

BAGYINSZKI GYULA • BITAY ENIKŐ

BEVEZETÉS AZ ANYAGTECHNOLÓGIÁK INFORMATIKÁJÁBA

MŰSZAKI TUDOMÁNYOS FÜZETEK



ERDÉLYI MÚZEUM-EGYESÜLET

ISBN 973-8231-65-5
ISBN 978-973-8231-65-8
DOI: 10.36242/mtf-03

Tartalom

Előszó	7
1. Anyagtechnológiák számítógéppel segített tervezésének sajátosságai	9
1.1. Az anyagalakító technológiák illeszkedése a tervezés folyamatába	9
1.2. A számítógéppel integrált gyártás fejlődése	13
1.3. A számítógépes tervező rendszerek elvi felépítése	17
1.4. A számítógépes tervezés alkalmazása a mérnöki gyakorlatban	24
1.5. Összefoglalás	29
2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése	31
2.1. A tervezés és a számítógép kapcsolata	31
2.2. Az anyagtulajdonságok és -technológiák leírásának alapfogalmai	35
2.3. Matematikai modellalkotás	37
2.4. Az anyagviselkedés leírása, anyagmodellek	44
2.5. Összefoglalás	54
3. Anyagok és technológiák jellemzésére alkalmazható numerikus módszerek	56
3.1. Numerikus módszerek rendszerező áttekintése	56
3.2. Empirikus számanyag feldolgozása	71
3.2.1. Valószínűségelméleti kiértékelés	71
3.2.2. Matematikai statisztikai elemzés	75
3.3. Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet megoldása	82
3.4. Véges differencia módszer	84
3.5. Végeelem módszer (VEM)	93
3.6. Optimumszámítás	102
3.6.1. Dinamikus optimalizálás	104
3.6.2. Statikus optimalizálás	105
3.6.3. Lineáris optimumszámítás	111
3.6.4. Nemlineáris optimumszámítás	113
3.6.5. Gradiens módszer	115
3.7. Szakértői rendszerek	116
3.8. Összefoglalás	126
4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői	127
4.1. Az anyagok választéka és felhasználásuk arányai	127
4.2. Az igénybevételek főbb típusai és jellemzésük	132
4.3. Anyagvizsgálati mérőszámok, anyagtulajdonságok	139
4.4. Anyagadatbázisok	155
4.5. Összefoglalás	163
5. Méretezés és anyagkiválasztás elvei	164
5.1. Az anyagkiválasztási folyamat általános jellemzése	164
5.2. Igénybevételi módok, megmunkálhatóság	170
5.3. Anyagkiválasztási stratégiák	175
5.4. Összefoglalás	186

6. Anyagkiválasztás gyakorlata	187
6.1. Anyagkiválasztás koncepcionális tervezés útján	187
6.2. Anyagkiválasztás elvi és gyakorlati megfontolások alapján	197
Összefoglalás	208
Szakirodalom	209

Előszó

Az anyagtechnológiák felosztása sokféleképpen lehetséges. Az egyik jellemző szempont szerint megkülönböztetünk forgácsoló és forgács nélküli (nem forgácsoló) technológiákat. Más megközelítésben alakadó, kötő és rögzítő, valamint anyagszerkezet-változtató technológiákról beszélünk. Ezen anyagtechnológiák, megmunkáló eljárások, illetve gyártási alapelvek gyakorlatban történő alkalmazásához az anyagjellemzők mint tervezési információk és az adott technikai feltételek ismerete szükséges. Ugyanis a terméktervezéskor kiválasztott megmunkálandó anyagok tulajdonságainak, a kialakítandó konstrukció jellemzőinek ismeretében lehet elvégezni a technológia tervezését, az alkalmazandó eljárás(ok) technológiai paramétereinek („know-how”) meghatározását.

A technológiatervezés egyfajta fejlesztési tevékenység, ami hozzájárul az adott anyagtechnológia, illetve a gyártandó termék műszaki és minőségi színvonalának emeléséhez. Nincsenek univerzális, azaz minden feladatra alkalmas technológiai eljárások, és főképp nincsenek általánosan („receptszerűen”) érvényes technológiai paraméterek. Ezért van szükség technológiatervezésre, ami tapasztalatokon, illetve matematikai eljárásokon alapuló, azokat szakmai kritikával alkalmazó, rendszerint számítógéppel segített mérnöki alkotótevékenység.

Az anyagoknak – mint a technológiák „médiumainak” – adott feladatra történő kiválasztása, célszerű felhasználása nem csupán műszaki kérdés. Több (biztonsági, gazdasági, ökológiai) szempontot kell mérlegelni anyagkiválasztáskor, illetve alkalmazáskor így megközelítve – gyakran kompromisszumos döntések sorozatán át – a lehetséges optimumot. A teljes körű (termék)tervezés tehát a méretezést, az anyagkiválasztást és az anyag(ok)hoz rendelhető technológia(ák) kidolgozását, fejlesztését együttesen foglalja magában.

A magas szintű mérnöki alkotómunka során a szerkezeti anyagok adatbázisainak felhasználásával, számítógéppel támogatott tervezési módszerek segítségével hoznak létre új konstrukciókat, illetve dolgoznak ki technológiai utasításokat. Az informatika ezekhez teljes hardver és szoftver eszköztárával járul hozzá, szavatolva azt a „rugalmasságot”, ami a piaci versenyben való helytállást, vagyis a vevői igényekhez való gyors és eredményes alkalmazkodást segíti. A könyv ennek tartalmi háttérével és számítógépre adaptálható módszereivel foglalkozik.

Ez az írásmű sem törekszik (nem törekedhet) teljességre, hiszen a téma szer-teágazóan hatalmas, viszont a lehetséges terjedelem korlátozott, így elsősorban a széles látókörű „kommunikációképes” anyagtechnológiai háttértudás bővítését se-

gíti. Ezenkívül – a többi műszaki (tan)könyvhöz hasonlóan – a szakmai műveltség és a műszaki intelligencia formálásához, fejlesztéséhez is hozzá kíván járulni. E gondolatok jegyében – remélve, hogy e könyv ismeretanyaga műveltségigényt ki-elégítő, szemléletformáló, műszaki „érzék” fejlesztő, hasznos információforrást jelent Olvasói számára – sok szakmai sikert kívánnak

A szerzők

1. Anyagtechnológiák számítógéppel segített tervezésének sajátosságai

1.1. Az anyagtechnológiák illeszkedése a tervezés folyamatába

Az anyagtechnológiák elnevezés nem egészen pontos gyűjtőfogalma mindazoknak az ismereteknek, melyek a mérnöki gyakorlatban használt anyagok szerkezetére, tulajdonságaira, azok vizsgálati módszereire és feldolgozási technológiáira vonatkoznak. E témakörhöz tartozik az anyagtudomány, a szerkezeti anyagok előállítása, vizsgálata és alkalmazása, valamint az összes megmunkálási technológia (1.1. ábra).

