk, legkisebbé sem távozik el, sőt vele egészen öszve esik, és így vele legkisebb szegletet sem formál, vagyis más szókkal az érdeklő és a' karika ív közt eső szeglet = 0, = semmi, 's e' szerént helyesen értve igaz az a' mit *Euclides* mondott, hogy t. i. az a' szeglet, mellyet az érdeklő a' karika ívvel formál kisebb minden lehető hegyes szegletnél; mert nem lehet olyan kis hegyesszegletet gondolni, melly a' semmi szegletnél nagyobb ne volna. De világos a' mondottakból egyszersmind az is, hogy azt a' szegletet, mellyet az érdeklő és a' karika ív, vagy is igazábban az érdeklő iránya AB, és a' karika ív kezdő pontjának az A-nak iránya, melly hasonlóképpen AB, formálnak egymással, és így a' mellyet igazán szólva nem is BAA', hanem BAB szegletnek kellene mondanunk, mivel egyik szára az érdeklő BA, másik az A pont iránya AB, következés képpen maga a' szeglet = 0, nagyobb nagyobb karikáknak ivei által részekre osztani nem lehet; hanem az a' mit ott illy móddal részekre oszthatni, csak az érdeklő BA és a' karika ív AA' között eső *Zug*. Így már tisztában vagyunk. 'S miért? Csak azért, mivel a' szegletnek *) elemi fogalmát világosan kifejtettük, és

*) *Szegni*, *megszegni* = 1, valaminek egy részét előbbeni irányában meghagyván, más részét abból ki,

azt nem zavartuk öszve *Zuggal*. Így leszz a' do-
log minden más illyetén gyötrött helyekre nézve,
nem csak az elemi, hanem fellengős mathesisben
is, mihelyt a' tudománynak minden elemi fogal-
mai tisztán kifejtetnek, 's akkor leszz majd a'
mathesis igazán szép tudomány.

De terjünk vissza még egyszer a' Szerzőnek
ezen szavaira: „Ha két nem egyerirányú vonal jó,
azt mondjuk, hogy *Zugot*, vagy *Szegletet* képez.“
Már láttuk, hogy a' *Szegletet* nem két vonalnak
érintésbe jövése, hanem két iránynak egymástóli
eltávolozása képezi: de hát ez mit tesz: *két nem
egyenirányú vonal*? Ezt így magyarázza a' Szerző
a' bevezetés végén: Az *egyenesből*, valamint az
egyenlőből is *egyent* rövidítettünk..... Így

's más irányba csavarítani által. Így *szegjük meg*
p. o. a' kenyeret, midőn annak rúdját, mely addig
nyújtójával egy irányban állott, más irányba csava-
rítjuk által. Minthogy pedig, ha nem szivős, nem
hajlékony, de sőt inkább töredékeny az, a' minek egy
részét más irányba akarjuk átcsvartani, következőse
az lesz, hogy eltörik: innen, *szegni*, a' megelőző
tételvén a' következő helyett, *z*, = *törni*, *el-meg-
törni*, még pedig a) természeti értelemben, p. o. Az
Úr Jézus azon az éjtszákán, mellyen elárultaték,
vette a' kenyeret (t. i. a' pogácsa forma lapos ko-
vászalán kenyeret) és hálakat adván, *megszegte* (azaz
megettörte *ἐκλαυε*) azt, mondván 's a' t. száját *szegni*;
szárnya *szegett* lúd, b) erkölcsi értelemben, p. o. hi-
tét *megszegni*, azaz *megettörni*, épségben meg nem
tartani = *fidem frangere*. 3. *Beszegni* a' keszkenőt,
tulajdonképpen = *behaftani* a' szélét, azután pedig
ugyanazt rá is varrni; a' munkának egy része tétel-
vén az egész helyett, 's a' t. Ezekből látni való,
hogy *szeg*, *szög* = irány változtatás. Innen *szegelni*,
már ma szokatlan ige = irányát változtatni, 's ettől
szeglet = *irányváltozat*, melly szó úgy kiteszi nyelv-
vünkön az *angulus* egész természetét, a', mint
tudományra semmi más nyelv nem.

mondjuk némellykor *egyenlő irányú* helyett *egyenirányú*, vagy vele *egyirányú*, hol két vagy több vonal irányáról van szó; az *egyenirányú* szó magában véve *egyenes irányt*, vagy is *egyenes, és nem görbített vonalat* jelent. Ezek szerint a' *Kis Geometra*' érdeemes Szerzője az *egyenirányt* két különböző jelentésben veszi; t. i. mikor csak egyről van szó magában. akkor néki *egyenirányu*, annyit tesz mint *egyenes irány* vagyis *egyenes vonal*. Így tehát *irány* itt annyit tesz a' Szerzőnek, mint *vonat* (linea, 's ez már az irány szónak harmadik jelentése ó nála)), és így ő szerinte *görbe vonat* helyett is lehet ezt mondani: *görbe irány*, a' mi képtelenség. Úgy van! *irány* és *vonat* nem egyet jelentő szók, sőt, a' mi több, még *irány* és *egyenes vonat* sem egyet tesznek. Mert e' helyett p. e. az AC irány (6 K.), mondhatom ezt: az AB irány; de e' helyett: az AC vonat, nem mondhatom ezt: az AB vonat; és megfordítva, e' helyett: az AC vonat, mondhatom ezt: a' CA vonat; de e' helyett: a' AC irány, nem mondhatom ezt: a' CA irány. Nem kell hát e' kettőt öszve zavarni. Mikor vonalt említünk két pont közt, legyen az egyenes, vagy görbe, értjük a' hosszúságot: mikor pedig irányt említünk két pont közt, értjük a' czélzást az elébb nevezett ponttól az utóbb nevezett felé, nem pedig a' hosszúságot. Minden egyenes vonat, AB mutathat két irányt, t. i. az A végpontjától a' B, vagy megfordítva ettől ama' felé. 'S ugyanezen két irányt mutathatja az AB egyenes vonalnak akármelly kis részesckéje is. A' görbe vonat legkissebb részének is nem egy, hanem minden pontban más iránya van, mellyet minden pontnál a' görbe vonat ottani érdeklője mutat meg, s. a. t. mint már ezeket fellyebb is láttuk. A' mi továbbá az *egyeniránynak* másik jelentését illeti a' *Kis Geometrában*, azt így adja elő a' Szerző: „A' hol két vagy több vonat

