



Közzététel: 2026. június 5.

A tanulmány címe:

**A felsőoktatási mobilitás strukturális változásainak vizsgálata.
Gráftávolság-metrikák Magyarországon, 2006–2024**

Szerzők:

KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR, a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar Menedzsment Intézet Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszékének intézeti tanszékvezető egyetemi tanára, a kőszegi Felsőbbfokú Tanulmányok Intézetének kutatási igazgatója, a Wekerle Nemzetközi Egyetem ösztöndíjasa

E-mail: kosztyan.zsolt@gtk.uni-pannon.hu

HOSZNYÁK ANDRÁS, a Pannon Egyetem Gazdálkodás és Szervezéstudományok Doktori Iskolájának PhD-hallgatója, az Oktatási Hivatal munkatársa

E-mail: hosznyak.andras@phd.gtk.uni-pannon.hu

KIRÁLY TÜNDE, a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar Menedzsment Intézet Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszékének egyetemi tanársegédje, a Pannon Egyetem Gazdálkodás és Szervezéstudományok Doktori Iskolájának PhD-hallgatója.

E-mail: kiraly.tunde@gtk.uni-pannon.hu

KATONA ATTILA IMRE, a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar Menedzsment Intézet Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszékének tudományos főmunkatársa

E-mail: katona.attila@gtk.uni-pannon.hu

DÉNES KORNÉL MÁTÉ, az Eötvös Loránd Tudományegyetem Állam- és Jogtudományi Kar Politikatudományi Intézetének PhD-hallgatója, a Pannon Egyetem tudományos munkatársa

E-mail: dkornel98@gmail.com

HORNÁK GERGŐ, az Eötvös Loránd Tudományegyetem Informatikai Karának kutatója, a Pannon Egyetem tudományos munkatársa

E-mail: hornak.gergo4@gmail.com

DOI: <https://doi.org/10.20311/stat2026.05.hu0401>

Az alábbi feltételek érvényesek minden, a Központi Statisztikai Hivatal (a továbbiakban: KSH) *Statisztikai Szemle* c. folyóiratában (a továbbiakban: Folyóirat) megjelenő tanulmányra. Felhasználó a tanulmány vagy annak részei felhasználásával egyidejűleg tudomásul veszi a jelen dokumentumban foglalt felhasználási feltételeket, és azokat magára nézve kötelezőnek fogadja el. Tudomásul veszi, hogy a jelen feltételek megszegéséből eredő valamennyi kárért felelősséggel tartozik.

1. A jogszabályi tartalom kivételével a tanulmányok a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény (Szjt.) szerint szerzői műnek minősülnek. A szerzői jog jogosultja a KSH.
2. A KSH földrajzi és időbeli korlátozás nélküli, nem kizárólagos, nem átadható, térítésmentes felhasználási jogot biztosít a Felhasználó részére a tanulmány vonatkozásában.
3. A felhasználási jog keretében a Felhasználó jogosult a tanulmány:
 - a) oktatási és kutatási célú felhasználására (nyilvánosságra hozatalára és továbbítására a 4. pontban foglalt kivétellel) a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
 - b) tartalmáról összefoglaló készítésére az írott és az elektronikus médiában a Folyóirat és a szerző(k) feltüntetésével;
 - c) részletének idézésére – az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven – a forrás, valamint az ott megjelölt szerző(k) megnevezésével.
4. A Felhasználó nem jogosult a tanulmány továbbértékesítésére, hasznoszerzési célú felhasználására. Ez a korlátozás nem érinti a tanulmány felhasználásával előállított, de az Szjt. szerint önálló szerzői műnek minősülő mű ilyen célú felhasználását.
5. A tanulmány átdolgozása, újra publikálása tilos.
6. A 3. a)–c) pontban foglaltak alapján a

Folyóiratot és a szerző(ke)t az alábbiak szerint kell feltüntetni:

„Forrás: *Statisztikai Szemle* c. folyóirat 104. évfolyam 5. számában megjelent, *Kosztyán Zsolt Tibor – Hosznyák András – Király Tünde – Katona Attila Imre – Dénes Kornél Máté – Hornák Gergő* által írt, **A felsőoktatási mobilitás strukturális változásainak vizsgálata. Gráftávolság-metrikák Magyarországon 2006–2024** című tanulmány (link csatolása)”

7. A Folyóiratban megjelenő tanulmányok kutatói véleményeket tükröznek, amelyek nem feltétlenül esnek egybe a KSH vagy a szerzők által képviselt intézmények hivatalos álláspontjával.

**Kosztján Zsolt Tibor – Hosznyák András – Király Tünde – Katona Attila Imre –
Dénes Kornél Máté – Hornák Gergő**

A felsőoktatási mobilitás strukturális változásainak vizsgálata. Gráftávolság-metrikák Magyarországon, 2006–2024

**Examining structural changes in higher education mobility.
Graph distance metrics in Hungary, 2006–2024**

Kosztján Zsolt Tibor, a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar Menedzsment Intézet Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszékének intézeti tanszékvezető egyetemi tanára, a közszegi Felsőbbfokú Tanulmányok Intézetének kutatási igazgatója, a Wekerle Nemzetközi Egyetem ösztöndíjasa

E-mail: kosztjan.zsolt@gtk.uni-pannon.hu

Hosznyák András, a Pannon Egyetem Gazdálkodás és Szervezéstudományok Doktori Iskolájának PhD-hallgatója, az Oktatási Hivatal munkatársa

E-mail: hosznyak.andras@phd.gtk.uni-pannon.hu

Király Tünde, a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar Menedzsment Intézet Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszékének egyetemi tanársegédje, a Pannon Egyetem Gazdálkodás és Szervezéstudományok Doktori Iskolájának PhD-hallgatója. E-mail: kiraly.tunde@gtk.uni-pannon.hu

Katona Attila Imre, a Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar Menedzsment Intézet Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszékének tudományos főmunkatársa

E-mail: katona.attila@gtk.uni-pannon.hu

Dénes Kornél Máté, az Eötvös Loránd Tudományegyetem Állam- és Jogtudományi Kar Politikatudományi Intézetének PhD-hallgatója, a Pannon Egyetem tudományos munkatársa

E-mail: dkornel98@gmail.com

Hornák Gergő, az Eötvös Loránd Tudományegyetem Informatikai Karának kutatója, a Pannon Egyetem tudományos munkatársa

E-mail: hornak.gergo4@gmail.com

A felsőoktatási mobilitás a regionális fejlődés és a humántőke-képződés meghatározó tényezője. A hagyományos megközelítések – gravitációs modellek, regressziós elemzések – a hallgatói áramlások aggregált meghatározóit ragadják meg, de korlátosan képesek a mobilitási hálózatok strukturális architektúrájának és annak időbeli változásának feltárására. Jelen tanulmány egy átfogó keretrendszert mutat be a hazai felsőoktatási jelentkezési hálózatok strukturális változásainak nyomon követésére gráfelméleti és grafonalapú távolságmétrikák segítségével. A magyar felsőoktatási jelentkezési adatokat (2006–2024) 175 kistérségre aggregált, irányított, súlyozott gráfokként modellezzük, és három dimenzió mentén elemezzük: összes jelentkezés, jelentkezésipreferencia-sorrend (1., 2., 3. hely), valamint szakterületi bontás. A hálózatokra kiterjedt hálózati és csomóponti mutatókészletet számítunk, majd grafonrepresentációk becslésével hat strukturális távolságmétrikát (spektrális, vágási, Frobenius, Wasserstein, Jensen–Shannon, teljes variáció) alkalmazunk. Eredményeink azt mutatják, hogy a grafonalapú távolságok olyan globális strukturális változásokat is megragadnak

– ezeket a Bologna-átállás, a STEM-preferáló finanszírozási reform, a Covid19-járvány és a modellváltó egyetemi átalakulás idézte elő –, amelyeket a hagyományos hálózati statisztikák csak részlegesen vagy késéssel detektálnak. Emellett a grafonalapú közösségetektálás a mobilitási hálózat hierarchikus rétegződését tárja fel – Budapest, a nagyobb egyetemi városok és a kisebb intézmények strukturálisan elkülönülő szintjeit azonosítva –, amelyet a hagyományos, modularitásalapú eljárások nem képesek megragadni. A tanulmány hozzájárul a mobilitási hálózatok időbeli elemzésének fejlődő irodalmához, és módszertani továbbfejlesztési lehetőségeket kínál az alkalmazott hálózattudomány kutatói számára.

Kulcsszavak: felsőoktatási mobilitás, grafon, súlyozott irányított gráf, strukturális változás, gráf-távolság-metrikák, hálózatelemzés, Magyarország

Higher education mobility is a key driver of regional development and human capital formation. While traditional approaches – gravity models and regression-based analyses – capture aggregate determinants of student flows, they are limited in revealing the structural architecture of mobility networks and their evolution over time. This study introduces a comprehensive framework for tracking structural changes in domestic higher education application networks using graph-theoretic and graphon-based distance metrics. We model yearly application data from Hungary (2006–2024) as weighted, directed graphs aggregated over 175 micro-regions and analyze them along three dimensions: total applications, preference-ranked applications (1st, 2nd, 3rd choice), and field-of-study disaggregation. We compute an extensive suite of network- and node-level indicators and extend the analysis by estimating graphon representations for each yearly network to quantify structural distances using spectral, cut, Frobenius, Wasserstein, Jensen–Shannon, and total variation metrics. Our results show that graphon-based distances capture global structural shifts – such as those induced by the Bologna transition, STEM-favoring funding reforms, COVID-19, and the foundation-model university transformation – that traditional network statistics detect only partially or with delay. We identify which metric families are most sensitive to different types of policy-induced structural change and demonstrate that graphon distances provide a unifying lens for comparing mobility network evolution. Furthermore, graphon-based community detection reveals a hierarchical layering of the mobility network – distinguishing Budapest, major university cities, and smaller institutions as structurally distinct tiers – that conventional modularity-based methods fail to capture. This work contributes to the emerging literature on temporal network analysis in education systems and offers a replicable methodological blueprint for applied network scientists.

Keywords: higher education mobility, graphon, weighted directed graph, structural change, graph distance metrics, network analysis, Hungary

A hallgatók térbeli mobilitása a humántőke áramlásának egyik legjelentősebb formája (*Tan et al., 2024*), a regionális fejlődési pályákat (*Chankseliani–Kwak, 2025*), az intézményi versenyképességet és a hosszú távú demográfiai mintázatokat egyaránt alakítja (*Findlay et al., 2012; Choudaha, 2017*). Annak megértése, hogy a hallgatók hogyan választanak felsőoktatási intézményt – és ezek a döntések hogyan aggregálódnak rendszerszintű mobilitási mintázatokká –, a közgazdászok,

a geográfusok, a szociológusok és az utóbbi időben a hálózatkutatók figyelmét egyaránt felkeltette.

A hallgatói mobilitás hagyományos vizsgálatai gravitációs modellekre támaszkodnak, amelyek az eredet (pl. lakóhely) és a célpont közötti áramlásokat a tömegekkel (pl. népesség, intézményi kapacitás) és a távolságokkal hozzák összefüggésbe (Ravenstein, 1885; Zipf, 1946; Sá et al., 2004; Di Pietro–Perez-Encinaz, 2025). Az ökonometriai megközelítések a mobilitás meghatározóit egyéni vagy aggregált szintű regressziókkal becslik (Pérez et al. 2025), azonosítva olyan tényezőket, mint a tandíjak, az intézményi presztízs, a munkaerőpiaci hozamok és a regionális tényezők (Beine et al., 2014; González et al., 2011). A szociológiai megközelítések (Carlson et al. 2025) a kulturális és a társadalmi tőke szerepét hangsúlyozzák (Van Mol–Timmerman, 2014), míg a földrajzi és a regionális perspektívák a térbeli egyenlőtlenséget és a hozzáférhetőséget emelik ki (Avola–Giuga, 2025; Perkins–Neumayer, 2015).

Ezek a megközelítések nélkülözhetetlenek az oksági mechanizmusok azonosításához, ugyanakkor közös korlátjuk, hogy minden eredet–célpont párt független megfigyelésként kezelnek, elvetve ezzel azt a relációs struktúrát, amely az összes áramlás együttes vizsgálatából bontakozik ki. Egy egyetem, amely néhány közeli kistérségből vonzza a hallgatóit, alapvetően más strukturális szerepet tölt be, mint az, amely az egész országból meríti hallgatóit – még akkor is, ha összesített létszámadataik hasonlóak. Az ilyen különbségek megragadása olyan módszereket igényel, amelyek a mobilitási rendszer teljes architektúráját modellezik.

A hazai szakirodalomban ezzel a kérdéskörrel többek között *Telcs és szerzőtársai* (2015) foglalkoztak, akik a hallgatói preferenciák időbeli alakulását vizsgálták, ezenkívül *Kosztján és szerzőtársai* (2019) a felsőoktatásba jelentkezők mobilitási hálózatát elemezték. *Polónyi* (2018, 2022) a felsőoktatás finanszírozási és szervezeti változásait, valamint az akadémiai szabadság és az egyetemi autonómia kérdéseit vizsgálta.

A hálózatelemzés mellett a hagyományosabb megközelítések – különösen a gravitációs modellek és a vonzáskörzet-vizsgálatok – is gazdag hazai hagyományokkal rendelkeznek a felsőoktatási mobilitás kutatásában. *Jancsó és Szalkai* (2017) a 2012–2014-es felvételi adatok alapján átfogó vonzáskörzet-elemzést készített: 175 járási szintű területi egységre aggregálva vizsgálták a felsőoktatási intézmények vonzáskörzeteit, a közúti elérhetőség szerepét, valamint a középiskolák típusának és presztízsének a jelentkezési döntésekre gyakorolt hatását. Eredményeik megerősítik Budapest központi szerepét, ugyanakkor rámutatnak a regionális központok (Debrecen, Szeged, Pécs) jelentős vonzáskörzetére is. Intézményi szinten *Béres és szerzőtársai* (2025) a Pécsi Tudományegyetem beiskolázási körzetének 2013 és 2023 közötti átalakulását vizsgálták járási szintű térinformatikai

elemzéssel. Kimutatták, hogy míg az egyetem elsődleges bázisa Dél-Dunántúl régió maradt, addig a vonzáskörzet „mélységben” bővült – különösen a Budapestről érkező hallgatók arányának növekedésével –, és az orvos- és egészségtudományi képzések országos vonzerővel rendelkeznek a lokálisabb gazdaságtudományi szakokkal szemben. Jelen tanulmány a rendszer egészének strukturális elemzésére fókuszál hálózati és grafonalapú módszerekkel, amelyek a fenti megközelítéseket kiegészítve a teljes mobilitási architektúra és annak időbeli változásának feltárását teszik lehetővé.

A hálózatelemzés pontosan ezt a rendszerszintű perspektívát kínálja. A kistérségek (vagy intézmények) csomópontként, a hallgatói áramlások pedig súlyozott, irányított élekként történő ábrázolásával (*Chankseliani–Kwak, 2025*) olyan gráfot kapunk, amelynek topológiai tulajdonságai a hierarchiáról, klaszterezettségről, rezilienciáról és a strukturális változásokról hordoznak információt (*Barabási, 2016*). *Shields (2013)* a nemzetközi hallgatói áramlásokat globális hálózatként elemezte, feltárva a mag–periféria struktúrát és a regionális klasztereket; *Kondakci és szerzőtársai (2018)* társadalmi hálózatelemzéssel azonosítottak feltörekvő regionális központokat; *Barnett és szerzőtársai (2016)* két évtized nemzetközi hallgatói áramlásainak fejlődését követték nyomon. Európai szinten *Derzsy és szerzőtársai (2012)*, *Breznik és Gologranc (2017)*, valamint *Kropp és Larsen (2025)* az Erasmus-mobilitást vizsgálta hálózati módszerekkel.

Az eddigi szakirodalom alapján a következő kutatási hiányosságokat (KH) azonosítjuk:

KH₁: A grafonelmélet korlátozott alkalmazása a mobilitási hálózatokban. A grafonelmélet (*Lovász–Szegedy, 2006; Lovász, 2012; Borgs et al., 2008*) hatékony, nemparametrikus keretrendszert biztosít hálózatok reprezentálására és összehasonlítására. Bár a grafonmódszerek gyors fejlődésen mentek keresztül a statisztikában és a gépi tanulásban (*Gao et al., 2015; Klopp et al., 2017*), a felsőoktatási mobilitási hálózatokra nem alkalmazták őket. Grafonalapú reprezentációk nélkül, pusztán hálózati és csomóponti mutatók vizsgálatával nehezen lehet a hálózatok közötti strukturális hasonlóságot vagy különbséget megragadni.

KH₂: A grafontávolság-metrikák szisztematikus összehasonlításának hiánya a mobilitás strukturális változásainak detektálásában. Több grafontávolság-metrika létezik – spektrális, vágási, Frobenius-, Wasserstein-, Jensen–Shannon- –, amelyek a strukturális (köz)különbség különböző aspektusait ragadják meg (*Wills–Meyer, 2020; Donnat–Holmes, 2018; Tantardini et al., 2019*). Mégsem vizsgálta eddig senki szisztematikusán azt, hogy melyik metrika mennyire érzékeny a szakpolitikai intézkedések által kiváltott strukturális változásokra a mobilitási hálózatokban.

KH₃: Viszonylag kevés a longitudinális hálózatelemzés a hazai mobilitásról. A legtöbb hálózati tanulmány a nemzetközi mobilitásra összpontosít, vagy keresztmetszeti felépítést alkalmaz. Ritkák a longitudinális, szubnacionális elemzések, amelyek évről évre, preferenciánként, szakterületenként nyomon követik, hogyan fejlődik egy ország felsőoktatási mobilitási hálózatának belső struktúrája (*Kosztján et al., 2021*).

KH₄: Hiányzó integratív keretrendszer a hagyományos hálózati statisztikák és a grafonalapú strukturális elemzés összekapcsolásához. A hagyományos hálózati mutatók (centralizáció, modularitás, hatékonyság, reziliencia) és a grafontávolságok a hálózati struktúra komplementer aspektusait ragadják meg. Tudomásunk szerint nem létezik olyan vizsgálat, amely egységes összehasonlítást nyújtana arról, hogy mely hagyományos mutatók hasonlóak a grafonalapú strukturális távolságokhoz, vagy különböznek azoktól, korlátozva ezzel annak megértését, melyik megközelítés mit tár fel.

A fenti hiányosságok kezelésére a következő kutatási kérdéseket fogalmazzuk meg:

KK (fő kutatási kérdés): Hogyan ragadhatók meg és hasonlíthatók össze a leghatékonyabban a hazai felsőoktatási mobilitási hálózatok strukturális változásai gráfelméleti és grafonalapú távolságmétrikák segítségével? Ez a fő kérdés három alkérdésre bomlik:

KK₁: Hogyan fejlődtek a magyar felsőoktatási jelentkezési hálózatok strukturális mintázatai a 2006–2024-es időszakban, és mely szakpolitikai események társulnak detektálható strukturális változásokhoz? (Lásd KH₃)

KK₂: Mely hálózati és csomóponti mutatók a legérzékenyebbek a különböző típusú szakpolitikai változások által kiváltott strukturális átalakulásokra, és az egyes mutatócsaládok a strukturális változás mely aspektusát ragadják meg? (Lásd KH₂, KH₄)

KK₃: Milyen mértékben tárnak fel a grafonalapú távolságmétrikák olyan strukturális változásokat, amelyeket a hagyományos hálózati mutatók nem képesek megragadni, és hogyan egészíti ki egymást a két megközelítés? (Lásd KH₁, KH₄)

1. Szakirodalmi háttér

1.1. A hallgatói mobilitás vizsgálatának áttekintése

A hallgatói mobilitás kutatása több tudományterületet ölel fel, amelyek mindegyike sajátos módszertani eszköztárat alkalmaz. Az 1. táblázat strukturált áttekintést nyújt.

1. táblázat

A hallgatói mobilitás vizsgálatának megközelítései
Approaches to studying student mobility

Megközelítés	Megragadott aspektus	Reprezentatív tanulmányok	Időbeli elemzés	Korlátok
Gravitációs modellek	Távolsághatás, tömeghatások, vonzóképeség	<i>Sá et al. (2004); Beine et al. (2014); Civera et al. (2023)</i>	Ritkán	Figyelman kívül hagyja a relációs struktúrát; diadikus szint
Ökonometriai / regresszió	Választás oksági meghatározói	<i>González et al. (2011); Pérez et al. (2025)</i>	Panel-struktúrában lehetséges	Nem tárja fel a strukturális topológiát
Szociológiai / kvalitatív	Kulturális tőke, motivációk	<i>Van Mol–Timmerman (2014); Findlay et al. (2012); Chankseliani–Kwak (2025)</i>	Korlátozott	Kis minták; nem rendszerszintű
Geográfiai / térbeli	Hozzáférhetőség, térbeli egyenlőtlenség	<i>Perkins–Neumayer (2015); Litmeyer et al. (2023)</i>	Kereszt-metszeti	Korlátozott strukturális elemzés
Hálózatelemzés	Relációs struktúra, topológia	<i>Shields (2013); Kondakci et al. (2018); Kosztyán et al. (2019); Weber et al. (2023)</i>	Fejlődő	Az alkalmazott mutatók nem egységesek; grafon-módszerek feltáratlanok

Forrás: saját szerkesztés.

E tanulmány több okból részesíti előnyben a hálózatelemzési keretrendszert. Először is, a mobilitási adatok eredendően relációs természetűek: minden egyes jelentkezés egy kiindulási kistérséget köt össze egy célkistérséggel. A hálózati reprezentáció megőrzi a teljes relációs struktúrát, lehetővé téve a központiség, a közösségi szerkezet és a reziliencia olyan elemzéseit, amelyek regressziós keretben lehetetlenek lennének. Másodsor, a hálózati mutatók természetes eszközöket kínálnak a strukturális változás detektálására: a centralizáció változásai hierarchiaváltozásra utalnak; a modularitás változásai a regionális klaszterezettség átalakulását tükrözik; a rezilienciamutatók pedig azt jelzik, hogy a rendszer sérüléke-

nyebbé vagy ellenállóbbá vált-e. Harmadszor, a grafonkeretrendszer matematika-
ilag rigorózus alapot biztosít a hálózatok időbeli, preferenciaszintű és szakterületi
összehasonlítására.

1.2. A hálózatos megközelítések a mobilitás vizsgálatában

A 2. táblázat összefoglalja a hallgatói mobilitás főbb hálózatalapú vizsgálatait.

2. táblázat

Hálózatalapú hallgatói mobilitásvizsgálatok
Network-based studies of student mobility

Tanulmány	Fókusz	Hálózat típusa	Időbeli elemzés	Főbb mutatók	Korlátok
<i>Shields (2013)</i>	Nemzetközi áramlások	Irányított, súlyozott	Nem	Központiség, mag-periféria	Keresztmet- szeti; nincs strukturális távolság
<i>Kondakci et al. (2018)</i>	Nemzetközi áramlások	Irányított, súlyozott	Részben	Központiség, klaszterezettség	Nincs formális strukturális összehasonlítás
<i>Barnett et al. (2016)</i>	Nemzetközi áramlások	Irányított, súlyozott	Igen	Centralizáció	Nincs grafon; korlátozott mutatókészlet
<i>Derzsy et al. (2012)</i>	Erasmus (Eu- rópa)	Irányított, súlyozott	Nem	Fokszám, klaszterezettség	Egyetlen év; nem szub- nacionális
<i>Kosztján et al. (2021)</i>	Magyarország (hazai)	Irányított, súlyozott	Igen	Közösség, központiség	Nincs grafon- távolság
Jelen tanulmány	Magyarország (hazai)	Irányított, súlyozott	Igen (2006–2024)	Teljes mutató- készlet + gra- fontávolságok	Strukturális és nem területi fókusz

Forrás: saját szerkesztés.

1.3. A grafonelmélet rövid áttekintése

A grafon (gráffüggvény) egy szimmetrikus, mérhető $W : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ függvény, amely sűrű gráfsorozatokat kontinuumlimeszét képezi (Lovász–Szegedy, 2006; Lovász, 2012). Intuitíven $W(x,y)$ egy végtelen populációban az x és y „(csomópont)típusok” közötti kapcsolat valószínűségét (vagy intenzitását) reprezentálja. Minden n csúcsú véges G gráfhoz társítható egy lépcsőfüggvénygrafon: $[0,1]$ -et n egyenlő intervallumra osztjuk, és minden cellában a megfelelő élsúlyt (vagy szomszédsági indikátort) vesszük fel értékként.

Borgs és szerzőtársai (2008, 2012) alapvető felismerése az volt, hogy sűrű gráfsorozatok pontosan akkor konvergálnak, ha a megfelelő grafonsorozat konvergál a vágási metrikában (*cut metric*). Ez az eredmény elméleti áttörés volt, mert először biztosított rigorózus keretrendszer annak kimondásához, hogy két nagy hálózat „közel” van egymáshoz strukturális értelemben, még akkor is, ha méretükben különböznek.

A grafonelmélet kiterjesztései jelentősen bővítették alkalmazhatóságát:

1. Irányított gráfok: A grafon általánosítható kétváltozós kernelre $W : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ a szimmetriafeltétel nélkül, vagyis általában $W(x, y) \neq W(y, x)$ (*Diaconis–Janson, 2008; Kunszenti-Kovács et al., 2022*).
2. Súlyozott gráfok: W értékészlete kiterjeszthető $[0, C]$ -re, ahol C pozitív valós szám.
3. Ritka gráfok: *Borgs és szerzőtársai (2019)* kidolgozták az L^p -elméletet, amely ritka gráfsorozatokra is alkalmazható, ahol az élek sűrűsége a gráfsorozatban nullához tart.

