A CARNOT-CLAUSIUS-FÉLE TÉTEL EGYSZERŰSÍTETT LEVEZETÉSE.

Ma már szinte egészen általánossá vált a CLAUSIUS-féle tapasztalati postulatumra alapítani a CARNOT-CLAUSIUS-féle thermodynamikai tétel levezetését s a különböző szerzőktől használt levezetési módok úgyszólván csak mathematikai stylusban különböznek egymástól. Mindannyinak az eljárásában a következő művelet-csoport rejlik:

1. Kimutatják, hogy a CARNOT-féle körfolyamatban az egyik hőforrásról a rendszerbe bejutó s a másikon a rendszerből kijutó hőquantum hányadosa a két hőforrás hőfokának a rendszertől független functiója.

2. Kimutatják, hogy ez a functió az egyik hőfok functiójának és a másik hőfok ugyanazon alakú functiójának a hányadosa. Ezt vagy úgy eszközlik, hogy egy bizonyos testfajhoz, a gázokhoz folyamodnak (BERTRAND, CHRISTIANSEN stbk.), vagy ezen különleges segedelem nélkül állapítják meg (LIPPMANN, KIRCHHOFF stbk.).

3. Tetszőleges más körfolyamatot adiabatikus és isothermikus elemi componensekre bontva, kimutatják, hogy a rendszerbe jutó hő-elemeknek a hozzájuk tartozó hőfokok iménti functióival való osztatai eltűnő összeget alkotnak, a miből aztán következik, hogy ezen osztatok függvény-elemek.

Már a levezetés tervének e csupán öregéből vázolt képe is nagyon változatos; teljesen kitöltve, a részletek oly halmazatát mutatja, hogy a reductiójáról való gondoskodás megérdemelni látszik a fáradságot.

Egységesebb levezetést közöl W. VOIGT göttingai professzor, épen most megjelent igen tartalmas munkájában.* De nem egészen szabatos a levezetése. Nevezetesen, mint magától értődő dolgot, előre felteszi, hogy egy test adiabatikus változásának a differentialis egyenlete csak egy integrálissal bír (502. és 503. l.) Azonban tudvalevőleg, mihelyt a változók száma kettőnél nagyobb, már arra, hogy csak egy integrális létezzék s a differentialis polynomium egytagúra legyen redukálható; mihelyt a változók száma négynél nagyobb, már arra is, hogy csak két integrális létezzék s a differentialis polynomium két tagúra legyen redukálható stb.; a polynomium coëfficiensei bizonyos megszorításoknak kötelesek eleget tenni, a melyeket már PFAFF meghatározott. Igy a jelzett előzetes feltevés nem lévén analytikai szükségesség, tapasztalati alappal kell birnia.

Tényleg a CLAUSIUS-féle postulatumra alapitható és pedig épen úgy egy egész testrendszerre nézve, mint egyetlen egyszerű testre nézve. Miután pedig már egyszer helyesnek elfogadtuk, belőle puszta analysis rendjén következik a CARNOT-CLAUSIUS-féle tétel. Ezeknek a megmutatásával foglalkozik az itt következő közlemény.

1. Definitiók.

Valamely folyamat-rendszerben határozzák meg egy test állapotát a test hőfoka ϑ, meg a, b, c, stb. paraméterek s legyenek a folyamatok megfordithatók, minélfogva a testbe jutó hő elemi kifejezésének

$$dQ = \theta d\vartheta + Ada + Bdb + \cdots$$

a coëfficiensei θ, A, B, . . . csupán az állapot-határozók ϑ, a, b, stb. functiói és ezek változási módjától teljesen függetlenek.

Az a, b,. . . paraméterek bizonyosan megválaszthatók úgy, még pedig végtelen sokféleképpen, hogy a θ coëfficiens mindig positiv legyen. Pl. egy tengely körül forogható mágnes állapot-határozói gyanánt a hőfok, nyomás és forgató momentum használtatván, a

* W. VOIGT: Kompendium der theoretischen Physik. I. Band. Leipzig. Verlag von Veit & Comp. 1895.

megfelelő θ negativ is lehet; ha azonban a forgató momentum helyett az elfordulás szögét vezetjük be, akkor a megfelelő θ legalább a rendelkezésünkre álló viszonyok közt mindig pozitiv. *Úgy legyenek megválasztva minden testhez az a, b, stb. paraméterek, hogy a θ mindig pozitiv legyen.*

2. Lemma.

Adiabatikusan, azaz puszta mechanikai müveletekkel egy test vagy testrendszer sem juttatható oly állapotba, a melybe puszta hőközléssel, azaz hőnek be- vagy kivezetése által pusztán a hőfok megváltozásával juthat.