irányairól van szó, ott *egyenirányú* annyit tesz mint *egyenlő irányú*“ De mit tesz ez? mit tesz, hogy két egyenes vonal *egyenirányú*, vagy *egyenlő irányú* egymással? Hát, mennyiség az irány? 's mondhatjuk, hogy két vonal közül az egyiknek iránya nagyobb mint a' másiké? 's ha igen, mi a' mérték mellyel az irányok nagyságát mérjük? Úgy é, hogy ilyen mértéket nem ismér a' geometria? 's érezzük, hogy az irány nem mennyiség, úgy hogy p. o. mikor ezt mondjuk: a' mi szólónk a' hegytetőről egyenesen délfelé nyúlik le, nevetséges dolog volna ezt kérdeni: de milyen nagy az irány a' mellyben az délfelé nyúlik? Ha pédig az irány nem mennyiség, azomban a' mathesis csak mennyiségeket hasonlíthat össze egymással, és mondhat egyenlőknek, vagy nem egyenlőknek: látni való, hogy a' mathesisben irányok egyenlőségéről tulajdon képpen szó nem lehet. Mit ért hát a' Szerző az *egyenlő* vagy *egyenirányú*kon? Felelet, ért olyan irányokat, mellyek egy bizonyos iránytól ugyanazon oldalra egyenlően távoznak el, a' millyenek p. o. (7. K.) az AB iránytól jobb kézfelé egyenlően eltávozó, CE és DF irányok; vagyis más szókkal, — minthogy nekünk, *irányok egymástól eltávózása és szeglet* egyet jelentenek, — az *egyenirányú*kon ért a' Szerző olyan irányokat, CE és DF, mellyek ugyanazon egy iránnyal AB egyenlő szegleteket formálnak, úgy hogy p. o. $\angle BCE = \angle BDF$. Úgy van! csak hogy a' szerző sem a' BCE, és BDF szegletek egyenlőségéből következteti a' CE és DF irányok egyenlőségét, hanem egészen megfordítva a' CE és DF irányok egyenlőségéből hozza ki, hogy a' BCE, és BDF szegletek egyenlők, midőn így okoskodik, vagyis inkább az ő állításait a' 16-dik lapon az [5], és 32-dik lapon a' [13] számok alatt ilyen okoskodás formába vehetjük a' mi 7-dik képünk

szerént: A' CE és DF irányok egyenlők lévén, felcserélthetnek egymással, és lehet egyiket a' másik helyett tenni, p. o. lehet tenni a' CE irány helyett a' DF irányt, a' mit ha teszünk, akkor természetel a' BCE szeglet helyett is EDF szeglet tétetik, 's következésképpen ezen szegletek, mellyeket egyenirányú vonalok CE és DF ugyanazon egy egyenes vonallal AB egy felől formálnak, egymással egyenlők. Q. E. D. Ebből látjuk, hogy a' Szerző a' paralellák hures theoriáját, melly Euclidesen kezdve már annyi századok alatt olly sok Mathematicusokat gyötrött, az *egyenlő* vagy *egyenirányokon* akarja alapítani. De hát az *egyenirányokat* min alapítja? Azokat meg a' paralellák természetén, 's így észre sem véve abba a' hibába esik, mellyet a' logica az okoskodásban karikának nevez. Ugyanis először ezt mondja a' 16-dik lapon: „Ha két vonal úgy áll egymás mellett, hogy“ (egymásnak megfelelő) „pontjaik egész hosszúságokban mindenütt ugyanazon távolban állanak egymástól“ (úgy hogy a' két vonal között eső *köz* mindenütt *egyenlő széles*) „akkor az illy két vonal *egyenközűnek*“ (azaz, egyenlőközűnek) „vagy *egyenirányúnak*“ (azaz, egyenlő irányúnak), „*parallel*, neveztetik“ Melly szavak által a' szerző a' parallela lineák természetét nyilván az egyközűségbe, vagy is abba helyhezteti, hogy azok mindenütt egyenlő távolságra vagynak egymástól, azt pedig csak melleleg veti mintegy oda, hogy ő az illyen lineákat *egyenirányúaknak*, az az, egyenlő irányúaknak is nevezi, a' nélkül hogy ezen elnevezésnek leg kissebb okát is adná, vagy megmagyarázná, mit ért ő az irányok egyenlőségén. Még is mindjárt egy pár sorral alább ezt mondja: „beszélgetéseink közben ha illy vonalokról (t. i. parallela lineákról) leszsz szó, mindenkor az *egyenirány* nevezetet használjuk, mert“ (ez) „legtöké-

letesebben kifejezi“ (azoknak „tulajdonukat). De, hogy fejezné ez legjobban ki a' parallela lineák természetét, mikor meg sem mondta a' szerző, mit kell érteni az *egyenirányúságon*? Ismét egy pár sorral alább meg ezt monja a' Szerző: „Két vagy több *egyenirányú* vonal szükséges képpen *egyenközű* lehet, a' nélkül hogy *egyenirányú* lenne.“ Nemde nem nyilván van e' mind ezekből, hogy a' Szerző először a' vonalok *egyenközűségét*, parallelismusát, írta le és azt nevezte más szóval, de mi okon, meg nem mondva —, a' vonalak *egyenirányúságának* is, 's mégis azután azt mondta, hogy a' parallela lineák fő tulajdona, a' meg nem magyarázott, 's homályban hagyott *egyenirányúságban* áll elannyira, hogy az *egyenirányúságból* következik az *egyenközűség* is, de megfordítva az *egyenközűségből* nem következik az *egyenirányúság*? egy szóval nem nyilván van e' mindezekből, hogy Szerzőnk először az *egyenközűségre* építi az *egyenirányúságot*, 's mégis azután az *egyenirányúságból* következteti az *egyenközűséget*, és így hogy okoskodásában karika van? Egyébiránt, a' mi a' Szerzőnek azon állítását illeti, hogy „két vagy több *egyenirányú* vonal szükségesképpen *egyenközű*, de két vagy több vonal *egyenközű* lehet, a' nélkül, hogy *egyenirányú* lenne“: én úgy tudom, hogy az *egyenirányúság*, — ha ugyan ezen két vagy több irányoknak egy bizonyos iránytéli egyenlő eltávozását kell értenünk, a' mint hogy a' Szerző is, bárha talán csak homályosan lebegett is előtte. ennél egyebet nem érthetett, — és az *egyenközűség* olly szorosán egybe vagynak köttetve egymással, hogy egyik a' másiktól elválhatatlan, még pedig nem csak az egyenes, hanem a' görbe vonaloknál is, úgy hogy p o. az egyközű karikák is minden egymásnak megfelelő pontjaikban egyenirányúak, és én nem foghatom meg, micsoda fundamentomon