Az intenzív elméleti fejlődés ellenére a grafonmódszereket tudomásunk szerint még nem alkalmazták mobilitási hálózatokra. Ez jelentős hiányosság: a mobilitási hálózatok pontosan azokat a fejlődő, méretében változó, strukturálisan gazdag mintázatokat mutatják, amelyek kezelésére a grafonelmélet kifejlesztésre került. Grafonalapú távolságok nélkül a kutatások összegző statisztikákra (pl. modularitás, centralizáció) korlátozódnak a hálózatok összehasonlításánál, amelyek strukturálisan nagyon különböző hálózatok esetén is azonosak lehetnek. A grafontávolságok ezzel szemben a hálózat teljes generáló mechanizmusát hasonlítják össze.

1.4. Szakpolitikai kontextus: magyar felsőoktatás, 2006–2024

A vizsgált időszak több jelentős szakpolitikai beavatkozást foglal magában, amelyek feltehetően megváltoztatták a mobilitási hálózat strukturális konfigurációját:

1. Bologna-átállás (2006–2008): Magyarország 2006-ban állt át a kétciklusú (BSc/MSc) rendszerre. A mesterszakok 2008-ban indultak el, ami potenciálisan átalakította a jelentkezési mintázatokat.
2. Pénzügyi válság (2008–2009): A globális pénzügyi válság, amely Magyarországra 2009-re gyűrűzött be, a korlátozott háztartási költségvetések miatt módosíthatta a hallgatók földrajzi és intézményi döntéseit.
3. STEM-szakokat preferáló finanszírozási reform (2011): Az államilag finanszírozott helyeket a gazdaságtudományi, a jogi és a társadalomtudományi szakokon erőteljesen csökkentették; e területeken a minimális felvételi

- pontszámot magasra emelték. A kifejezett cél az volt, hogy a jelentkezőket a STEM-területek felé irányítsa.
4. Covid19-járvány (2019–2021): Az online oktatásra való átállás megváltoztathatta a földrajzi közelség észlelt fontosságát, potenciálisan kiterjesztve vagy összeszűkítve a mobilitási hálózatot.
 5. Modellváltó egyetemi átalakulás (2021–): Az intézmények növekvő hányada állami finanszírozásból alapítványi irányításúvá alakult. 2023-ra a jelentkezők több mint 70%-a modellváltó egyetemekre jelentkezett.
 6. Intézményi pluszpontok rendszere (2024–): Az intézmények a felvételi összpontszám mintegy 20%-át adhatták. E pontszámok sok esetben nem kizárólag többleteljesítményt, hanem az intézményhez való előzetes kötődést is pontozták, ami következtében ugyanannak a hallgatónak a felvételi pontszáma a különböző intézményekben jelentősen eltérhet.

Az azonosított hiányosságokra és a szakpolitikai kontextusra építve e tanulmány a következő hozzájárulásokat (HJ) nyújtja:

- HJ₁: A grafon-távolságmetrikák első alkalmazása hazai felsőoktatási mobilitási hálózatokra, demonstrálva, hogy a grafonalapú strukturális elemzés olyan globális változásokat ragad meg, amelyek a hagyományos mutatók számára láthatatlanok. (Kezeli: KH₁; Lásd: KK₃)
- HJ₂: Hat gráftávolság-metrika (spektrális, vágási, Frobenius-, Wasserstein-, Jensen–Shannon-, teljes variáció) szisztematikus, összehasonlító értékelése az időbeli strukturális változások detektálására. (Kezeli: KH₂; Lásd: KK₂, KK₃)
- HJ₃: Átfogó longitudinális elemzés szubnacionális mobilitási hálózatokról kistérségi szinten, preferencia-sorrend szerint és szakterületi bontásban, közel két évtizedet (2006–2024) lefedve. (Kezeli: KH₃; Lásd: KK₁)
- HJ₄: Integratív módszertani keretrendszer, amely összekapcsolja a hagyományos hálózati statisztikákat a grafonalapú távolságokkal, tisztázva, hogy melyik megközelítés mit tár fel önállóan a strukturális változásokról. (Kezeli: KH₄; Lásd: KK₂, KK₃)

Grafonreprezentációk nélkül nem különböztethető meg két olyan hálózat, amelyek azonos összegző statisztikákkal rendelkeznek, de különböznek az alapvető összekötöttségi (konnektivitási) mintázatukban. A grafonok becslésével folytonos, nemparametrikus reprezentációt kapunk, amely megalapozott strukturális összehasonlítást tesz lehetővé.

2. Módszerek

A tanulmány módszertani felépítését a bevezetőben megfogalmazott kutatási kérdések határozzák meg. Adattábláinkat úgy állítottuk össze, hogy azokon mind a hagyományos hálózati mutatók, mind a grafon alapú strukturális távolságok kiszámíthatók legyenek.

2.1. Adatok

Elsődleges adatforrásunk az Oktatási Hivatal által kezelt felsőoktatási felvételi adatbázis (a továbbiakban: OH felvételi adatbázis), amely az általános felvételi eljárások keretében benyújtott jelentkezéseket tartalmazza a 2006–2024-es időszakból. Fontos hangsúlyozni, hogy az adatbázis a jelentkezésekre vonatkozik, nem a ténylegesen felvett hallgatókra. A tényleges térbeli mobilitás vizsgálata a felvételi és a végzettségi adatokon alapulna, ami egy eltérő adatbázist igényelne. Minden rekord tartalmazza (többek között) a jelentkező lakóhelye szerinti kistérséget, a választott intézmény székhelye szerinti kistérséget, a jelentkezési preferencia-sorrendet (1., 2., 3., ...) és a szakterületet. A több képzési hellyel rendelkező intézmények esetében (pl. a Pécsi Tudományegyetem kaposvári képzési helye) a jelentkezés az intézmény székhelyéhez tartozó kistérségben jelenik meg, ami bizonyos torzítást okozhat a térbeli mintázatokban.

A jelentkezéseket 175 területi egységre aggregáljuk (174 kistérség + Budapest egyben), amely konzisztens földrajzi egységet biztosít a teljes vizsgálati időszakban. Bár 2013 óta a közigazgatásban a kistérségek helyett a járásokat alkalmazzák, a kistérségi besorolásoknál maradtunk, mivel a 2006–2012-es adatok kistérségi szinten álltak rendelkezésre. A teljes 2006–2024-es időszakra egységesen a 2007-es kistérségi beosztást alkalmaztuk (amely a korábbi 168 kistérségről 174-re bővült). Budapestet egységes területi egységként kezeltük, mivel a felsőoktatási intézmények kerületi szintű szétválasztása a vizsgálat szempontjából nem indokolt. A vizsgált időszakban számos intézményi átszervezés történt (egyesülés, kiválás), azonban a kistérségi szintű aggregáció ezektől nagyrészt független, amennyiben az intézmény székhelye nem változik – ami a vizsgált esetekben jellemzően nem következett be.

Háromféle súlyozott, irányított dinamikus, többrétegű hálózatot alakítottunk ki:

(i) Összes jelentkezés hálózata (évenként). Minden $t \in 2006, \dots, 2024$ évre egy irányított gráf a $G_t = (V, E_t, w_t)$, ahol V a 175 kistérség halmaza, és $w_t(i, j)$ a t -edik évben az i kistérségből a j kistérségbe irányuló jelentkezések száma.

(ii) Preferencia-rangsorolt hálózatok. Minden t évre és $r \in \{1, 2, 3\}$ preferencia-sorra egy irányított gráf a $G_{t,r}$, ahol az élek súlyai az r -edik helyen megjelölt jelentkezések sorrendjét tükrözik. Az elemzést az első három jelentkezési helyre korlátoztuk, mert (a) a jelentkezők számára több évben is három jelentkezés volt ingyenes, így a 4. és az 5. helyen megjelölt jelentkezések rendkívül ritkán fordulnak elő, és (b) a felsőoktatásba felvett hallgatók legnagyobb hányadát már az első helyre is felveszik (Kosztján *et al.*, 2019; Telcs *et al.*, 2016).

(iii) Szakterületi hálózatok. Minden t évre és $f \in 1, \dots, 13$ szakterületre egy irányított gráf a $G_{t,f}$, ahol az élek súlyai az adott szakterületre vonatkozó összes jelentkezés számát tükrözik.

Minden hálózatban az éllista a következő szerkezetű:

Év | Küldő | Fogadó | Súly

Egy példa a kitöltésre:

2010 | 42 | 117 | 285

A csomóponti attribútumok a következőképpen adhatók meg:

Azonosító | Kistérség neve | Szélesség | Hosszúság

Egy példa a kitöltésre:

24 | Budapest | 47.4979 | 18.9989

2.2. Származtatott adatbázisok

A nyers gráfadatokból négy származtatott adatbázist konstruáltunk:

1. adatbázis: Többrétegű gráfgyűjtemény. Minden „réteg” egy hálózati példánynak felel meg. Három darab többrétegű struktúrát definiáltunk:

- ML-Összes: 19 réteg (évenként egy, 2006–2024), amelyek mindegyike az adott év összes jelentkezésére vonatkozó hálózatot tartalmazza.
- ML-Pref: $19 \times 3 = 57$ réteg (év \times preferencia-sorrend).
- ML-Szak: $19 \times 13 = 247$ réteg (év \times szakterület).

Ez a konstrukció nemcsak az évenkénti jelentkezések összehasonlítását teszi lehetővé, hanem arra is választ adhat, hogy a különböző szakterületek mobilitási hálózata strukturálisan mennyire tér el, illetve mennyiben más az első, a második és a harmadik helyen megjelölt intézményekre vonatkozó mobilitási hálózat.

2. adatbázis: Hálózati szintű mutató idősorok. Minden hálózati példányra kiszámítottuk a hálózati szintű mutatók vektorát (lásd 2.3. alfejezet). A legegyszerűbb tábla kétdimenziós az összes jelentkezést leíró hálózatra (sorok: évek; oszlo-

pok: mutatók). A jelentkezési sorrend alapján és szakterületek szerint bontott változatok háromdimenziós táblákat eredményeznek, ahol a harmadik dimenzió a jelentkezési sorrend, illetve a szakterület.

3. adatbázis: Csomóponti mutató idősorok. Minden hálózati példányra és minden kistérségre kiszámítottuk a csomóponti mutatók vektorát (lásd 2.4. alfejezet). Az összes jelentkezési tábla háromdimenziós (év \times kistérség \times mutató). A jelentkezési sorrend alapján és szakterületek szerint bontott változatok négydimenziósak, ahol a negyedik dimenzió a preferencia-sorrend, illetve a szakterület.

4. adatbázis: Grafonreprezentációk és távolságmátrixok. Minden hálózati példányra grafont becsültünk, és hat metrikával számítottunk páronkénti távolságokat (lásd 2.5. alfejezet). Az eredményül kapott távolságmátrixok lehetővé teszik, hogy azokat klaszterezzük, valamint a strukturális közelség szempontjából idősorosan is elemezzük.

2.3. Hálózati szintű mutatók

A mobilitási hálózatok strukturális tulajdonságainak jellemzésére hálózati szintű mutatók széles körét alkalmaztuk. E mutatókat az általuk megragadott strukturális aspektus szerint csoportosítottuk, ahogyan a 3. táblázat összefoglalja. Ez egy klasszikus hálózati vizsgálatot eredményez, amely önmagában is elengedhetetlen, és egyben referenciapontul szolgál a grafonalapú elemzéssel való összehasonlításhoz (KK₂, KK₃). Az összes mutató részletes definíciója és képletei a Függelékben található (F1. és F3. fejezet).

3. táblázat

**Hálózati szintű mutatócsoportok és az idősoron
detektálható strukturális változások**
*Network-level indicator groups and the structural changes they detect
in temporal analysis*

Mutatócsoportok	Rövid értelmezés	Strukturális változás detektálása idősorban
Fokszám- és erősség-centralizáció (DZI, DZO, DZ, SZI, SZO, SZA)	Méri, mennyire egyenlőtlenül oszlanak el a kapcsolatok (fokszám) vagy az áramlási volumenek (erősség) a csomópontok között. A magas értékek hubdominált hálózatot jeleznek.	A növekvő centralizáció néhány kistérség növekvő dominanciáját jelzi; a csökkenő értékek decentralizációt vagy egyenletesebb áramlaseeloszlást mutatnak.
Útvonal- és távolság-alapú centralizáció (BZ, CZ, HZ)	Megmutatja, hogy mennyire koncentrálódik a legrövidebb-útvonal-alapú fontosság egyes csomópontokban.	A növekvő közöttségcentralizáció (BZ) azt jelzi, hogy bizonyos kistérségek kritikus közvetítőkké válnak; a közelség (CZ) / harmonikus (HZ) centralizáció változásai az általános elérhetőség eltolódásait tükrözik.
Presztízscentralizáció (EZ, PRZ, AZ, PZ)	A sajátvektor-típusú, rekurzív fontossági mutatók koncentrációját tükrözi.	A „presztízshierarchia” változásait detektálja – hogy a kistérségek közötti fontosságeloszlás kiegyenlítettebbé válik-e.
Közösség és modularitás (LeM, IM, SGM)	Számszerűsíti a moduláris, közösségszerű szerveződés erősségét.	A növekvő modularitás regionalizálódást (önálló klaszterek) jelez; a csökkenő modularitás integrációt sugall.
Összekötöttség és hatékonyság (Arcs, Dens, Diam, AVPL, ALE, GLE)	Leírja az alaptopológiát: hány kapcsolat létezik, mennyire sűrű a hálózat, és milyen hatékonyan áramolhatnak a hallgatók.	A változások azt tükrözik, hogy a hálózat ritkábbá/sűrűbbé, hatékonyabbá/kevésbé hatékonyává válik-e.
Él- és magasabb rendű struktúra (BEZ, Mot, Tra)	Mezozintű mintázatokat ragad meg: élfonosság (BEZ), tranzitivitás (Tra) és visszatérő részgráfminitázatok (Mot).	A motívumváltozások a helyi összekötöttségi minták eltolódását jelzik; a tranzitivitás változásai a klaszterezési viselkedés fejlődését mutatják.
Reziliencia és robusztusság (RRes, SRes, NRI)	Méri a hálózat képességét az összekötöttség fenntartására véletlenszerű vagy célzott csomópont-eltávolítás esetén.	A csökkenő reziliencia a sérülékenységre növekedését sugallja; a növekvő reziliencia robusztusabb struktúrát jelez.
Aszimmetria és hierarchia (VAs, RCC, Assort)	A csúcsaszimmetria az irányultság-beli egyensúlytalanságot számszerűsíti; a gazdag-klub együttható méri, hogy a nagy fokszámú csomópontok mennyire kapcsolódnak egymáshoz.	A növekvő aszimmetria erősödő irányultság-beli egyensúlytalanságot jelez; a növekvő gazdag-klub erősödő elit–elit kapcsolatokra utal.
Komplexitás, fraktál és entrópia (FDIMALL, FDIMGC, KIGC, NE, PCTGC, NLAC)	Önhasonlóság (fraktáldimenzió), komplexitás (Kirchhoff), információtartalom (entrópia), perkolációs küszöb és lakunaritás.	A változások azt tükrözik, hogy a hálózat önhasonlóbbá/kevésbé önhasonlóvá, komplexebbé/egyszerűbbé válik-e, és hogy az összekötöttség kritikus küszöbértékei eltolódnak-e.

Forrás: saját szerkesztés.

Az alábbiakban csoportonként röviden tárgyaljuk az egyes mutatócsoportok jelentőségét a strukturális vizsgálat szempontjából.

- *Fokszám- és erősségcentralizáció.* Ezek a mutatók a fokszám- és erősségeloszlások egyenlőtlenségét számszerűsítik. Az 1-hez közeli centralizációs érték csillagtopológiát jelez egyetlen domináns hubbal; a 0-hoz közeli értékek egyenletességet mutatnak. A mobilitási kontextusban a növekvő erősségcentralizáció (SZI, SZO, SZA) azt jelzi, hogy a jelentkezési áramlások egyre inkább néhány cél- (vagy forrás-) kistérség köré koncentrálódnak. A csökkenő értékek kiegyenlített eloszlásra utalnak. A be- és a kimenő komponensekre való bontás felfedi, hogy a koncentrációt a fogadó kistérségek (intézményi attraktorok) vagy a küldő kistérségek (népességcentrumok) hajtják-e.
- *Útvonal- és távolságalapú centralizáció.* A közöttségcentralizáció (BZ) méri, hogy néhány csomópont kritikus hídként szolgál-e. A mobilitási hálózatban a magas BZ azt jelenti, hogy bizonyos kistérségek az áramlási architektúra nélkülözhetetlen „átjárói”. A közelség (CZ) és a harmonikus (HZ) centralizáció az elérhetőség koncentrációját ragadja meg. A BZ időbeli növekedése feltörekvő szűk keresztmetszetű kistérségekre utalhat, csökkenése redundanciát vagy decentralizációt jelezhet.
- *Presztízscentralizáció.* A sajátvektor- (EZ), a PageRank- (PRZ), az alfa- (AZ) és a hatalomcentralizáció (PZ) a kiemelt kistérségek koncentrációját mutatja. A növekvő értékek a presztízshierarchia koncentráltabbá válását jelzik.
- *Közösség és modularitás.* A Leiden- (LeM), az Infomap- (IM) és a Spin-Glass-modularitás (SGM) értékei a közösségi struktúra erősségét mérik különböző algoritmikus alapokon. A magas modularitás azt jelzi, hogy a hálózat viszonylag önálló klaszterekre bomlik (pl. regionális oktatási piacok). Az időbeli növekedés regionalizációt, a csökkenés integrációt jelez.
- *Összekötöttség és hatékonyság.* Az élek száma (Arcs), a sűrűség (Dens), az átmérő (Diam), az átlagos úthossz (AVPL) és a hatékonysági mutatók (ALE, GLE) a hálózat alapvető összekötő szövetét írják le. A csökkenő átmérő növekvő sűrűséggel a hálózat kompaktabbá válását sugallja, a növekvő átlagos úthossz csökkenő globális hatékonysággal fragmentációra utal.
- *Él- és magasabb rendű struktúra.* Az élközöttség-centralizáció (BEZ), a motívumszámok (Mot) és a tranzitivitás (Tra) a mezoszintű struktúrát vizsgálják. A motívumprofilok változásai a helyi összekötöttségi minták eltolódását jelzik, a tranzitivitás változásai a klaszterezési viselkedés fejlődését mutatják.

- *Reziliencia és robusztusság.* A véletlenszerű támadási reziliencia (RRes), a szisztematikus támadási reziliencia (SRes) és a normalizált rezilienciaindex (NRI) megadják, mennyire képes a hálózat fenntartani az összekötöttségét perturbáció (pl. egy felsőoktatási intézmény bezárása) esetén. Az időben csökkenő reziliencia azt sugallja, hogy a hálózat strukturálisan törékenyebbé válik.
- *Aszimmetria és hierarchia.* Az átlagos csúcsaszimmetria (VAs) az átlagos irányultságbeli egyensúlytalanságot számszerűsíti. A gazdag-klub együttható (RCC) teszteli, hogy a nagy fokszámú csomópontok aránytalanul kapcsolódnak-e egymáshoz. Az időben növekvő RCC egyre erősödő, erősen összekapcsolt hubkistérségek „elit klubját” sugallja. Az asszortativitás (*assort*) azt mutatja, hogy a magas fokszámú csúcsok magas vagy – diszasszortatív hálózat esetén – alacsony fokszámú csomópontokhoz kapcsolódnak-e. Általában azok a kistérségek rendelkeznek magas (be)fokszámú csúcsokkal, ahol található felsőoktatási intézmény, így ha ez az érték magas, az azt mutatja, hogy olyan kistérségek között is nagy a mobilitás, amelyek rendelkeznek felsőoktatási intézménnyel. Az alacsony érték arra utal, hogy az egyetemek elsősorban olyan kistérségekből tudnak hallgatót vonzani, ahol nincs felsőoktatási intézmény.
- *Komplexitás, fraktáldimenzió és entrópia.* A fraktáldimenzió (FDIMALL, FDIMGC) az önhasonlóságot adja meg; a Kirchhoff-index (KIGC) a hálózat komplexitását ragadja meg; a hálózati entrópia (NE) a fokszám- vagy súlyeloszlás információtartalmát méri; a perkolációs küszöb (PCTGC) azt a kritikus pontot jelzi, amelynél az óriáskomponens szétesik; a hálózati lyukaság (lakunaritás) (NLAC) pedig a mobilitási hálózatban tapasztalható „lyukak” heterogenitását ragadja meg. Ezen mutatók változásai a hálózat komplexitását, illetve önhasonló karakterét érintő mélyebb strukturális átalakulásokat jeleznek.

2.4. Csomóponti mutatók

A hálózati szintű mutatókkal párhuzamosan csomóponti mutatók széles körét számítjuk ki minden kistérségre minden hálózati példányban. Ezek lehetővé teszik az egyes kistérségek szerepének időbeli nyomon követését (KK_1), valamint jellemzővektorok konstruálását csomóponti szintű klaszterezéshez és összehasonlítás-hoz. A 4. táblázat foglalja össze a mutatócsoportokat. A részletes definíciók és képletek a Függelékben találhatóak (F2. fejezet).

4. táblázat

Csomóponti mutatócsoportok és az idősrőn detektálható csomóponti szerepváltozások
Node-level indicator groups and the role changes detect in temporal analysis

Mutatócsoportok	Rövid értelmezés	Csomóponti szerepváltozás detektálása idősrőben
Fokszám- és erősség-központiság (SCI, SCO, SCA, DCI, DCO, DCA)	Méri a csomópont közvetlen összekötöttségét (fokszám) és áramlási volumenét (erősség).	A beerősség növekedése több jelentkezés vonzását jelzi; a kierősség növekedése azt, hogy a kistérség lakosai nagyobb számban jelentkeznek felsőoktatási intézménybe.
Útvonalalapú központiság (BC, CC, HC, GEOK, LINC)	A csomópont fontosságát a legrövidebb utak, az elérhetőség és a hozzáférhetőség alapján ragadja meg.	A növekvő közöttség feltörekvő hídszerpet jelez; a növekvő közelség/harmonikus központiság javuló elérhetőséget mutat.
Presztízsközpontiság (EC, AUT, HBS, PRC, AC, PC)	Rekurzív fontosság: a csomópont központi, ha szomszédai is központiak. Az autoritás- és hubpontoszámok megkülönböztetik a fogadó és a küldő szerepet.	A növekvő autoritás növekvő vonzerőt jelez; a növekvő hubpontoszám növekvő forrásszerepre utal.
Szomszédási és lokális struktúra (KNN, SCR, CLR, DMNC, LCC, SLC, LE)	Jellemzi a csomópont lokális környezetét: szomszédfokszámok, klaszterezettség, lokális hatékonyság.	A változások a csomópont lokális beágyazottságának eltolódásait jelzik: hogy sűrű klaszterben vagy a periférián vannak-e a mobilitási hálózatban.
Befolyás és vezető szerep (LC, LR, VR, CI, LOB)	Azonosítja azokat a csomópontokat, amelyek aránytalanul nagy befolyással bírnak a hálózati folyamatokra (terjedés, szavazás, kollektív hatások).	A kollektív befolyásban növekvő kistérség a rendszerszintű dinamika kulcsszereplőjévé válik.
Pozicionális és strukturális szerep (ECC, COR, BURT, CRIT, MC)	Strukturális pozíciót ragad meg: excentricitás, perifirikusság, magszám (beágyazott struktúra), Burt-féle kényszer (strukturális rések), kritikusság (eltávolítás hatása), Markov-központiság.	Az alacsonyabb magba kerülő vagy növekvő excentricitású csomópont perifirikusabbá válik.
Fraktál, reziliencia és spektrális (csomóponti) (LAC, RC, LPC)	A csomópont hozzájárulása a fraktálstruktúrához, a rezilienciához és a Laplace-energiához.	A változások jelzik, hogy a csomópont eltávolítása mennyire jelentősen befolyásolná a hálózat rezilienciáját vagy a komplexitását.

Forrás: saját szerkesztés.

- *Fokszám- és erősségközpontiság* (SCI, SCO, SCA, DCI, DCO, DCA). Ez a csoport a csomóponti pozíció legelemibb aspektusát ragadja meg: a közvetlen kapcsolatok volumenét és szélességét. A *be-erősségközpontiság* (SCI) a kistérség által fogadott összes jelentkezés számát méri. Az alacsony SCI olyan kistérséget jelez, amely kevés jelentkezőt vonz – jellemzően nincs

benne jelentős felsőoktatási intézmény, vagy csak kis, specializált képzéseket működtet. A magas SCI a fő célponthubokat azonosítja: olyan kistérségeket, amelyek nagy egyetemeket működtetnek széles képzési kínálattal (pl. Budapest, Debrecen, Szeged, Pécs). A *ki-erősségközpontosság* (SCO) a kistérségből küldött összes jelentkezés számát méri. Az alacsony SCO ritkán lakott vagy demográfiai hanyatlást mutató kistérségeket jellemez, amelyek lakosai kevés jelentkezést generálnak. A magas SCO népes „tápláló” kistérségeket azonosít, amelyek lakosai nagy számban, gyakran több felsőoktatási intézménybe is jelentkeznek. Az *erősségközpontosság* (SCA) mindkét irányt figyelembe veszi; a magas értékek olyan kistérségeket azonosítanak, amelyek egyidejűleg jelentős küldők és fogadók (pl. Budapest, Debrecen, ezek egyszerre működtetnek egyetemeket és generálnak sok jelentkezőt). A fokszámváltozatok – *befokszám* (DCI), *kifokszám* (DCO) és *összfokszám* (DCA) – az áramlási volumen helyett a különálló partnerkistérségek számát számolják. Egy kistérség rendelkezhet magas erősséggel, de alacsony fokszámmal (koncentrált áramlások néhány partnerrel) vagy mérsékelt erősséggel, de magas fokszámmal (diszpergált áramlások sok partner felé). Az alacsony DCI szűk földrajzi vonzáskörzetet jelez (az intézmény csak néhány közeli kistérségből vonz jelentkezőket); a magas DCI széles, potenciálisan országos vonzáskörzetet. Az alacsony DCO azt jelzi, hogy a lakosok csak néhány közeli célpontra jelentkeznek (korlátozott földrajzi mobilitás); a magas DCO földrajzilag diverzifikált jelentkezési magatartást. Az erősség- és fokszámváltozatok összehasonlítása azt mutatja meg, hogy egy kistérség áramlásai koncentráltak (magas erősség, alacsony fokszám) vagy diszpergáltak (mérsékelt erősség, magas fokszám) – ez a megkülönböztetés kulcsfontosságú a mobilitási minták méltányossági és rezilienciavonatkozásainak megértéséhez.

