

kiszelvény sugarának r_1 -nek 0,74 — 0,8-része. E hengeren belül tehát a δq_1 positiv s kivülről negatív, — míg a δq_0 fordítva.

A számítás tehát azt mutatja, hogy a legelőnyösebb emelkedésű Arch.-f. propeller-csavaránál is előnyösebbet nyerünk, ha a kiszelvény A és F (egyenes) szegélyeit hullámszerű s a henger alapján fekvő vonalakká görbítjük és pedig úgy, hogy az A szegély belső, mintegy $\frac{3}{10}$ -e váljék a hullám (mondjuk) hegyévé s hátralévő $\frac{7}{10}$ -e annak völgyévé, — míg az F -nek belső $\frac{3}{10}$ -e éppen ellenkezőleg a hullám völgyévé s hátralévő része annak hegyévé.

A csavar ezen kiigazítása a gyakorlat emberének mindjárt első tekintetre előnyösnek fog feltűnni; ezáltal ugyanis, — hogy rövid kifejezéssel éljek, — öblösebbé válik a propeller-csavar.

Kolozsvárt, 1877. július 28.

A DETERMINÁNSOK SZORZÁSI TÉTELÉNEK ÚJ LEVEZETÉSE.

K ö n i g G y u l á t ó l.

Ismeretes, hogy a determinánsok elméletéről szóló tankönyvekben, ép úgy, mint az e tárgyról tartott előadásokban a determinánsok szorzási tétele — alapvető fontossága mellett sincs direct uton, t. i. a művelet kivitele által bebizonyítva. Miután ugyanis a lineár egyenletrendszer átalakításából vett kész eredmény föl van írva, ez egyszerűen igazoltatik a szorzatot ábrázoló determináns szétbontása által. E szétbontás nagyon egyszerű, de e mellett oly nehézkes, hogy 3-adfokúnál magasabb determinánsra vonatkozólag azt alig próbálná valaki kivinni; míg e szétbontás általános igazolása — előadásban szintén, ha csak lehet, kerülendő — combinatorikus megfontolások által történik. A következőkben a szorzási tételnek bebizonyítását akarom adni oly uton, mely az ily fontos, a theoria kezdetén szereplő tételnek egyedül megfelel; t. i. a feladatban megkívánt műveletnek direct kivitele által. Ilyen eddig még nem adatván, a dolog egyszerűsége daczára, az eljárást elég érdekesnek tartom a közlésre.

1. Feladatunk, a

$$A = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix}$$

determinánst, megszorozni a

$$\begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{21}b_{21}, & a_{11}b_{12} + a_{21}b_{22}, & \dots \\ D^{(2)}b_{21}, & D^{(2)}b_{22}, & \dots \\ b_{31}, & b_{32}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}, & b_{n2}, & \dots \end{vmatrix}$$

Ha most megint az a_{12} -vel szorzott első sort a 2-ikhez hozzáadjuk, hol mint tudjuk

$$D^{(2)} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

lehet a második sor elemeiben a_{11} -gyel osztani és így végül lesz:

$$D^{(2)}A = \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{21}b_{21}, & a_{11}b_{12} + a_{21}b_{22}, & \dots \\ a_{12}b_{11} + a_{22}b_{21}, & a_{12}b_{12} + a_{22}b_{22}, & \dots \\ b_{31} & b_{32}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2}, & \dots \end{vmatrix} \quad (2.)$$

4. Ebből az alakból ismét levezetjük $D^{(3)}A$ -t, ha, miután az első és második sor elemeihez hozzáadtuk az a_{31} , illetőleg a_{32} -vel szorzott 3-ik sor elemeit, a harmadik sor elemeit $D^{(3)}$ -mal szorozzuk. Így lesz:

$$D^{(3)}D^{(2)}A = \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{21}b_{21} + a_{31}b_{31}, & a_{11}b_{12} + a_{21}b_{22} + a_{31}b_{32}, & \dots \\ a_{12}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{32}b_{31}, & a_{12}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{32}b_{32}, & \dots \\ D^{(3)}b_{31}, & D^{(3)}b_{32}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1}, & b_{n2}, & \dots \end{vmatrix}$$