állíthatja a' Szerző, hogy két vagy több vonal egyenközü lehet, a' nélkül hogy egyenirányú lenne, hanemha talám éppen az egyenközü görbe lineák, forgottak eszében, azoknak irányáról pedig, 's következésképen egyenirányúságáról is világos fogalma nem vólt? Egyébiránt, hogy a' Szerző maga is érzette, miszerint az olvasók ezen ő állítását nem fogják olly világos igazságnak találni, mellyen minden további kérdés nélkül meg lehetne nyugodni, megtetszik abból, hogy utánna mindjárt ezt veti: „Ezen tekintet“ (igazság?), „előtünk annál világosabb leszsz mentül előbb megyünk.“ Én pedig azt mondom, hogy ha valamelly mathesis igazság ott nincs kifejtve világosan, a' hol az legelőször a' maga illó helyén czél szerint előfordúl: az, mentül előbb megyünk természettel annál homályosabb, nem pedig annal világosabb leszsz. Ezek szerint látjuk, hogy a' parallelák theoriájában a' Szerző sem vólt szerencsésebb Euclidesnél, Mert valamint ez egy theoremát, mellyet meg kell yala mutatnia, szépen az axiomák közzé csúsztatott (Libri I. axioma 13), hogy aztán a' parallelák theoriáját arra építse: éppen így akarta a' mi Szerzőnk is a' vonalak *egyenközúségét*, parallelismusát, minden megmutatás nélkül egyet jelentővé tenni azoknak meg nem magyarázott *egyenirányúságával*, hogy aztán mondhassa: az *egyenirányokat* vagyis *egyenlő irányokat* fel lehet egymással cserélni, és lehet egyiket a' másik helyett tenni, s. a. t. 's így a' parallelák theoriájával készen legyen; és ha ezt el csúszni nem engedjük: akkor a' Kis Geometra egész theoriájának, a' parallela lineákról vége. De mimódon kellene hát azon igazságokat, mellyek a' parallela lineák körül elő fordulnak, igazán mathesishez illó módon, és olly szigoruan mutatni meg, hogy ellene semmi kifogást tenni ne lehetne? ez olly kérdés, melly maga

érdemel egy külön értekezést, 's talám teszek is vele egy próbát, ha valaha időm lesz rá. Most úgy tartom az eddig felhozott példák elégségesek annak bizonyítására, hogy némelly elemi fogalmak, mellyektől függ pedig főképp' az egész tudomány megalapítása, a' Kis Geometriában nincsenek világosan kifejtve.

De eddig felhozott illetően hibáji a' Kis Geometriának közök sok más Geometriát tanító könyvekkel is; hanem az már, a' mennyire én tudom, kirekesztőleg a' Kis Geometra hibája, hogy mindjárt a' bévezetés elején ezt a' csudálatos elvet állítja meg, hogy a' *geometriának egysége*, 's következésképpen minden geometriai mennyiségeknek alapja a' *geometriai pont*; és ez által a' geometriának magokban világos fogalmait is elhomályosítja, belopván ez által ide is szükségtelenül a' végetlen kicsinynek képtelen fogalmát, mellyet még a' fellengős Mathesisből is ki kell irtanunk, nemhogy vele az elemi Mathesist is elhomályosítsuk. Ez a' tárgy annyival inkább megérdemli, hogy itt reá egy tekintetet vessünk, mivel a' Kis Geometra érdemes Szerzője az említett elvet, mint tulajdonát, nagyon kiemeli, 's arra bennünket különösen figyelmeztet, midőn a' bévezetés első és második lapjain így szól: „Felfogván a' *geometriai pont*' értelmét, nyilván lesz előttünk, hogy ez nem egyéb, mint a' mathezisi *egység*, 's következésképpen alapja minden geometriai mennyiségnek. — Valamint minden szám az egységből ered növés, vagy fogyás által, szintúgy ered a' geometriának minden alakja a' pontból, azon egyetlen külömbséggel, hogy a' számbeli egységet számtalan apróbb részekre oszthatni a' semmiséig, holott a' geometriának pontja már magában a' *felvehető legkisebb mennyiség*. Ezen tekintetre“ (elvre?) „különös figyelmet vetettünk beszélgeté-

seink' minden részeiben, mert mint egyedüli vezérünk a' tudományban, mindenütt elcitol fogva (bármeddig folytassuk előmentünket“ (e') „kiterjedt pályán), biztos alapjául szolgál vizsgálatainknak.“ Azok, a' miket tovább ezen elvről, 's ennek alkalmaztatásáról mond a' Szerző, röviden ide mennek ki, hogy a' pontokból lineák, a' lineákból lapok, a' lapokból pedig testek lesznek, mindezeket geometriai értelemben vévén, és így hogy utóljára minden nemei a' geometriai terjedtségeknek geometriai pontokból származnak. Még pedig, ha már készen gondoljuk a' geometriai lineákat, lapokat, és testeket; úgy azt kell mondanunk, hogy a' lineák szorosan egymás mellett álló pontokból, a' lapok szorosan egymás mellett álló lineákból, a' testek végezetre szorosan egymás mellett álló lapokból állanak. Ha pedig úgy képzeljük, hogy a' lineák, lapok, és testek szemünk láttára származnak: úgy azt mondjuk, hogy a' mozgó pontnak hátra hagyott nyomaiból linea, a' mozgó lineának hátra hagyott nyomaiból lap, a' mozgó lapnak hátra hagyott nyomaiból végezetre test származik, és így utóljára e' szerint is minden geometriai terjedtségnek eredete a' pont. E' két nézet egyébiránt mind egyre megyen ki. Mert akár azt mondjuk, hogy p. o. a' linea áll szorosan egymás mellett álló pontokból, akár azt hogy az áll a' folytonosan, vagy szakadatlanul mozgó pont hátra hagyott nyomaiból, mind egy; mivel a' pontnak a' nyomai sem lehetnek egyebek, mint pontok, 's a' szakadatlanul mozgó pontnak kétség kívül nyomainak is szakadatlanul egymásra következő vagy szorosan egymás mellett álló pontoknak kell lenni, 's hasonlót mondhatunk, változtatván a' változtatandókat, a' lapokról és testekről is. — A' lineák, lapok, és testek illeten származtatása a' geometriában általjában véve ugyan nera újság;

de abban a' formában, a' mint ezt a' Szerző előadja, a' mennyire ugyan én tudom, legalább az elemi Mathesisben egészen új. Ugyanis más Mathematicusok, midőn az elemi Mathesisben a' geometriai lineák, lapok, és testek természetét azzal kívánták világosítani, hogy azokat a' mozgó pontok', lineák', és lapok', hátra hagyott nyomaiból származtatták: ez által nem nyilván, és tudva, 's szánt szándékkal, hanem csak eldugva, és észre sem véve 's vétetve állították azt, hogy a' lineák pontokból, a' lapok lineákból, a' testek pedig lapokból állanak, senkinek nem jutván eszébe, hogy hátra hagyott nyomai is a' pontnak csak pontok, a' lineának csak lineák, és a' lapnak csak lapok lehetnek. A' Szerző ellenben tudva és kész akartva, nyilván és világosan állítja, hogy a' lineák szorosan egymás mellett álló pontokból, a' lapok szorosan egymás mellett álló lineákból, a' testek végezetre szorosan egymás mellett álló lapokból állanak, mint alkotó részekből, és így hogy utóljára minden geometriai terjedtségeket a' pontra lehet mint első eredetökre visszavinni. Továbbá, más Mathematicusok az efféle származtatást az elemi Mathesisben csak melleleg, és csak annak némi-nemű világosítására hozzák fel, mi a' linea, mi a' lap, és mi a' test szorosan Geometriai értelemben: a' Szerző ellenben elvet csinál ebből a' geometriában, még pedig fő elvet, midőn a' bévezetés 2-dik lapján így szól: „Ezen támadást, előhozást, vagy nemzést“ (miszerint t. i. minden geometriai terjedtség közvetlen, vagy közvetve a' pontból, mint geometriai egységből támad), „mi *származtatásnak* neveztük, 's minden tekinteteink, és vizsgálatainknál alapúl tettük. Arról hogy a' geometria' (minden ágában) ezen fő és úgy szólván egyetlen elvének alkalmazása állandóan eszközölhető, mindegygyikünk csak hamar meg-