- *Útvonalalapú központosság* (BC, CC, HC, GEOK, LINC). Míg a fokszám és az erősség a közvetlen kapcsolatokat ragadja meg, addig az útvonalalapú mutatók a csomópont fontosságát a közvetett áramlási architektúrában tárják fel. A *közöttiségközpontosság* (BC) azt méri, hogy az összes csomópont-pár közötti legrövidebb utak mekkora hányada halad át egy adott kistérségen. Az alacsony BC azt jelenti, hogy a kistérség nem helyezkedik el kritikus útvonalakon – eltávolítása nem zavarja meg a jelentkezési áramlásokat az ország más részei között. A magas BC strukturális hidakat vagy kapukat azonosít: olyan kistérségeket, amelyek az egyébként gyengén összekapcsolt hálózati részek között közvetítenek. A magyar kontextusban a megyeszékhelyek vagy a regionális központok, amelyek a vidéki perifériákat a nagy egyetemi városokhoz kötik, gyakran mutatnak magas köztességi központi-

- ságot. Egy kistérség BC-jének időbeli növekedése azt jelzi, hogy egyre kritikusabb közvetítővé válik – potenciálisan azért, mert az alternatív útvonalak eltűntek, vagy mert intézménye egyedülálló hídszerepet nyert. A *közelségközpontiság* (CC) az összes többi csomóponttól vett átlagos legrövidebb úttávolság inverzét méri. Az alacsony CC strukturálisan „távoli” kistérségeket jellemez – jellemzően periférikus területeket, amelyeknek korlátozottak a közvetlen vagy közvetett kapcsolataik a fő hubokkal. A magas CC olyan kistérségeket azonosít, amelyek kevés lépésben elérhetik az egész rendszert, ami kiváló strukturális hozzáférhetőséget tükröz. A *harmonikus központiság* (HC) a CC-nek egy olyan változata, amely a nem összefüggő komponenseket elegánsan kezeli: míg a CC értelmezhetetlenné válik, ha egyes csomópontok elérhetetlenek, a HC 0 hozzájárulást rendel a végtelen távolságokhoz, robusztusabbá téve a mutatót. Az a kistérség, amelynek a HC-je magas, de a CC-je mérsékelt, saját komponensén belül jól összekapcsolt lehet, azonban egy kisebb elszigetelt alhálózattól el van választva. A *geodezikus K-útvonal-központiság* (GEOK) az elérhetőségi mértéket legfeljebb K hosszú utakra korlátozza, ezáltal a helyi–regionális hozzáférhetőséget ragadja meg az országos helyett. Az alacsony GEOK korlátozott K lépésen belüli elérhetőséget jelez; a magas GEOK erős összekötöttséget a közvetlen regionális szomszédságon belül. A *Lin-központiság* (LINC) azt fejezi ki, hogy egy kistérség mennyire képes hatékonyan elérni a hálózat többi kistérségét a jelentkezési útvonalakon keresztül. A mutató egyszerre veszi figyelembe, hogy hány másik kistérség érhető el (az „elérhető halmaz” mérete), és hogy ehhez átlagosan hány közvetítő lépésre van szükség. Magas LINC-értéket kapnak azok a kistérségek, amelyekből sok másik kistérségbe vezet jelentkezési útvonal, és ezek az útvonalak rövidek – vagyis a kistérség központi, jól beágyazott pozíciót tölt be a mobilitási hálózatban. Az alacsony LINC-érték arra utal, hogy a kistérség kevés másik régióval áll közvetlen vagy rövid úton elérhető kapcsolatban, tehát periférikusabb pozícióban van.
- *Presztízsközpontiság* (EC, AUT, HBS, PRC, AC, PC). Ez a csoport a presztízsszerepet ragadja meg: egy csomópont nem pusztán azért központi, mert sok kapcsolata van, hanem azért, mert más központi csomópontokhoz kapcsolódik. A *sajátvektor-központiság* (EC) minden csomóponthoz a szomszédai pontszámának összegével arányos pontszámot rendel, amely a szomszédsági mátrix domináns sajátvektorának felel meg. Az alacsony EC első sorban periférikus, alacsony fontosságú területekhez kapcsolódó kistérségeket jellemez. A magas EC a hálózat „presztízsmagjába” beágyazott kistérségeket azonosítja – olyanokat, amelyek más jól összekötött kistérségekhez kapcsolódnak kölcsönösen megerősítő struktúrában. A HITS-módszer (Kleinberg, 1999) a kistérségek fontosságát két egymást kölcsönösen

erősítő szerep mentén értékeli: a célpont (autoritás) és a küldő (hub) szerep mentén. Az *autoritásközpontiságuk* (AUT) azoknak a kistérségeknek magas, amelyek felsőoktatási intézményeibe az ország legaktívabb, legtöbb irányba jelentkező kistérségeiből érkeznek hallgatók – vagyis amelyeket éppen azok a régiók céloznak meg, ahonnan a legtöbb és legszerteágazóbb jelentkezés indul. A *hubközpontiságuk* (HBS) azoknak a kistérségeknek magas, amelyekből a lakosok a legkeresettebb célintézmények kistérségeibe küldik a jelentkezéseiket. A két mutató kölcsönösen meghatározza egymást: egy kistérség annál jobb célpont (autoritás), minél erősebb küldő régiókból (hubokból) érkeznek hozzá jelentkezések, és fordítva. Ennek eredményeként a magas autoritásértékkel rendelkező kistérségek a legvonzóbb felsőoktatási intézményeket működtetik, míg a magas hubértékű kistérségek a legmobilabb, széles körben tájékozódó jelentkezői bázissal rendelkeznek. Az AUT–HBS-profil időbeli eltolódásai feltárják, hogyan fejlődik egy kistérség küldő–fogadó egyensúlya. A *PageRank-központiság* (PRC) egy csillapított véletlen sétát modellez: egy hipotetikus „véletlenszerű jelentkező”, aki minden lépésben vagy egy meglévő jelentkezési linket követ (α valószínűséggel), vagy véletlenszerű kistérségbe ugrik ($1 - \alpha$ valószínűséggel). A magas PRC természetes akkumulációs pontokat azonosít – kistérségeket, ahol a véletlen sétáló a legtöbb időt tölti, ami egyszerre tükrözi a közvetlen vonzerőt és a kedvező strukturális pozíciót. Az alacsony PRC olyan kistérségeket jellemez, amelyeket a véletlen séta ritkán látogat meg, akár azért, mert kevés él mutat rájuk, akár azért, mert elődeik maguk is ritkán látogattak. Az *alfa-központiság* (AC) a sajátvektor-központiság általánosítása egy exogén bemeneti vektor bevezetésével, amely lehetővé teszi, hogy külső tényezők (pl. népességméret, intézményi kapacitás) modulálják a strukturális fontosságot. A *hatalomközpontiság* (PC) lehetővé teszi, hogy a szomszédi befolyás β paraméterének előjele változzon: pozitív β esetén a magas központiságú szomszédokhoz való kapcsolódás növeli a központiságot (kooperativitás), míg negatív β esetén csökkenti (kompetitivitás). A kompetitív értelmezésben egy erős versenytársak által körülvelt kistérség alacsony hatalom-központisággal rendelkezhet, ami egy „zsúfolt piac” hatását tükrözi.

- *Szomszédsági és lokális struktúra* (KNN, SCR, CLR, DMNC, LCC, SLC, LE). Ez a csoport azt a lokális környezetet jellemzi, amelyben egy csomópont működik, a közvetlen szomszédság struktúráját vizsgálva a globális pozíció helyett. Az átlagos *legközelebbiszomszéd-fokszám* (KNN) azt méri, hogy egy kistérség partnerei maguk is jól összekötöttek-e. Az alacsony KNN azt jelzi, hogy a kistérség közvetlen partnerei periferikus (alacsony

fokszámú) csomópontok – a kistérség egy ritka, periférikus zónába ágyazódik. A magas KNN azt jelzi, hogy a kistérség jól összekötött hubokhoz kapcsolódik. A csomópont saját fokszáma és KNN-je kombinációja feltárja a lokális keveredési mintázatot: a magas KNN alacsony saját fokszámmal diszasszortatív keveredést sugall (egy periférikus kistérség csatlakozik egy hubhoz), míg a magas KNN magas saját fokszámmal asszortatív elitklasztert jelez. A *súlyozott s-mag-érték* (SCR) a beágyazott *k*-mag-dekompozícióban a legmélyebb magot azonosítja, amelyhez egy csomópont tartozik. Az alacsony SCR a kistérséget a külső héjakba helyezi (a progresszív metszés során elsőként „hámozódna le”), míg a magas SCR a hálózat legbelső, legsűrűbb magjába. A mobilitási kontextusban a belső mag jellemzően a legnagyobb egyetemi városokat és az elsődleges tápláló kistérségeiket foglalja magába, amelyek az országos mobilitási rendszer gerincét alkotják. A *ClusterRank* (CLR) a lokális klaszterezettséget a kifokszámmal kombinálja, megragadva a szomszédság kohézióját és a kifelé irányuló elérhetőséget egyaránt. Az alacsony CLR lazán klaszterezett szomszédságban kevés kimenő kapcsolattal rendelkező kistérséget jelez; a magas CLR szorosan összeszövődött lokális klaszterbe ágyazott, sok kimenő kapcsolatú kistérséget. A *maximális szomszédsági komponens sűrűsége* (DMNC) azt vizsgálja, hogy egy kistérség közvetlen partnerei – azok a régiók, amelyekkel kölcsönösen cserélnek hallgatókat – egymás között is fenntartanak-e jelentkezési kapcsolatokat. Ha egy kistérség partnerei egymás intézményeibe is küldik a hallgatóikat, akkor összetartó, kohezív regionális klaszter rajzolódik ki (magas DMNC). Ha viszont a partnerek egymással nem állnak kapcsolatban, az arra utal, hogy a kistérség eltérő, egymástól független régiók között közvetít anélkül, hogy azok egymással szoros kapcsolatban lennének (alacsony DMNC). A *lokális közösségi központiság* (LCC) hasonló logikát követ, de közvetlenül a szomszédok közötti jelentkezési kapcsolatok számát veszi alapul. Minél több ilyen „háromszögszerű” kapcsolat létezik – vagyis minél gyakrabban fordul elő, hogy két, ugyanahhoz a kistérséghez kapcsolódó régió egymással is cserél hallgatókat –, annál erősebb az adott kistérség körüli helyi közösség. A *szemilokális központiság* (SLC) a kistérség tágabb környezetét is figyelembe veszi: nemcsak a közvetlen partnerek, hanem azok partnereinek aktivitását is összesíti (a hálózatban két lépésen belül elérhető kistérségek kapcsolatszámát). Az alacsony SLC-érték azt jelzi, hogy a kistérség és tágabb környezete is kevés kapcsolattal rendelkezik – a régió a hálózat periferiáján helyezkedik el. Magas SLC-érték esetén a kistérség nemcsak közvetlenül, hanem közvetve is széles befolyási övezetet épít ki: partnereinek partnerei is aktív, jól beágyazott régiók, ami a kistérség közvetett hatásának kiterjedtségét mutatja. A *lokális hatékonyság* (LE) azt méri, mennyire tudnának egy csomópont szomszédai egymással kommunikálni,

ha magát a csomópontot eltávolítanánk. A magas LE redundáns lokális struktúrát jelez, ahol a csomópont eltávolítása csekély zavarral járna; az alacsony LE azt jelzi, hogy a csomópont kritikus a helyi összekötöttség szempontjából – eltávolítása fragmentálná a szomszédságot.

- *Befolyás és vezető szerep* (LC, LR, VR, CI, LOB). Ez a csoport a hálózat-szintű dinamikus folyamatokra – terjedés, kollektív cselekvés, perkoláció – aránytalanul nagy befolyással bíró csomópontokat azonosítja. A *kapcsolati fölény mutatója* (LC) azt méri, hogy egy kistérség kapcsolatainak száma hogyan viszonyul a közvetlen partnereinek kapcsolatszámához. Ha egy kistérség lényegesen több intézménnyel és régióval áll jelentkezési kapcsolatban, mint amennyivel a partnerei, akkor strukturális fölénybe kerül: olyan régiókkal áll kapcsolatban, amelyek kevés alternatív jelentkezési útvonallal rendelkeznek, és így erősebben kötődnek hozzá (magas LC). Ezzel szemben, ha egy kistérség partnerei nála jóval több kapcsolattal rendelkeznek, az arra utal, hogy a régió inkább kiszolgáltatott helyzetben van: partnerei könnyen helyettesíthetők más régiók intézményeivel, míg a kistérség maga kevés alternatívával rendelkezik (alacsony LC). A *LeaderRank* (LR) azt méri, hogy egy kistérség mennyire tölt be vezető, iránymutató szerepet a jelentkezési áramlások hierarchiájában. A mutató a PageRank továbbfejlesztett változata, amely a kistérségek fontosságát a beérkező jelentkezések láncolatán keresztül értékeli: nemcsak az számít, hogy hány régióból érkeznek jelentkezések, hanem az is, hogy azok a küldő régiók maguk mennyire meghatározó szereplői a hálózatnak. Magas LR-értéket kapnak azok a kistérségek, amelyek a jelentkezési áramlások természetes csomópontjai – olyan régiók, amelyek felé a hálózat egészéből szervesen áramlik a hallgatói érdeklődés. Alacsony LR-érték olyan kistérségeket jelöl, amelyekhez csak kevés és kevésbé meghatározó régióból érkeznek jelentkezések, vagyis a hálózat hierarchiájában alárendelt pozíciót töltenek be. A *VoteRank* (VR) azt azonosítja, hogy melyek azok a kistérségek, amelyek a leghatékonyabban közvetítik a jelentkezési trendeket a hálózat egésze felé. A módszer lépésről lépésre választja ki a legbefolyásosabb régiókat: először megkeresi azt a kistérséget, amelyik a legtöbb partnerétől kapja a legnagyobb „támogatottságot” (azaz a legszorosabb és legszerteágazóbb kapcsolatrendszerrel rendelkezik), majd ezt a kistérséget kiemeli, és a megmaradt hálózatban keresi a következő legbefolyásosabbat, így biztosítva, hogy az egymást követően kiválasztott régiók egymástól független befolyási övezettel rendelkezzenek. Az első között kiválasztott kistérségek (magas VR) a hálózat kulcsszereplői: jelentkezési mintázataik révén a legtöbb régiót képesek elérni anélkül, hogy hatókörük átfedne más kulcsszereplőkéivel. A ki nem választott kis-

térségek (alacsony VR) önálló befolyási övezettel nem rendelkeznek, jellemzően más, meghatározóbb régiók hatókörében helyezkednek el. A *kollektív befolyás* (CI) azt méri, hogy egy kistérség és tágabb környezete mennyire nélkülözhetetlen a jelentkezési hálózat összefüggőségének fenntartásához. A mutató azokat a régiókat értékeli a legmagasabbra, amelyek kiesése – a környező kistérségekre gyakorolt tovaryűrűző hatással együtt – a hálózat egészének szétesését leginkább előidézné: megszakadnának a jelentkezési útvonalak, és a korábban összekapcsolt régiók elérhetetlenné válnának egymás számára. Magas CI-értékkel rendelkeznek azok a kistérségek, amelyek a hálózat összekötöttségének gerincét alkotják – jellemzően a nagyobb egyetemi városok, amelyek nélkül egész régiók kapcsolata szűnne meg a hálózat többi részével. Az alacsony CI-értékű kistérségek ezzel szemben helyettesíthetők: kiesésük esetén a jelentkezési áramlások más útvonalakon továbbra is fennmaradnak, a hálózat összefüggősége lényegében nem sérül. A *lobbyindex* (LOB) az akadémiai *h*-index analógja: egy kistérség lobbyindexe *l*, ha legalább *l* olyan szomszédja van, amelyeknek a fokszáma legalább *l*. Az alacsony LOB gyengén összekötött helyi elitet jelez; a magas LOB erős, jól összekötött szomszédságú csomópontot.

- *Pozicionális és strukturális szerep* (ECC, COR, BURT, CRIT, MC). Ez a csoport minden csomópontot a hálózat globális architektúráján belül helyez el, azonosítva annak strukturális szerepét (mag vs. periféria, kritikus vs. redundáns). Az *excentricitás* (ECC) a csomóponttól bármely más csomópontig vett legrövidebb úttávolság maximumát méri. Fontos, hogy az értelmezés fordított a legtöbb központi mutatóhoz képest: az alacsony excentricitás a kistérséget a gráf centrumába helyezi (közel van minden más csomóponthoz), míg a magas excentricitás periferikus kistérségeket azonosít, amelyek a hálózat legalább egy részétől távol vannak. Egy kistérség excentricitásának időbeli növekedése növekvő perifériára szorulást jelez. A *magszám* (COR) azt mutatja meg, hogy egy kistérség a jelentkezési hálózat mennyire sűrűn összekötött belső rétegéhez tartozik. A módszer a hálózatot hagymahéjszerűen, kívülről befelé haladva bontja rétegekre: először eltávolítja a legkevésbé kapcsolattal rendelkező kistérségeket, majd az így megmaradt hálózatból a következő leggyengébben kapcsolódókat, és így tovább, amíg el nem jut a legsűrűbb, legösszetartóbb magig. Alacsony magszámú kistérségek a külső rétegekben helyezkednek el – kevés intézménnyel állnak jelentkezési kapcsolatban, és a hálózat ritkább szélén, sérülékenyebb pozícióban találhatók. A magas magszámú kistérségek a hálózat legbelső, legsűrűbb magjához tartoznak: sok más, szintén sokféle kapcsolódó régióval tartanak fenn kölcsönös jelentkezési kapcsolatokat, így a mobilitási

rendszer legstabilabb, leginkább beágyazott részét alkotják. A magyar kontextusban a legmagasabb magyszámú kistérségek jellemzően a nagy egyetemi városok és a szomszédos kistérségeik. A *Burt-féle strukturális kényszer* (BURT) azt méri, hogy egy kistérség partnerei mennyire kapcsolódnak egymáshoz is, és ez mennyire korlátozza a kistérség mozgásterét a hálózatban. Ha egy kistérség partnerei egymással is szoros jelentkezési kapcsolatban állnak, akkor a kistérség egyetlen összezárt régiócsoporthoz ágyazódik be, és nincs lehetősége arra, hogy egymástól független régiók között közvetítsen (magas kényszer). Ha viszont a kistérség olyan régiókkal is kapcsolatban áll, amelyek egymással közvetlenül nem cserélnek hallgatókat, akkor közvetítő szerepbe kerül: rajta keresztül áramlik az információ és a hallgatói érdeklődés egymástól egyébként elszigetelt régiók között. Ez a közvetítő pozíció stratégiai előnyt jelent, mert a kistérség különböző regionális csoportok felé is képes hallgatókat vonzani, illetve saját hallgatóit több, egymástól független irányba is el tudja juttatni (alacsony kényszer). Másként fogalmazva, az alacsony BURT-értékkel rendelkező kistérségek több régió között hidat képeznek, míg a magas BURT-értékűek egyetlen szűk régiócsoporthoz maradnak, alternatív kapcsolódási lehetőségek nélkül. A mobilitási kontextusban az alacsony BURT-kényszerrel rendelkező kistérség különböző földrajzi vagy diszciplináris szegmensekből származó jelentkezői populációkat köt össze, potenciálisan kapuként szolgálva a rendszer egyébként különálló részei között. A *kritikusság* (CRIT) a csomópont eltávolításakor bekövetkező globális hatékonyságcsökkenést méri. Az alacsony kritikusság strukturálisan redundáns kistérségeket jellemez, amelyek eltávolítása alig befolyásolja a hálózat összteljesítményét. A magas kritikusság pótolhatatlan kistérségeket azonosít: eltávolításuk jelentősen rontaná a rendszer képességét az áramlások hatékony továbbítására. A *Markov-központiság* (MC) azt fejezi ki, hogy a hálózaton áramló jelentkezések milyen gyorsan „találnak rá” egy adott kistérségre. A mutató a következő gondolat-kísérletre épül: ha egy hallgató egy tetszőleges kistérségből indulva a meglévő jelentkezési kapcsolatok mentén, véletlenszerűen haladna tovább lépésről lépésre, hány lépésbe telne, amíg eljutna egy adott kistérségbe? A Markov-központiság ennek a lépésszámnak az inverze, vagyis a kisebb lépésszámhoz magasabb MC-érték tartozik. Magas MC-értéket kapnak azok a kistérségek, amelyekbe a hálózat szinte bármely pontjáról gyorsan elvezetnek a jelentkezési útvonalak – ezek a régiók a hálózat természetes vonzasközpontjai, amelyek felé a jelentkezési áramlások szervesen konvergálnak. A mobilitási hálózatban tipikusan a legnagyobb egyetemi városok (Budapest, Debrecen, Szeged) rendelkeznek magas MC-értékkel, mivel az ország legtöbb kistérségéből viszonylag kevés közvetítő lépésen keresztül elérhetők. Az alacsony MC-értékű kistérségek ezzel szemben a jelentkezési

hálózat nehezen elérhető pontjai: nincs hozzájuk vezető rövid, közvetlen útvonal, és más régiókból csak több közvetítő kistérségen áthaladva juthatnak el hozzájuk. Ez gyakran kisebb, specializált vagy földrajzilag periférikus intézményeket működtető kistérségekre jellemző, amelyek nem képezik a jelentkezési áramlások fő útvonalainak részét.

- *Fraktál-, reziliencia- és spektrális csomóponti szint* (LAC, RC, LPC). Ez a csoport az egyes csomópontok hozzájárulását ragadja meg a hálózat összetített komplexitásához, rezilienciájához és spektrális energiájához. A *lokális lakunaritás (lyukasság)* (LAC) azt méri, hogy egy kistérség közvetlen környezetében mennyire egyenletes vagy egyenetlen a jelentkezési kapcsolatok eloszlása. Alacsony LAC-érték esetén a kistérség partnerei egymás között nagyjából hasonló sűrűségű kapcsolatrendszert tartanak fenn – a régió körüli mobilitási mintázat kiegyensúlyozott, nincsenek benne feltűnő „hézagok”. A magas LAC-érték ezzel szemben arra utal, hogy a kistérség szomszédságában egymás mellett léteznek sűrűn és ritkán összekötött zónák: egyes partnerrégiók élénk jelentkezési forgalmat bonyolítanak egymással, míg mások között alig van kapcsolat. Ez egyenetlen, mozaikszerű környezetet jelez – a kistérség egyszerre érintkezik aktív regionális klaszterekkel és gyengén kapcsolódó, elszigeteltebb területekkel. A mobilitási hálózatban a magas LAC-érték jellemzően olyan kistérségeknél fordul elő, amelyek különböző jellegű régiók határán helyezkednek el: például egy nagyobb egyetemi város vonzáskörzete és egy kevésbé aktív periférikus terület találkozásánál. A *rezilienciaközpontosság* (RC) azt méri, hogy egy adott kistérség kiesése mennyire törné meg a jelentkezési hálózat összefüggőségét. A mutató a következő kérdésre válaszol: ha egy kistérség – az összes hozzá tartozó intézménnyel együtt – eltűnne a rendszerből, az összefüggő hálózat mekkora hányada szakadna le, válna elérhetetlenné a többi régió számára? Alacsony RC-értékű kistérségek kiesése alig érezhetően érintené a hálózat egészét: a régiók döntő többsége továbbra is elérhető maradna egymás számára más útvonalakon keresztül. A magas RC-értékű kistérségek ezzel szemben a hálózat összefüggőségének kulcselemei – kiesésük esetén a korábban összefüggő hálózat több, egymástól elszigetelt részre esne szét, és egyes régiók elveszítenék a kapcsolatukat a rendszer többi részével. A *Laplace-központosság* (LPC) azt méri, hogy egy kistérség mennyire meghatározó eleme a jelentkezési hálózat szerveződési mintázatának. Míg más mutatók (pl. a rezilienciaközpontosság) azt vizsgálják, hogy egy kistérség kiesése mennyire bontja meg az összekötöttséget, az LPC ennél mélyebb kérdést vet fel: mennyire változna meg a hálózat belső felépítése – a közösségek elkülönülése, a hierarchikus rétegek elrendeződése, az áramlási csatornák szerkezete –, ha az adott kistérség eltűnne a mobilitási hálózatból? A mutató a

hálózat matematikai „ujjlenyomatát” (a hálózat Laplace-mátrixából származó szerkezeti jellemzőket) hasonlítja össze az adott kistérséggel és anélkül. Alacsony LPC-értékű kistérségek strukturálisan helyettesíthetők: kiesésük nem változtatná meg érdemben a hálózat belső szerveződését, mert szerepüket más, hasonlóan pozicionált régiók pótolják. Magas LPC-értékű kistérségek ezzel szemben a hálózat szerkezeti mintázatának nélkülözhetetlen elemei – eltávolításuk alapvetően átrendezné a közösségek határait, a regionális hierarchiákat és a jelentkezési áramlások fő csatornáit. A mobilitási hálózatban jellemzően azok a kistérségek rendelkeznek magas LPC-értékkel, amelyek egyedi közvetítő pozíciót töltenek be több régió között, és amelyek nélkül a hálózat szerveződési logikája lényegileg megváltozna. Az RC és LPC együttesen komplementer nézőpontot nyújt: az RC az összekötöttségre (óriáskomponens integritása), míg az LPC az összesített struktúra spektrális komplexitására fókuszál.