ANYAG-TECHNOLÓGIÁK	ALAKADÓ TECHNOLÓGIÁK	KÖTŐ TECHNOLÓGIÁK	SZERKEZET-VÁLTOZATÓ TECHNOLÓGIÁK
FORGÁCS NÉLKÜLI (NEM FORGÁCSOLÓ) TECHNOLÓGIÁK	ÖNTÉS	HEGESZTÉS	HŐKEZELÉS
	SZINTERELÉS	FORRASZTÁS	FELÜLET-KEZELÉS
	KÉPLÉKENY ALAKÍTÁS	RAGASZTÁS	CELLÁSÍTÁS
	VÁGÁS	MECHANIKUS KÖTÉS	KOMPOZIT-KÉSZÍTÉS
FORGÁCSOLÓ TECHNOLÓGIÁK	FORGÁCSOLÁS		

1.1. ábra

Anyagmegmunkáló technológiák felosztása

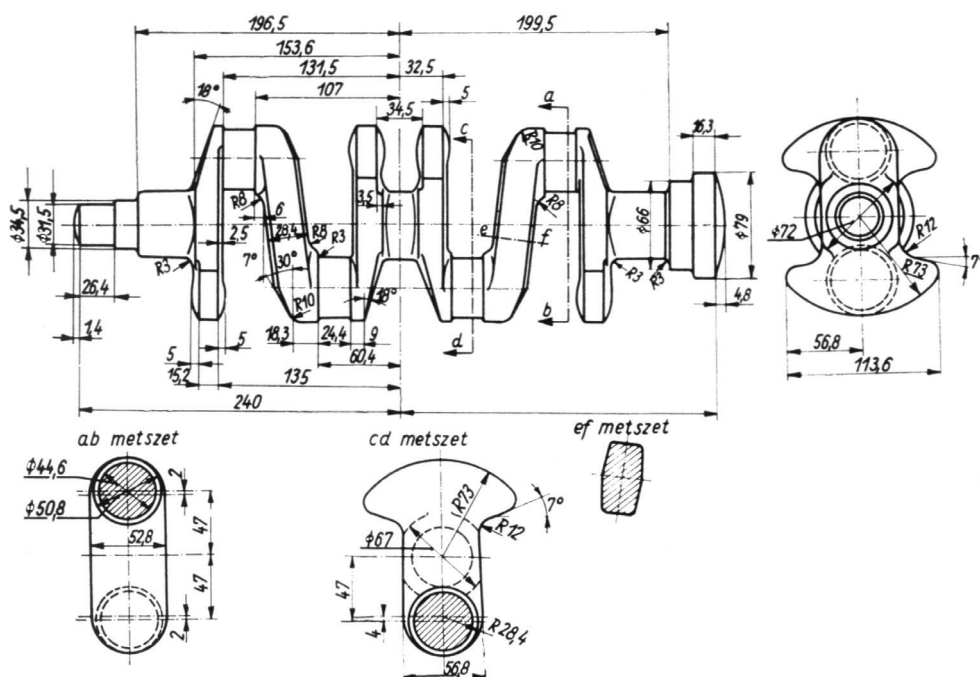
Az anyagtechnológiák szerves részét képezik a fejlett ipari társadalmakban folyó termelőtevékenységnek. Az anyagtechnológiák szempontjából az egész termelőállítási folyamat két fő előkészítő tevékenysége érdemel különös figyelmet, ezek a következők:

- konstrukciós tervezés,
- technológiai tervezés.

1. Anyagtechnológiák számítógéppel segített tervezésének sajátosságai

A konstrukciós tervezés a méretezés és anyagkiválasztás egész folyamatát jelenti, melynek eredményeként egy műszaki dokumentáció jelenik meg. Ez tartalmazza az egyes alkatrészek geometriai méreteit és anyagának megnevezését, az alkatrész gyártási tűréseit, az egyes felületek előírt minőségét, esetleges bevonatolási technikáját stb. Mindezek az előírások a gyártmányrajzon összefoglalóan megtalálhatók. Az egyes alkatrészekből felépített részegységek, valamint az azokból létrejövő szerkezet szintén a konstrukciós tervezés eredménye.

Például egy személygépkocsi mint önálló szerkezet több részegységből áll. Ezek közül a legfontosabbak a motor, a sebességváltó, a kormánymű, a kerék-felfüggesztés, a karosszéria stb. Egy-egy részegység önálló fejlesztési és gyártási modult képez, mely egyedileg megtervezett alkatrészekből áll. Egy kiemelt alkatrész, például a motorban lévő forgattyús tengely (főtengely) dokumentációja a konstrukciós tervezés végeredménye (1.2. ábra).



1.2. ábra

Forgattyús tengely rajza

A forgattyús tengely tervezése során a mérnök figyelembe veszi a szerkezeti elemre ható terhelést (hajlító- és csavarónyomaték), annak jellegét (ciklikusan ismétlődő igénybevétel), a szerkezetbe való illesztés korlátait (csapágyazási helyek, hajtórúdcsatlakozások), majd ezek figyelembevételével választ anyagot és határozza meg a geometriai méreteket.

Az anyagtudomány a vázolt folyamathoz az anyagkiválasztás feladatkörével kapcsolódik. Természetes, hogy a méretezés és az anyagválasztás egymástól elválaszthatatlan tevékenység, ezért az anyagválasztási stratégia kialakításakor a háttérben mindig megjelenik a méretezés is.

A technológiai tervezés a konstrukciós tervezés eredményeként létrejött gyártmány elkészítésének folyamatát rögzíti. Meghatározza az egyes megmunkálásokat, azok sorrendjét, előírt minőségi jellemzőit és ellenőrzési módját. Az egyes alkatrészek gyártása egy adott gyártórendszerben valósul meg, tehát tágabb értelemben ehhez a folyamathoz kapcsolódik a megmunkálógépek kiválasztása, valamint a termelési folyamat időbeli ütemezése, logisztikai kiszolgálása is.

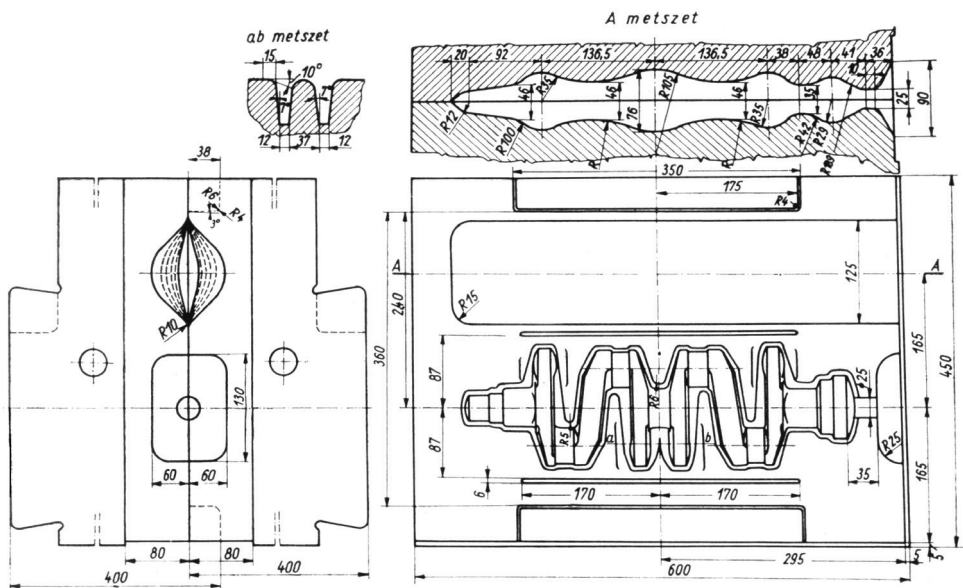
Az előzőekben bemutatott forgattyús tengely gyártása többlépcsős folyamat, melynek legfontosabb műveletei a következők: a kiinduló anyag darabolása után hevítés és többlépcsős süllyesztékes kovácsolás következik, majd elvégzik a későbbi csapágyazási helyek nagyoló forgácsoló megmunkálását; a megfelelő szilárdság, illetve szívósság elérésére nemesítő hőkezelést alkalmaznak, a kopásnak kitett felületeket például indukciós edzéssel keményítik; ezután köszörüléssel alakítják ki a végleges méreteket és felületi simaságot.