győződik.“ — Ilyen különbség van ezen származtatásra nézve más Mathematicusok és a' Kis Geometra érdemes Szerzője között, 's e' szerint az utóbbi, tudunkra ugyan, első nyilvánított felállítója az elemi Mathesisben azon elvnek, miszerint „a' geometriai pont teszi a' geometriai egységet, 's következésképpen alapja minden geometriai mennyiségeknek.“ Hogy *Langsdorf* német Mathematicus a' fellengős Mathesisben (lásd ilyen című munkáját: *Neue gründlichere Darstellung der Principien der Differentialrechnung Heidelberg 1807.*) azon állításra vetemedett, miszerint folytonosság (continuitas) nincs a' természetben, úgy hogy még a' térben képzelt tökéletes mathematica linea sem folyvást menő, hanem végetlen apró oszthatatlan részecskékből áll, mellyeket ő térpontoknak (Raumpuncte) nevez, és a' mellyek, noha oszthatatlanok is, még sem csupa határai a' kiterjedésnek, mint más Mathematicusok képzelik, hanem annak valóságos kiterjedéssel, de oszthatatlan apró kiterjedéssel bíró részecskéi, atomusai, és hogy az egész tér (spatium) efféle térpontokból, tératomusokból áll, ezen nem csudálkozom, tudván micsoda nehézségek kényszerítették őtet ezen csudálatos hypothesis felvételére a' fellengős Mathesisben. Mint szintén azon sem csudálkoznám hogy a' *Kis Geometra* Szerzője, még az elemi Mathesisben is, hol arra semmi szükség sem kényszerít, pontokból rakja össze a' lineákat, lineákból a' lapokat és lapokból a' tsteeket, 's így ut óljára pontokból az egész tért, ha ő is *Langsdorffal* egy hiten volna, és a' pontokat nem minden kiterjedés nélkül valóknak, hanem a' tér' atomusainak, azaz kicsiny ugyan és oszthatatlan, de mégis kiterjedéssel bíró térrészecskének képzelné. De ha ő egyszer azt mondja (I. Beszélg. 4. lap.) hogy „a' pontnak sem hossza, sem széle, sem magassága“ (és így semmi kiterjedése) „nincs,“ 's mégis osz-

tán ezt állítja (I. Beszélg 3. l.) hogy „a' geometri vonal“ (mellynek már ha széle és magassága nincs is, de hossza van) „szorosan egymás mellett álló pontokból van öszve téve“: már ezen valóban csudálkozom. Mert ha a' pontoknak nem csak szélök és magasságuk, hanem hosszúságuk sincs legkisebb is; hol veszi magát a' hosszúság az azokból öszverakott vonalban? Talám az által származik az, hogy a' pontok hosszába szorosan egymás mellé rakódnak? Valóban ezzel az ember könnyen megcsalhatja magát! De próbáljuk csak figyelmetesebben megvizsgálni hogy lehet a' pontokat *szorosan egymás mellé* rakni: mindjárt által fogjuk látni, hogy ez, és így a' lineáknak geometriai pontokból öszverakása is lehetetlen. Ugyanis képzeljünk egy minden szélesség és vastagság nélkül való tökéletes geometriai lineát AB (8. K.), és ennek éppen a' közepén egy tökéletes geometriai pontot, C, mellynek a' Szerző szerint is semmi legkisebb kiterjedése nincsen, és így a' melly az AB lineát úgy osztja két egyenlő részre, hogy mind a' két felének közös határa, de része egyiknek sem legkisebbé is. Ez még eddig könnyen képzelhető. De próbáljunk már most egy másik pontot szorosan ezen közép pont mellé, azaz ehez olly közel képzelni, hogy se hézak a' kettő közt ne legyen legkisebb is, se a' kettő egymással öszve ne essék: fogadom, hogy ez a' próbatétel soha senkinek sikerülni nem fog. Mert akármilyen közel vigyük is gondolattal például a' D pontot a' C középponthoz, valameddig lesz e' két pont között legkisebb, már akármilly parányi résecskéje is az AB linea egyik felének a' CB lineának; mindaddig nem lesz a' D pont *szorosan* a' C pont mellett. Mikor pedig a' D ponttal oda jutunk, hogy az AB linea egyik felének, a' CB lineának legkisebb része sem esik többé a' C és D pontok közzé, hanem az egészen jobb felől a' D pont háta megé

marad: akkor már látni való, hogy a' D pont' az AB lineát két egyenlő részre osztó C pontnak nem mellé, hanem azzal tökéletesen egygyüvé esik. — Ha tehát csak két geometriai pontot sem lehet *szorosan egymás mellé* állítva képzelniük: ugyan hogy lehetne szorosan egymás mellé állított pontokból vonalat alkotnunk? Úgy látszik, hogy itt a' nehézséget maga a' Szerző is érzette, hamind homályosan is. Mert midőn (1. Besz. 3. lap.) ezt mondja: „A' geometri vonal szorosan egymás mellett álló pontokból van özsze rakva,“ mindjárt ezt veti utánna: „Nemde nehéz ezt megérteni?“ Valóban nem csak nehéz, hanem lehetetlen is. — Mindazáltal a' Szerző így szól tovább: „azomban a' magyarázat“ (t. i. a' lineának ez a' magyarázatja, hogy az szorosan egymás mellett álló pontokból van özszetéve) „tudományos és tiszta“ De, hogy lehetne tudományos és tiszta az, a' miben nyilvánosságos el'ennmondás van? Sőt inkább a' vonalnak illetően magyarázatja a' Geometriának különben tiszta elemeit is elhomályosítja, és képtelenségekbe keveri. Egyébiránt valamint a' pontokat, úgy a' lineákat, és lapokat is lehetetlenség *szorosan egymás mellé* állítgatni; mert itt is igaz az, hogy két egy közű lineát, vagy két egyközű lapot ha közelebb közelebb gondolunk egymáshoz, valameddig csak van közöttük bármilly parányi köz vagy hizak is; mindaddig még nem *szorosan* vagynak egymás mellett. Mihelyt pedig oda jutunk, hogy közöttük már legkissebb hizak sincsen: már akkor többé nem *melleste egymásnak*, hanem egymással tökéletesen egygyüvé esnek. Következésképpen lapokat szorosan egymás mellé állítgatott lineákból, és geometriai testeket szorosan egymásmellé állítgatott lapokból akarni öszverakni szint olyan képtelenség, mint lineákat szorosan egymás mellé rakott pontokból.

