

Egyéni dózismérők

Az atomenergia békés felhasználása, azaz egyrészt az energiatermelő atomerőművek, másrészt a radioizotópoknak orvosi, ipari, mezőgazdasági és legkülönbözőbb kutatási célokra való alkalmazása révén ugrásszerűen megnövekedett az ionizáló sugárzásokkal rendszeresen kapcsolatba kerülő személyek száma. Mind a közvetlenül ionizáló sugárzások (alfa-, béta-, proton-sugarak), mind pedig a közvetve ionizálók (röntgen-, gamma-, neutron-sugarak) az emberi szervezetre káros hatást fejtenek ki. Így pl. bőrsérülések léphetnek fel elsősorban a kezeken, a bőr összezsugorodik és nehezen gyógyul, esetleg elrákosodó repedések, sebek keletkezhetnek. A szem sugársérülése legtöbbször hályog formájában jelentkezik. Az ionizáló sugárzásokra legérzékenyebben a vérképző szervek reagálnak, aminek következtében általában fehérvérűség (leukémia) szokott fellépni. Az ionizáló sugárzások káros hatása ezenkívül pl. a haj, ill. szőrzet kihullásában, az életkor megrövidülésében, magzatsérülésekben és csökkent életképességű utódok létrehozásában megnyilvánuló úgynevezett genetikai sugárhatásokban is jelentkezhet.

Az ionizáló sugárzások ellen tehát a velük dolgozók szervezetét védeni kell. A sugárvédelem, amely másfél évtizeddel ezelőtt csupán a röntgen- és rádiummal dolgozók szűk csoportját érintelte, ma egyre szélesedő, milliós tömegek mindennapos problémájává vált.

A korszerű sugárvédelem kialakításában igen fontos szerepet játszanak az úgynevezett egyéni dózismérők, amelyekkel közvetlenül meg lehet határozni az egyes személyek által munkájuk során külső ionizáló sugárforrásokból kapott besugárzások dózisait. Ennek jelentőségét az alábbiakban vázoljuk:

A megengedhető maximális dózisok. Nagyszámú megfigyelés alapján megállapíthatjuk, hogy bár bizonyos kockázatot az egészen kis sugárdózisok rendszeres elszívása is jelent az egyén, ill. az utódok számára, mégis meghatározhatók bizonyos olyan dózisértékek, amelyeknél ez a kockázat az ionizáló sugárzások alkalmazásával járó előnyök mellett elhanyagolhatóan, ill. elfogadhatóan minősíthetők.

A Radiológiai Védekezés Nemzetközi Bizottsága legújabbán (ICRP 1959) az úgynevezett megengedhető maximális dózisa nézve a következő meghatározást adta: „Megengedhető dózis az egyén számára az az elnyelt dózis, amely jelenlegi tudásunk szerint csak elhanyagolható valószínűséggel okoz komoly testi elváltozást (leukémia) vagy genetikai károsodást, illetve amelynek gyakrabban fellépő hatásai (életkor megrövidülés) olyan kismértékűek, hogy azt még elfogadható kockázatnak tekinthetjük”.

A megengedhető maximális dózis értéke a hivatásszerűen ionizáló sugárzásokkal foglalkozók számára *egésztést* besugárzásokra nézve a következőképpen adható meg: Az egész testben felhalmozód-

ható maximális összdózis 18 éven felüli tetszés szerinti korban a következő képletből számítható ki:

$$D = 5(N-18),$$

ahol D a szövetdózis rem-ben és N az életkor években. (1 rem valamely ionizáló sugárzásnak azt a mennyiségét jelenti, amely ugyanakkora biológiai károsodást idéz elő emberben, mint amekkorát 1 r röntgen- vagy gamma-sugárzás elnyelése.)

Eszerint évenként maximálisan 5 rem, egyenletes sugármegterhelésnél hetenként maximálisan 0,1 rem engedhető meg. Egyes testrészek vagy szervek besugárzásánál a szem, a vérképzőszervek és ivarmirigyek kivételével a fenti értékek háromszorosa, a kezekre, lábfejre 15-szöröse a megengedhető maximális érték.