A forgács nélküli műveletek (süllyesztékes kovácsolás, nemesítés, indukciós edzés) szerves egységben vannak a forgácsoló műveletekkel (esztergálás, fúrás, köszörülés), a gyártási folyamatban felváltva követik egymást.

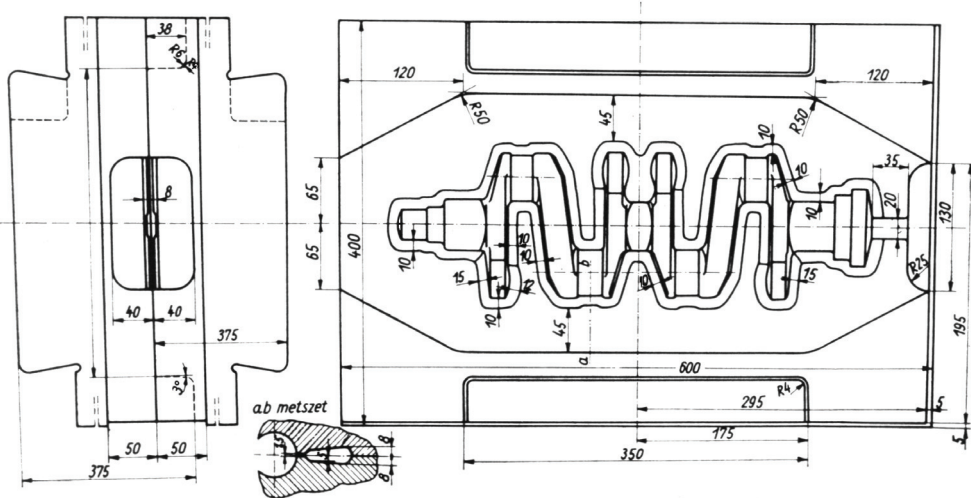
A műveleti sorrend rögzítése után kerül sor az egyes megmunkálások technológiai tervezésére. Ez például a kovácsolás esetén kiterjed az alakító süllyesztéküregek geometriai méreteinek meghatározására, az egyes alakítások erő- és munkaszükségletének, valamint a szerszám terhelésének számítására. Ennek ismeretében kerül sor a szerszámtervezésre, mely mint új gyártmánydokumentáció (**1.3. ábra**) új gyártási folyamat indítását (a szerszám elkészítését) teszi szükségessé.

Az anyag szerkezetét és tulajdonságait megváltoztató nemesítés (hőkezelés) tervezése elsősorban az ausztenitesítési hőmérséklet és idő meghatározását, az alkalmazandó kemence kiválasztását, a hűtési sebesség és hűtőközeg megadását, valamint a megeresztési hőmérséklet és idő definiálását jelenti.

1. Anyagtechnológiák számítógéppel segített tervezésének sajátosságai



a) Forgattyús tengely elősüllyeszték-szerszámának rajza

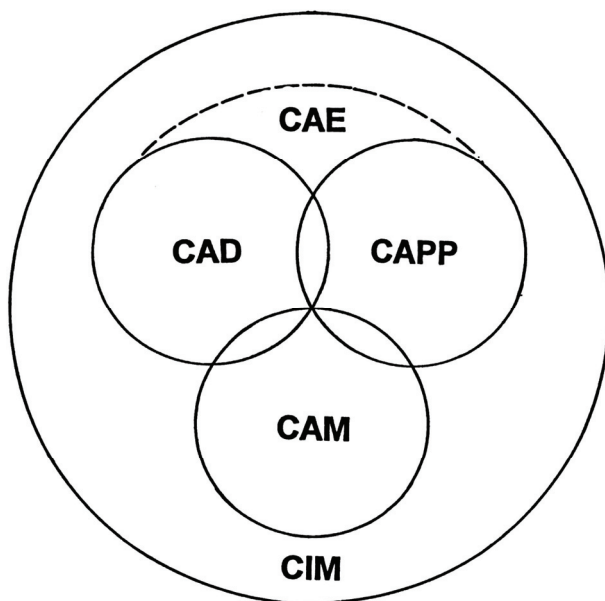


b) Forgattyús tengely kész süllyesztékszerszámának rajza

1.3. ábra

Forgattyús tengely gyártószerszámának rajza

A bemutatott konstrukciós és technológiai tervezés folyamata a korszerű mérnöki gyakorlatban számítógéppel segített eljárások (CAE = Computer Aided Engineering) során valósul meg. E témakör két alapvető fogalma a számítógéppel segített (konstrukciós) tervezés (CAD = Computer Aided Design) és a számítógéppel segített folyamattervezés (CAPP = Computer Aided Process Planning). A kettőnek egymáshoz, valamint a gyártási környezethez való viszonyát az **1.4. ábra** mutatja, amin a CAM rövidítés a Computer Aided Manufacturing = számítógéppel segített gyártás (tágabb értelemben az egész gyártási folyamat) fogalmára utal.



1.4. ábra

A számítógéppel segített tevékenységek kapcsolata

A három kapcsolódó tevékenység – más feladatokkal együtt – a CIM-környezetben valósul meg, mely számítógéppel integrált gyártást (Computer Integrated Manufacturing) jelent. Általánosan definiálva a CIM a fejlesztés, a tervezés, a gyártás és a marketing logikai kapcsolata, melyet számítógép-hálózat valósít meg.

1.2. A számítógéppel integrált gyártás fejlődése

A CIM-tevékenység hátterét a következő három szakterület tudásanyaga jelenti:

- mérnöki tervező tevékenység,
- korszerű szervezés és menedzsment,

- informatika.