De képzem, hogy valaki, ki nagyon meg szokta a' lineákat, lapokat, és testeket pontok, lineák, és lapok mozgása által származtatni, 's ebben eddig semmi ellenmondást nem látott, ilyen formán szól itt én hozzám: „Barátom! te nem kis szeget ütöttél az én fejembe, mivel okoskodásod nagyon szorító. Mert vagy van hízak p. o. két egyenközü mathematica linea között vagy nincs; harmadik esetet még csak képzelni sem lehet. Ha van hízak közöttük, legkissebb is, akkor a' két linea nincs szorosan egymás mellett: ha nincs hízak közöttük legkissebb is, akkor a' két linea tökéletesen öszve esik; mert a' mathematica lineának semmi szélessége nem lévén, nem lehet hogy a' két lineának csak a' széle érje egymást, a' közepe ne; mert széle közepe mindegy, 's mikor öszveérnek, merevül érik egymást, azaz, tökéletesen öszveesnek. Ezt már most én magam is világosan általlatom. Mindazáltal más oldalról vedd csak jól gondolóra, hogy ha p. o. az egy lábnyi hosszú függő lineát AB (9. K.) — ezt tökéletes mathematica lineának gondolván — az AC hasonlókép' egy lábnyi vízszintes lineán, függő állását szüntelen megtartva, folytonos mozgással végig utazni képzeljük: nemde nem szinte szemmel látható, és kézzel fogható igazság e', hogy annak maga után hátra hagyott nyomai öszvesen egy minden vastagság nélkül való, egy lábnyi hosszú, és egy lábnyi széles kiterjedést, vagyis egy négyszeg lábnyi lapot formálnak? Nékem úgy látszik, igen; 's így is tanultuk ezt mindnyájan, 's így is hiszi az egész Mathematicus világ. Azomban minthogy az útazó AB lineának minden egy — egy hátrahagyott nyoma nem lehet egyéb, egy az AB-vel tökéletesen egyenlő lineánál: látni való, hogy az ezen hátra hagyott nyomok öszveségéből keletkező lap csupa lineákból fog állani. Hát erre mit szólasz? ”

— Erre én először is azt mondom, hogy mivel a' fentebbi okoskodás, és ez, bennünket egészen ellenkező következtetésekre vezetnek, amaz t. i. hogy a' lapok nem állhatnak lineákból, ez pedig hogy állhatnak, a' mi mind kettő igaz nem lehet: tehát valamelyik okoskodásnak a' kettő közzül hibásnak kell lenni. Csak az hát a' kérdés, mellyik lesz a' hibás? Az első olly szorosan a' logica regulát szerint van, hogy abban hibát fedezni fel tellyes lehetetlen. A' másodikban kell hát valami elrejtett hibának lenni; ha szinte talám azt az egész mathematicus világ mind eddig észre nem vette volna is. Hogy ezt felfedezhessük, képzeljünk magunk előtt p. o. az asztalon egy koczkalábat (pedem cubicum) fából. Ez a' fakotzkaláb elfoglalja a' mindenés térnek (spatium universale) egy bizonyos részét, melly éppen egy kotzkalábnyit teszen. Már most a' fakotzkalábat taszítsuk odább az asztalon egészen másuvá, 's kérdjük, hogy a' mindenés térnek az a' része, mellyet az előtt foglalt el a' fakotzkaláb, azzal együtt odább mozdult-é? Kétség kívül mindnyájan egygyezőleg azt fogjuk felelni, hogy tellyességgel nem; sőt inkább az a' része a' térnek, mellyet a' fakotzkaláb elébb elfoglalt, mozdulatlanúl ott maradt a' hol vólt, 's a' hely, mellyet az most foglal el, egészen más, mint az elébbeni. Úgy van! 's még képzelő tehetségünknek sincs olly erős emeltyűje, melly a' mozduló testtel együtt annak elébbeni helyét is odább mozdítani tudná, és ez, hogy a' hely nem megyen el a' testtel együtt, annyira gondolkodásunk módjában alapúl, hogy az együgyű, tanulatlan ember is, mikor azt akarja mondani, hogy ez, vagy amaz, mikor ő azt itt, vagy amott kereste, már akkor nem vólt ott, azt így teszi ki: már akkor csak a' hült helye vólt ott; és így a' helye ott maradt, azt nem vitte, 's nem vihette el magával. Ha pe-

dig valamely testnek p. o. egy fakoczkalábnak, mikor az odább mozdíttatik, elébbeni helye, vagyis az a' koczkalábnyi tér, melyet az, elébb elfoglalt, helyéből, azaz magából — mert az maga magának a' helye — ki nem mozdúl, 's hogy ki-mozdúljon meg csak képzeltai sem lehet: úgy bizonyosan ezen koczkalábnyi térnek a' hárámjai, vagy lapjai (superficieiei) is, mellyek ezt a' térnek többi reszeitől elválasztják, és körül meghatározzák, mozdulhatatlanok. Ellenkezőt állítani szint olly képtelen volna, mint ha magát a' fakoczkalábat valamely helyre mozdulatlanúl, leszegeznök, 's leszegezhetnök, azt mondani, hogy az maga ugyan ki nem mozdulhat helyéből, de azért hárámjai szabadon mehetnek; a' merre nekik tesszik; szint illy képtelen volna, mondom, mert a' fakoczkalábnak hárámjai, vagy annak a' térnek melyet az elfoglal, hárámjai, a' kettő mind egy. Gondolhatunk ugyan, az igaz, egy a' térben képzelt üres koczkaláb' hárámjaival, vagyis lapjaival egy közüleg hasonló lapokat attól távolabb távolabb, de ezek mind nem amaz első koczkaláb' lapjai lesznek, hanem más más lapok, mellyek közzül mindegyik, mint a' mindenés tér más más részének határa, szint olly mozdulatlanúl áll a' maga helyén, mint amaz első koczkaláb lapjai a' magokéin. Ha továbbá az üres koczkalábnak, vagy akármedly más geometriai testnek, mind a' mindenés tér egy bizonyos részének határai, vagyis a' geometriai lapok szint olly mozdulatlanok, mint magok a' geometriai testek: úgy ezen lapoknak határai a' geometriai lineák is mozdulatlanok; éppen, mintha én p. o. délfelé barázdás szomszédom földjét a' magaméhoz megszerzem, 's ez által a' földem délfelé kijebb terjeszkedik, nem mondhatom, hogy az a' barázda ment odább délfelé, melly az előtt az én földemet a' szomszédométól elválasztotta; mert az