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy az egyéni dózismérők a kapott dózisok folyamatos mérésével lehetővé teszik, hogy az egyén racionálisan gazdálkodhassék a számára a fentiekben megadott dóziskerettel. Az egyéni dózismérők idejében jelzik, ha netán a sugárvédelem fokozásának a szükségessége állna fenn és túlsugárzás esetén objektív alapot szolgáltatnak a foganatosítandó intézkedésekhez. Egyszerűen az egyéni dózismérők adják meg a sugárveszélynek kitett munkahelyeken dolgozók számára azt a biztonságérzetet, hogy munkájukat megfelelő állandó ellenőrzés mellett nyugodtan, egészségük veszélyeztetése nélkül végezhetik.

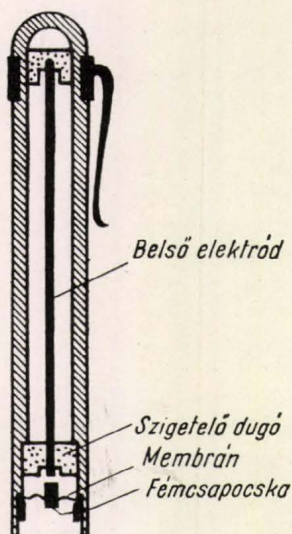
Az elmondottak természetesen kizárólag a külső sugárforrásoktól eredő veszélyekre vonatkoznak. Olyan munkahelyeken, ahol radioaktív izotópok kerülhetnek a szervezetbe, tehát sugárforrások inkorporálásával, azaz belső sugárveszéllyel is számolnunk kell, természetesen másfajta sugárvédelmi mérésekre is szükség van, mert pl. a testben felhalmozódó alfa vagy béta sugárzó izotópok dózisait a külsőleg viselt egyéni dózismérő semmiképpen sem tudja mérni.

Az egyéni dózismérők fajtái

Az egyéni dózismérők két nagy csoportba oszthatók: ionizációs kamrás dózismérők és film-doziméterek.

Az ionizációs kamrás egyéni dózismérők néhány cm kapacitású henger vagy gömb-kondenzátorok, amelyeknek két fegyverzete között, levegő van és így egyben ionizációs kamrák is (1. ábra). A legtöbbször töltőtollhoz hasonló alakú úgynevezett kondenzátor-ionizációs kamrák belső elektródját mérés előtt bizonyos feszültségre feltöltjük. A kamrát érő ionizáló sugárzás hatására az egyébként jól szigetelő levegő vezetővé válik és a belső elektród töltése ionizációs áram alakjában fokozatosan lefolyik. Nyilvánvaló, hogy a mérési periódus végén észlelhető töltés, ill. feszültségvesztés arányos a kamrát ért sugárdózissal.

A film-doziméterek az ionizáló sugárzásoknak a fotoemulzióra gyakorolt és előhívás után feketedésben megnyilvánuló hatását használják fel a kapott sugárdózisok integrál értékének a meghatározásához. Alkalmas kalibráló eljárással a fotoemulzió feketedésének a lemeréséből a kapott dózis meghatározható.



1. ábra

Az egyéni dózismérőket az ellenőrizendő személyeknek teljes munkaidejük alatt általában köpenyük felső zsebében kell hordaniok. Különleges esetekben indokolt lehet ezenkívül a kezeken, arcon és genitális szerveknél való dózismérés is. Nyilvánvaló, hogy az egyéni dózismérőknek egyrészt kicsiknek és könnyűeknek, másrészt a munkavégzéssel járó rázkódtatásokra, hőmérséklet és légnyomás változásokra, porra és nedves levegőre érzéketlennek kell lenniök. A munkaidő végeztével a távozó személyek dózismérőit sugárzásmentes helyen kell tárolni.

Kondenzátorkamrás egyéni dózismérők

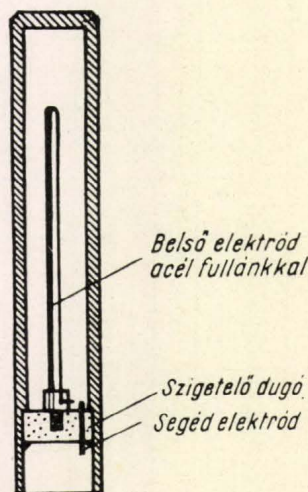
A mérendő sugárzások fajtájának megfelelően a kondenzátorkamrákkal szemben különböző követelményeket kell támasztanunk. Valamennyi típusnál alapvető követelmény, hogy a belső elektród megfelelő szigetelése biztosítsa a saját töltésvesztés elhanyagolhatóan kis voltát. Polisztirol, illetve a savakkal is tisztítható politetrafluoretilén (teflon) alkalmazásával elérhető, hogy a napi saját töltésvesztés 2% alatt maradjon.