2.5. A standardizált növekedési rátán alapuló anomáliadetekció

Legyen x_t egy hálózati mutató értéke a t -edik időpontban (például foksám, közöttség-központosság vagy klaszterezési együttható). Az egyszerű növekedési rátát a következőképpen definiáljuk:

$$g_t = (x_t - x_{t-1}) / x_{t-1} \quad (1)$$

Ez a mutató azt fejezi ki, hogy az adott hálózati jellemző mekkora relatív változáson ment keresztül két egymást követő időpont között.

A különböző hálózati mutatók eltérő skálával és eloszlással rendelkeznek, ezért az összehasonlíthatóság érdekében a növekedési rátákat standardizáljuk. A klaszterikus z-score standardizálás:

$$z_t = (g_t - \bar{g}) / \sigma_g, \quad (2)$$

ahol \bar{g} a növekedési ráta időbeli átlaga, σ_g pedig annak szórása.

A standardizált növekedési ráta idősorán végzett anomáliadetekció (kilógó elemek azonosítása) a hálózat dinamikai rendellenességeit tárja fel. Egy adott t időpontot anomáliaként azonosítunk, ha:

$$|z_t| > \tau, \quad (3)$$

ahol τ egy előre meghatározott küszöbérték (jellemzően $\tau = 2$ vagy $\tau = 3$).

A küszöbalapú megközelítés alternatívájaként alkalmazható a modellalapú anomáliadetekció (Chen–Liu, 1993), ahol a detekció a következőképpen működik:

- *STL-dekompozíció*. A függvény először STL-felbontást (Seasonal and Trend decomposition using Loess) végez az idősoron, robusztus illesztéssel:

$$x_t = T_t + S_t + R_t, \quad (4)$$

ahol T_t a trend, S_t a szezonális komponens, R_t pedig a maradéktag (*remainder*). Ha az idősor nem szezonális (mint amilyen a mi esetünk), akkor egyszerű trendillesztést alkalmazunk. A robusztus illesztés biztosítja, hogy a kiugró értékek ne torzítsák el magát a dekompozíciót.

- *Maradéktag vizsgálata.* Az anomáliadetekció kizárólag az R_t maradéktagra vonatkozik, amelyből a trend és a szezonális hatása már eltávolításra került.
- *IQR-alapú küszöb.* A maradéktagra az interkvartilis terjedelem (IQR) alapú szabályt alkalmazza. Legyen Q_1 az első kvartilis és Q_3 a harmadik kvartilis, valamint $IQR = Q_3 - Q_1$. Egy t időpont kiugrónak minősül, ha:

$$\bullet \quad R_t < Q_1 - 3 \cdot IQR, \text{ vagy } R_t > Q_3 + 3 \cdot IQR \quad (5)$$

Ez a $3 \times IQR$ szabály a szokásos boxplotszabály ($1,5 \times IQR$) konzervatívabb változata. Normális eloszlás esetén ez közelítőleg a $\pm 4,7\sigma$ tartománynak felel meg, tehát csak a valóban extrém értékeket jelöli meg.

- *Iteráció.* A függvény alapértelmezetten két iterációt hajt végre: az első körben azonosított kiugró értékeket lineáris interpolációval pótolja, majd újra elvégzi a dekompozíciót, és a második körben ismét kiugró-keresést végez. Erre azért van szükség, mert több egymás melletti kiugró érték elfedi egymást (maskinghatás): ha egyszerre több extrém pont van, azok felfelé tolják az IQR-t, és egyiket sem érzékeli a módszer.

A növekedési rátán alapuló anomáliadetekció az alábbi jelenségeket képes feltárni:

- *Hirtelen strukturális átrendeződés.* Ha egy csomópont közöttség-központi-sága egyetlen időlépésben jelentősen megnő, az arra utal, hogy a csomópont hirtelen kulcsszerepet kapott az információáramlásban. Az abszolút szint még normális tartományban lehet, de a változás mértéke rendellenes.
- *Kaszádyszerű hálózati események.* Egy csomópont fokszámának gyors növekedése (vagy csökkenése) jelezhet csomópontkiesést, támadást vagy éppen egy új csomópont megjelenését, amely sok kapcsolatot von magához.
- *Gyors sokkok.* A növekedési ráta érzéketlen a lassan kibontakozó trendekre, viszont rendkívül érzékeny az időpontról időpontra bekövetkező hirtelen ugrásokra. Ez előnyös, ha kifejezetten a rövid távú sokkhatásokra vagyunk kíváncsiak, és nem a fokozatos strukturális változásokra.
- *Összehasonlíthatóság különböző mutatók között.* A standardizálásnak köszönhetően egységes küszöbértékkel (τ) tudunk anomáliát jelezni függetlenül attól, hogy modularitást, lyukasságot, fraktáldimenziót, centralizációt vagy asszortativitási együtthatót vizsgálunk.

Fontos kiemelni, hogy ez a megközelítés komplementer az eredeti idősoron végzett anomáliadetekcióval. Míg az eredeti idősor anomáliái a „szokatlan állapotokat” mutatják (pl. rendellenes abszolút szint), addig a növekedési rátán detektált

anomáliák a „szokatlan változásokat” tárják fel (Blázquez-García et al., 2021), mi elsősorban ez utóbbit kerestük.

A különböző grafontávolság-metrikák eltérő értéktartományokon mozognak, ezért az összehasonlíthatóság érdekében a 0 és 1 közötti normalizálást alkalmaztunk. Minden egyes metrikára (d_m) a min–max normalizálást végeztük el az idősoron:

$$\hat{d}_m(t) = \frac{d_m(t) - \min_{\tau} d_m(\tau)}{\max_{\tau} d_m(\tau) - \min_{\tau} d_m(\tau)}, \quad (6)$$

ahol τ az összes vizsgált időpontot jelöli. A normalizálás után a 0 érték az adott metrika időbeli minimumát, az 1 érték az adott metrika időbeli maximumát jelöli. Ez lehetővé teszi, hogy a különböző metrikákat közvetlenül összehasonlítsuk, azonosítva, mely időpontokban jelez egyszerre több metrika is nagy strukturális változást.

A grafontávolságok időbeli alakulásában a lokális maximumok (csúcsok) azonosítása rávilágít azokra az időpontokra, amikor az egymást követő évek között a legnagyobb strukturális változás történt. Egy $\hat{d}_m(t)$ normalizált távolságértéket lokális maximumnak (csúcsnak) tekintünk, ha:

$$\hat{d}_m(t) > \hat{d}_m(t-1) \text{ és } \hat{d}_m(t) > \hat{d}_m(t+1), \quad (7)$$

vagyis az adott évben mért távolság nagyobb, mint az előző és a következő évi érték. Ez a definíció az egyszerű diszkrét lokális maximum fogalmát alkalmazza, és azokat az időpontokat azonosítja, amelyekben egy-egy metrika szerint a hálózat szerkezete a környező évekhez képest a leginkább megváltozott.

2.6. Grafonelmélet és távolságmétrikák

Adott egy $G = (V, E, w)$ irányított, súlyozott gráf n csomóponttal. Ehhez egy $\widehat{W}_G: [0,1]^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ lépcsőfüggvény-grafont társítunk. Legyen $\pi: V \rightarrow 1, \dots, n$ egy csomópontrendezés (pl. foksám- vagy spektrális rendezés alapján). Osszuk $[0,1]$ -et n egyenlő I_1, \dots, I_n intervallumra. Definiáljuk:

$$\widehat{W}_G(x, y) = \frac{w(\pi^{-1}(i), \pi^{-1}(j))}{w_{\max}}, \quad \text{ha } (x, y) \in I_i \times I_j, \quad (8)$$

ahol $w_{\max} = \max_{(i,j) \in E} w(i, j)$ egy normalizációs tényező, amely biztosítja, hogy $\widehat{W}_G \in [0,1]$. Irányított gráfok esetén nem kényszerítjük ki a szimmetriát, tehát általában $\widehat{W}_G(x, y) \neq \widehat{W}_G(y, x)$.

A sima grafonbecslés érdekében a sztochasztikus blokkmodell-approximációt vagy az univerzális szinguláris-értékek küszöbölését alkalmazunk (Chatterjee, 2015; Airolti et al., 2013).

2.6.1. Grafonalapú közösségetektálás

A grafontávolságok mérésén túl maga a becsült grafon-blokkstruktúra természetes alapot ad közösségetektálásra. A lépcsőfüggvény-grafonban a csomópontok blokkokba (csomóponttípusokba) kerülnek aszerint, hogy hasonló összeköttségi mintázatot mutatnak-e a hálózatban. Ezek a blokkok alkotják a mobilitási hálózat csomóponti közösségeit. Amennyiben a grafon értéke két blokk között nem nulla, a blokkpár egy áramlási útvonalcsoportot azonosít – a két strukturálisan elkülönülő kistérségcsoport közötti szisztematikus jelentkezési áramlást.

Ez a megközelítés alapvetően különbözik a modularitásalapú eljárásoktól (pl. Leiden, Infomap), amelyek a hálózatot sűrűn összekötött részcsoporthoz bontják. A grafonalapú közösségetektálás ehelyett a strukturális ekvivalencia alapján csoportosít: azok a kistérségek kerülnek egy blokkba, amelyek hasonló szerepet töltenek be a mobilitási hálózatban, függetlenül attól, hogy közvetlenül összekötöttek-e. A blokkok közötti áramlási útvonalak pedig feltárják a mobilitási rendszer hierarchikus szerveződését. A részletes matematikai leírást a Függelékben ismertetjük.

2.6.2. Grafon-távolságmétrikák

Adott két, W_1 és W_2 grafonbecslés, hat távolságmétrikát számítunk. Az 5. táblázat áttekintést nyújt, a részletes matematikai definíciók a Függelékben találhatóak.

5. táblázat

Grafon-távolságmétrikák: áttekintés és értelmezés
Graphon-based distance metrics

Metrika	Mit mér	Értelmezés	Kapcsolat a hagyományos mutatókkal
Vágási távolság (δ_{\square})	A teljes áramlás maximális eltérése bármely csomópont-részhalmaz-pár között.	Globális, nagyszabású áramlás-átrendeződéseket ragad meg; érzéketlen kis helyi perturbációkra.	Modularitás, foksám-centralizáció
Spektrális távolság (δ_{spec})	A grafonoperátorok sajátérték-spektrumainak különbsége.	A hálózat domináns strukturális módjainak (pl. közösségi struktúra, rang) változásait detektálja.	Sajátvektor-centralizáció, közösségi modularitás
Frobenius-távolság (δ_F)	Az élsúlyok átlagos négyzetes gyökeltérése minden csomópontpár között.	Érzékeny mind lokális, mind globális súlyváltozásokra; erősen bünteti a nagy eltéréseket.	Sűrűség, erősség centralizáció
Wasserstein-távolság (δ_W)	Mekkora átrendezésre lenne szükség ahhoz, hogy az egyik év mobilitási mintázatát a másik évévé alakítsuk.	A jelentkezési mintázat átrendeződésének mértékét és kiterjedtségét egyaránt figyelembe veszi: nemcsak az számít, hogy változtak-e az áramlások, hanem az is, hogy a változások a hálózat közeli vagy távoli pontjai között történtek-e.	AVPL, hatékonyság, reziliencia
Jensen-Shannon (δ_{JS})	A jelentkezési áramlások megoszlási mintázata mennyire tér el két egymást követő évben.	Kis JS-távolság esetén a jelentkezések arányai a kistérségpárok között nagyjából változatlanok maradtak – még ha a létszámok változtak is, a hálózat belső arányszerkezete stabil maradt. A nagy JS-távolság ezzel szemben arra utal, hogy a jelentkezések megoszlásának mintázata lényegileg átalakult.	Hálózati entrópia, aszimmetria
Teljes variáció (δ_{TV})	A jelentkezési áramlások megoszlásában mekkora a legnagyobb lokális eltérés két egymást követő év között.	Kis TV-távolság esetén a jelentkezési áramlások arányai minden kistérségpár esetében közel változatlanok maradtak. A nagy TV-távolság ezzel szemben arra utal, hogy a hálózatban van legalább egy olyan pont, ahol az áramlási arányok drámaian megváltoztak. A mutató különösen alkalmas a hirtelen, koncentrált strukturális változások – például egy-egy intézmény vagy régió szerepének ugrásszerű átalakulásának – azonosítására, akkor is, ha a hálózat többi része nagyrészt stabil maradt.	Reziliencia, fraktáldimenzió

Megjegyzés: a grafon-távolságmétrikák részletes képleteit és értelmezését a Függelék tartalmazza.

Forrás: saját szerkesztés.

3. Eredmények

Ebben a fejezetben a kutatási kérdéseink megválaszolásához szükséges eredményeket mutatjuk be. A korábban ismertetett hálózati és grafonalapú módszerek alkalmazásával vizsgáljuk a magyar felsőoktatási jelentkezési hálózatok 2006–2024 közötti strukturális változásait. Az eredményeket az ábrák és a táblázatok alatt röviden értelmezzük is, rámutatva azok jelentőségére a kutatási kérdéseink szempontjából.

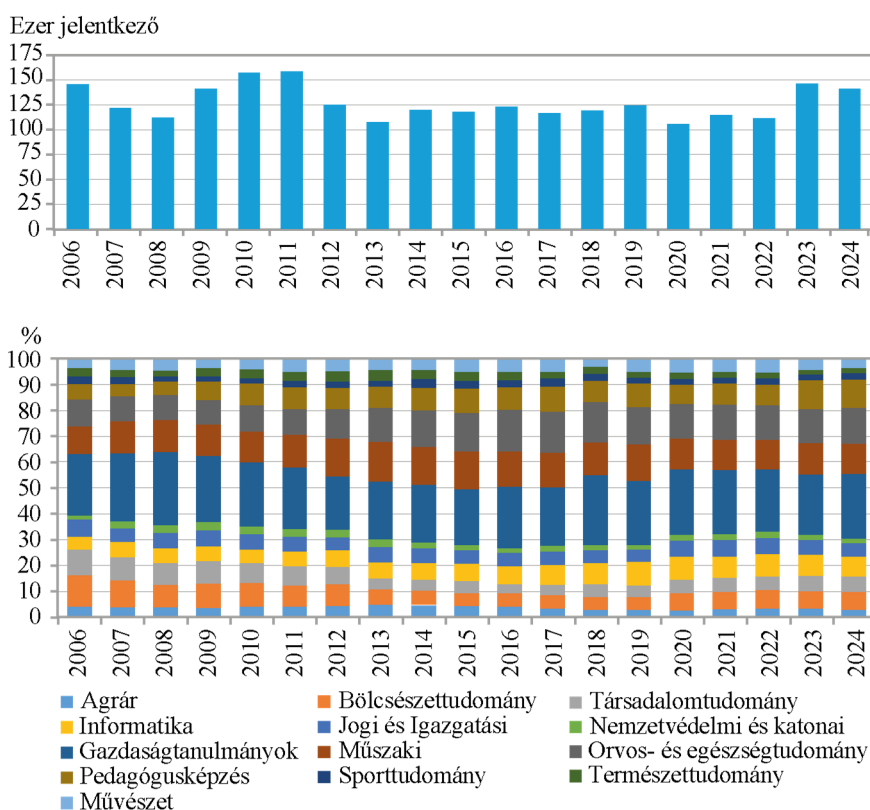
3.1. Leíró statisztikák

Az 1. ábra az elsős helyes felsőoktatási jelentkezések alakulását mutatja 2006 és 2024 között. A felső alábra az összes elsős helyes jelentkező számát ábrázolja évről évre, míg az alsó alábra a szakterületi megoszlást százalékos formában mutatja. A szakterületek közötti arányok változása a hallgatói preferenciák átrendeződését tükrözi.

A jelentkezők számában három markáns időszak rajzolódik ki. A 2006-os kiindulási értékhez (148 216 fő) képest 2007–2008-ban jelentős visszaesés történt (107 897 fő), amit a Bologna-átállásból fakadó bizonytalanság és az új, kétciklusú rendszerre való áttérés magyarázhat. Ezt követően 2009–2011-ben fokozatos emelkedés volt tapasztalható, amit a 2008–2009-es pénzügyi válság is befolyásolt: a romló munkaerőpiaci kilátások a felsőoktatás felé terelték a fiatalokat (*Polónyi, 2018*). A 2012–2013-as második visszaesés (109 720 fő) közvetlenül a 2011-es STEM-preferáló finanszírozási reformhoz köthető, amely drasztikusan csökkentette az államilag támogatott helyek számát a gazdaságtudományi, a jogi és a társadalomtudományi szakokon. A 2023-as évtől ismét 140 ezer feletti hallgató jelentkezett valamely felsőoktatási intézménybe.

1. ábra

Az elsőhelyes jelentkezők száma és szakterületi megoszlása
Number of applicants and theirs professional preferences



Forrás: a felvi.hu adatai alapján saját szerkesztés.

A szakterületi megoszlásban tartós átrendeződés figyelhető meg. A gazdaságtudományi terület végig a legnagyobb, de aránya a 2011-es reform után csökkent (a 2006-os 24%-ról 2013-ra 22%-ra). Az informatikai terület aránya közel megduplázódott (2006: 5% → 2018: 8%), ami a STEM-szakok felértékelődésének globális trendjébe illeszkedik. A bölcsészettudományok és a társadalomtudományok aránya tartósan csökkent, ami részben a finanszírozási reform közvetlen hatása, részben pedig tükrözi azt a nemzetközi tendenciát, amelyet *Choudaha (2017)* a „harmadik hullámú” hallgatói mobilitás kontextusában is megfigyelt: a hallgatók egyre inkább munkaerőpiaci szempontok alapján választanak szakterületet.

3.1.1. A hálózati mutatók alakulása

A 6. táblázat a 37 hálózati szintű mutatót mutatja be a korábban ismertetett 9 logikai csoport szerinti bontásban, három kiválasztott évre: 2006, 2013 és 2024. Ez a három év a vizsgált időszak elejét, közepét és végét reprezentálja, egyúttal a Bologna-átállás utáni stabilizálódás, a STEM-reform utáni időszak, valamint a legutóbbi állapot összehasonlítását teszi lehetővé.

6. táblázat

A hálózati mutatók alakulása
Calculated network indicators

Csoportok	Mutatók	2006	2013	2024
Fokszám- és erősség- centralizáció	DZI	0,887	0,910	0,894
	DZO	0,019	0,019	0,018
	DZ	0,452	0,464	0,456
	SZI	0,985	0,988	0,988
	SZO	0,928	0,902	0,908
	SZA	0,975	0,978	0,978
Útvonal- és távolságalapú centralizáció	BZ	0,001	0,001	0,001
	CZ	0,851	0,885	0,870
	HZ	665,770	695,414	587,300
Presztízs- centralizáció	EZ	0,679	0,716	0,700
	PRZ	46,581	57,046	52,060
	AZ	17 222,701	3 844,326	114 069,875
	PZ	92,257	79,287	152,944
Modularitás	LeM	0,018	0,020	0,023
	IM	0,000	0,000	0,000
	SGM	0,002	0,002	0,002
Összekötöttség és hatékonyság	Arcs	3 175,000	2 747,000	2 606,000
	Dens	0,113	0,090	0,100
	Diam	268,000	442,000	339,000
	AVPL	22,767	28,602	22,427
	ALE	0,113	0,108	0,132
	GLE	0,031	0,026	0,030
Él- és magasabb rendű struktúrák	BEZ	2 459 900,493	631 621,200	1 180 080,167
	Mot	210 336,000	186 963,000	167 611,000
	Tra	0,299	0,253	0,269
Reziliencia	RRes	126,000	131,500	121,500
	SRes	38,976	34,443	34,402
	NRI	0,961	1,000	0,925
Aszimmetria és hierarchia	VAs	0,860	0,878	0,881
	RCC	0,915	0,931	0,932
	Assort	-0,164	-0,186	-0,150
Komplexitás	FDIMALL	0,365	0,876	0,557
	FDIMGC	0,702	0,876	1,473
	KIGC	29,528	38,563	21 757 650 543 606,700
	NE	6,599	6,547	6,500
	PCTGC	0,131	0,136	0,137
	NLAC	1,296	1,276	1,387

Forrás: saját szerkesztés.

A 2006-os bázisértékekhez képest a legjelentősebb változások a következő mutatócsoportokban figyelhetők meg:

- *Presztízscentralizáció* (3. csoport): Az alfa-centralizáció (AZ) rendkívüli mértékben, több mint 6-szorosára nőtt (17 223-ről 114 070-re), ami arra utal, hogy a hálózatban az iteratív presztízsmutatók (amelyek a szomszédok fontosságát is figyelembe veszik) egyre erősebben koncentrálnak kevés csomópontra. Ez a Budapest-központúság erősödéséért értelmezhető: a főváros dominanciája az iteratív, presztízsalapú központiságban nőtt. A hatalomcentralizáció (PZ) szintén jelentősen emelkedett (+65%), ami szintén a hierarchikus struktúra erősödését jelzi. Ez az eredmény annak tükrében is érdekes, hogy ma már a hallgatók fele vidéki felsőoktatási intézménybe jelentkezik.
- *Összekötöttség és hatékonyság* (5. csoport): Az élek száma (Arcs) 18%-kal csökkent (3175-ről 2606-ra), a hálózat sűrűsége (Dens) 12%-kal esett vissza, ami azt jelenti, hogy kevésbé diverz a mobilitási hálózat, a hallgatók kevesebb intézmény közül választanak. Ugyanakkor az átlagos úthossz (AVPL) 2024-ben egy emelkedés után a 2006-os érték alá rövidült. Ez együttesen arra utal, hogy miközben a hálózat ritkábbá vált (kevesebb kistérségpár között van közvetlen jelentkezés), a megmaradt kapcsolatok hatékonyabbá váltak, ami itt azt jelenti, hogy a jelentkezők koncentráltabban, célzottabban választanak intézményt. Ez az eredmény annak is a következménye, hogy a hallgatók már inkább arra számíthatnak, hogy ahová jelentkeznek, fel is veszik őket.
- *Él- és magasabb rendű struktúra* (6. csoport): Az élközöttség-centralizáció (BEZ) 53%-kal csökkent, ami azt jelenti, hogy az áramlások kevésbé egyetlen kritikus élen keresztül haladnak – a hálózat ebben az értelemben kiegyenlítettebb lett. A motívumok száma (Mot) 21%-kal csökkent, jelezve, hogy a helyi háromszögstruktúrák (regionális klaszterek) ritkábbá váltak.
- *Komplexitás és fraktáldimenzió* (9. csoport): A legnagyobb összefüggő komponens fraktáldimenziója (FDIMGC) több mint kétszeresére nőtt (+110%), míg a Kirchoff-index még radikálisabban növekedett, ami a hálózat komplexebbé válását mutatja: az összefüggő mag egyre összetettebb, többszintű struktúrát vesz fel.
- *Közösség és modularitás* (4. csoport): A Leiden-modularitás (LeM) 29%-kal nőtt, ami arra utal, hogy a közösségek markánsabban elkülönülnek egymástól. Ez a szakterületi és regionális polarizáció erősödéséért értelmezhető.

Összességében a hálózat a vizsgált időszakban ritkábbá, hierarchikusabbá és erősebben modularizálttá vált: kevesebb, de célzottabb kapcsolatok jellemzik, ahol Budapest pozíciója erősödött, miközben a regionális közösségek elkülönülése is növekedett.

3.1.2. A legtöbb hallgatót fogadó kistérségek hálózati szerepének alakulása

A 7. táblázat a 37 csomóponti mutató 2006-os és 2024-es értékeit hasonlítja össze a fővárosi (budapesti) kistérségre, valamint három nagyobb tudományegyetemet is magukban foglaló vidéki kistérségre (Debrecen, Szeged, Pécs). A mutatók a 4. táblázatban bemutatott 7 logikai csoport szerint rendezettek.

7. táblázat

A csomóponti szerepek alakulása
Node-level indicators for several micro-regions

Csoportok	Kis-térségi mutatók	Budapest		Debrecen	
		2006	2024	2006	2024
Fokszám- és erősség-központiség	SCI	114 490,000	153 982,000	29 338,000	29 701,000
	SCO	24 208,000	20 413,000	4 463,000	4 987,000
	SCA	138 698,000	174 395,000	33 801,000	34 688,000
	DCI	167,000	160,000	167,000	159,000
	DCO	21,000	18,000	21,000	16,000
	DCA	188,000	178,000	188,000	175,000
Útvonalalapú központiség	BC	0,000	0,000	27,262	6,667
	CC	0,001	0,002	0,002	0,002
	HC	0,280	0,760	5,021	2,265
	GEOK	0,000	0,000	151,000	73,000
	LINC	3,013	8,255	57,741	41,407
Presztízsköz-pontiség	EC	1,000	1,000	0,342	0,295
	AUT	1,000	1,000	0,185	0,100
	HBS	0,459	0,193	0,401	0,438
	PRC	0,282	0,324	0,063	0,067
	AC	-2,896	0,195	-15,052	-9,008
	PC	-1,123	-0,727	-1,123	-1,177
Szomszédsági és lokális struktúra	LE	0,032	0,030	0,031	0,027
	KNN	86,720	74,057	77,177	75,299
	SCR	22,000	19,000	21,000	16,000
	CLR	429,010	278,595	429,010	289,338
	DMNC	0,254	0,229	0,378	0,106
	SLC	960 751,000	767 165,000	960 751,000	751 870,000
	LCC	1,000	1,000	1,000	1,000

(A táblázat folytatása a következő oldalon.)