ett maradt, a' hol volt, 's ott is marad örökre, 's az én új déli bárázdám egészen más linea, mint régi bárázdám volt, 's nem földem terjeszkedésével jött-oda, hanem volt ott azelőtt is, és ott is marad örökre, akár mennyire terjeszszem is én még földemet délfelé. Végezetre ha a' térbeli Geometriai lapoknak határai, a' Geometriai lineák mozdulhatatlanok: úgy mozdulhatatlanok ezeknek határai, a' Geometriai pontok, is, és ha valamely geometriai lineát a' térben nevelkedni képzelünk, nem annak (lébbeni) végpontja mozdul odább-odább, hanem mindenütt más más vég pontja leszsz, és mindenütt olyan melly azelőtt is mozduatlan ott volt a' térben, a' hol most van, 's ott is marad örökre. Ha tehát ezek szerint a' mindenestérnek egyes részei, vagyis a' Geometriai testek sziltooly mozduhatatlanok, mint maga a' mindenés tér — mert ez miben, és hova is mozduhatna? — 's következésképpen a' geometriai testeknek határaik, és határaiknak határaik, 's ezeknek is ismét határaik, azaz, a' geometriai lapok, lineák, és pontok is a' térben mind mozduhatatlanul állanak a' magok helyein. Valóban megcsaljuk magunkat, ha azt hiszszük, hogy mi mégis ezeket gondolattal mozgathatjuk, és azok a' miket mi mozogni képzelünk — ha ugyan képzelünk valamit — bizonyosan nem mathematica, hanem physica lapok, lineák és pontok, 's ha rá lessük, bizonyosan rajta fogjuk kapni, hogy van azoknak valami kis testiségök, ha ugyan mozognak; mert ha semmi sincs, bizony mindjárt nem mozduznak egy tapot is. És így képtelenség azt mondanunk, hogy a' geometriai lineák lapok, és testek a' mozgó geometriai pontoknak, lineáknak, és lapoknak hátra hagyott nyomaiból állanak özsze. Hanem, ha jónak látjuk a' geometriai lineának, lapnak és testnek mivoltát, és a' physikai lineától, laptól és testtől való

külömbőségét az által világosítani, hogy azokatszár-
mazni képzeljük, szükség, hogy magunkat felté-
telesen fejezzük ki, ilyen formán. Ha egy hü-
velyknyi, átmérőjű golyóbist képzelünk repülni
a' térben, annak maga után hagyott nyoma egy
hüvelyknyi vastagságú henger leszsz, 's ha a' re-
pülő golyóbist mindég kissebbnek kissebbnek kép-
zeljük p. o. mint egy borsó szem, azután mint egy
kendermag, mint egy köles szem, mint egy mák
szem 's a' t., annak hátra hagyott nyoma is min-
dég vékonyabb vékonyabb leszsz. De valamedig
csak leszsz a' repülő kis golyóbisnak valami kis át-
mérője, mindaddig hátra hagyott nyomának is leszsz
valami kis vastagsága, bárha csak annyi is, mint
a' legvékonyabb pók fonal, 's mindaddig nem lehet
azt geometriai lineának mondani. Hanem, ha ké-
pes volna, hogy egy mind kiterjedés nélkül való
pont repüljön, 's nyomot hagyjon maga után, ez
lenne az igazi geometriai linea. Így már megállhat
okoskodásunk akárhol, 's ez ellen a' legszigorúbb
logicának sem lehet semmi kifogása.

Egyébiránt, még jobb lenne, úgy tartom, a'
geometria tanítójának kezdőkkel, 's kivált Kis
Geometrákkal, gyermekekkel, egészen megfordi-
tott módot követni, éselőször is egy physicali testet,
nevezetesen egy négy oldalú prismát venni elő, 's
annak *három felé való kiterjedésére* figyelmeztet-
vén tanítványit, mindeneknek előtte azt magya-
rázni meg nekik, mi a' *test physicali*, mi *geo-*
metriai értelemben; ázután a' testnek három felé
való kiterjedései között az egyiket apródonként
egészen elfogyasztván gondolattal, ez által vezé-
relni tanítványit a' *lapnak* vagy *háramnak*, vagy
területnek (Superficies)* fogalmára, mellynek

*) Hogy az ember valamelly tudománynak műszavait ki-
do'gozza, a' végre az egészszet fel kellene fogni. Így,
csak egy különös értekezés alkalmával, műszavakat

már csak *kétfelé való kiterjedése* van; továbbá a' lapnak vagy területnek egyik kiterjedését ismét

csinálni igen bajos. Nekem sem *szín* vagy *térszín*, sem, annnyival inkább *Sík*, melly szókkal a' Kis Geometria *mathesisi superficiest* kiteszi, nem teszvén, én ugyan azt néhol *háránnak*, többnyire pedig *lapnak* mondtam. De már most ezeket sem hagyhatom helyben; mivel ezekkel is vagynak, színtűgy mint amazokkal mellék képzetek öszszekötve. *Sík* a' simának, egyenesnek mellék képzetét foglalja magába, holott pedig a' superficies nem mind ilyen. *Hárám*, *physical test* superficiesét kitenni igen alkalmas szó, p. o. ennek a' kőnek hárámja darabos; de *mathesisi superficiest* azaz *tiszta két felé való kiterjedést* jelenteni ez sem jó, színtűgy mint *szín* és *lap*, mivel mind ezek úgy képzeltek velünk a' mathesisi superficieset, miűt valamelly *physical*, vagy legalább *mathesisi* testnek határát; holott pedig *tiszta két felé való kiterjedést* a' térben lehet képzelni a' nélkül is, hogy az valamelly testnek határa legyen; *lapnak* pedig ezenkívűl még az a' baja is van, hogy ha színt *superficiest* akarnánk is vele tételni csak *plana superficiest* tehetne, mert a' *golyóbis superficiesét* p. o. ki mondaná *lapnak*? Igaz, hogy a' *tiszta két felé való kiterjedés* kitételére az eddig próbául emlí ett magyar műszóknál semmivel sem jobb a' latin *superficies*, azaz *supera facies*; mert ez nem csak színtűgy testhez köti, test faciesének képzelte a' kétfelé való kiterjedést, mint amazok, hanem még azt a' mellék képzetet is magába foglalja, hogy a' *facies* mellyről szó van, *felyűl* esik; mivel a' Latinok hihetően a' *víz* színét nevezték előszőr *superficiesnek*, melly természettel mindég csak *felyűl* van, 's csak *felyűl* lehet, és azután később vitték által a' Mathematicusok ezt a' szót a' testek *oldal* és *alól* eső *facieseinek* jelentésére is nem igen szerencsésen. De azért hogy latinul vagy görögűl nem teszi jól ki valamelly műszó eredet szerént azt, a' mit vele tételnek, nem szükség, hogy annak hibáit a' magyar műszavakba is által hozzuk, nem szükség, hogy p. o. a' *superficiest* vagy *felületnek* mondjuk magyarul vagy más olyan szóval tegyük ki, mellynek hasonló hibái vagynak, a' millyenek lennének p. o. *szín*, *lap*, és *hárám*. — Mindezeket gon-