A legtökéletesebb szigetelők alkalmazása mellett is előfordulhat azonban, hogy a levegőben úszó apró szálacskák, illetve por a szigetelő dugóra kerülve levezetik a belső elektród töltését, vagy a levegőből kicsapódó nedvesség a szigetelő felületét vezetővé teszi. Ezért a szigetelő dugó előtt egy ugyancsak szigetelő anyagból készült védő membránt szokás alkalmazni, amelynek közepébe kis fém csapocská van beerősítve. A védő membrán egyrészt megóvjá a szigetelő dugót a szennyeződés-

től, másrészt lehetővé teszi, hogy a fémcsapocskára gyakorolt kb. $\frac{1}{2}$ kg-os erővel azt érintkezésbe hozzassuk a belső elektróddal és így a feltöltést, illetve a maradék töltés lemerését elvégezhessük. (1. ábra).

Egy másik technikai megoldás abban áll, hogy a belső elektródnak a szigetelő dugón keresztül egyáltalában nincsen kivezetése. Így, ha a kamrát száraz levegővel megtöltve légmentesen lezárjuk, egyszer s mindenkorra biztosítottuk a por, nedvesség, hőmérséklet és légnyomás változásokkal szembeni teljes érzéketlenségét. A kamra feltöltése, illetve maradék töltésének lemerése egy segéd elektródon keresztül történik (2. ábra), mellyel a belső elektród a töltés és mérés idejére kívülről, egy kis permanens mágnes segítségével hozható kapcsolatba.

A kondenzátorkamrák besugárzás utáni maradék töltésének a lemeréséhez két eljárás használatos és ennek megfelelően két, egymástól lényegesen különböző kamratípust különböztethetünk meg.



2. ábra

Az egyik esetben a kamrákat egy külön mérő készülékbe helyezzük be, amely azokat mérés után rögtön fel is tölti és éppen ezért töltő-mérő készülék néven ismeretes. A készülék mérő eleme egy a kamrák kapacitásához C_k hasonló kis kapacitású C_e Lauritsen-típusú elektrométer, amely a kamrák standard töltő feszültségére V_s van feltöltve. Ha a lemerés céljából hozzákapcsolt kamra feszültsége ennél kisebb: V_k , akkor a kapcsolás pillanatában létrejövő feszültség kiegyenlítődésre a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$C_k V_k + C_e V_s = (C_k + C_e) V,$$

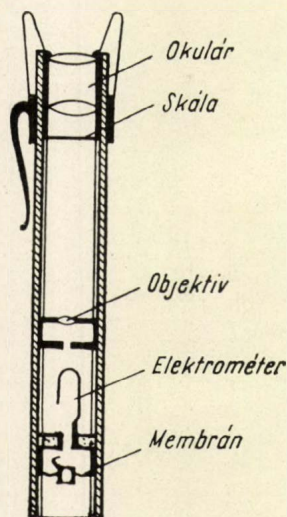
azaz az elektrométeren leolvasható közös feszültség V :

$$V = \frac{C_k}{C_k + C_e} V_k + \frac{C_e}{C_k + C_e} V_s.$$

A V minimális értéke (ha $V_k = 0$):

$$V = \frac{C_e}{C_k + C_e} V_s = \frac{V_s}{1 + \frac{C_k}{C_e}},$$

azaz a $0 - V_s$ feszültség tartománynak a mérések céljára felhasználható $V - V_s$ része annál nagyobb lesz, minél nagyobb a C_k/C_e viszony. A C_k értékét a kamrák méréshatára szabja meg. Általában 100—200 mrem-es méréshatárú kamrák használatosak, amiből 100—200 voltos töltőfeszültségnél és a szokásos néhány köbcentiméteres levegő térfogatnál 2—3 cm-es kapacitások adódnak. A C_k/C_e viszony növelése tehát csak a C_e csökkentésével érhető el, azaz az elektrométer kapacitásának kell minél kisebbnek lennie.



3. ábra

A töltő-mérő készülék $V - V_s$ feszültség tartománya egy bizonyos típusú kondenzátorkamrákra nézve közvetlenül dózis értékekben kalibrálható be. A kamrát a mérési eredmény leolvasása után a készülék automatikusan a 0 dózisosztályzatnak megfelelő V_s feszültségre tölti fel és így az ismét mérésre készen áll. Egy töltő-mérő készülékkel természetesen tetszés szerinti számú kondenzátorkamra üzemeltethető.