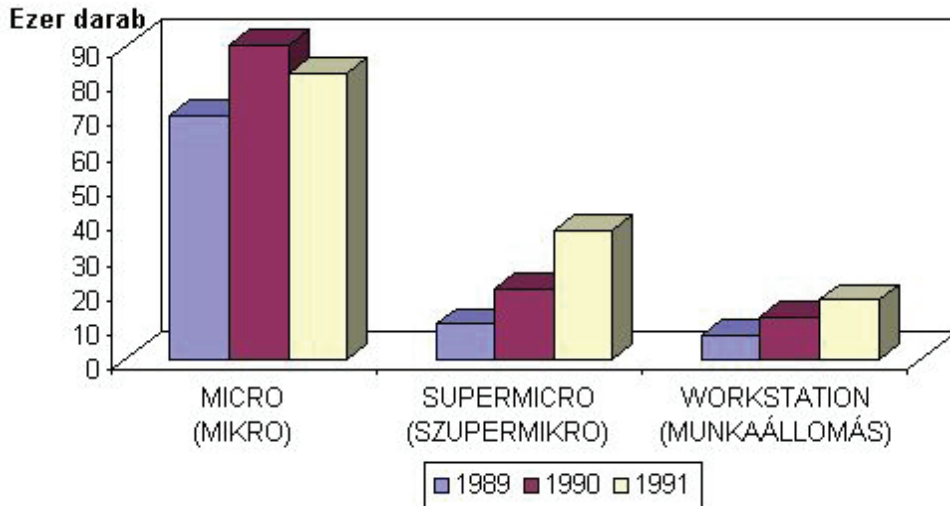
A magas szintű mérnöki tevékenység a hagyományos és a közelmúltban kifejlesztett vagy tökéletesített szerkezeti anyagok felhasználásával, számítógéppel támogatott méretezési eljárások segítségével hoz létre új konstrukciókat, melyeket számítógéppel irányított vizsgálóberendezésekben tesztelnek. A gyártmány kifejlesztését megelőzően és annak piacra vitelében korszerű marketingmódszereket alkalmaznak, az egész termelést kemény árversenyben szervezik meg a minél gazdaságosabb gyártás megvalósítása érdekében. Mindezen tevékenységekhez nélkülözhetetlen a számítógépi háttér, mely az informatika teljes eszköztárával segíti a tervezést, gyártást és értékesítést. E vázolt fejlődési tendenciák két hatás eredményeként jöttek létre: húzóerőt a kemény piaci verseny jelentett, az új CIM-technika alkalmazásának lehetőségét pedig a számítógépek teljesítőképességének látványos növekedése biztosította.

A piaci verseny és a termelés szerkezetének átalakulása az alábbiakkal jellemezhető:

- a gyártási sorozatok volumenének csökkenése,
- az univerzális részegységek (motorok, hajtóművek) gyártási darabszámának növekedése és koncentrációja,
- a gyártmányválaszték szélesebbé válása,
- egy-egy gyártmány életciklusának rövidülése,
- az ismétlődő (ugyanarra irányuló) rendelések csökkenése.

E szempontok a vevők igényességének növekedését mutatják. Ma már természetes kívánság, hogy egy autógyár 2–3 évenként új modellt hozzon ki (szemben a LADA, a Wartburg vagy a Trabant húsz évig szinte változatlan kínálatával), sőt az egyes modelleken belül a motor típusa és hengerűrtartalma, a komfortfokozat, belső kárpitozás, karosszéria színe egyedi igény szerint összeállítható legyen. Ezen igények teljesítése a gyártás során igen magas szintű szervezettséget követel meg annak érdekében, hogy a változó kívánságok ugyanolyan olcsón kielégíthetők legyenek, mint a korábbi tömegtermelés időszakában. Viszont a mai tömegtermelés fogalmába a nagy sorozat mellett már az extrák széles körű variálhatósága is beletartozik.

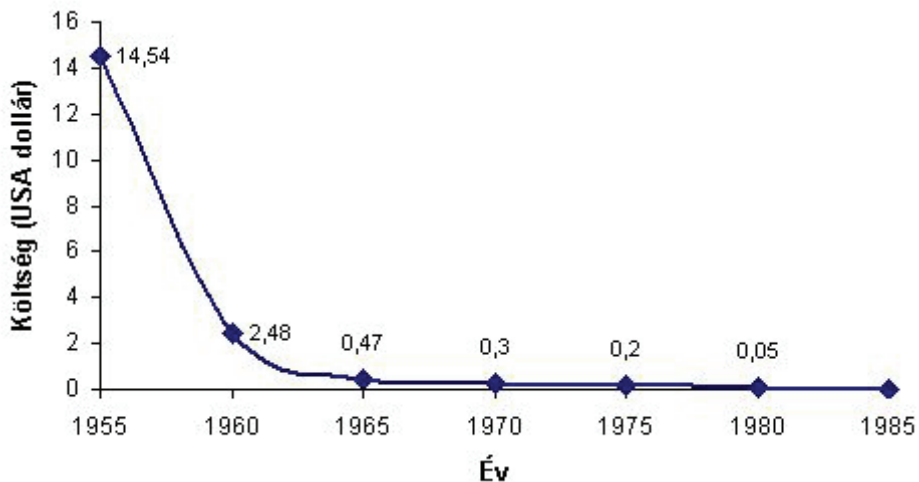
A számítástechnika fejlődését nehéz röviden jellemezni. Szokás megadni például adott kapacitású memória előállítási költségének csökkenését, a gépek sebességének növekedését, az operatív memória és háttértár bővülését stb. Az **1.5. ábra** az Egyesült Királyságban (Anglia) installált gépek számát mutatja három egymást követő – a számítástechnika rohamos fejlődésének korai időszakához tartozó – évben, főbb típusok szerint. A MICRO rövidítés itt a PC-AT kategóriát jelenti, a SUPERMICRO a 386/486-os gépeket, míg a WORKSTATION a mérnöki munkaállomásokat. Látható, hogy már 1991-ben csökkenés indult meg a kis teljesítményű gépek kategóriájában, ugyanakkor dinamikusan nőtt a munkaállomások eladása. Később ez a tendencia a jelentős árcsökkenés miatt tovább erősödött.



1.5. ábra

Különböző számítógép-kategóriák eladásának változása Angliában a számítástechnika térhódításának intenzívvé válásakor

Az **1.6. ábra** a számítási költségek csökkenését mutatja 1955-től 1985-ig. A példaként bemutatott 1700 művelet számítási költségigénye ma már elenyésző, ezzel szemben ugyanezen feladat számolása papírral és ceruzával több ezer USD-ba kerülne.



1.6. ábra

Számítógépi műveletek költségének változása a számítástechnika fejlődésével

A számítógépek alkalmazása a különböző műszaki tevékenységekhez kapcsolódóan eléggé eltérő. Például a hegesztés területén leggyakrabban előforduló feladatokra a számítógépek alkalmazása a következő megoszlást mutatta egy felmérés szerint: információtárolás, szabványgyűjtemények kezelése 50%, technológiai tervezőrendszerek 36%, szakértői rendszerek 14%.

Az összeállításból látható, hogy ez a statisztika olyan állapotot tükröz, ahol a számítógép leggyakoribb és legegyszerűbb alkalmazása – az adattárolás, rendszerezés – dominál, míg az integrált technológiai tervezés, a szakértői rendszer-megvalósítás kisebb hányadot képvisel.