Ha most az $A_{31}^{(3)}$ -mal szorzott első, és $A_{32}^{(3)}$ -mal szorzott második sort a 3-ik sorból kivonjuk, úgy a következő egyenletek tekintetbevételével,

$$\begin{aligned} -a_{11}A_{31}^{(3)} - a_{12}A_{32}^{(3)} &= a_{13}A_{33}^{(3)} \\ -a_{21}A_{31}^{(3)} - a_{22}A_{32}^{(3)} &= a_{23}A_{33}^{(3)} \\ D^{(3)} - a_{31}A_{31}^{(3)} - a_{32}A_{32}^{(3)} &= a_{33}A_{33}^{(3)} \end{aligned}$$

hol még $A_{33}^{(3)} = D^{(3)}$, és a 3-ik sorban $D^{(3)}$ -vel osztva, lesz:

$$D^{(3)}A = \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{21}b_{21} + a_{31}b_{31}, & a_{11}b_{12} + a_{21}b_{22} + a_{31}b_{32}, & \dots \\ a_{12}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{32}b_{31}, & a_{12}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{32}b_{32}, & \dots \\ a_{13}b_{11} + a_{23}b_{21} + a_{33}b_{31}, & a_{13}b_{12} + a_{23}b_{22} + a_{33}b_{32}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (3.)$$

5. Ebből most már az általános képletet minden nehézség nélkül föl lehet írni. Lesz:

$$D^{(i)}A = \begin{vmatrix} a_{11}b_{11} + a_{21}b_{21} + \dots + a_{i1}b_{i1}, & a_{11}b_{12} + a_{21}b_{22} + \dots + a_{i1}b_{i2}, & \dots \\ a_{12}b_{11} + a_{22}b_{21} + \dots + a_{i2}b_{i1}, & a_{12}b_{12} + a_{22}b_{22} + \dots + a_{i2}b_{i2}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1i}b_{11} + a_{2i}b_{21} + \dots + a_{ii}b_{i1}, & a_{1i}b_{12} + a_{2i}b_{22} + \dots + a_{ii}b_{i2}, & \dots \\ & b_{i+1,1}, & b_{i+1,2} \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

mely, ha $i = 1, 2, 3, \dots$ átmegy a levezetettekbe, és könnyűséggel általánosan igazolható.

Adjuk hozzá ugyanis az $a_{i+1,1}, a_{i+1,2}, \dots a_{i+1,i}$ -vel szorzott $i+1$ -dik sort az első, második, $\dots$, i -edik sorhoz, szorozzuk ezután az $i+1$ -dik sort $D^{(i+1)}$ -gyel és vonjuk ki ebből az $A_{i+1,1}^{(i+1)}, A_{i+1,2}^{(i+1)}, \dots A_{i+1,i}^{(i+1)}$ -gyel szorzott $1, 2, \dots i$ -edik sort, akkor ezen sorban még $D^{(i)}$ -vel osztva nyerjük $D^{(i+1)}A$ egészen analog alakját, a mivel a képlet általános érvénye be van bizonyítva.

Ez nem más, mint a legáltalánosabb szorzási képlet, mely egy i -ed és egy n -edfoku determináns szorzatát adja, és átmegy a közönségesbe, ha $i = n$.

CLAUSIUS ÉS BOLTZMANN THERMODYNAMIKAI TÉTELENEK ÁLTALÁNOSÍTÁSA, HA A POTENTIAL A SEBESÉGNEK IS FÜGGVÉNYE.

Dr. Réthy Mór, kolozsvári egyetemi tanártól.

Hogy a következő vizsgálatokat könnyebben meg lehessen érteni, röviden összefoglalom Weber-, Riemann- és Clausiusnak az általánosított potenciálra vonatkozó eredményeit.

I. A legpontosabb elektrosztatikai mérések arról tanuskodnak, hogy két-két nyugvó elektrikus tömegpont Coulomb törvénye szerint vonzza avagy taszítja egymást. Ellenben Ampère és Faraday elektrodinamikus, elektromagnetikus stb. mérései világosan mutatják, hogy két-két mozgó elektrikus tömegpont nem a Coulomb-féle törvény szerint hat egymásra. Gauss 1835-ben és Weber, tőle függetlenül 1846-ban, a vonzásra nézve hypothetikus törvényeket állítottak föl, melyek közös jellege abban áll, hogy az erő nemcsak a relativ helyzet, hanem a relativ sebességtől is függ; mindkét törvény egyez Ampère elektrodinamikai méréseivel, de Faraday voltaindukció törvényei Weber mellett döntenek. Azóta Riemann¹⁾ és Clausius²⁾ különböző törvényeket fedez-

¹⁾ Schwere, El. und Magn. 1876.

²⁾ Borchardt Journal 1877.