A kondenzátorkamrák másik típusát az ún. *önleolvasós* egyéni dózismérők képezik. Ezeknél a belső elektródhoz közvetlenül egy kisméretű Lauritsen elektrométer van kapcsolva, melyről az ugyancsak beépített leolvasó mikroszkóp segítségével a kamrát ért dózis bármikor közvetlenül leolvasható (3. ábra). Feltöltésük a már említett védőmembránon keresztül száraz telepekről vagy miniatűr dörzselektromos készülék segítségével történik. Egyes típusoknál a feltöltő szerkezet is be van építve a töltőtoll nagyságú kamrába, amely ilyen módon egy komplett dózismérőt képvisel.

Az önleolvasós egyéni dózismérőkről az egyes munkafolyamatokhoz tartozó rész dózisértékek bármikor leolvashatók, míg a nem önleolvasósaknál minden észlelés után a kamrát természetesen újra fel kell tölteni és a mérést megint előlről kell kezdeni.

Magára az ionizációs kamrára vonatkozó fontosabb követelmények a különböző sugárzásoknál a következők:

Röntgen- és gamma-sugárzások mérésénél igen fontos, hogy a kamrák kis energiafüggést mutassanak. Ez azáltal érhető el, hogy az r-egységekben való mérés előírásainak megfelelően a kamrafalat és belső elektródot levegőekvivalens anyagból készítjük. Ilyenek pl. a 97% grafit és 3% szilícium-oxid keveréke, vagy a grafittal vezetővé tett és 7,4-es effektív rendszámra beállított különféle bakelit keverékek. Ezeknél a legfontosabb 0,1—2 MeV-es energiatartományra nézve az energiafüggés 15% alá szorítható le.

Az alumíniumból készült ionizációs kamrák pl. már több 100%-os energiafüggést mutatnak és így csak olyan sugárzásokra használhatók, amilyenekkel behitelesítésük történt.

Béta-sugárzások mérésénél alapvető követelmény, hogy a kamrafalon a béta-sugarak át tudjanak hatolni. Az ilyen vékonyfalú ionizációs kamrák igen törékenyek és éppen ezért csak ritkán használatosak. A béta-sugárzások egyéni méréséhez általában film-dózimétereket használnak, amelyekkel a béta és gamma dózisok külön-külön meghatározhatók.

Lassú neutronok mérésénél a $B^{10}(n, \alpha) Li^7$ magreakcióból származó 1,47 MeV energiájú α -részek ionizációját szokás felhasználni olyan módon, hogy az ionizációs kamra falára vékony rétegben természetes bört viszünk fel, mely 20%-ban tartalmazza a B^{10} -es izotópot. Az érzékenység fokozása céljából a B^{10} -es izotópot 90—96%-ig feldúsítva is alkalmazzák. Nagy felület és kis levegő térfogat kialakításával elérhető, hogy a kamrák gamma-sugárzásokra mintegy 100-szor kisebb érzékenységet mutatnak, mint a lassú neutronokra.

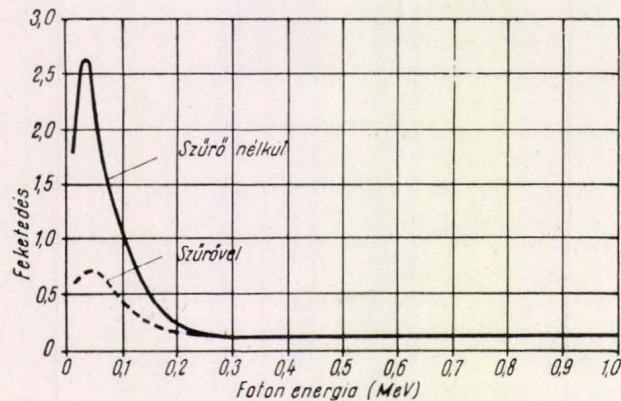
Gyors neutronok méréséhez legtöbbször olyan ionizációs kamrák használatosak, amelyekben a neutronok protonokkal való ütközés útján tudnak ionizációt kelteni. A hidrogént paraffin vagy polietilén formájában szokás a kamrafalra felvinni. A rendkívül zavaró gamma-sugárzás oly módon kapcsolható ki a mérésből, hogy ellentétes polaritással két azonos ionizációs kamrát kapcsolunk össze és ezek közül az egyiket bórral vonjuk be. Így a gamma sugár hatására mindkét kamrában keletkező ionizációs áramok egymást kompenzálják és tisztán megkapjuk csupán az egyik kamrában a gyors neutronoktól eredő proton ionizációt. Az ilyen egyéni dózismérőknek egymáshoz rögzített kettős töltőtoll alakjuk van.