elfogyasztván apródonként ez által vinni tanítványt a *vonalnak* fogalmára, mellynek már csak *egyfelé való kiterjedése* van. Végre a *vonalnak* ezen egy kiterjedését is apródonként egészen elfogyasztván gondolattal, így szállani le a *mindenkiterjedés megszűnésének*, vagyis a *geometriai pontnak* fogalmára. Ez a menetel, melly szerint szemmel látható, és kézzel fogható dolgon, a *physicali* testen kezdjük az említett fogalmak kifejtését, és onnan indulván ki, lépcsőnként megyünk tovább tovább a *jobban jobban* elvont fogalmakra, nékem sokkal természetibbnek, és világosabbnak látszik, mint megfordítva, a *legelvontabb* (abstractabb) fogalmon, a *ponton*, kezdeni, 's ebből akarni lépcsőnként felemelkedni a *többiek*-e. Ez a módsemmi esetre nem kezdőknek, annyival inkább nem *Kis Geometráknak*, nem *gyermekeknek* való, még úgy sem, ha valaki a *tanítást*, a *fentebb mondatok* szerint, úgy intézné, hogy minden *botránkoztatást* kikerüljön. Annyival inkább nem *gyermeknek* való pedig, sőt *senkinek* sem való úgy, ha valaki, mint a *Kis Geometra Szerzője*, nem csak a *ponton* kezdi tanítását, hanem *egyszersmind* a *minden kiterjedés nélkül való geometriai pon-*

dolóra vévén, úgy tartom, a *mathesisi superficiesnek*, azaz a *tiszta kétfelé való kiterjedésnek* kitételeire ezt a *szót* venni fel magyarul: *terület* legjobb leszsz; mivel ezeket: *terül*, *eltarül*, *hiterül*, nem mondjuk sem *ol'yanról*, a *mi* csak egy sem *ol'yanról*, a *mi* bárom, hanem mindég csak *ol'yanról* a *mi* kétfelé terjed, vagy ha *háromfelé* terjed is, de *harmadik tér* jedésére *figyelmünket* nem fordítjuk. Ha *p. o.* azt mondjuk hogy a *'Tisza'* *köntése* *nyí* vagy *amennyi* helyen *el'terült*, ilyenkor a *'viz'* *vastagsága* *soha* sem jó kérdésbe, hanem csak *széle* és *hossza*, 's *következőképpen terület* = *kétfelé való kiterjedés*, a *minek* latinúl *ha* nem helyes is, de *szokott* neve: *superficies*.

tot teszi minden Geometriai terjedtség alapjának, egységének, melyből minden geometriai terjedtségek úgy származnak, mint a' számok az arithmetikai egységből, 's a' mi több, ezen ellenmondást állítja a' geometria fő, 's úgy szólván egyetlenelvének. Hiszem a' mennyiségek' mindegyik nemének *egysége* az, a' mit abban *mértéknek* felveszünk, mértéke pedig mindegyiknek olyan nemű, mint maga, p. o. az időnek idő, a' tehernek (pondus) teher, a' becsnek (valor) becs, s. a. t. és így a' terjedtségnek is terjedtség, még pedig a' vonalnak vonal, a' területnek terület, a' testnek test; és azt mondani, hogy minden terjedtségnek egysége és így mértéke a' minden terjedtség nélkül való pont, éppen olyan képtelenség, mint ha valaki azt ál'itaná, hogy minden időnek egysége, és így mértéke az időnek tellyes nemléte, és az órákat, napokat, hónapokat, esztendőket, sőt századokat is mind az idő tellyes nemlétéből lehet, és kell öszverakni; a' mi csupa képtelenség. Egyébiránt gondolom én mi vitte az igen érdemes Szerzót arra, hogy a' pontot állítsa minden geometriai terjedtség alapjának. Alkalmasint az, a' mi minden nagyra termett elméknek bélyege, t. i. az egységre való törekedés. Ez ugyan magában szép, és dicséretes dolog; de erőltetni ott, hol a' dolog természete tiltja, nem tanácsos, mivel képtelenségre vezet.

A' miket eddig értekezésemnek ezen negyedik szakaszában mondtam, azok által azt kívántam világosítani, hogy a' mathesisbeli ellenmondások onnan származnak, mivel a' tudománynak nincsenek minden elemi fogalmai világosan kifejtve, és hogy a' mi Kis Geométriánk is némelly ilyen fogalmakat nem eléggé világosított fel, másokat pedig szükségtelenül is elhomályosított. Nem ide látszik ugyan tartozni első tekintettel, mindazáltal, ha jól meggondoljuk, csakugyan az elemi fogal-

mak homályából származik azon állítása is a' Kis Geometrának a' 137-dik lapon, hogy a' görbe lineát egyenessel megmérni nem lehet. A' kör kerületének számokkali kifejezésében, úgymond, „tetemes nehézségre találunk az által“ (a' miatt) „hogy a' kerület görbült“ vonal, és egyenes vonal által nem mérhető. — Völt olly idő, az igaz, midőn a' Mathematicusok közönségesen azt hitték, hogy a' görbe lineát, éppen azért, mivel görbe, egyenes lineával megmérni lehetetlen. Még maga *Descartes* (Cartesius) is ezt mondja 1637-ben kijött *analytica Geometriájában* (a' Schoten latin fordítása szerint a' 39-dik lapon): cum ratio, quae inter rectas et curvas existit, non cognita sit, nec etiam ab hominibus, ut arbitor, cognosci queat, nihilque inde quod, exactum atque certum sit, concludere possimus, etc. De azután hogy *Descartes* így nyilatkozott, alig tölt el 20 — 22 esz'en-dő, a' mikor egy angol Mathematicus, *Neil*, az ő nevé-ről neveztetett parabolán megmutatta, hogy a' görbe lineát egyenessel megmérni nem lehetetlen; a' mi akkor, mivel a' Mathematicusoknak addigi közönséges vélekedésöket czáfolta meg olly nevezetes felfedezésnek tartatott, hogy a' hires *Hugens* (Hugenius) így szóllott róla (*Opera Varia* Vol. I. pag. 101) Nobile inventum! quod, si quid aliud, merebatur, ut Archimedeum illud *εὕρημα* (inventor et populares ejus) exclamarent. Később más Mathematicusok ugyan ezt, t. i. hogy görbe lineát meg lehet mérni tökéletesen egyenessel, vagy hogy az egyenes és görbe lineák, mint illyenek, egymással nem incommensurabilisek, több görbe lineákon is megmuttatták a' felsőbb Analysis segítségével, 's ezek szerint már ma nem mondhatjuk, hogy görbe lineát egyenessel megmérni lehetetlen, 's hogy e' miatt találunk tetemes nehézségre a' kör kerületének számokkali kifejezésében. Egyébi-