(folytatás)

Csoportok	Kis-térségi mutatók	Budapest		Debrecen	
		2006	2024	2006	2024
Befolyás és vezető szerep	LC	0,654	0,686	0,654	0,685
	LR	7,627	8,130	7,627	8,076
	LOB	22,000	19,000	22,000	19,000
	VR	0,000	0,000	0,000	0,000
	CI	0,000	0,000	564 179,000	109 098,000
Pozicionális és strukturális szerep	ECC	1,000	1,000	1,000	2,000
	MC	0,000	0,000	0,000	0,000
	COR	37,000	30,000	37,000	30,000
	BURT	0,058	0,058	0,194	0,225
	CRIT	0,006	0,006	0,006	0,006
Reziliencia, strukturális rések	LAC	1,000	1,000	2,588	1,844
	RC	0,024	0,027	0,024	0,025
	LPC	47 856,000	41 930,000	47 856,000	40 680,000

Csoportok	Kis-térségi mutatók	Szeged		Pécs	
		2006	2024	2006	2024
Fokszám- és erősség-központiság	SCI	25 459,000	29 525,000	25 459,000	29 525,000
	SCO	3 058,000	4 787,000	3 058,000	4 787,000
	SCA	28 517,000	34 312,000	28 517,000	34 312,000
	DCI	166,000	158,000	166,000	158,000
	DCO	21,000	18,000	21,000	18,000
	DCA	187,000	176,000	187,000	176,000
Útvonalalapú központiság	BC	2,000	0,333	2,000	0,333
	CC	0,002	0,002	0,002	0,002
	HC	2,569	2,219	2,569	2,219
	GEOK	40,000	31,000	40,000	31,000
	LINC	38,735	36,253	38,735	36,253
Presztízsközpontiság	EC	0,340	0,363	0,340	0,363
	AUT	0,173	0,116	0,173	0,116
	HBS	0,289	0,429	0,289	0,429
	PRC	0,079	0,094	0,079	0,094
	AC	17,737	22,179	17,737	22,179
	PC	-1,123	-0,727	-1,123	-0,727

(A táblázat folytatása a következő oldalon.)

(folytatás)

Csoportok	Kis-térsegi mutatók	Szeged		Pécs	
		2006	2024	2006	2024
Szomszédsági és lokális struktúra	LE	0,032	0,030	0,031	0,027
	KNN	86,597	77,963	79,136	60,624
	SCR	19,000	18,000	20,000	17,000
	CLR	429,010	278,595	429,010	297,463
	DMNC	0,495	0,264	0,520	0,220
	SLC	959 081,000	763 140,000	960 751,000	753 480,000
	LCC	1,000	1,000	1,000	1,000
Befolyás és vezető szerep	LC	0,651	0,682	0,654	0,687
	LR	7,624	8,117	7,627	8,108
	LOB	22,000	19,000	22,000	19,000
	VR	0,000	0,000	0,000	0,000
	CI	21 390,000	25 725,000	43 571,000	276 672,000
Pozicionális és strukturális szerep	ECC	2,000	2,000	1,000	2,000
	MC	0,000	0,000	0,000	0,000
	COR	37,000	30,000	37,000	30,000
	BURT	0,216	0,294	0,214	0,259
	CRIT	0,006	0,006	0,006	0,006
Reziliencia, strukturális rések	LAC	1,475	2,039	1,065	2,522
	RC	0,023	0,027	0,024	0,027
	LPC	47 460,000	41 170,000	47 856,000	41 404,000

Forrás: saját szerkesztés.

Budapest vonzóképesége növekedett. Fogadott hallgatók (beerősség [SCI]) tekintetében erősödött (34%), ugyanakkor a küldő szerepe (kierősség [SCO]) 16%-kal csökkent, ami azt jelenti, hogy a budapesti kistérségből kevesebb hallgató jelentkezik vidéki intézményekbe. A közelségi (CC: +359%) és az alfa-központiság növekedése azt mutatja, hogy Budapest hálózati elérhetősége és iteratív presztízse is jelentősen nőtt.

Pécs esetében a legdrámaibb változás a kierősség 78%-os csökkenése (SCO: 2627→799), ami arra utal, hogy Pécs mint hallgatóküldő kistérség szerepe szinte megszűnt: az itt élő fiatalok egyre kevésbé jelentkeznek más kistérségek intézményeibe. Ezzel együtt a pécsi kistérség fogadóképesége kismértékben csökkent. Emellett a hubpontszám (HBS) 78%-kal csökkent, ami azt jelzi, hogy Pécs forrás-szerepjellege drámaian gyengült. Ezzel párhuzamosan a Burt-féle kényszer

(BURT) 27%-kal nőtt, ami arra utal, hogy Pécs strukturálisan kiszolgáltatottabb pozícióba került – kevesebb alternatív kapcsolódási pontja van a hálózatban.

Szeged az egyetlen vizsgált kistérség, ahol a kierősség nagymértékben nőtt (+56%), ami azt jelenti, hogy a szegedi kistérségből egyre több hallgató jelentkezik más kistérségek intézményeibe is. Az autoritáspontszám (AUT) 23%-kal csökkent, de a hubpontszám (HBS) 48%-kal nőtt, ami arra utal, hogy Szeged egyszerre erősödő küldő és egyre fontosabb elosztós szerepet tölt be.

Debrecen pozíciója, vonzóképesége stabil maradt. A kistérség 1%-kal több hallgatót fogad, míg 12%-kal több hallgató keres más intézményt ebből a kistérségből. Ugyanakkor a kollektív befolyás 81%-kal csökkent, míg az excentricitás a kétszeresére növekedett, ami azt mutatja, hogy Debrecen szerepe a mobilitási hálózatban periférikusabbá válik.

Összevetve a budapesti és a vidéki kistérségeket, a magszám (COR) mindenütt 37-ről 29-re csökkent, ami a hálózat egészének zsugorodását jelzi. Ugyanakkor Budapest és a vidéki kistérségek közötti különbségek növekedtek, különösen az iteratív központosság (AC, PC) és a közelségi mutatók (CC, HC) tekintetében. Ez arra utal, hogy a Budapest és a vidék közötti felsőoktatási szakadék a vizsgált időszakban mélyült. A kormányzat törekvése, miszerint a vidéki felsőoktatási intézményeket megerősítse, a csomóponti mutatókban egyelőre csak részben tükröződik: Szeged mutatói javultak, Debrecen és különösen Pécs adatai viszont gyengültek.

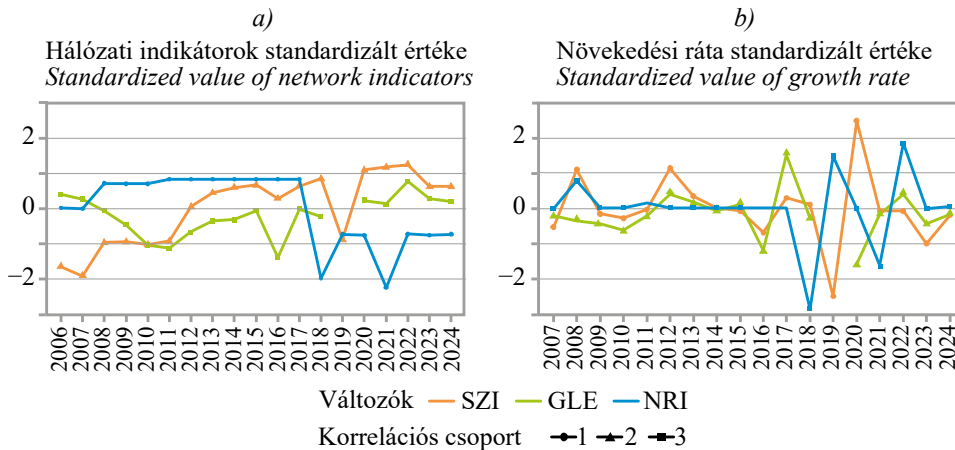
3.2. A mobilitási hálózat strukturális vizsgálata

3.2.1. A hálózati mutatók és növekedési rátáik idősoros vizsgálata

A hálózati mutatók időbeli összehasonlíthatósága érdekében standardizálást alkalmaztunk. A 2. a) ábra az eredeti standardizált értékeket, a 2. b) ábra pedig a növekedési ráták standardizált értékeit mutatja. Az y tengely -3 és $+3$ közötti skálán a várható értéktől mért szóráségségnyi eltéréseket jelöli: a ± 3 -as tartományon kívüli értékek statisztikailag szokatlan, kiugró változásokat jeleznek. A mutatókat logikai csoportjaik szerint rendeztük; emellett a standardizált mutatók korrelációelemzése alapján az eredeti értékeknél három és ugyanígy a növekedési rátáknál szintén három korrelációs csoport volt azonosítható. Ezeket különböző vonaltípusokkal és jelölőkkel különböztettük meg a 2. ábrán.

2. ábra

Három kiemelt standardizált hálózati mutató és standardizált növekedés
Standardized value of three network-level indicators and growth ratios



Forrás: saját szerkesztés.

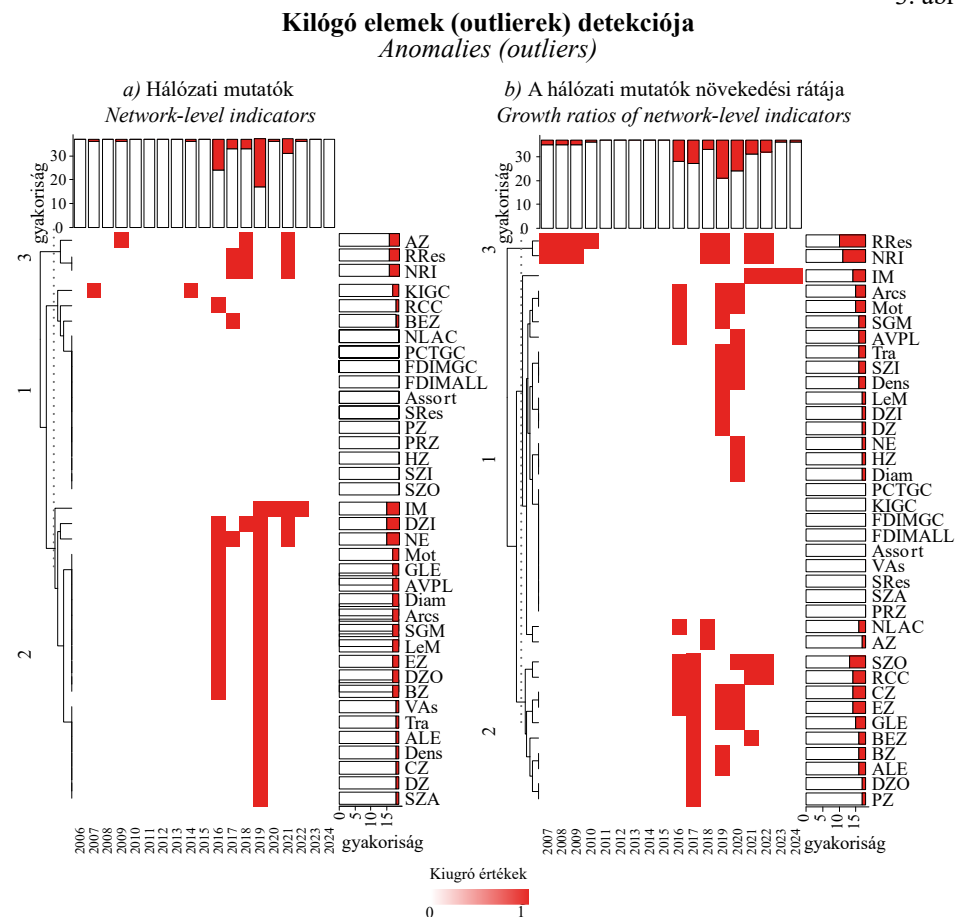
Az ábrákon három hálózati mutató idősoros értéke látható. Az összes mutatót a Független F1. ábrája mutatja. E három mutató viszonylag stabil, ugyanakkor valamennyi mutatót vizsgálva több mutató is kilépett a ± 3 -as tartományból, ami jelentős strukturális átalakulásokat jelez. A standardizált értékek alapján a fokszám-centralizáció (DZI), a modularitás (IM) és a hatékonyság (NE) a legváltozékonyabb mutatók (3. a) és F1. a) ábra). Az infomap-modularitás (IM) 2019–2022-ben tartósan kilógó volt, jelezve, hogy a közösségi struktúra tartós átrendeződésen ment keresztül a Covid19-járvány időszaka alatt. A növekedési ráták alapján a leggyakrabban kilógó mutatók az SRes (8 kiugró érték), az NRI (7 kiugró érték) és az RRes (6 kiugró érték) rezilienciamutatók, valamint a CC (közelségcentralizáció), az RCC (gazdag-klub koefficiens) és az IM (mindegyik 4 kiugró értékkel) 3. b) és F1. b) ábra.

A korrelációelemzés azt mutatja, hogy a növekedési ráták három csoportba rendeződnek. Az 1. csoportba a fokszám- és az erősségtípusú, az összekötöttségi és a presztízsmutatók tartoznak (pl. DZI, SZI, Arcs, Diam, EZ, AZ, LeM, IM, RCC), amelyek a hálózat egészének volumetrikus és presztízsváltozásait ragadják meg. A 2. csoportban a rezilienciamutatók (pl. Dens, Tra, RRes, NRI, NE) vannak. A 3. csoportba a komplexitás-, a hatékonyság- és a heterogenitásmutatók (pl. FDI-MALL, PCTGC, KIGC, NLAC, GLE, ALE) tartoznak, amelyek inkább a hálózat belső hierarchiájának és szerepeloszlásának változásait tükrözik. Ez arra utal, hogy a hálózat méretbeli és strukturális változásai nem feltétlenül járnak együtt.

A 2016–2017-es és a 2019–2020-as időszakban koncentrálódnak a legtöbb anomália, ami a modellváltó egyetemi átalakulás előtti időszak strukturális feszültségét, illetve a Covid19-járvány hatásának kombinációját tükrözi.

A 3. ábra a kilógó elemek (outlierek) időbeli mintázatát mutatja a standardizált idősorokra (3. a) ábra) és a növekedési rátákra (3. b) ábra). A piros cellák jelölik azokat az időpontokat, amelyekben egy adott mutató a korábban ismertett, modellalapú, anomáliadetekciós eljárás (Chen–Liu, 1993) szerint kilógó elemnek minősül. A mutatókat az értékeik hasonlósága alapján csoportosítottuk (klasztereztük), amely csoportosítás nem feltétlenül esik egybe a korábbi logikai csoportosítással.

3. ábra



Forrás: saját szerkesztés.

A legváltozékonyabb mutatók a növekedési ráták esetében a rezilienciamutatók: ezek közül is az RRes (9 évben, a 2007–2011, a 2018–2019 és a 2021–2022 közötti időszakokban) és az NRI (8 évben, a 2007–2010, a 2018–2019, 2021–2022-es években). Ezt követi a kierősségcentralizáció 5 évben, majd a CZ-, az EZ- és az RCC-mutatók (4-4 évben). A legstabilabb mutatók (0 anomália) az SZA (összesített erősségcentralizáció), a PRZ (PageRank-centralizáció) és a komplexitásmutatókat tartalmazó FDIMALL, a FDIMGC és a PCTGC (perkolációs küszöb).

Ez fontos strukturális információ: a reziliencia- és a robusztusságmutatók (NRI, RRes) a legérzékenyebbek a változásokra, vagyis a hálózat hibatűrő képessége volt a legjobban kitéve az ingadozásoknak. Ezzel szemben a hálózat alapvető méretbeli jellemzői (erősségcentralizáció, fraktáldimenzió) stabilak maradtak, ami arra utal, hogy a hálózat alapszerkezete fennmaradt, miközben a finomabb strukturális jellemzők (reziliencia, közösségi modularitás, hierarchia) érzékenyen reagáltak a szakpolitikai változásokra.

A 4. ábra az első (a), a második (b) és a harmadik (c) helyen megjelölt intézményekre vonatkozó mobilitási hálózatok növekedési rátáinak standardizált értékei alapján azonosított, kilógó elemeket mutatja. Mivel a dinamikus változásokra vagyunk kíváncsiak, a növekedési rátákat vizsgáljuk, amelyek az egymást követő évek közötti relatív változást azonosítják.

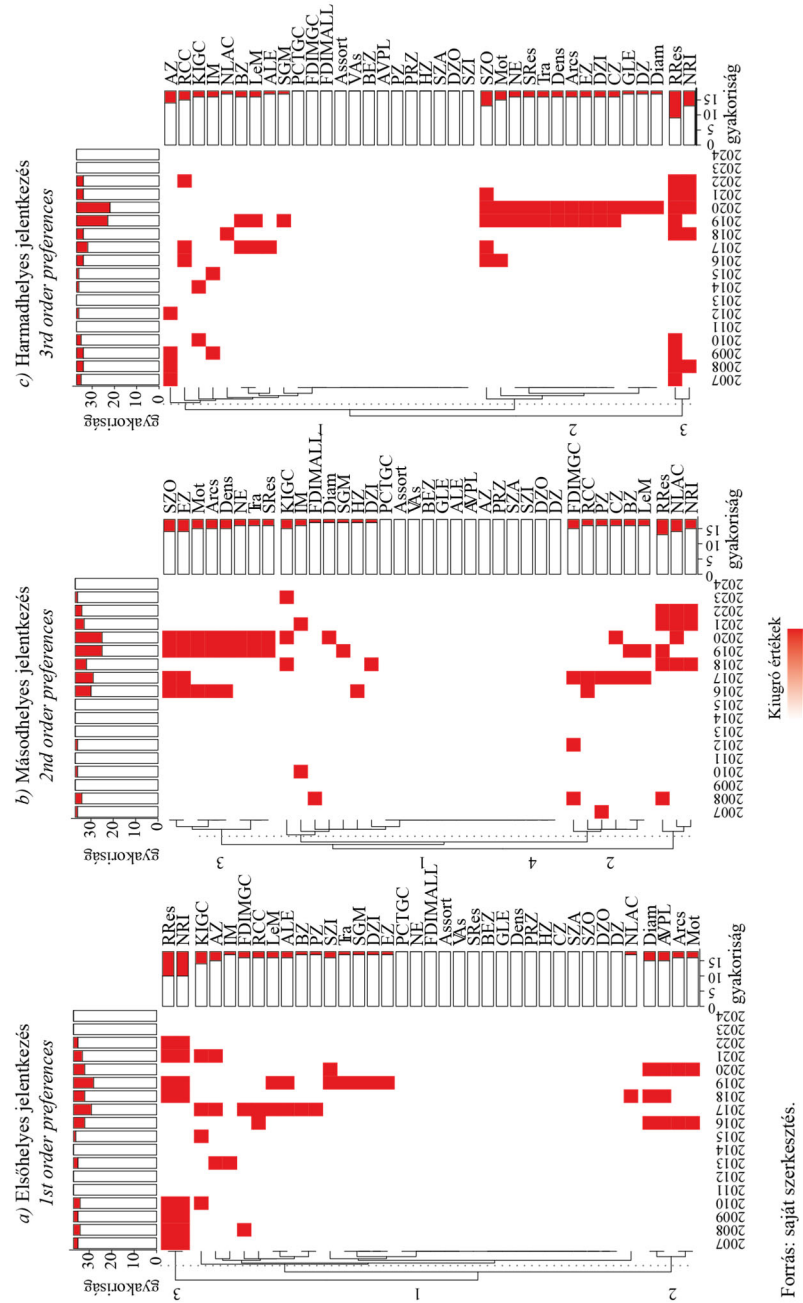
Magyarországon a demográfiai csökkenés miatt a legtöbb felsőoktatásba jelentkező hallgatót fel is veszik, nagy részüket az elsős helyes intézménybe. Ezért a második és a harmadik helyen megjelölt intézmények a hallgatók jelentős részének kevésbé relevánsak.

Fontos megjegyezni, hogy a vizsgálatunkban nem látjuk a külföldi intézményekre jelentkezéseket. Becslések szerint a jelentkezők 5–10%-a külföldi intézményt is megjelöl, ami elsősorban az elsős helyes jelentkezések mintázatát befolyásolja (Kosztján *et al.*, 2021). Valamennyi hálózatban a 2019-es és a 2020-as évek adják a legtöbb kiugró értéket, ugyanakkor a másod- és a harmad helyes hálózatokban a kiugró értékek időszori mintázata jelentősen eltér az elsős helyes jelentkezések mintázatától – ami arra utal, hogy a különböző preferencia-sorrendű hálózatok eltérően reagálnak a szakpolitikai sokkok hatásaira.

Az 5. ábra a mérnöki és a gazdaságtudományi terület mobilitási hálózataira vonatkozó növekedési ráták kilógó elemeit hasonlítja össze. Ebben a tanulmányban példaképpen csak e két szakterületet mutattuk meg, mivel ezek a legnagyobb létszámú STEM-, illetve nem-STEM-területet képviselik.

4. ábra

A jelentkezési preferenciákat figyelembe vevő mobilitási hálózatokra vonatkozó növekedési ütem kilógó értékei
Outliers (anomalies) of the growth ratios by application preferences



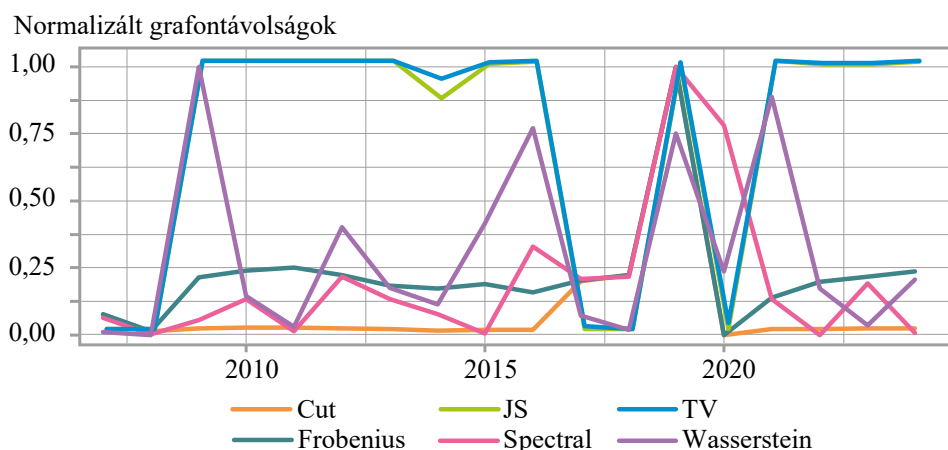
kistérségek közötti áramlási mintázatot – nem változtatta meg szakterület-specifikusan. Ez fontos eredmény a döntéshozók számára: a finanszírozási reformok a hallgatói létszámot képesek átírányítani, de a mobilitási hálózat alapvető struktúráját nem alakítják át szakterületi szinten.

3.2.2. Grafontávolságok elemzése

A 6. ábra az összes jelentkezésre vonatkozó grafontávolságok 0–1-re normalizált értékeit mutatja 2007 és 2024 között. A hat grafontávolság-metrika a strukturális változásnak különböző aspektusait ragadja meg (lásd 5. táblázat), ezért egyidejű vizsgálatuk átfogóbb képet ad, mint bármely egyedi mutató.

6. ábra

Normalizált grafontávolságok az összes jelentkezésre
Normalized graphon distances for all applications



Forrás: saját szerkesztés.

A grafontávolságok időbeli alakulásában három meghatározó időszak emelkedik ki.

- 2019–2020: Mindegyik metrika szerint lokális maximumot láthatunk. A vágási (Cut = 1,0) és a Frobenius-távolság (Frobenius = 1,0) a maximumát éri el, a Wasserstein-távolság is közel maximális (0,989). Ez azt jelenti, hogy a 2018-ról 2019-re történt változás a vizsgált időszak legnagyobb globális szerkezeti átalakulása volt – az élsúlyok és az áramlási mintázat egyaránt maximálisan megváltozott. Ez rendszerszintű strukturális átrendeződést is okozott, és leginkább a Covid19-járvány és a modellváltó átalakítás hatásaként valószínűsíthető.

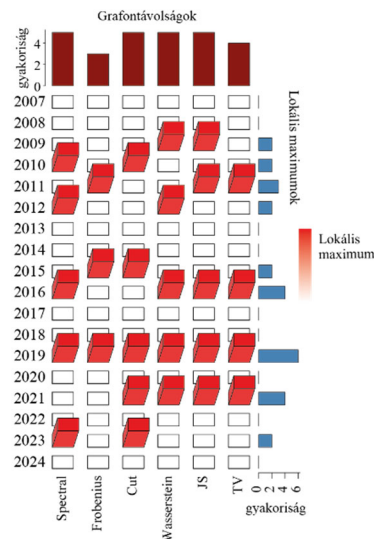
- 2009–2015: A Jensen–Shannon- (JS) és a teljes variáció (TV) távolságok tartósan magas (1,0) értéket mutatnak, míg a Cut- és a Frobenius-értékek mérsékeltek. Ez arra utal, hogy ebben az időszakban a hálózat valószínűségi eloszlása (információtartalma) változott meg markánsan, míg a globális áramlási mintázat kevésbé. Ezt a Bologna-átállás és a pénzügyi válság együttes hatása magyarázhatja.
- 2021–2024: Hasonló mintázatot láthatunk, mint a Covid19-időszak előtt, ahol a Jensen–Shannon- (JS) és a teljes variáció (TV) távolságok tartósan magasak, míg a többi mutató hatása mérsékelt. Ez az időszak a modellváltás időszaka, ahol azt láthatjuk, hogy a globális áramlási mintázat itt is kevésbé változik.

Fontos, hogy a különböző metrikák nem azonos időszakokban jeleznek maximális változást: a Cut/Frobenius 2019-ben, a JS/TV 2009–2013-ban és 2021-ben, a spektrális 2019-ben a legmagasabb. Ez alátámasztja a több metrika egyidejű alkalmazásának szükségességét (KK_3 , HJ_2), hiszen egyetlen metrika nem ragadja meg a strukturális változás minden aspektusát. Ugyanakkor a Covid19-időszak hatását mindegyik metrika jelzi.