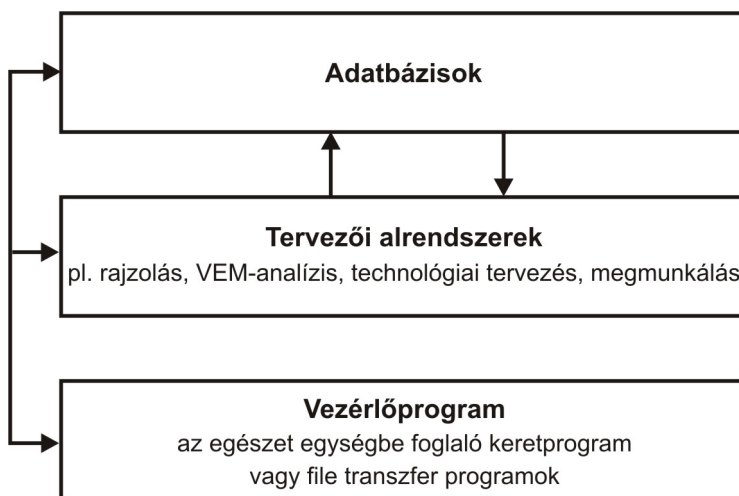
Egy gazdasági elemzés szerint a gép-, villamos-, elektronikai és járműiparban a legfejlettebb országok több mint 20 millió alkalmazottat foglalkoztattak, akiknek közel 10%-a közvetlen tervezéssel, 15%-a termeléselőkészítéssel és programozással kapcsolatos területeken dolgozott. Tapasztalatok szerint a számítógépes tervezésre való áttérés akár kétszeres, egyes munkakörökben ötszörös termelékenység-növekedést is eredményez(het) a mérnöki munkában, vagyis a mérnökök egy része foglalkoztatási gondokkal, munkanélküliséggel kényszerül szembenézni. A munkahely megtartásában nyilván a számítógépet kezelni jól és hatékonyan tudó tervezőknek van nagyobb esélye.

A tervezési és nyilvántartási feladatok nagyságára jellemző, hogy egy közepes méretű energiaelosztó transzformátor dokumentációja jelentős mennyiségű papíron fér el, kidolgozásához 1000 táblázatot és 3000 különféle számítási képletet használnak. Nagyobb berendezéseknél ez az adatmennyiség a négy-ötszörösét is elérheti. Könnyen belátható, hogy ilyen mennyiségű tervezési munka hagyományos eszközökkel már nehezen kezelhető, különösen akkor, ha az a követelmény, hogy a tervezési dokumentáció közvetlenül alkalmas legyen a technológiai tervezés kiinduló információit megtestesíteni. E problémakör átvezet a CIM-rendszerek integráltsági fokának elemzéséhez.

A korszerű CIM-rendszerek legfontosabb jellemzője az integráltsági fok. Mint az **1.4. ábrán** látható, a konstrukciós tervezés, a technológiai tervezés és a gyártás szoros kapcsolatban van egymással, ezért jogos az a fentebb megfogalmazott igény, hogy a rajzi dokumentáció közvetlenül felhasználható legyen a technológiai-tervezésben, és a kapott technológiai terv eredménye átvihető legyen a számítógéppel irányított megmunkálógépekre. Azokat a rendszereket, ahol ez az adatcsere, adatátvitel (file transzfer) közvetlenül megvalósítható, integrált rendszereknek nevezik. Becslések szerint az Európai Unió országaiban a mérnöki munkahelyeken futó programoknak csak kb. 10%-a integrált rendszer, további 20%-a rendelkezik azzal a lehetőséggel, hogy rendszerbe foglalható legyen, és 70% valamely speciális területre (CAD, CAPP) orientált olyan program, mely nem kommunikáció-kepes más rendszerekkel. Az integrált rendszerek fejlesztési tendenciáját műszaki oldalról többek között a különféle illesztési szabványok kidolgozása, valamint a nyitott rendszerű számítógépek térhódítása jelenti.

1.3. A számítógépes tervezőrendszerek elvi felépítése

Egy integrált tervezőrendszer általános sémáját az **1.7. ábra** mutatja.



1.7. ábra

Számítógéppel segített tervezőrendszer elvi felépítése

Minden tervezőrendszer adatbázis(ok)ból vesz számításokhoz szükséges adatokat. Ezek lehetnek anyagtulajdonságok (pl. szilárdság), szabványos elemek (pl. csavarok) méretei, a rendelkezésre álló megmunkálógépek jellemzői (pl. teljesítmény) vagy egyéb információk. Az adatbázisból kapott jellemzők a tervezőrendszerben kerülnek felhasználásra. A tervezői modulok a felhasználás céljától függően lehetnek egyszerű rajzolóprogramok, szilárdsági számításokat végző programok, technológiai tervezőprogramok stb. Mivel ezek rendszerint egy adott cél érdekében működnek együtt, szükséges egy keretprogram, mely irányítja az egész tervezési folyamatot, valamint az adatcserét az egyes adatbázisok és programmodulok között.

Az adatbázisok akkor használhatók fel a tervezőrendszerekben előnyösen, ha a bennük lévő adatok onnan neutrális file-formátumban egyszerűen kiolvashatók. Ez a feltétel sok adatbázisra nem teljesül, ugyanis ezek úgy működnek, mint egy könyv, melyből információkat lehet kiolvasni. Ha az adatbázis és a tervezőrendszer között a direkt információcsere megvalósul, akkor rajzolás közben az adatbázis meghívható, és a kiválasztott adatok közvetlenül beírhatók a rajzdokumentációba.

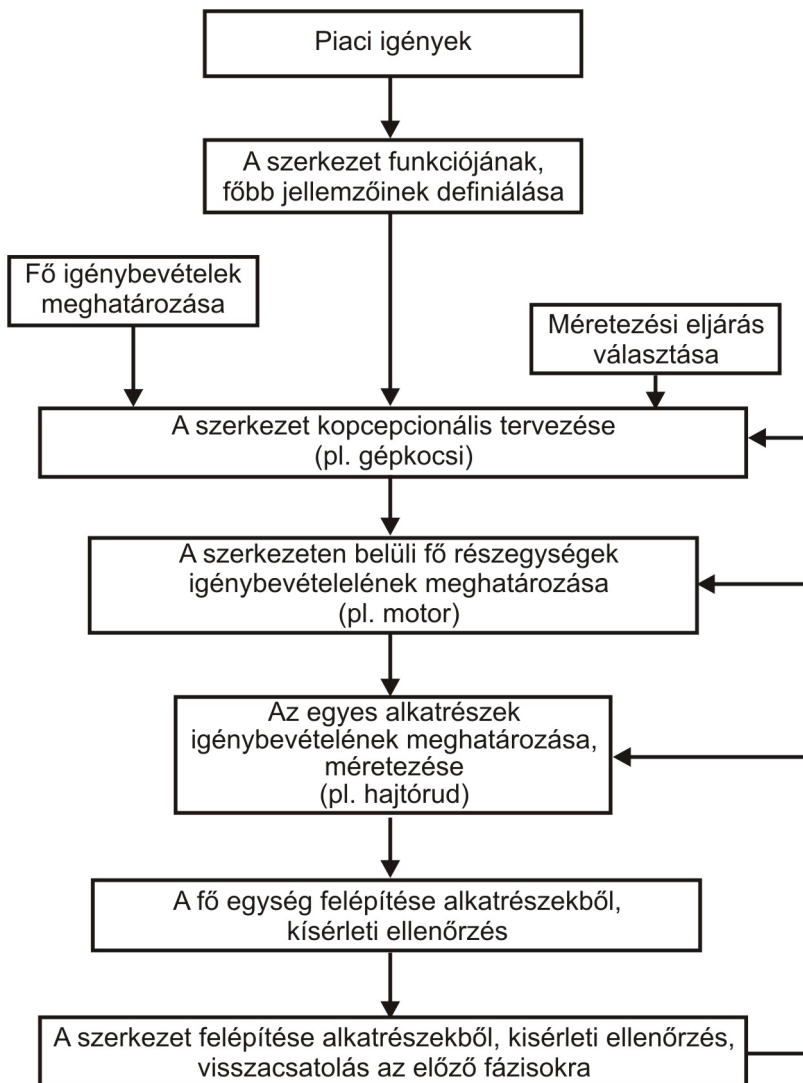
A konstrukciós és a technológiai tervezőprogramok választéka rendkívül széles körű. Közel azonos teljesítőképességű kétdimenziós (2D-s) rajzolóprogram több száz elérhető, a komolyabb, térbeli (3D-s) modellel dolgozó rendszerek száma is