Film-dóziméterek

A film-dóziméterek sugárdetektorként a fotoemulziót használják fel, és pedig legtöbbször röntgenfilm formájában. Egyetlen nagyobb filmből kivágott kb. 30×40 mm-es kockák fekete papirosba csomagolva és a mérendő sugárzásnak megfelelő tokba helyezve kerülnek szétosztásra. A film-dózimétereket általában a munkaköpeny külsején szokás hordani. Bizonyos munkafolyamatoknál kisebb filmek a homlokon, illetve gyűrűszerűen az ujjakon is elhelyezést nyerhetnek. A filmek kisebb sugárérzékenysége következtében a film-dóziméte-

rek kiértékelésére általában 2—3 heti viselés után kerülhet sor.

Röntgen- és gamma-sugárzások mérése. Minden fotoemulzió főleg a 0,04—0,4 MeV-es fotonenergia tartományban nagyfokú, 10—40-szeres energiafüggést mutat, amit ugyan kadmium szűrő alkalmazásával nagymértékben csökkenteni lehet (4. ábra), az energiafüggés azonban még így is elég



4. ábra

jelentős marad. Ennek oka abban keresendő, hogy kisebb foton energiáknál a film feketedésének nagy részét az ezüst atomokból kiváltott fotoelektronok hozzák létre, márpedig a fotoelektromos abszorpció erősen függ a foton energiájától. Nagyobb energiák felé egyre inkább a kisebb energiafüggésű Compton elektronok jutnak szerephez és így az energiafüggést ábrázoló görbe egyre inkább el-laposodik.

Az energiafüggés közvetlen következménye, hogy míg a fotoemulziót standard összetételű sugárzások mérésére, pl. rádium terápiás kórházi osztályok dolgozóinak sugárvédelmi méréseire minden további nélkül jól fel lehet használni, addig különböző energiájú foton sugárzások mérésénél, pl. röntgen és rádium sugárzásának kitett dolgozók sugárvédelmi méréseihez speciális film-dozimétereket és kiértékelési módszereket kell alkalmaznunk. Az ilyen film-dozimétereknek három vagy négy kis ablaka van, amelyek közül egyet csupán egy vékony fényzáró hártya borít, míg a többibe egyre erősebb hatású szűrő lemezek vannak behelyezve: pl. 0,05 mm Cu, 0,5 mm Cu és 1,2 mm Cu vagy 0,5 mm Ag és 0,5 mm Ag + 0,5 mm Pb.

Nyilvánvaló, hogy lágyabb sugárzásoknál nagyobb lesz a szűrőtlen és a fokozódó vastagságú abszorbenseken áthaladt sugárzások közti intenzitás különbség és így természetesen a feketedésbeli különbség is, mint a keményebb sugárzásoknál. A sugárzás keménysége tehát már egyszerű rátekintéssel is megbecsülhető. A feketedések ki-méréséből, valamint kalibráló mérésekből az egy-szerű vizuális megállapításokon túlmenően mind a röntgen-sugárzás keménysége, mind pedig a kapott dózis nagysága is kiszámítható. Az ólomszűrő mögötti nagyobb feketedések a Compton elektro-nok számának megnövekedésére, azaz kemény gamma sugárzások jelenlétére mutatnak.

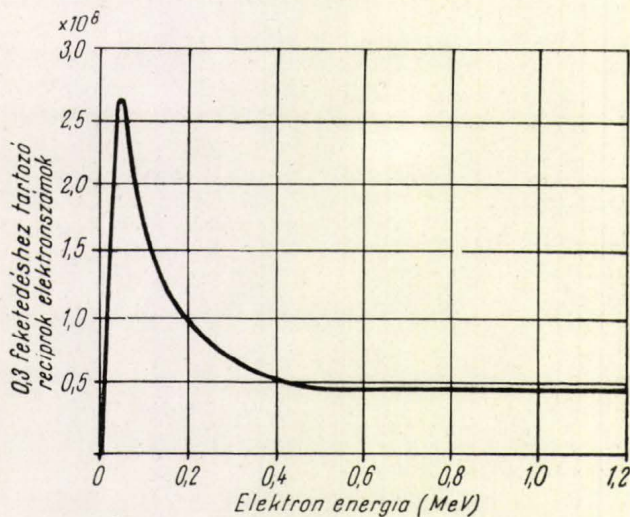
Röntgen- és gamma-sugárzásra a feketedés szé-les határok között *Bunsen-Roscoe törvényét* követi:

$$D = f(I \cdot t),$$

azaz a feketedés (D) csupán az $I \cdot t$ szorzattól függ, ahol az I a sugárzás intenzitását és t a besugárzás idejét jelölik. Ez más szóval azt jelenti, hogy a fotoemulzióknak hosszú időn át kis intenzitással létrehozott feketedését összehasonlíthatjuk a normál-sorozatnak rövid idő alatt nagy intenzitással létrehozott feketedésével. A fotoemulzió tehát igen alkalmas kis sugárintenzitásokból eredő dózisoknak hosszú időn át való összegezésére, azaz pl. egyes személyek által huzamosabb időn át elsenvedett összdózis mérésére.

Béta-sugárzások mérése. A fotoemulzió közvetlenül felhasználható béta-sugárzások mérésére is, sőt az egyéni dózismérők közül a legmegfelelőbbek-eknek éppen a film-doziméterek mondhatók. A fotoemulzió természetesen a béta-sugárzással szemben is mutat bizonyos energiafüggést. Jellemzőes ilyen görbét mutat az 5. ábra, amely 0,3 feketedésnek megfelelő reciprok részecskeszámot mutatja 10^8 elektron/cm² egységekben az energia függvényé-ben.

A fotoemulzió igen alkalmas detektor a vegyes béta- és gamma-sugárzások esetében is a béta- és gamma-sugárzások dózisainak a szétválasztására. Ha ugyanis a film felét béta-sugárzást elnyelő lemezzel takarjuk, akkor nyilvánvaló, hogy itt csupán a gamma-sugárzás hatása fog érvényesülni, míg a film másik felén a béta és gamma együttesen. A kettő különbsége szolgáltatja a béta dózist. A feketedések kiértékeléséhez természetesen mind a béta, mind a gamma hitelesítő normál sorozatok elkészítésére szükség van.



5. ábra

Lassú neutronok mérése. A filmet vékony kad-mium lemezzel borítjuk be, melynek a lassú neutro-nokra igen nagy befogási hatáskeresztmetszete van. Így a (n,γ) magreakciókból eredő gamma-sugár-zás a filmen feketedést hoz létre.

Egy másik lehetőség abban áll, hogy az emul-zióba litiumot vagy bórt viszünk be. A (n,α) mag-

reakciókból származó alfa részecskék jellegzetes rövid, vaskos pályái az emulzióban megszámlálhatók. A litium mintegy 15-szörös, a bór 200-szoros érzékenység emelkedéshez vezet. Megjegyezzük, hogy lassú neutronoknál mindig jelentkezik az emulzióban a $N(n,p)C$ magreakciókból származó proton nyomok is, amelyeknek leszámllálása szintén lehetőséget ad a lassú neutronok mérésére.

Gyors neutronok mérése. Az emulzióban jelen levő hidrogén atommagok a neutron ütközések alkalmával nyert kinetikai energiájuk következtében az emulzióban nyomot hagynak maguk után. A gyors neutronok mérésére ennek alapján két lehetőségünk van:

1. A proton nyomok leszámllálása, ami a fásztóbb, de érzékenyebb eljárás,

2. A feketedés fotometrlálása, ami kényelmesebb, de sokkal érzéketlenebb módszer.

Kiértékelés. A filmkockák dozimetriai kiértékeléséhez hasonló fajtájú sugárzással készített normálsorozatra van szükségünk, amelyet a kiértékelendő filmkockákkal együtt hívunk elő. A normál sorozat sugárzástól távol tartott alap filmből és fokozatosan növekvő, ismert dózissal besugárzott filmkockákból áll. A feketedéseket denzitóméterrel mérjük oly módon, hogy az alapfilm behelyezésénél zérus feketedésre állítjuk be a műszert.