Tegyük fel ugyanis az ellenkezőt. Akkor az állapot-határozók úgy volnának adiabatikusan változtathatók, hogy végül, csak a hőfok legyen más, mint a mi eleinte volt, a többi állapot-határozók pedig kezdeti értékeikbe tértek legyen vissza. Most az új állapotból hőközléssel, pusztán a hőfokot változtatva terelvén vissza a test-rendszert a maga kezdeti állapotába, minthogy a θ értékek pozitivek, a folyamat irányulása szerint csupán kiadott volna, vagy csupán felvett volna pozitiv hőt a test-rendszer, a mely az első esetben egészen mechanikai erélyből keletkezett, a másodikban egészen mechanikai erélylyé alakult volna. Ez minden tapasztalással ellenkezik.

Ellenkezik a Clausius-féle postulatummal is: Oly módon eszközöljük a hő-közlést, hogy ennek a tartamára egy eddig külön tartott testet pl. gázt is csatolunk a rendszerhez s addig változtatjuk e gáz nyomását, míg a test-rendszerünk az ő régi fokához vissza nem tér. Ezután a gázt is visszatereljük kezdeti állapotába, még pedig egy adiabatikus és egy isothermás vonalon s most még egy Carnot-féle körfolyamatot is végeztetünk vele, olyant, hogy a mindössze létrejött mechanikai erély $= 0$ legyen. A folyamatok összeségének a véderedménye abból áll, hogy a járat irányulása szerint magasabb hőforrásról alacsonyabbra, vagy alacsonyabbról magasabbra jutott hő . . .

3. Corollarium.

Adiabatikus változásban a hőfok minden pillanatban teljesen meg van határozva a többi állapot-határozók időleges értékeivel és ezek változásának a módjától folyvást független.

Mert másként a többi állapot-határozók minden olyan adiabatikus változásában, melyben ezek kezdeti értékeikhez térnek vissza, a hőfok nem térne vissza az ő kezdeti értékéhez, a mi a lemmánkkal ellenkezik.

Ugyanez a corollarium így is fogalmazható: Egy test vagy testrendszer adiabatikus változásának a differentiális egyenletéhez u. m.

$$\theta d\vartheta + Ada + Bdb + \cdots = 0,$$

illetőleg

$$\Sigma\theta \,.\, d\vartheta + \Sigma\,(Ada + Bdb + \cdots) = 0$$

egyetlen integrális egyenlet tartozik, s=const., illetőleg S=const. (másként a hőfok a többi állapot-határozóknak nem csupán az értékeitől függene, hanem egymáshoz való functionális viszonyától is) és ekként mindig

$$\theta d\vartheta + Ada + Bdb + \cdots = \varphi ds, \tag{1}$$

illetőleg

$$\Sigma\theta \,.\, d\vartheta + \Sigma(Ada + Bdb + \cdots) = \Sigma\varphi ds = \Phi dS, \tag{2}$$

a hol a φ és s-féle mennyiségek csupán az illető test állapot-határozóinak az értékeitől függő functiók, Φ és S csupán a rendszerbéli testek állapot-határozóinak az értékeitől függő functiók.

4. Theorema.

Megfordítható folyamatokban a testektől befogadott hő elemeinek mindig vannak integrátiós osztóik és ezek egyike a hőfoknak minden testre nézve ugyanazon alakú functiója.

A tantétel első része 1)-ből közvetlenül kiolvasható. A mi a második részét illeti, ennek a symbolikus kifejezése, azzal a hozzáadással, hogy az f functió miuden testre nézve ugyanaz lehet:

$$\varphi = f(\vartheta)\,\psi(s).$$

Ez a 2)-ből következik. Ugyanis:

Két test változásában

$$\varphi_1 ds_1 + \varphi_2 ds_2 = \Phi dS. \tag{3}$$

Ha az a_1 paraméter helyett s_1, az a_2 helyett s_2 vezettetnek be, úgy

$$dS = \frac{\partial S}{\partial s_1} ds_1 + \frac{\partial S}{\partial s_2} ds_2 + \frac{\partial S}{\partial \vartheta} d\vartheta + \frac{\partial S}{\partial b_1} \partial b_1 + \frac{\partial S}{\partial b_2} \partial b_2 + \cdots$$

Összehasonlítva azt 3)-mal és megfontolva, hogy s_1, s_2, ϑ, b_1, b_2, stb. független változók, látjuk, hogy

$$\frac{\partial S}{\partial \vartheta} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b_2} = 0, \ldots$$

tehát, hogy S csupán s_1 és s_2 functiója. Másfelől

$$\varphi_1 = \Phi \frac{\partial S}{\partial s_1}, \qquad \varphi_2 = \Phi \frac{\partial S}{\partial s_2}$$

tehát φ_1 és φ_2 hányadosa is csak s_1 és s_2 functiója. Igy, minthogy

$$\varphi_1 = \varphi_1 (s_1, \vartheta, b_1, c_1, \ldots),$$
$$\varphi_2 = \varphi_2 (s_2, \vartheta, b_2, c_2, \ldots),$$

kell, hogy tehető legyen

$$\varphi_1 = f(\vartheta)\, \psi_1(s_1), \quad \varphi_2 = f(\vartheta)\, \psi_2(s_2).$$

Farkas Gyula.