A 7. ábra a grafontávolságok lokális maximumait (csúcsait) mutatja 2007 és 2024 között, amennyiben vannak. A lokális maximumok azt jelzik, mely években volt a környező évekhez képest a legnagyobb a strukturális változás egy-egy metrika szerint.

7. ábra

A grafontávolságok lokális maximumainak (helyi csúcsok) alakulása
Peaks of graphon distances in time



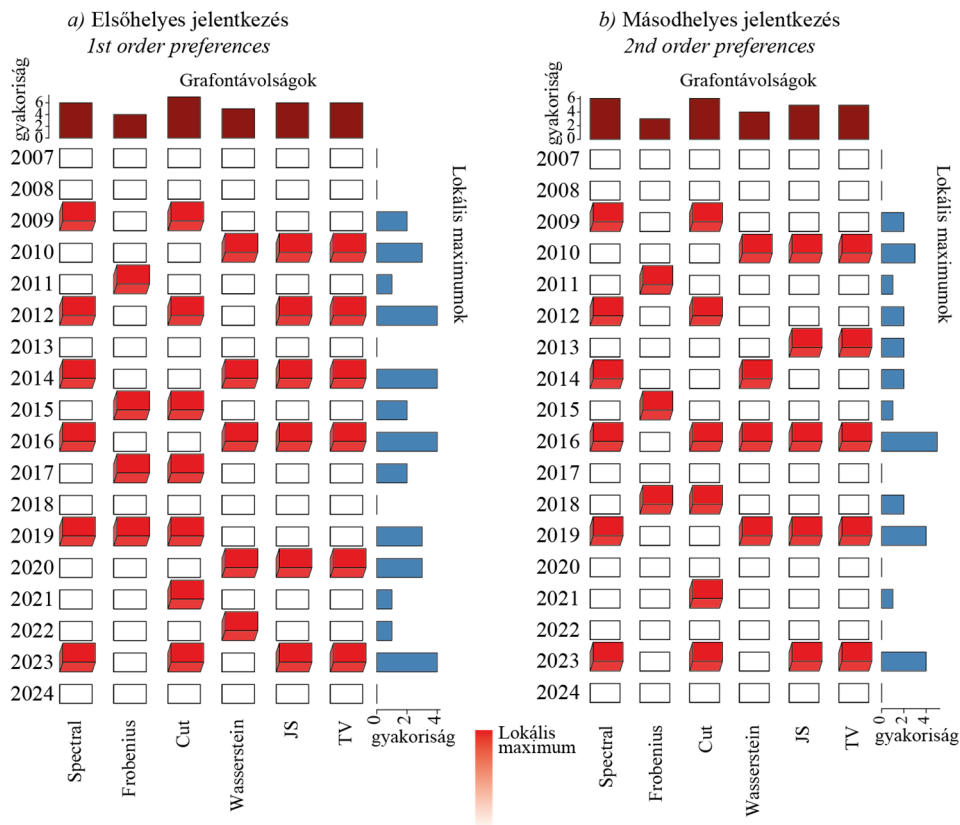
Forrás: saját szerkesztés.

A 7. ábra alapján a legtöbb metrikában egyszerre jelentkező lokális maximumok a következő években sűrűsödnek: 2019-ben valamennyi metrika, 2016-ban 4 (Spectral, Wasserstein, JS, TV), 2021-ben szintén 4 (Cut, Wasserstein, JS, TV) metrika. Ezek egybeesnek a modellváltó átalakulás kezdetével (2021), megelőzik a Covid19-járvány hatását (2019). A 2015–2016-os csúcsok pedig késleltetve a finanszírozási változások és az intézményrendszer átstrukturálásának hatásait tükrözik.

A 8. ábra a grafontávolságok lokális maximumait mutatja az 1–3. jelentkezési sorrend szerinti bontásban. Az *a)* ábra az elsőhelyes, a *b)* a másodhelyes, a *c)* a harmadhelyes jelentkezések hálózataira vonatkozik.

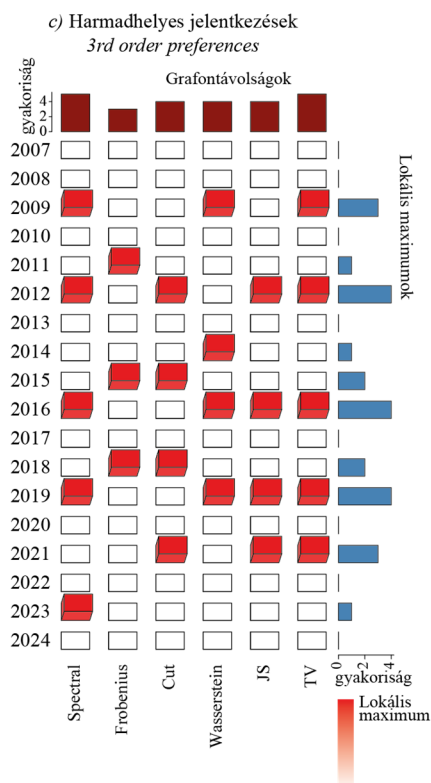
8. ábra

A grafontávolságok lokális maximumainak alakulása a jelentkezési preferenciák függvényében
Peaks of graphon distances by application preference



(Az ábra folytatása a következő oldalon.)

(folytatás)



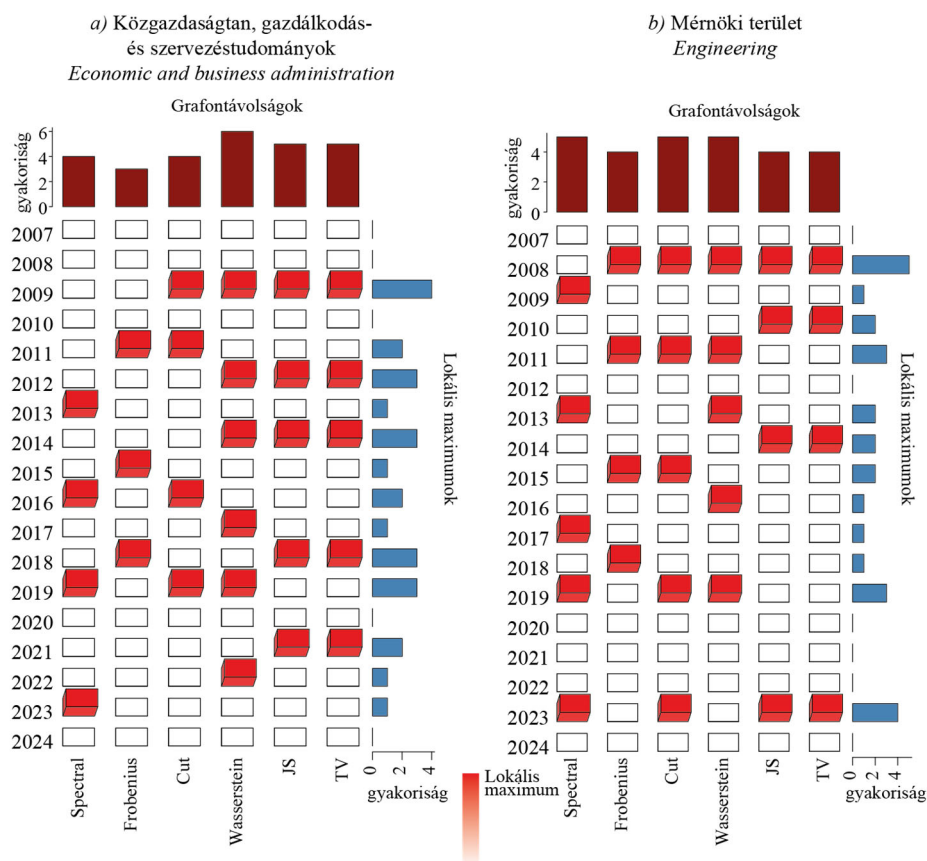
Forrás: saját szerkesztés.

A 9. ábra a mérnöki és a gazdaságtudományi területek mobilitási hálózataira vonatkozó grafontávolságok lokális maximumait mutatja.

A szakterületi bontás (9. ábra) a mérnöki és a gazdaságtudományi területen eltérő mintázatot mutat. A gazdaságtudományi szakokon a Wasserstein-, a JS- és a teljes variáció a legváltozékonyabb, miközben a mérnöki területen a távolságmétrikák lokális maximumai hasonló mintázatot mutatnak, jelezve, hogy itt egy nagyobb strukturális átalakulás történt. Jegyezzük meg, hogy ilyen különbséget a hálózati metrikák vizsgálata nem mutatott ki. A modellváltás elsőként a gazdaságtudományi területen élen járó egyetemen, a Corvinus Egyetemen zajlott kísérleti jelleggel. Majd ezt követte számos tudományegyetem, ahol a gazdasági képzés is meghatározó. A mérnöki területen meghatározó az Óbudai Egyetem és a Budapesti Műszaki és Gazdasági Egyetem modellváltása csak később zajlott le, ami a strukturális változásokban is később jelentkezett.

9. ábra

A grafontávolságok lokális maximumai (gazdasági és mérnöki terület)
Peaks of graphon distances (engineering and economics)



Forrás: saját szerkesztés.

A hálózati mutatók növekedési rátáinak anomáliáival (3. ábra) összevetve a grafontávolságok lokális maximumai részben átfednek (pl. 2011–2016), de új elemként jelenik meg a 2008–2009-es és a 2021–2023-as lokális csúcs, amely a hálózati mutatók vizsgálatánál kevésbé volt hangsúlyos. Ez arra utal, hogy a grafontalapú elemzés képes olyan változásokat is megragadni, amelyet a hagyományos hálózati mutatók nem jeleznek (lásd HJ₁ hozzájárulás).

3.2.3. Az egyetemek, kistérségek mobilitási hálózatban betöltött szerepének változása

A 10. ábra a csomóponti mutatók növekedési rátáinak standardizált értékei alapján azonosított kilógó elemeket mutatja a legtöbb hallgatót fogadó 12 kistérségre (Budapest, Debrecen, Szeged, Pécs, Győr, Gödöllő, Miskolc, Eger, Veszprém, Nyíregyháza, Kecskemét, Székesfehérvár) a fogadott hallgatói létszám szerint csökkenő sorrendben.

Valamennyi kistérségben a leggyakrabban változást mutató mutatócsoport a befolyás és a vezető szerep (5. csoport: LOB, VR, CI), valamint a pozicionális és a strukturális szerep (6. csoport: ECC, COR, BURT, CRIT) csoportjai. Ez arra utal, hogy a kistérségek hálózati befolyása és strukturális pozíciója volt a leginkább változékony a vizsgált időszakban, míg az alapvető összekötöttségi jellemzők (fokszám, erősség) stabilabbak maradtak.

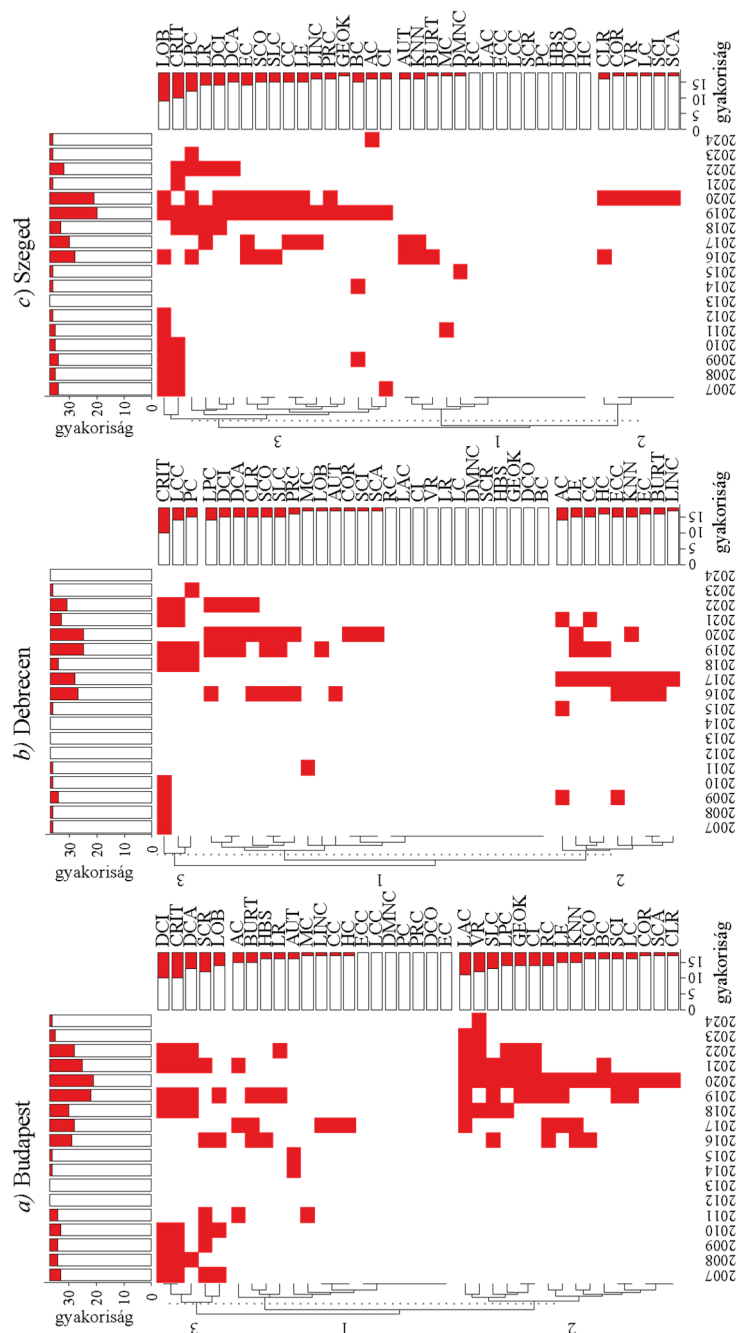
Budapest a vizsgált kistérségek közül a legkevésbé változékony: viszonylag kevés kilógó elemet mutat, ami arra utal, hogy a főváros domináns szerepe stabil maradt. Ezzel szemben a vidéki kistérségek változékonyabbak, különösen a keleti régióban. Debrecen és Miskolc esetében a 2018–2020-as időszakban sűrűsödtek az anomáliák, ami a Covid19-járvány hatását és az intézményi átalakulások következményeit tükrözheti. Eger kistérségében viszonylag sok anomália figyelhető meg, különösen a befolyás- és a pozicionális mutatókban, ami az Eszterházy Károly Katolikus Egyetem átalakulásával hozható összefüggésbe.

A kelet–nyugat megoszlás tekintetében a keleti kistérségek (Debrecen, Miskolc, Nyíregyháza, Eger) összességében változékonyabb mintázatot mutatnak, mint a nyugatiak (Győr, Veszprém, Székesfehérvár). Ez részben a keleti régió intézményeinek átstrukturálásával (modellváltás, kapacitásbővítés), részben a demográfiai csökkenés erőteljesebb hatásával magyarázható. Az oktatáspolitikai törekvés, miszerint a vidéki, különösen a keleti régió felsőoktatási intézményeit kívánják megerősíteni, a csomóponti mutatók strukturális változásaiban kimutathatóan megjelenik, de egyenlőtlenül: míg Debrecen és Eger esetében érzékelhető az átrendeződés, addig Miskolc és Nyíregyháza pozíciója kevésbé mutat egyértelmű erősödést.

10. ábra

A csomóponti mutatók standardizált növekedési rátájának kiugró értékei a legfőbb hallgatót befogadó 12 kistérségbe

Anomalies of the growth ratios (2007–2024) of node-level indicators for the top twelve incoming student micro-regions



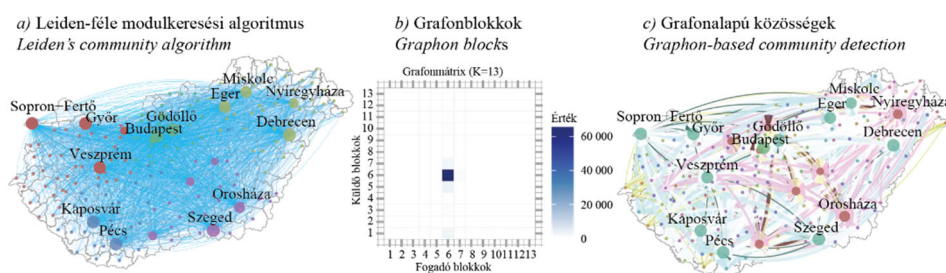
(Az ábra folytatása a következő oldalon.)

3.2.4. A grafonalapú és a közösségalapú modulkeresési eljárások összehasonlítása

A 11. ábra a 2015-ös jelentkezési adatok alapján hasonlítja össze a hagyományos (Leiden-féle) és a grafonalapú közösségetekciót. A 11. ábrán a legtöbb hallgatót fogadó 13 kistérség nevét jelöltük – ennyi közösséget azonosított a grafonalapú vizsgálat is. Az *a)* ábra a Leiden-féle módszer eredményeit mutatja, amely azokat a csomópontokat sorolja egy közösségbe, amelyek között a kapcsolat szorosabb, mint a közösségek között. A *b)* ábra a grafonalapú blokkstruktúrát, a *c)* ábra pedig a grafonalapú közösségeket és a közösségek közötti főbb áramlási útvonalakat mutatja.

11. ábra

A közösségi és a grafonalapú modulkeresési eljárások összehasonlítása a 2015-ös jelentkezési adatokon
Comparison of community and graph-based module search methods on 2015 application data



Forrás: saját szerkesztés.

A Leiden-féle módszer 5 közösséget azonosított, amelyek nagyjából a földrajzi régióknak felelnek meg. A grafonalapú elemzés 13 közösséget talált, amelyekben markáns hierarchia rajzolódik ki:

Budapest (6. grafonblokk) egyedül alkot egy közösséget, ami megerősíti a főváros kiemelkedő, egyedülálló pozícióját. A nagyobb egyetemi városok (Debrecen, Szeged, Pécs, Győr, Miskolc, Eger, Veszprém, Kaposvár, Sopron) egy közös grafonblokkba (7-es blokk) kerültek, ami egy „második szintű” vonzasközpont-csoportot rajzol ki. Az ábra *c)* részén látható, hogy a különböző színű élek az egyes közösségek közötti főbb áramlási útvonalakat azonosítják.

A grafonalapú közösségetekció lényegesen több információt ad: Nem csupán a földrajzilag lehatárolható közösségeket mutatja meg, hanem azokat a közösségek közötti áramlási útvonalakat is, amelyek az egyetemi városokat tartalmazó kistérségek között húzódnak. Ez arra utal, hogy a hallgatók a földrajzi közelség mellett fontosnak tartják, hogy meghatározó felsőoktatási intézménybe jelentkezzenek – akár távolabbi intézménybe is. A vizsgálati eredmények a jelentkezési preferenciák rétegződését mutatják: Budapest egy külön klasztert alkot, a nagyobb vidéki

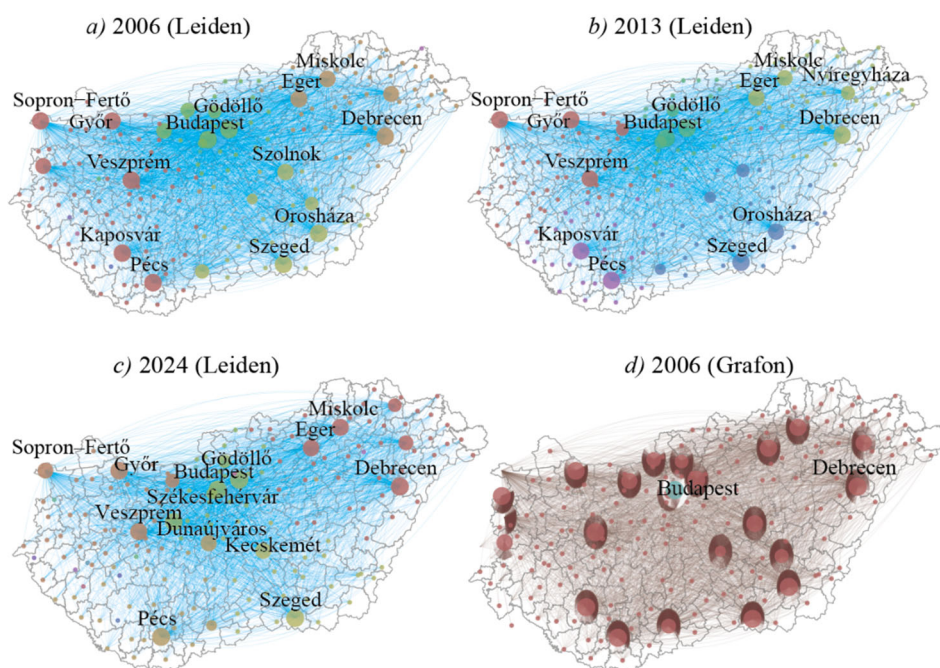
egyetemek egy újabb klasztert, míg a kisebb vidéki intézmények egy harmadik szintet képeznek.

A 12. ábra alapján jól látható a közösségetekciós módszerek közötti különbség időbeli alakulása. A Leiden-féle módszer mindhárom évben hasonló nagyobb csoportokat azonosított (*a*)–*c*) ábra). Ezzel szemben a grafonalapú közösségetekció (*d*)–*f*) ábra) markánsan eltérő eredményt ad: 2006-ban mindössze 2 blokkot sikerült azonosítani, ami a korábbi, homogénebb hálózati struktúrát tükrözi. 2013-ban és 2024-ben viszont már 13-13 közösséget azonosított a grafonmódszer, ami a hálózat fokozatos differenciálódását jelzi.

Ez fontos módszertani eredmény (HJ₄): A hagyományos közösségetekció nem képes megragadni a hálózat finomabb rétegződését, míg a grafonalapú módszer érzékenyebb a strukturális árnyalatokra. A 2006-ról 2013-ra történő ugrás (2-ről 13 közösségre) egybeesik a Bologna-átállás és a finanszírozási reformok időszakával, ami arra utal, hogy ezek a reformok nemcsak a hallgatói létszámot, hanem a hálózat belső tagoltságát is megváltoztatták.

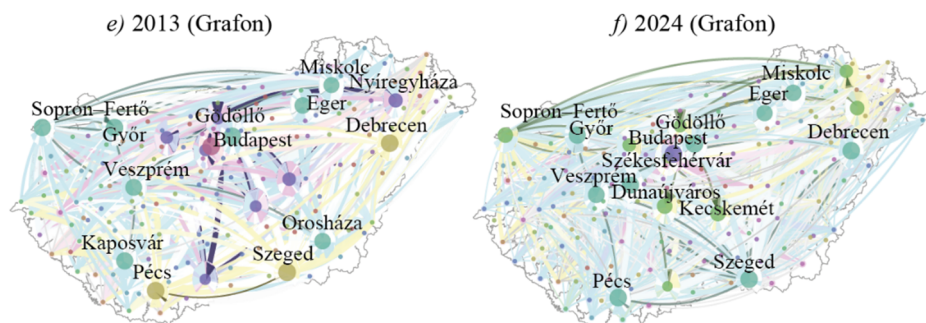
12. ábra

A grafonalapú közösségek azonosítása a 2006-os, a 2013-as és a 2024-es jelentkezési adatokon
Identifying graphon-based communities using 2006, 2013, and 2024 application data



(Az ábra folytatása a következő oldalon.)

(folytatás)



Forrás: saját szerkesztés.

A hálózati (mutatóalapú) és a grafonalapú vizsgálatok eredményeit összevetve megállapítható, hogy a két megközelítés komplementer módon egészíti ki egymást. A hálózati mutatók (különösen a reziliencia- és a robusztusságmutatók: NRI, RRes) érzékenyen jelzik a rövid távú sokkokat, míg a grafontávolságok (különösen a JS- és a TV-metrikák) a tartósabb, mélyebb strukturális átrendeződéseket ragadják meg. A közösségetekciónál a Leiden-módszer a stabil, nagyobb csoportokat azonosítja, míg a grafonalapú módszer a rétegződést és a kistérségek közötti áramlási hierarchiát is feltárja.

A két módszer együttes alkalmazása lehetővé teszi a strukturális változások többszintű vizsgálatát: a hálózati mutatók a „mi változik” kérdésre válaszolnak, míg a grafontávolságok a „mennyire más lett a hálózat egésze” kérdésre (HJ₄).

4. Összefoglalás, következtetések

Tanulmányunkban a magyar felsőoktatási jelentkezési adatok alapján felépített kistérségi szintű mobilitási hálózatok 2006–2024 közötti strukturális változásait vizsgáltuk hálózatalméleti és grafonalapú módszerekkel. A 175 kistérségből álló irányított, súlyozott hálózatokat 37 hálózati szintű, 37 csomóponti szintű mutató, valamint 6 grafontávolságmérika segítségével elemeztük, a jelentkezési preferencia-sorrend és a szakterület szerinti bontásban is.

Kutatási kérdéseinkre az alábbi válaszokat kaptuk:

KK₁: Strukturális mintázatok és szakpolitikai események: A hálózat a vizsgált időszakban ritkábbá, hierarchikusabbá és erősebben modularizálttá vált.

Három fő strukturális töréspontot azonosítottunk: a Bologna-átállás

időszakát (2006–2008), a 2019–2020-as strukturális átalakulást, valamint a modellváltó átalakulás időszakát (2021–2024). Ezek mindegyike detektálható volt mind a hálózati mutatók, mind a grafontávolságok szintjén (HJ₃).

KK₂: A mutatók érzékenysége: A reziliencia- és a robusztusságmutatók (NRI, RRes) a legérzékenyebbek a rövid távú sokkokra, míg a grafontávolságok közül a JS- és a TV-metrikák a tartós eloszlásbeli változásokra, a Cut és Frobenius a hirtelen volumenváltozásokra reagálnak a legérzékenyebben (HJ₂).