folyamatosan bővül. Az igazán jó technológiai tervezőprogramok (CAPP) választéka szerényebb, és rendszerint valamilyen szűkebb területre koncentrál (pl. forgács nélküli alakítás egyes eljárásai, forgácsolás, hőkezelés stb.). A CAD-programokhoz hasonlóan széles a kínálat végeselemes (VEM) vagy ezzel rokon véges differencia programokból is. Ezek a numerikus technikára alapozott eljárások szilárdsági, hővezetési, áramlástan stb. feladatok megoldására alkalmasak két- és háromdimenziós esetekben, statikus és dinamikus folyamatokra egyaránt. A korszerű mérnöki gyakorlatban a hagyományos képleteken alapuló méretezést általában a tervezés előkészítő fázisában használják, a számítógéppel támogatott rendszerek az így meghatározott előzetes geometriát finomítják tovább VEM-analízissel és kísérletekkel (pl. autókarosszéria tervezése áramlástan szempontból).

Ha egy CAD szoftver kommunikálni képes végeselemes programmal, akkor ez azt jelenti, hogy egy megrajzolt alkatrész esetében meghívható a CAD-ből a VEM-program, vagyis a geometria ismételt bevitelével elvégezhető a várható feszültségek és alakváltozások elemzése, majd az így szükségessé váló geometriai módosítások a rajzolóprogramban is megjelennek. Egy lehetséges folyamatára a gyártmányfejlesztésre (konstrukciós tervezés és anyagválasztás kapcsolatának megvilágítására) az **1.8. ábrán** látható.

A fejlesztés a piaci igények definiálásával indul, melynek során a kutatók felmerek a várható keresletet, körvonalazzák az igényeket jobban kielégítő megoldásokat, elemzik a konkurens és helyettesítő termékek jellemzőit, majd ezekből kiindulva definiálják a szerkezet funkcióját és főbb paramétereit.

Amikor megnőtt az igény a hordozható számítógépek iránt, a hagyományos PC-k mozgatható (portable) változatai igen nehezek és terjedelmesek voltak, hiába alkalmaztak kisebb méretű katódsugárcsővet, és integrálták egyetlen egységbe a monitort a számítógép többi egységével. Nyilvánvaló volt, hogy megoldást csak a kijelzők forradalmi megújítása és az alaplapok, valamint tárolóegységek méreteinek csökkentése jelenti. Ezen igényre reagálva fejlesztették ki először az LCD-kijelzőket, majd a plazma displayeket monokróm formában, később VGA felbontásban, sőt színes kivitelben is. Ezzel párhuzamosan csökkent a többi elem mérete, tömege és fogyasztása is, mely a „laptop” kategória megjelenését (5–6 kg) eredményezte. További fejlődést jelentett a „notebook”, mely már valóban nem terheli túlzottan egy üzletember útipoggyászát a maga 2–3 kg-jával. E fejlesztési példából is jól látható sorrend: a fogyasztói igény egyértelmű felismerése, a hagyományos megoldással való szakítás kényszere, valamint a teljesen új elven felépülő konstrukció megalkotása és továbbfejlesztése.



1.8. ábra
Egy gyártmány fejlesztésének fázisai

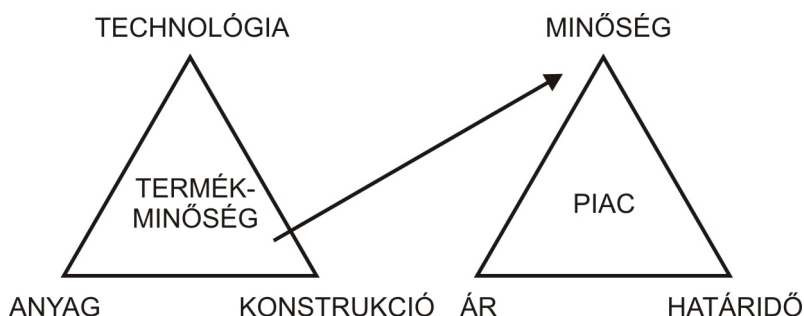
Visszatérve az **1.8. ábrához**, a következő blokkok a szerkezet fő funkciójának, igénybevételeinek meghatározását mutatják. Ezt követi a szerkezet koncepcionális tervezése, majd a részletekbe való belemerülés. Az egyre szűkülő tartalmú blokkok mutatják, hogyan koncentrálnak a tervező először a fő részegységekre, majd a kiemelt részegység alkatrészeire. Világos, hogy a példában szereplő gépkocsi

esetében elegendő a motor fő paramétereit definiálni (teljesítmény, nyomaték, méret, tömeg, fogyasztás, környezetszennyezési paraméterek stb.), majd önálló fejlesztőcsoportra bízni a kidolgozást, hasonlóan a vele párhuzamosan futó fékrendszer-, karosszéria- és egyéb fejlesztésekhez. Ez az egymással összehangolt, de időben párhuzamosan folyó csapatmunka egyre nagyobb hangsúlyt kap. Elfogadott neve Concurrent Engineering (CE), mely egyszerre jelent korszerű kutatás-szervezési modellt és a számítástechnika legújabb eredményeinek használatát egy adott feladat megoldására.