rént maga ez, hogy a Mathematicusok *Neil* előtt közönségesen azt hitték, hogy a görbe linea egyenessel természetl incommensurabilis, és hogy azután is később ennek helytelenségéről csak fellengős speculatiók segítségével győzethettek meg, meg, eléggé bizonyítja, hogy az elemi Mathesis alap fogalmai nem voltak eléggé ki ejtve. Külömben ezen együgyű igazságot, hogy görbe linea, azért hogy görbe, lehet egyenes lineával tökéletesen egyenlő, minden fellengős Mathesis nélkül is könnyű lett volna általátni. Mert ha p. o. egy tökéletes karikát gondolunk, és azt — nem mondom kézzel, de észszel — görgetjük egy tökéletes egyenes lineán, és ezen az utolsón azt a két pontot, a' hova esik a' karika kerületének egy bizonyos A pontja most mikor az legalól van, és majd mikor egy fordulás után ismét legalól leszsz, megjegyezzük: látni való, hogy a' két pont közt eső egyenes linea AA tökéletesen egyenlő a' karika kerületével, mivel ez amazon, mint tökéletes mathematica linea, tökéletes mathematica lineán, — hol tehát semmi gyűrődésről a' meggyörbülésben, és semmi nyúlásról a' kiegyenesedésben szó nem lehet, — magát tökéletesen lenyomta, 's következőképpen az AA egyenes linea, vagy annak akármelly valahányad része is a' karika kerületét olly tökéletesen megméri, mint tulajdon magát. Hanem az osztán ismét más kérdés, ha vajon a' karika kerülete bizonyos egyenes lineával: p. o. a' karika átmérőjével tökéletesen megmérhető e' vagy nem? A' Kis Geometra ezt tagadja, és azokról, kik a' karika kerülete és átmérője közötti, szernek kitalálásán, vagy az úgy nevezett circuli quadraturan törték, 's török fejöket, úgy beszél a' 138-dik lapon, mint ollyanokról, kiknek *vi'sgálatjok alaptalan, törekvésük hiu, magok könnyelműek*; a' 144-dik lapon pedig, miután azon szá-

mot, melly a' karika kerületének átmérőjéhez való szeret közelítőleg mutatja $= 3,1415926$'s a' t.'sat. 154 tizedes jeggyel előadta így szól: Itt 154 tizedes jegy áll; de még ez sem „fejezi ki tökéletesen az átmérő és kerület közötti viszonyt, 's egy szóval a' szám végetlenségig mérhetlen, mit először *Lambert* bizonyított 1761-ben: azóta számtalan meggyőződés nyújtott a' tudomány által, hogy minden ipar a' kör' négy szegítésére hasztalan idővesztés, mert az a' lehetőség' határán túl van.“ Hogy mutatta meg *Lambert* 1761-ben a' kerületnek az átmérővel mérhetlenséget, 's azóta micsoda meggyőződések nyújtott a' tudomány ugyanarról, én nem tudom; hanem azt tudom, hogy *B. F. Thibaut* göttingai híres Professor még 1818-ban is azt mondta mathesisiletkéjén tanítványinak, hogy a' karika' kerületének az átmérővel mérhetlensége még nincs megmutatva; sőt ugyanazon esztendőben kijött ilyen című munkájában: *Grundriss der reinen Mathematik* a' 314-dik lapon az ellenkezőt mondja nagyon hibetónek: „Man hat“, úgymond, „die Frage, ob die Peripherie gegen den Diameter incommensurabel sey häufig aufgeworfen, und es ist höchst wahrscheinlich, dass sie verneint werden muss.“ Vagy nem esmerte hát *Thibaut* a' *Lambert* 's mások megmutatásait a' kérdéses tárgyról: vagy, a' mi még hihetőbbnek látszik, azoknak erősségeiket meggyőzőknek nem találta. A' Kis Geometra igen érdemes Szerzője minden esetre kedves dolgot tenne a' mathesist kedvellő Magyaroknak, 's azok között, — bátor vagyok ki nyilatkoztatni, — nekem is, ha közlenné velünk valamelly *ellene mondhatatlan* megmutatását annak, hogy a' karika kerületét átmérőjével tökéletesen megmérni lehetetlen. Még ezt vagy ő vagy más valaki nem telyesíti, addig nem kárhoztathatjuk azokat, kik fejüket a' kör' négysegítésén törik. Mert látjuk

hogy a' Mathematicusok sok ideig átaljában is lehetetlennek tartották a' görbe lineának egyenesseli megmérését, a' mi pedig, mint előre is látni lehetett, de később bé is bizonyítattott, — éppen nem lehetetlen, 's hátha azon állítás is, hogy a' karika kerületét átmérőjével megmérni lehetetlen, hasonló gyenge alapon épül? Azomban ha szinte bebizonyosodnék is az, hogy a' karika kerülete és átmérője egymással megmérhetetlenek: akkor sem az lenne oka ezen mérhetetlenségnek, mivel egyik e' két vonal között egyenes, a' másik görbe; hanem csak az, a' miért a' kotzkalap oldalát is szegellőjével (diagonalis) megmérni lehetetlen, noha mind kettő egyenes vonal.

Eddig vagynak, a' miket a' Mathesis tanításának különböző módjairól, és a' mathesisbeli vitatások' 's ellenmondások' okáról közönségesen ugyan, de mégis a' *Kis Geometrára*, mint legújabb, 's egyszer'smind legtöbb eredetiséggel bíró magyar mathesisi könyvünkre, és olyanra, melyet tudós Szerzője a' szükséges javításokkal elemi szükségünket a' Geometriában, hol még különben is hátrább vagyunk, egészen kielégítő kézi könyvvé formálhat, különös tekintettel mondani kívántam. Óhajtom, hogy mind a' „*Kis Geometra*” tudós és igen érdemes Szerzője, mint mások is, kik ezen túl fejlődő literaturánkat mathesisi munkáikkal előmozdítani kívánják, észrevételeimnek hasznát vehessék, 's hogy ez által mathesist tanító könyveink mind az előadás módjára, mind az elemi alapfogalmak kifejtésére nézve, melly kettőtől függ főkép' a' tudomány világossága, 's ennél fogva maga kedveltetése, 's terjedése is, tükéletesbüljenek.

Irtam Debreczenben Aug. 27-én 1838.

Kerekes Ferencz,
 Professor és a' m. Társaság
 I. tagja.
 5 *