KK₃: Grafonalapú vs. hagyományos megközelítés: A grafonalapú elemzés képes olyan strukturális változásokat is megragadni, amelyeket a hagyományos hálózati mutatók nem, vagy csak részben jeleznek – például a 2019–2020-as globális átrendeződést és a hálózat belső differenciálódásának időbeli alakulását. A grafonalapú közösségetekció sokkal finomabb rétegződést tár fel, mint a Leiden-módszer, beleértve a Budapest-egyetemi városok–kisebb intézmények közötti hierarchikus szerkezetet (HJ₁, HJ₄).

Eredményeink a tudományos közösség számára módszertani szempontból is újdonságot hoznak: ez az első vizsgálat, amely grafontávolságmétrikákat alkalmaz hazai felsőoktatási mobilitási hálózatokra (HJ₁), és szisztematikusan összehasonlítja hat különböző grafontávolság érzékenységét a szakpolitikai változásokra (HJ₂). Az integratív keretrendszer, amely összekapcsolja a hagyományos hálózati mutatókat a grafonalapú elemzéssel, világossá teszi, hogy a két megközelítés komplementer: a hálózati mutatók a „mi változik és hol” kérdésre, a grafontávolságok a „mennyire más lett a hálózat egésze” kérdésre válaszolnak (HJ₄).

A döntéshozók számára az eredmények a következő gyakorlati következtetéseket kínálják. Vizsgálatunk rámutatott, hogy a jelentkezések kialakításában a földrajzi közelség mellett az intézményi presztízs is meghatározó: a grafonalapú közösségetekció kimutatta, hogy a vidéki egyetemi kistérségek között is jelentős áramlás van, ami a jelentkezési preferenciák rétegződésére utal. Ez a beiskolázási stratégiák kialakításánál figyelembe veendő. A szakterületi finanszírozási reformok (pl. a 2011-es STEM-reform) a hallgatói létszámokat képesek átírni, de a mobilitási hálózat alapvető térbeli struktúráját nem változtatják meg szakterületi szinten – a strukturális változásokat elsősorban rendszerszintű hatások vezérik. A vidéki felsőoktatási intézmények megerősítésére irányuló kormányzati törekvés a csomóponti mutatókban egyenlőtlenül tükröződik: miközben Szeged pozíciója erősödött, Pécs drámaian gyengült.

Tanulmányunk több korlátját is érdemes jelezni. Először is, az elemzés a felsőoktatásba benyújtott jelentkezéseken alapul, nem a ténylegesen felvett hallgatók adatain; a tényleges térbeli mobilitás vizsgálatához felvételi és végzettségi

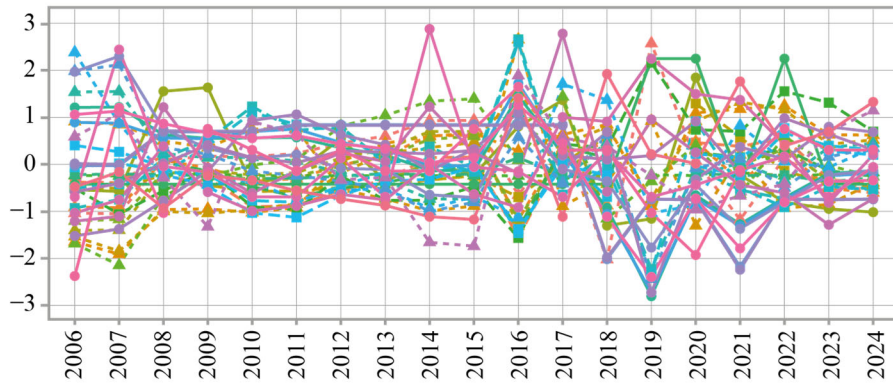
adatokra lenne szükség. Másrészt, a külföldi hallgatók – akik jelentősége a vizsgált időszakban nagymértékben megnövekedett, különösen az orvos- és az egészségtudományi képzések terén – nem jelennek meg az elemzésben, ahogyan a magyar hallgatók külföldi intézményekre benyújtott jelentkezései sem (becsléseink szerint ez utóbbi a jelentkezők 5–10%-át érintheti). Továbbá a több képzési hellyel rendelkező intézmények esetében az adatbázis a székhelyet tartalmazza, nem a tényleges képzési helyet, ami az érintett intézmények vonzáskörzetének pontosságát befolyásolhatja. Végül az egyes szakterületek területi vonzereje között is jelentős különbségek lehetnek: míg bizonyos képzések (pl. orvos-, állatorvos-, építés-, informatikusképzés) országos vonzáskörzettel rendelkeznek, más szakterületek (pl. gazdaságtudományi, pedagógusképzés) inkább regionális jellegűek (*Béres et al., 2025*). A szakterületi bontás finomítása – különösen az egyes képzések vonzáskörzetének elemzése összekapcsolva a grafon-elmélettel – fontos jövőbeli kutatási irány.

Függelék

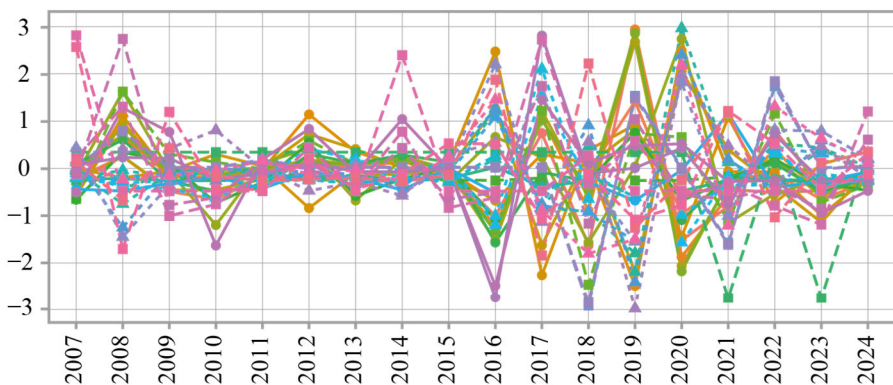
F1. ábra

Standardizált hálózati mutatók és standardizált növekedés
Standardized value of network-level indicators and growth ratios

Hálózati indikátorok standardizált értéke



Növekedési ráta standardizált értéke



Korrelációs csoport

● 1 -▲- 2 ■ 3

Változók

○ DZI	○ HZ	○ Arcs	○ Tra	○ FDIMGC
○ DZO	○ EZ	○ Dens	○ RRes	○ KIGC
○ DZ	○ PRZ	○ Diam	○ SRes	○ NE
○ SZI	○ AZ	○ AVPL	○ NRI	○ PCTGC
○ SZO	○ PZ	○ ALE	○ VAs	○ NLAC
○ SZA	○ LeM	○ GLE	○ RCC	
○ BZ	○ IM	○ BEZ	○ Assort	
○ CZ	○ SGM	○ Mot	○ FDIMALL	

Forrás: saját szerkesztés.

F1. Csomóponti mutatók: részletes definíciók

Az alábbiakban legyen $G = (V, E, w)$ egy irányított, súlyozott gráf $n = |V|$ csomóponttal. $i, j \in V$ csomópontokra: $w(i, j)$ az élsúly (0, ha nincs él); $a_{ij} = \mathbb{1}_{[w(i, j) > 0]}$ a bináris szomszédsági indikátor; $N^{\text{in}}(i) = \{j : a_{ji} > 0\}$ és $N^{\text{out}}(i) = \{j : a_{ij} > 0\}$ a be- és a kiszomszédság; $N(i) = N^{\text{in}}(i) \cup N^{\text{out}}(i)$ az irányítatlan szomszédság; $d^{\text{in}}(i)$, $d^{\text{out}}(i)$, $d(i)$ a be-, a ki- és az összfokszámok; $d(i, j)$ a legrövidebb úttávolság i -ből j -be; σ_{st} az s -ből t -be vezető legrövidebb utak száma; $\sigma_{st}(v)$ az s -ből t -be vezető, v -n átmenő legrövidebb utak száma; $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ az A szomszédsági mátrix sajátértékei. További jelölések: $\alpha \in (0, 1)$ a csillapítási paraméter (PRC, AC); β a Bonacich-féle hatalomparaméter (PC); \mathbf{I} az $n \times n$ -es egységmátrix; \mathbf{e} az exogén bemenetvektor (AC). $M(v) = |N(v)|$ a v szomszédságának mérete; C_v a lokális klaszterezettségi együttható; $f(\cdot)$ a CLR nemlineáris transzformációja; $C_{\max}(v)$ az $N(v)$ által indukált részgráf legnagyobb összefüggő komponense; $d_{ij}^{N(v)}$ az i -ből j -be vezető legrövidebb út az $N(v)$ által indukált részgráfban; H_s az s -mag: azon maximális részgráf, amelyben minden csomópont $s^w(v) \geq s$, ahol $s^w(v)$ a súlyozott fokszám H_s -en belül. $\partial B(v, \ell) = \{u \in V : d(v, u) = \ell\}$ a v -től pontosan ℓ távolságra lévő csomópontok halmaza (gömbhéj). MFPT(s, v) az s -ből v -be vezető véletlen séta várható elsőelérési ideje (*mean first passage time*); $G \setminus v$ a G gráf a v csomópont és a hozzá tartozó élek eltávolítása után; $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ a Laplace-mátrix, ahol $\mathbf{D} = \text{diag}(d(1), \dots, d(n))$ a fokszám-diagonálmátrix; $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq \mu_n \geq 0$ az \mathbf{L} sajátértékei (az F1g táblázatban $\lambda_i(\mathbf{L})$ jelöléssel is); $E_L(G) = \sum_i \mu_i^2$ a Laplace-energia. $S(G)$ a G óriáskomponensének csomópontszáma. $M(v, r) = |\{u \in V : d(v, u) \leq r\}|$ a v csomópont r sugarú környezetének tömege (itt a csomópontok száma).

F1a. 1. csoport: Fokszám- és erősség-központosság

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
SCI	Be(fokszám)-erősség-központosság	$s^{\text{in}}(i) = \sum_{j \in V} w(j, i)$	Az adott kistérségbe érkező összes jelentkezés volumene; a felsőoktatási vonzerő mértéke.
SCO	Kierősség-központosság	$s^{\text{out}}(i) = \sum_{j \in V} w(i, j)$	Az adott kistérségből más kistérségekbe irányuló összes jelentkezés volumene.
SCA	Erősség-központosság	$s(i) = s^{\text{in}}(i) + s^{\text{out}}(i)$	A bejövő és a kimenő jelentkezések együttes volumene; a kistérség teljes mobilitási forgalma.
DCI	Befokszám-központosság	$d^{\text{in}}(i) = \sum_{j \in V} a_{ji}$	Hány különböző kistérségből érkeznek jelentkezők; a felsőoktatási vonzaskörzet kiterjedtsége.
DCO	Kifokszám-központosság	$d^{\text{out}}(i) = \sum_{j \in V} a_{ij}$	Hány különböző kistérségbe irányulnak jelentkezések; a célválasztás földrajzi sokszínűsége.
DCA	Fokszám-központosság	$d(i) = d^{\text{in}}(i) + d^{\text{out}}(i)$	A kistérség összes közvetlen mobilitási kapcsolatának száma mindkét irányban.

F1b. 2. csoport: Útvonalalapú központosság

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
BC	Közöttiség-központosság	$B(v) = \sum_{s \neq v \neq t} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$	Mennyire tölti be a kistérség a közvetítő szerepét más kistérségek közötti mobilitási útvonalakon.
CC	Közelség-központosság	$C_c(v) = \frac{n-1}{\sum_{u \neq v} d(v, u)}$	Milyen rövid útvonalon érhető el a kistérség a hálózat többi részéből.
HC	Harmonikus központosság	$H(v) = \frac{1}{n-1} \sum_{u \neq v} \frac{1}{d(v, u)}$	Az elérhetőség mértéke, amely akkor is értelmezhető, ha a hálózatban vannak egymástól elkülönülő csoportok.
GEOK	Geodezikus K -útvonal-központosság	$G_K(v) = \sum_{u \neq v} \frac{1}{d(v, u)} \cdot \mathbf{1}[d(v, u) \leq K]$	Hány más kistérség érhető el K lépésen belül; a helyi-regionális összekötöttség mértéke.
LINC	Lin-központosság	$L(v) = \frac{R(v)^2}{\sum_{u \in R(v)} d(v, u)}$	Egyszerre veszi figyelembe az elérhető kistérségek számát és az odáig vezető átlagos távolságot; a hatékony mobilitási hozzáférés mutatója.

F1c. 3. csoport: Spektrális és iteratív központosság

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
EC	Sajátvektor-központosság	$x_i = \frac{1}{\lambda_1} \sum_j a_{ij} x_j$	Mennyire kapcsolódik a kistérség más, szintén jól összekötött kistérségekhez; a rekurzív presztízs mértéke a mobilitási hálózatban.
AUT	Autoritás-központosság	$a_i^{(k+1)} = \sum_j h_j^{(k)} \cdot a_{ji}$	Mennyire preferált célpont a kistérség azon kistérségek esetében, amelyek maguk is sok helyre küldenek jelentkezőket.
HBS	Hubközpontosság	$h_i^{(k+1)} = \sum_j a_j^{(k)} \cdot a_{ij}$	Mennyire „jó elosztó” a kistérség: lakosai milyen mértékben jelentkeznek a legvonzóbb felsőoktatási intézményekbe.
PRC	PageRank-központosság	$PR(v) = \frac{1-\alpha}{n} + \alpha \sum_{u \in N^{\text{in}}(v)} \frac{PR(u)}{d^{\text{out}}(u)}$	A kistérség globális fontossága: annak mértéke, hogy egy „véletlenszerűen vándorló jelentkező” éppen ide „érkezik” a hálózatban.
AC	Alfa-központosság	$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \alpha \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{e}$	A sajátvektor-központosság kiterjesztése, amely a hálózati pozíció mellett külső tényezőket is figyelembe vesz a fontosság meghatározásában.
PC	Hatalom-központosság	$c_i(\beta) = \sum_j (\alpha + \beta c_j) a_{ij}$	Mennyire képes a kistérség a szomszédain keresztül befolyást gyakorolni a tágabb mobilitási hálózatra.

F1d. 4. csoport: Szomszédsági és lokális struktúra

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
KNN	Legközelebbi-szomszéd-fokszám	$k_{\text{nn}}(v) = \frac{1}{d(v)} \sum_{u \in N(v)} d(u)$	A kistérség közvetlen partnereinek átlagos kapcsolatszám; megmutatja, a partnerek maguk mennyire beágyazottak a hálózatba.
SCR	S-mag-érték	Maximális s , amelyre $v \in H_s$, és $\forall u \in H_s : s^w(u) \geq s$	A kistérség mennyire tartozik a mobilitási hálózat sűrű, erős forgalmú belső magjához; a súlyozott beágyazottság mértéke.
CLR	ClusterRank	$CR(v) = f(c_v) \cdot (d^{\text{out}}(v) + 1)$	A helyi csoportosulási hajlam és a kimenő kapcsolatok számának kombinációja; a szűkebb környezetben betöltött befolyás mértéke.

(A táblázat folytatása a következő oldalon.)

(folytatás)

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
DMNC	A maximális szomszédsági komponens sűrűsége	$\frac{E(C_{\max}(v))}{C_{\max}(v) \cdot (C_{\max}(v) - 1)}$	A közvetlen partnerek mennyire alkotnak sűrű, összefüggő csoportot; a helyi mobilitási közösség kohéziója.
LCC	Lokális közösségi központosság	$LCC(v) = \sum_{u \in N(v)} \sum_{w \in N(v): (u, w) \in E} 1$	A kistérség közvetlen partnerei egymás közti mobilitási kapcsolatainak száma; a szűk környezet belső összefonódottságának mértéke.
SLC	Szemilokális központosság	$SL(v) = \sum_{u \in N(v)} \sum_{w \in N(u)} d(w)$	Nemcsak a közvetlen partnereket, hanem azok szomszédait is figyelembe véve méri a kistérség összekötöttségét.
LE	Lokális hatékonyság	$E_{\text{loc}}(v) = \frac{1}{N(v)(N(v)-1)} \sum_{j, k \in N(v)} \frac{1}{d_{jk}^{N(v)}}$	Mennyire lennének képesek a kistérség közvetlen partnerei megőrizni az egymás közti mobilitási kapcsolataikat, ha a kistérség kiesne a hálózatból.

F1e. 5. csoport: Befolyás és vezető szerep

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
LC	Tőkeáttétel-központosság	$l(v) = \frac{1}{d(v)} \sum_{u \in N(v)} \frac{d(v) - d(u)}{d(v) + d(u)}$	Megmutatja, hogy a kistérségnek arányaiban több kapcsolata van-e, mint a közvetlen partnereinek.
LR	LeaderRank	PageRank-variáns	A PageRank továbbfejlesztett változata, amely a hálózat „zsákutcáit” is kezeli; a kistérség vezető szerepének mértéke a mobilitási áramlásokban.
VR	VoteRank	Iteratív szavazás: szomszédok szavaznak v -re; a legtöbb szavazatot kapó eltávolításra kerül (Zhang et al., 2016).	Iteratív szavazási eljárással azonosítja a mobilitási hálózat legbefolyásosabb kistérségeit, amelyek kiemelkedő hatással bírnak az áramlások terjedésére.
CI	Kollektív befolyás	$CI(v) = (d(v)-1) \cdot \sum_{u \in \partial B(v, \ell)} (d(u)-1)$	A kistérség kiesésének hatása a hálózat összekötöttségére; a stratégia-ileg kritikus csomópontok azonosítására szolgál.
LOB	Lobbyindex	Legnagyobb l , amelyre v -nek $\geq l$ szomszédja van fokszám $\geq l$ -lel	A tudományos h -indexhez hasonlóan méri, hány jól összekötött partnerrel rendelkezik a kistérség; a szomszédság „elitjének” kiterjedtsége.

F1f. 6. csoport: Pozicionális és strukturális szerep

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
ECC	Excentricitás	$\text{ecc}(v) = \max_{u \in V} d(v, u)$	A kistérség legtávolabbi ponttól mért hálózati távolsága; megmutatja, mennyire központi vagy periférikus pozíciót foglal el a mobilitási hálózatban.
COR	Magszám	Maximális k , amelyre v a k -maghoz tartozik	A kistérség beágyazottsága a hálózat héjszerkezetében: minél mélyebb maghoz tartozik, annál inkább a hálózat legsűrűbb, legaktívabb részének tagja.
BURT	Burt-féle kényszer	$C_i = \sum_j \left(p_{ij} + \sum_{q \neq i, j} p_{iq} p_{qj} \right)^2$	A kistérség strukturális mozgásterét méri: mennyire korlátozza a szomszédsági szerkezet a kistérség közvetítő (bróker) lehetőségeit a mobilitási csoportok között.
CRIT	Kritikusság	$\Delta \text{GE}(v) = \text{GE}(G) - \text{GE}(G \setminus v)$	Mennyire csökken a hálózat egészének hatékonysága a kistérség kiesése esetén; a struktúrában betöltött nélkülözhetetlenség mértéke.
MC	Markov-központság	$m(v) = \frac{1}{\frac{1}{n-1} \sum_{s \neq v} \text{MFPT}(s, v)}$	Mennyire könnyen érhető el a kistérség, ha a hálózatban véletlenszerűen „sétálunk”; az átlagos elérési út inverze.

F1g. 7. csoport: Fraktál, reziliencia és spektrális (csomóponti) központságok

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
LAC	Lokális lakunaritás	$\Lambda(v, r) = \frac{\text{Var}[M(v, r)]}{(\mathbb{E}[M(v, r)])^2} + 1$	A kistérség szomszédságában lévő mobilitási kapcsolatok egyenletességét méri: mennyire egyenletes vagy „foltszerű” a helyi összekötöttség.
RC	Reziliencia-központság	$\text{RC}(v) = \frac{\Delta S(v)}{S(G)}$	A kistérség kiesése mekkora mértékben csökkenti a hálózat legnagyobb összefüggő részének méretét; a hálózati sérülékenységben betöltött szerep.
LPC	Laplace-központság	$C_L(v) = \frac{E_L(G) - E_L(G \setminus v)}{E_L(G)}$	A kistérség eltávolításának hatása a hálózat spektrális energiájára; a strukturális nélkülözhetetlenség mértéke.

F2. Hálózati szintű mutatók: részletes definíciók

A jelölések azonosak az F1-ben bevezetettekkel. A centralizációs indexek a Freeman-centralizációs képlettel számíthatók (Freeman, 1979). Egy X csomóponti központiságra:

$$C_X(G) = \frac{\sum_{i=1}^n [X_{\max} - X(i)]}{\max_G \sum_{i=1}^n [X_{\max} - X(i)]}, \quad (9)$$

ahol $X_{\max} = \max_{i \in V} X(i)$, és a nevező az elméleti maximum (a legtöbb központisági mutató esetén csillaggráfon érhető el).

F2a. 1. csoport: Fokszám- és erősség-centralizáció

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
SZI	Beerősség-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = s^{\text{in}}$ -nel	Bejövő áramlás centralizációja
SZO	Kierősség-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = s^{\text{out}}$ -tal	Kimenő áramlás centralizációja
SZA	Erősség-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = s$ -sel	Teljes áramlás centralizációja
DZI	Befokszám-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = d^{\text{in}}$ -nel	Befokszám centralizációja
DZO	Kifokszám-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = d^{\text{out}}$ -tal	Kifokszám centralizációja
DZ	Fokszám-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = d$ -vel	Összfokszám centralizációja

F2b. 2. csoport: Útvonal- és távolságalapú centralizáció

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
BZ	Közöttiség-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = B$ -vel	A hídszerepfonosság koncentrációja
CZ	Közelség-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = C_c$ -vel	Az elérhetőség koncentrációja
HZ	Harmonikus centralizáció	Freeman-centralizáció $X = H$ -val	A harmonikus központiság koncentrációja

F2c. 3. csoport: Spektrális és iteratív centralizáció

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
EZ	Sajátvektor-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = EC$ -vel	A sajátvektor-fontosság koncentrációja
PRZ	PageRank-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = PR$ -rel	A PageRank koncentrációja
AZ	Alfa-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = AC$ -vel	Az alfa-központiség koncentrációja
PZ	Hatalom-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = PC$ -vel	A Bonacich-féle hatalom-központiség koncentrációja
EZ	Sajátvektor-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = EC$ -vel	A sajátvektor-fontosság koncentrációja
PRZ	PageRank-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = PR$ -rel	A PageRank koncentrációja

F2d. 4. csoport: Közösség és modularitás

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
LeM	Leiden-modularitás	$Q = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \left[w_{ij} - \frac{s_i s_j}{2m} \right] \delta(c_i, c_j)$	Mennyire tagolódik a mobilitási hálózat jól elkülöníthető kistérségi csoportokra, amelyeken belül intenzív a jelentkezési forgalom, közöttük pedig gyenge
IM	Infomap-modularitás	$L(\mathcal{M}) = q_{\infty} H(Q) + \sum_{i=1}^m p_{\infty}^i H(P^i)$	A jelentkezésáramlás mintázata alapján méri, mennyire szerveződik a hálózat elkülönülő mobilitási közösségekre: egy véletlenszerűen vándorló jelentkező mennyire marad egy-egy csoporton belül
SGM	Spin-Glass-modularitás	$\mathcal{H}(\sigma) = -\sum_{ij} J_{ij} \delta(\sigma_i, \sigma_j)$	Azt az optimális közösségfelosztást keresi, amelyben a csoporton belüli mobilitási kapcsolatok a lehető legerősebbek, a csoportok közöttiek pedig a lehető leggyengébbek

F2e. 5. csoport: Összekötöttség és hatékonyság

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
Arcs	Élek száma	E	Az irányított élek összes száma
Dens	Sűrűség	$\frac{E}{n(n-1)}$	A lehetséges irányított élek jelen levő aránya
Diam	Átmérő	$\max_{u,v} d(u,v)$	A leghosszabb legrövidebb út a hálózatban
AVPL	Átlagos úthossz	$\bar{d} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{u \neq v} d(u,v)$	A legrövidebb úttávolságok átlaga
ALE	Átlagos lokális hatékonyság	$\bar{E}_{\text{loc}} = \frac{1}{n} \sum v E_{\text{loc}}(v)$	A helyi szintű mobilitási kapcsolatok minőségének mutatója
GLE	Globális hatékonyság	$E_{\text{glob}} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{u \neq v} \frac{1}{d(u,v)}$	Inverz távolság, globális hatékonyság (Latora–Marchiori, 2001)

F2f. 6. csoport: Él- és magasabb rendű struktúra

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
BEZ	Élközöttiség-centralizáció	Freeman-centralizáció $X = B_e$ -vel, ahol $B_e(i, j) = \sum_{s \neq t} \frac{\sigma_{st}(e)}{\sigma_{st}}$	Az élközöttiség koncentrációja (Girvan–Newman, 2002)
Mot	Motívumok	$\sum_k n_k(G)$	Három kistérségből álló ismétlődő kapcsolódási minták száma; a jellegzetes mobilitási „építőelemek” gyakorisága a hálózatban
Tra	Tranzitivitás	$\frac{3 \times \text{háromszögek}}{\text{összefüggő hármasok}}$	Ha két kistérség egy közös harmadikkal mobilitási kapcsolatban áll, mekkora az esélye, hogy egymással is kapcsolatban állnak; a helyi csoportosulási hajlam mértéke