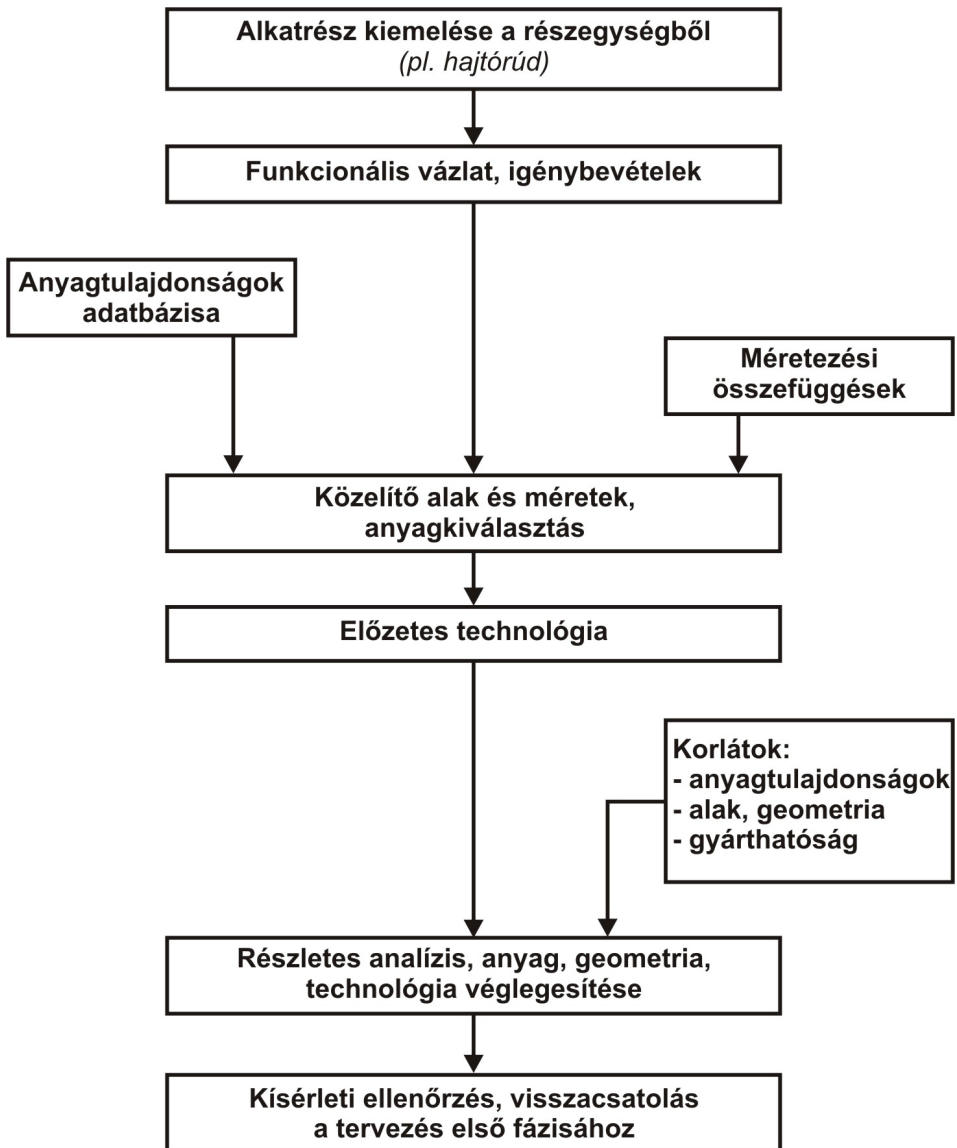
A részegységek fejlesztésekor kerül sor az egyes alkatrészek méretezésére és anyagválasztására, mely e séma legbelső blokkja. Ezek megtervezése után a folyamat visszafordul, az alkatrészek részegységgé, a részegységek szerkezetté állnak össze, majd a laboratóriumi próbák során tökéletesedik tovább az egész termék. Végül az **1.9 ábrán** feltüntetett piaci értékesítés mondja ki a döntő szót a fejlesztés eredményéről, a termék minőségéről. Ebbe azonban már az ár, a szállítási határidő, a marketing, a reklámtevékenység, a konkurencia, a fogyasztási szokások változása is beleszól, ami a jelen tárgyalás kereteit meghaladja.

Az **1.10. ábra** egyetlen alkatrész méretezési és anyagválasztási folyamatát szemlélteti.

A fő egység terheléséből levezethető az alkatrész igénybevétele, valamint adódnak a jellemző méretek és kapcsolódások. A méretezési összefüggések szolgáltatják a maximális igénybevétel nagyságát, melyhez az adatbázisból a gyárthatóság és a költségek figyelembevételével kikereshető a megfelelő anyag. Így kialakul a közelítő alak és gyártási technológia (pl. kovácsolás), majd a vázolt korlátok figyelembevételével folyik tovább az elképzelés finomítása. A konkrét példa – gépkocsimotorban lévő hajtórúd – esetében a tömeg csökkentése lényeges, ezért végeselemes analízissel, valamint anyagválasztással és felületi kikészítéssel célszerű „karcsúsítani” az alkatrészt. Végül a konstrukció és a technológia rögzítésével (**1.11. ábra**) fejeződik be a folyamat, melyet kísérleti ellenőrzés és esetleges korrekció követ.



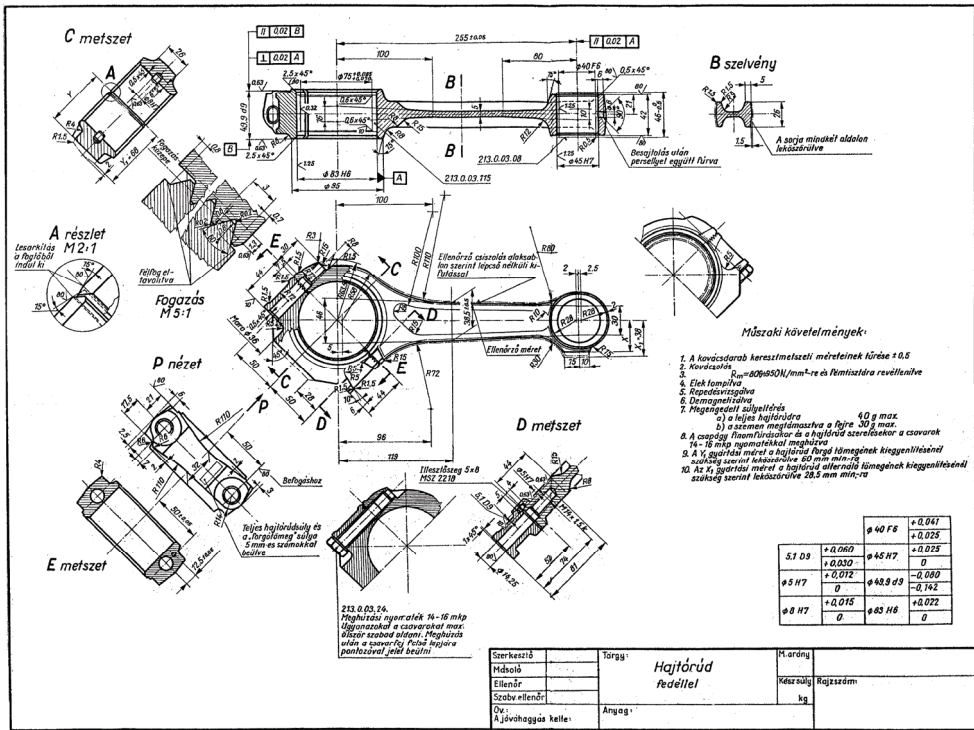
1.9. ábra
A termékminőség meghatározó tényezői