Ha a normál sorozat feketedési értékeit a kapott dózisok függvényében ábrázoljuk, egy kalibrációs görbét kapunk, amelyről az ismeretlen sugárzás dózis értékei leolvashatók.

Tekintettel arra, hogy adott sugárzás által létrehozott feketedés abszolút értékét nagymérték-

ben befolyásolja az előhívó minősége, hőmérséklete, az előhívás ideje, valamint a film minősége, célszerű minden esetben új normál sorozatot készíteni és azt a kimérendő és alap filmekkel együtt ugyanabban a keretben, tehát teljesen azonos körülmények között előhívni. A filmek kiértékelése vagy fotométerrel, illetve denzitóméterrel történő feketedés mérés, vagy neutronok esetén a felületegységre eső proton, illetve alfa nyomoknak mikroszkópban történő leszámllálása alapján történik.

A fentiekben ismertetett három legfontosabb egyéni dózismérő típus közül legkevesebb beruházást igényelnek a film-doziméterek, legtöbbet az önleolvasós zsebkamrák. Az üzemeltetéssel járó költségek viszont a film-dozimétereknél a legnagyobbak (vegyszerek, filmek, laboráns munkabére stb.). Hogy melyik típusnak a bevezetése a legcélszerűbb, azt végső fokon az ellenőrizendő személyek száma és egyéb helyi körülmények dönthetik el. Számos esetben a kondenzátor-kamrák mindenestre döntő szerepet játszanak.

dr. Bozóky László

Országos Onkológiai Intézet

IRODALOM

Photographic Dosimetry of X and Gamma Rays
National Bureau of Standards, Handbook 57, 1955.

H. Blatz: Radiation Hygiene Handbook, London, 1959.

Fries, Hull: Pocket Dosimeters, Film Badges or Both? Nucleonics 17—5, 116, 1959.

Bozóky L.: Védekezés Atommagsugárzás Ellen, Műszaki Könyvkiadó 1958.

W. J. Price: Nuclear Radiation Detection, London 1958.

A holdrakéták pályáiról

Az űrhajózás eddigi eredményei a kozmikus térben haladó közlekedési eszközök mozgásegyenleteinek elméleti elemzésére és ezek numerikus megoldásainak vizsgálatára alapulnak. A felbocsátandó rakéta hajtására és irányítására vonatkozó követelményeket, valamint a fellövés megvalósítható legjobb feltételeit számításokkal lehet meghatározni.

Az űrhajó mozgásának leírására szolgáló kezdeti vonatkoztatási rendszerként azt a Descartes-féle koordinátarendszert választhatjuk, amelynek a kezdőpontja a Föld középpontjához van rögzítve. Sok gyakorlati problémánál viszont gömbi koordinátarendszert kell használni, amelynek kezdőpontja a Föld középpontja. Figyelembe kell venni a testeknek a Holdhoz, vagy a többi bolygóhoz viszonyított mozgását is.

Az „égi ballisztika” mozgásegyenleteibe, amelyek a kozmikus térben kialakuló szabad mozgást írják le, csak a Newton általános tömegvonzási törvényével meghatározott kölcsönhatási erőket kell beírunk. Ha a Hold eltalálásának, vagy a Hold megkerülésének problémáját kívánjuk megoldani, akkor egy testnek a Nap, a Hold,

és a nem tökéletesen gömb alakú Föld együttes gravitációs terében történő mozgását kell vizsgálnunk.

A Holdrakéta legelőnyösebb felbocsátási feltételeinek kutatásában közelítő módszereket használhatunk. Például a test mozgását földköri Kepler-mozgásnak tekinthetjük, ha a test a Holdtól legalább 66 000 km távol van, ha pedig a Holdat ennél jobban megközelíti, akkor mozgását holdköri Kepler-mozgásnak vehetjük.

Az Északi Félgömb egyes pontjaira a felbocsátás legelőnyösebb körülményeit első közelítésben — csak a Föld gravitációs vonzásának figyelembevételével — a következőképpen határozhatjuk meg.

Tekintsük először a Holdba ütközés esetét. Jelölje A a rakéta helyét a leválás pillanatában, B a Hold középpontjának helyzetét az ütközés pillanatában és O a Föld középpontját (1. ábra). Bármelyik az A-t B-vel összekötő pálya az ABO pontok által meghatározott síkban fekszik. A pálya és a kezdeti sebesség pontos meghatározására már elegendő a kezdeti sebesség és a horizont közti θ szög ismerete.