F2g. 7. csoport: Reziliencia és robusztusság

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
RRes	Véletlenszerű támadási reziliencia	$R_r = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n S(q/n)$	A hálózat ellenálló képessége véletlenszerű kistérségek kiesése esetén; mennyire marad összekapcsolt a rendszer véletlen zavarások hatására
SRes	Szisztematikus támadási reziliencia	$R_s = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n S(q/n)$	Mint az RRes, de csökkenő fokszám szerinti sorrendben eltávolítva
NRI	Normalizált reziliencia-index	$\text{NRI} = \frac{R_r - R_s}{R_r}$	A véletlenszerű és a célzott kiesés hatásának relatív különbsége; mennyivel sebezhetőbb a hálózat a kulcsfontosságú kistérségek célzott kiesésével szemben

F2h. 8. csoport: Aszimmetria és hierarchia

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
VAs	Átlagos csúcs-aszimmetria	$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_i \frac{s^{\text{in}}(i) - s^{\text{out}}(i)}{s^{\text{in}}(i) + s^{\text{out}}(i)}$	A kistérségek bejövő és kimenő mobilitási forgalmának átlagos egyensúlytalansága; mennyire aszimmetrikus a „küldő” és a „fogadó” szerepek eloszlása a hálózatban
RCC	Gazdag-klub együtttható	$\phi(k) = \frac{2E_{>k}}{N_{>k}(N_{>k} - 1)}$	A legtöbb kapcsolattal rendelkező kistérségek mennyire kapcsolódnak egymáshoz; a nagy felsőoktatási központok egymás közötti mobilitási összefonódásának mértéke

F2i. 9. csoport: Komplexitás, fraktál és információelmélet

Rövidítés	Név	Képlet	Leírás
FDIMALL	Fraktál-dimenzió (teljes gráf)	$d_B = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N_B(r)}{\ln r}$	A mobilitási hálózat térbeli komplexitása: mennyire ismétlődik a hálózat szerkezete különböző léptékekben vizsgálva
FDIMGC	Fraktál-dimenzió (óriáskomponens)	Mint a FDIMALL, az óriáskomponensre (ÓK) korlátozva.	A hálózat legnagyobb összefüggő részének fraktáldimenziója; a fő mobilitási rendszer önhasonlóságának mértéke
KIGC	Kirchhoff-index (ÓK)	$Kf(G) = n \sum_{i=2}^n \frac{1}{\mu_i}$	A hálózat legnagyobb összefüggő részének összegzett „kommunikációs nehézsége” elektromos-ellenállás-analógiával; az áramlási útvonalak redundanciáját és hatékonyságát egyszerre tükrözi
NE	Hálózati entrópia	$H(G) = -\sum_i p_i \ln p_i$	A mobilitási kapcsolatok egyenletességét méri: mennyire egyenlően vagy egyenlőtlenül oszlanak el a forgalmi terhek a kistérségek között
PCTGC	Perkolációs küszöb (ÓK)	$p_c = \frac{\langle d \rangle}{\langle d^2 \rangle - \langle d \rangle}$	Az a kritikus arány, amely felett a kistérségek véletlenszerű bekapcsolása összefüggő hálózatot eredményez; a hálózati összekötöttséghez szükséges minimális aktivitási szint
NLAC	Hálózati lakunaritás	$\Lambda = \frac{\text{Var}[M(r)]}{(\mathbb{E}[M(r)])^2} + 1$	Részheterogenitás r skálán; a magas értékek heterogén térbeli kapcsolateloszlást jeleznek

Ahol c_i az i csomópont közösségcímkeje; $\delta(c_i, c_j)$ a Kronecker-delta (= 1, ha $c_i = c_j$, különben 0); $m = \frac{1}{2} \sum_{ij} w_{ij}$ az összes élsúly fele; $s_i \equiv s(i)$ a csomópont-erősség (lásd F1a); J_{ij} a csatolási mátrix elemei a Spin-Glass-modellben (Reichardt–Bornholdt, 2006); az Infomap jelölésekhez (q_{\leftrightarrow} , $H(Q)$, p_i^{\odot} , $H(P^i)$) lásd Rosvall és Bergstrom (2008). $|E|$ az irányított élek száma; $E_{loc}(v)$ a csomóponti lokális hatékonyság (lásd F1d: LE). $\sigma_{st}(i, j)$ az s -ből t -be vezető, az (i, j) élen átmenő legrövidebb utak száma; $B_e(i, j) = \sum_{s \neq t} \frac{\sigma_{st}(i, j)}{\sigma_{st}}$ az (i, j) él közöttiség-központisége; $n_k(G)$ a k -adik típusú irányított triád (háromcsomópontos al-minta) előfordulási száma G -ben. $S(q/n)$ az óriáskomponens relatív mérete a csomópontok q/n hányadának eltávolítása után; R_r és R_s a véletlenszerű, ill. szisztematikus (csökkenő foksám szerinti) eltávolítási sorrend melletti rezilienciagörbe

alatti terület. $N_k = |\{v \in V: d(v) > k\}|$ a k -nál nagyobb fokszámú csomópontok száma; E_k az N_k -ba tartozó csomópontok közötti élek száma. $N_B(r)$ a gráf r sugarú dobozokkal való lefedéséhez szükséges minimális dobozsám; μ_i az L Laplace-mátrix nem nulla sajátértékei (lásd Flg); $p_i = d(i) / \sum_j d(j)$ a normalizált fokszámeloszlás; $\langle d \rangle = \frac{1}{n} \sum_i d(i)$ a fokszámeloszlás első momentuma; $\langle d^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_i d(i)^2$ a második momentuma; $M(r)$ a hálózati szintű átlagos „tömeg” r skálán (vö. Flg: $M(v, r)$).

F3. Grafon-távolságmétrikák: részletes definíciók

Legyen $w_1, w_2 : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ két grafonfüggvény (nem feltétlenül szimmetrikus, az irányított gráfok kezelése érdekében). Jelölje \mathcal{S} az összes mértéktartó bijekció $\phi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ halmazát. Egy W grafonra és $\phi \in \mathcal{S}$ -re definiáljuk az átcímkezett grafont: $W^\phi(x, y) = W(\phi(x), \phi(y))$.

1. Vágási távolság (δ_{\square})

Egy $U : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvény vágási normája:

$$|U|_{\square} = \sup_{S, T \subseteq [0, 1]} \left| \int_{S \times T} U(x, y), dx, dy \right|, \quad (10)$$

ahol a szuprénum az összes mérhető S, T részhalmaz felett értendő. A w_1 és w_2 közötti vágási távolság:

$$\delta_{\square}(w_1, w_2) = \inf_{\phi \in \mathcal{S}} |w_1 - w_2^{\phi}|_{\square} \quad (11)$$

Értelmezés: A δ_{\square} a csomópontok bármely két részhalmaza közötti teljes áramlás maximális eltérését méri, az összes lehetséges átcímkezés felett optimalizálva. Globális, nagyszabású strukturális különbségeket ragad meg, és érzéketlen kis, lokalizált perturbációkra. Ez az alapvető távolság a Lovász–Szegedy-elméletben: a vágási távolságban való konvergencia ekvivalens az összes részgráfsűrűség konvergenciájával (Lovász–Szegedy, 2006). Mobilitási kontextusban a nagy vágási távolság azt jelzi, hogy a két hálózat eltér abban, hogyan osztja el az áramlást a makrokistérségek között.

2. Spektrális távolság (δ_{spec})

Legyenek $\lambda_k(W)_{k=1}^\infty$ a $T_W : L^2[0,1] \rightarrow L^2[0,1]$ integráloperátor sajátértékei, csökkenő abszolút érték szerint rendezve, ahol $(T_W f)(x) = \int_0^1 W(x,y)f(y)dy$. A spektrális távolság:

$$\delta_{\text{spec}}(W_1, W_2) = \left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k(W_1) - \lambda_k(W_2))^2 \right)^{1/2} \quad (12)$$

Gyakorlatban az összegzést K rangon csonkoljuk:

$$\hat{\delta}_{\text{spec}}(W_1, W_2) = \left(\sum_{k=1}^K (\hat{\lambda}_k(W_1) - \hat{\lambda}_k(W_2))^2 \right)^{1/2} \quad (13)$$

Értelmezés: A spektrális távolság a két grafon domináns strukturális módjait (sajátértékeit) hasonlítja össze. Mivel a vezető sajátértékek a közösségi strukturának, az asszortatív keveredésnek és a mag-periféria mintázatoknak felelnek meg, a δ_{spec} különösen érzékeny a rangstruktúra és a közösségi szerveződés változásaira a mobilitási hálózatban. Számítástechnikai szempontból hatékony, és jól alkalmazható világos moduláris struktúrával rendelkező hálózatokra (Chung, 1997; von Luxburg, 2007).

3. Frobenius- (L^2) távolság (δ_F)

$$\delta_F(W_1, W_2) = \inf_{\phi \in \mathcal{S}} \left(\int_0^1 \int_0^1 (W_1(x,y) - W_2^\phi(x,y))^2 dx dy \right)^{1/2} \quad (14)$$

Értelmezés: A Frobenius-távolság a grafonfüggvények elemenkénti átlagos négyzetes gyökeltérését méri, az átcímkezők felett optimalizálva. A vágási távolsággal szemben, amely csak téglalap alakú részhalmazok ellen tesztel, a Frobenius-távolság egyenlően bünteti az összes lokális különbséget. Ez érzékenyebbé teszi a finomabb súlyváltozásokra az egész hálózatban. Mobilitási kontextusban a δ_F mind a globális átrendeződéseket, mind az áramlásintenzitás lokalizált eltolódásait megragadja.

4. Wasserstein-távolság (δ_W)

Legyen μ_W a fokfüggvény $d_W(x) = \int_0^1 W(x,y)dy$ által $[0,1]$ -en indukált mérték, és legyen $\Gamma(\mu_{W_1}, \mu_{W_2})$ a μ_{W_1} és μ_{W_2} közötti csatolások halmaza. A p -Wasserstein-távolság ($p = 2$ -t használunk):

$$\delta_W(W_1, W_2) = \left(\inf_{\gamma \in \Gamma} \int_{[0,1]^2} \|W_1(x, \cdot) - W_2(y, \cdot)\|_2^2 d\gamma(x, y) \right)^{1/2} \quad (15)$$

Értelmezés: A Wasserstein-távolság azt méri, hogy az egyik év kapcsolódási mintázatának a másik évivé történő átalakításához mekkora átrendezési munka szükséges – hol, mennyire és milyen messzire kell a kapcsolatsűrűséget „átcsoportosítani”. Képzeljük el a mobilitási hálózat kapcsolódási szerkezetét egy domborzati térképként: ahol sok hallgató mozog két kistérség között, ott „domb” emelkedik, ahol kevés vagy senki, ott „völgy” húzódik. A Wasserstein-távolság megadja, hogy mennyi „földet” (kapcsolatsűrűséget) kellene átmozgatni – és milyen messzire –, hogy az egyik év domborzatát a másik évivé formáljuk. Két fontos tulajdonsága van: egyrészt nemcsak azt veszi figyelembe, hogy *megváltoztak-e* a kapcsolódási arányok (mint például a foksámeloszlás alakja), hanem azt is, hogy a kapcsolatok *térbeli és strukturális átrendeződése* mekkora volt. Másrészt tiszteletben tartja a grafontér geometriáját, ezért a fokozatos szerkezeti változásokat kis, a gyökeres átrendeződéseket nagy távolsággértékkel jelzi. Mobilitási kontextusban a nagy Wasserstein-távolság arra utal, hogy a hallgatói áramlások mintázata gyökeresen átrendeződött a két vizsgált év között – például a korábban vonzó régiók háttérbe szorultak, míg új befogadó központok jelentek meg –, és ennek az átrendeződésnek a mértéke (az „átrajzolósi munka”) nagy volt.

5. Jensen–Shannon-divergencia (δ_{JS})

Normalizáljuk a grafonokat valószínűségi eloszlásokká: $\tilde{W}(x, y) = W(x, y) / \int_0^1 \int_0^1 W(x, y) dx dy$. Definiáljuk a keveréket: $M = \frac{1}{2}(\tilde{W}_1 + \tilde{W}_2)$. A Jensen–Shannon-divergencia:

$$\delta_{JS}(W_1, W_2) = \frac{1}{2} \text{KL}(\tilde{W}_1 | M) + \frac{1}{2} \text{KL}(\tilde{W}_2 | M), \quad (16)$$

ahol:

$$\text{KL}(P | Q) = \int_0^1 \int_0^1 P(x, y) \ln \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}, dx, dy \quad (17)$$

Értelmezés: A Jensen–Shannon-divergencia szimmetrizált, korlátos információelméleti mértéke az eloszlásbeli eltérésnek. Érzékeny a súlyeloszlás *alakjára*, nem pedig abszolút értékeire. Mobilitási kontextusban a δ_{JS} a hálózat információs struktúrájának változásait detektálja – pl. hogy az áramlások eloszlása egyenletesebbé vagy koncentráltabbá vált-e –, még akkor is, ha a jelentkezések teljes volumene nem változott.

6. Teljesvariáció-távolság (δ_{TV})

Az ugyanúgy normalizált grafonokkal:

$$\delta_{TV}(W_1, W_2) = \frac{1}{2} \int_0^1 \int_0^1 |\tilde{W}_1(x, y) - \tilde{W}_2(x, y)| dx dy \quad (18)$$

Értelmezés: A teljes variációtávolság a maximális abszolút különbséget méri a két grafoneloszlás által bármely mérhető eseményhez rendelt valószínűségi tömegben. Ez a legerősebb standard eloszlásbeli távolság, és érzékeny a strukturális kiugró értékekre – izolált nagy változásokra specifikus éleken. Mobilitási kontextusban a δ_{TV} különösen hasznos éles, lokalizált strukturális változások (pl. egy jelentős áramlási útvonal hirtelen megjelenése vagy eltűnése) detektálására, amelyeket a Frobenius- vagy Jensen–Shannon-távolságok nem érzékelnek megfelelően.

Irodalom

- Airoidi, E. M. – Costa, T. B. – Chan, S. H. (2013): Stochastic blockmodel approximation of a grafon: Theory and consistent estimation. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 26, 692–700.
- Avola, M. – Giuga, R. (2025): Social origin, geographical inequalities and international student mobility: the Italian case. *International Journal of Sociology and Social Policy*, 45(5–6), 546–566. <https://doi.org/10.1108/IJSSP-12-2024-0630>
- Barabási, A.-L. (2016): *Network Science*. Cambridge University Press. Cambridge. <https://networksciencebook.com/>
- Barnett, G. A. – Lee, M. – Jiang, K. – Park, H. W. (2016): The flow of international students from a macro perspective: A network analysis. *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 46(4), 533–559. <https://doi.org/10.1080/03057925.2015.1015965>
- Beine, M. – Noël, R. – Ragot, L. (2014): Determinants of the international mobility of students. *Economics of Education Review*, 41(August 2014), 40–54. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2014.03.003>
- Béres, A. – Tésits, R. – Alpek, B. L. (2025): The Transformation of the Catchment Area of the University of Pécs from 2013 to 2023. *Modern Geográfia*, 20(1), 107–128. <https://doi.org/10.15170/MG.2025.20.01.06>
- Blázquez-García, A. – Conde, A. – Mori, U. – Lozano, J. A. (2021): A review on outlier/anomaly detection in time series data. *ACM computing surveys*, 54(3), 1–33. <https://doi.org/10.1145/3444690>
- Borgs, C. – Chayes, J. T. – Cohn, H. – Zhao, Y. (2019): An L^p theory of sparse graph convergence I. *Transactions of the American Mathematical Society*, 372(5), 3019–3062. <https://doi.org/10.1090/tran/7543>
- Borgs, C. – Chayes, J. T. – Lovász, L. – Sós, V. T. – Vesztergombi, K. (2008): Convergent sequences of dense graphs I. *Advances in Mathematics*, 219(6), 1801–1851. <https://doi.org/10.1016/j.aim.2008.07.008>
- Borgs, C. – Chayes, J. T. – Lovász, L. – Sós, V. T. – Vesztergombi, K. (2012): Convergent sequences of dense graphs II. *Annals of Mathematics*, 176(1), 151–219. <https://doi.org/10.4007/annals.2012.176.1.2>
- Breznik, K. – Gologranc, G. (2017): Erasmus Student Mobility Flows. *European Journal of Education*, 52(1), 105–117. <https://doi.org/10.1111/ejed.12379>
- Carlson, S. – França, T. – Lomer, S. – Resch, K. – Roohi, S. – Budginaitė-Mačkinė, I. (2025): Social inequalities in international student mobility: reviewing conceptual approaches. *British Journal of sociology of Education*, 46(6), 834–853. <https://doi.org/10.1080/01425692.2025.2520288>

- Chankseliani, M. – Kwak, J. (2025): The ripple effect: Understanding the societal implications of international student mobility. *International Journal of Educational Research*, 129, 102520. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2024.102520>
- Chatterjee, S. (2015): Matrix estimation by universal singular value thresholding. *Annals of Statistics*, 43(1), 177–214. <https://doi.org/10.1214/14-AOS1272>
- Chen, C. – Liu, L.-M. (1993): Joint estimation of model parameters and outlier effects in time series. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 284–297. <https://doi.org/10.1080/01621459.1993.10594321>
- Choudaha, R. (2017): Three waves of international student mobility (1999–2020): *Studies in Higher Education*, 42(5), 825–832. <https://doi.org/10.1080/03075079.2017.1293872>
- Chung, F. R. K. (1997): *Spectral Graph Theory*. American Mathematical Society. <https://doi.org/10.1090/cbms/092>
- Civera, A. – Meoli, M. – Paleari, S. (2023): International student mobility: Onset for a future career or an experiential opportunity? *International Studies in Sociology of Education*, 32(2), 559–578. <https://doi.org/10.1080/09620214.2021.2007417>
- Derzsy, N. – Nédá, Z. – Santos, M. (2012): Topology of the Erasmus student mobility network. *Physica A*, 391(23), 6190–6196. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2012.06.027>
- Di Pietro, G. – Perez-Encinas, A. (2025): The effect of COVID-19 on international student credit mobility: a gravity model approach. *Education Economics*, 33(1), 76–92. <https://doi.org/10.1080/09645292.2023.2297151>
- Diaconis, P. – Janson, S. (2008): Graph limits and exchangeable random graphs. *Rendiconti di Matematica e delle sue Applicazioni*, 28, 33–61. <https://doi.org/10.48550/arXiv.0712.2749>
- Donnat, C. – Holmes, S. (2018): Tracking network dynamics: A survey using graph distances. *Annals of Applied Statistics*, 12(2), 971–1012. <https://doi.org/10.1214/18-AOAS1176>
- Findlay, A. M. – King, R. – Smith, F. M. – Geddes, A. – Skeldon, R. (2012): World class? An investigation of globalisation, difference and international student mobility. *Transactions of the IBG*, 37(1), 118–131. <https://doi.org/10.1111/j.1475-5661.2011.00454.x>
- Freeman, L. C. (1979): Centrality in social networks: Conceptual clarification. *Social Networks*, 1(3), 215–239. [https://doi.org/10.1016/0378-8733\(78\)90021-7](https://doi.org/10.1016/0378-8733(78)90021-7)
- Gao, C. – Lu, Y. – Zhou, H. H. (2015): Rate-optimal grafon estimation. *Annals of Statistics*, 43(6), 2624–2652. <https://doi.org/10.1214/15-AOS1354>
- Girvan, M. – Newman, M. E. J. (2002): Community structure in social and biological networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(12), 7821–7826. <https://doi.org/10.1073/pnas.122653799>
- González, C. R. – Mesanza, R. B. – Mariel, P. (2011): The determinants of international student mobility flows. *Higher Education*, 62(4), 413–430. <https://doi.org/10.1007/s10734-010-9396-5>
- Jancsó T. – Szalkai G. (2017): A magyarországi felsőoktatási vonzáskörzetek jellemzői, az intézmények elérhetősége és a középiskolák szerepe a jelentkezésekben. *Földrajzi Közlemények*, 141(4), 370–385. https://epa.oszk.hu/03000/03022/00014/pdf/EPA03022_foldrajzi_kozlemenyek_2017_4_370-385.pdf
- Kleinberg, J. M. (1999): Authoritative sources in a hyperlinked environment. *Journal of the ACM*, 46(5), 604–632. <https://doi.org/10.1145/324133.324140>

- Klopp, O. – Tsybakov, A. B. – Verzelen, N. (2017): Oracle inequalities for network models and sparse grafon estimation. *Annals of Statistics*, 45(1), 316–354.
<https://doi.org/10.1214/16-AOS1454>
- Kropp, K. – Larsen, A. G. (2025): Students in unequal exchange: The European social space of Erasmus student mobility. *Social Science Information*, 64(1), 60–83.
<https://doi.org/10.1177/05390184251324888>
- Kondakci, Y. – Bedenlier, S. – Zawacki-Richter, O. (2018): Social network analysis of international student mobility. *Higher Education*, 75(3), 517–535.
<https://doi.org/10.1007/s10734-017-0154-9>
- Koszttyán Zs. T. – Banász Zs. – Csányi V. V. – Neumanné-Virág I. – Telcs A. (2019): A hallgatói mobilitás vizsgálata gazdasághálózati módszerekkel. *Statistikai Szemle*, 97(11), 1007–1049.
<https://doi.org/10.20311/stat2019.11.hu1007>
- Koszttyán, Zs. T. – Csányi, V. V. – Banász, Zs. – Jakobi, Á. – Neumanné-Virág, I. – Telcs, A. (2021): The role of higher education in spatial mobility. *Applied Network Science*, 6(1), 88.
<https://doi.org/10.1007/s41109-021-00428-w>
- Latora, V. – Marchiori, M. (2001): Efficient behavior of small-world networks. *Physical Review Letters*, 87(19), 198701. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.198701>
- Litmeyer, M.-L. – Gareis, P. – Hennemann, S. (2023): Comparing student mobility pattern models. *European Journal of Geography*, 14(1), 21–34. <https://doi.org/10.48088/ejg.m.lit.14.1.21.34>
- Lovász, L. (2012): *Large Networks and Graph Limits*. American Mathematical Society.
<https://doi.org/10.1090/coll/060>
- Lovász, L. – Szegedy, B. (2006): Limits of dense graph sequences. *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 96(6), 933–957. <https://doi.org/10.1016/j.jctb.2006.05.002>
- Pérez, A. M. – Cortés, R. – Carrier, A. – Sebrango, C. (2025): Contributions of educational investment to international student mobility: A multivariate and neutrosophic analysis of educational service quality in oecd data. *Neutrosophic Sets and Systems*, 89(1), 29.
https://digitalrepository.unm.edu/nss_journal/vol89/iss1/29
- Perkins, R. – Neumayer, E. (2015): Geographies of educational mobilities. *The Geographical Journal*, 180(3), 246–259. <https://doi.org/10.1111/geoj.12045>
- Polónyi I. (2018): A hazai felsőoktatás elmúlt 10 évének néhány tendenciája. *Közgazdasági Szemle*, 65(12), 1265–1283. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2018.12.1265>
- Polónyi, I. (2022): Az akadémiai szabadság és az egyetemi autonómia. *Iskolakultúra*, 32(1), 3–22.
<https://doi.org/10.14232/ISKKULT.2022.1.3>
- Ravenstein, E. G. (1885): The Laws of Migration. *Journal of the Statistical Society of London*, 48(2), 167–235. <https://doi.org/10.2307/2979181>
- Reichardt, J. – Bornholdt, S. (2006): Statistical mechanics of community detection. *Physical Review E*, 74(1), 016110. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.016110>
- Rosvall, M. – Bergstrom, C. T. (2008): Maps of random walks on complex networks reveal community structure. *PNAS*, 105(4), 1118–1123. <https://doi.org/10.1073/pnas.0706851105>
- Sá, C. – Florax, R. J. G. M. – Rietveld, P. (2004): Determinants of the regional demand for higher education in the Netherlands: A Gravity Approach. *Regional Studies*, 38(4), 375–392.
<https://doi.org/10.1080/03434002000213905>
- Shields, R. (2013): Globalization and International Student Mobility: A Network Analysis. *Comparative Education Review*, 57(4), 609–636. <https://doi.org/10.1086/671752>
- Tan, Y. – Lo, L. – Li, W. – Pang, G. (2024): Intellectual capital and student mobility. In: *Intellectual Migration* (pp. 65–85). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003532934>

- Tantardini, M. – Ieva, F. – Tajoli, L. – Piccardi, C. (2019): Comparing methods for comparing networks. *Scientific Reports*, 9, 17557. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-53708-y>
- Telcs, A. – Kosztyan, Zs. T. – Toeroek, A. (2016): Unbiased one-dimensional university ranking–application-based preference ordering. *Journal of Applied Statistics*, 43(1), 212–228. <https://doi.org/10.1080/02664763.2014.998180>
- Telcs, A. – Kosztyan, Zs. T. – Neumann-Virag, I. – Katona, A. – Torok, A. (2015): Analysis of Hungarian students' college choices. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 191, 255–263. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.391>
- Van Mol, C. – Timmerman, C. (2014): Beyond the nation-state. *Population, Space and Place*, 20(2), 123–140. <https://doi.org/10.1002/psp.1833>
- von Luxburg, U. (2007): A tutorial on spectral clustering. *Statistics and Computing*, 17(4), 395–416. <https://doi.org/10.1007/s11222-007-9033-z>
- Weber, T. – Van Mol, C. (2023): The student migration transition: an empirical investigation into the nexus between development and international student migration. *Comparative Migration Studies*, 11(1), 5. <https://doi.org/10.1186/s40878-023-00329-0>
- Wills, P. – Meyer, F. G. (2020): Metrics for graph comparison: A practitioner's guide. *PLoS ONE*, 15(2), e0228728. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0228728>
- Zhang, J.-L. – Chen, X.-S. – Lu, J.-A. – Chen, G. (2016): VoteRank: A new centrality measure. *Scientific Reports*, 6, 27823. <https://doi.org/10.1038/srep27823>
- Zipf, G. K. (1946): The P_1P_2 / D Hypothesis. *American Sociological Review*, 11(6), 677–686. <https://doi.org/10.2307/2087063>