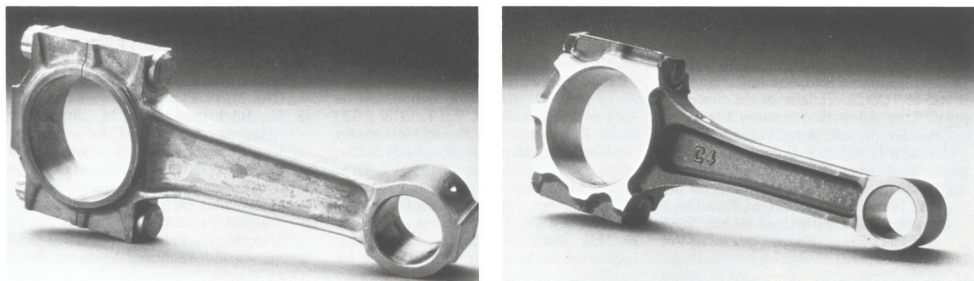
1.10. ábra

Egy alkatrész méretezési és anyagválasztási folyamata

1. Anyagtechnológiák számítógéppel segített tervezésének sajátosságai



a) Kovácsolt hajtórúd műszaki rajza

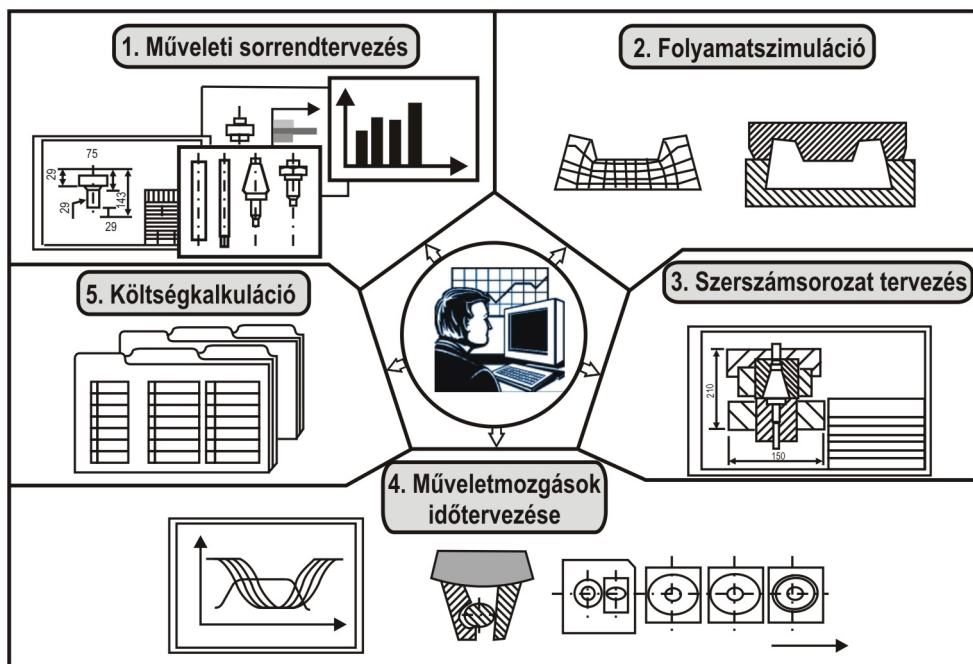


b) Porkohászati hajtórúd mint a súllyesztékben kovácsolt alternatívája

1.11. ábra
Alkatrésztervezés gyártási technológia figyelembevételével

Megjegyzendő, hogy egyes szerzők e tervezési folyamatot három részre bontják. Az első fázis az úgynevezett koncepcionális tervezés, melynek során egyszerű mechanikai összefüggésekkel az alkatrész fő igénybevételét és anyagának csoportját (fa, műanyag, fém, kerámia, kompozit) határozzák meg, minimális önsúlyra törekedve. A második fázisban kerül sor a geometriai méretek rögzítésére és ezzel párhuzamosan az anyag (pl. a fémeken belül egy speciális alumíniumötvözet) kiválasztására. Végül a harmadik fázis az elemzés szakasza, ahol VEM-analízis vagy más eljárás, akár vizsgálatok segítségével tökéletesítik a konstrukciót.

Egy megvalósított integrált technológiai rendszere mutat példát az **1.12. ábra** annak érdekében, hogy az általános ismertetésen túlmenően a konkrétumok is érthetővé váljanak. Hangsúlyozandó, hogy ez a rendszer csak önmagában integrált, egy saját belső file-transzfert használ, tehát egyik modulja sem volna kapcsolható egy másik hasonló rendszerhez újabb konverziós programok fejlesztése nélkül.



1.12. ábra

Integrált rendszer képlékenyalakított alkatrészek technológiai tervezésére

A rendszer 5 fő modulból épül fel, amelyek funkciója a következő:

1. Az alkatrészbázis ismeretében a többlépcsős alakítási technológia műveleti sorrendjének meghatározása és a közbenső alakok geometriájának rögzítése.
2. Folyamatszimuláció végeselemes technikával a szerszám terhelésének meghatározására, valamint a szerszámkopások és -törések előrejelzésére.
3. Az egyes alakító műveletek elvégzéséhez szükséges szerszámok megtervezése.
4. A többpozíciós automata alakító gép szánmozgásainak, munkadarab-adagolójának időbeli elemzése, vezérlőpályák beállítási adatainak meghatározása (az ábra a szán mozgását, valamint az egyes adagolópofoák mozgását mutatja).
5. Pénzügyi kalkuláció, beleértve a gyártás, szerszámkozás, gépműködtetés költségeit is.

A vázlatosan bemutatott példa igazolja, hogy a fejlesztők sikerrel oldották meg egy bonyolult technológia interaktív számítógépes tervezését. A rendszer alkalmazása jelentős gazdasági előnyökkel járt, lerövidítette a tervezési és gépbeállítási időket, növelte a gyártás biztonságát. Az ábrából nagyon jól látható, hogy a rendszer középpontjában a tervező van, aki dönt a gép által javasolt változatok elfogadásáról, és irányítja az egész tervezési folyamatot. Ebből adódik a számítógéppel támogatott tervezőrendszerek alkalmazásának legfőbb tanulsága: megalapozott mérnöki tudás nélkül a legtokéletebben felépített rendszer sem szolgáltat abszolút megbízható eredményt. A gép által kiszámított adatokat tervezői kontroll nélkül felhasználni igen veszélyes lehet. Elég csak arra gondolni, hogy már az adatbevitelnél történhet olyan „elütés”, amellyel a számítás halmozott hibát, a nem megfelelő tervek alapján legyártott termék pedig veszélyt jelent, sőt balesetet okoz.

1.4. A számítógépes tervezés alkalmazása a mérnöki gyakorlatban

Az előbbiekben bemutatott integrált rendszerek a számítástechnika mérnöki alkalmazásainak csúcsát jelentik, és kétségtelen, hogy távlatilag ezek képviselik a fejlődés fő irányát. Azonban nem szabad elfelejtenünk arról, hogy egy ilyen rendszer (hardver és szoftver) ára igen magas, és intenzív kihasználásához olyan feladattelmenyiségre, illetve gyakorlott személyzetre van szükség, mely a legfejlettebb ipari államokban is csak a nagy cégeknél áll rendelkezésre. Ezért a napi mérnöki gyakorlatban gazdag alkalmazási lehetősége van azoknak a programoknak is, melyeket szűkebb szakterületre, akár egy vállalat profiljához illesztve fejlesztettek ki az előforduló számítási feladatok megoldására. Sőt a rendkívül egyszerűen használható táblázatkezelő vagy képletmegoldó programok alkalmazásával egyetlen döntés megkönnyítése vagy egy tervezési részfeladat megoldása érdekében is hasz-

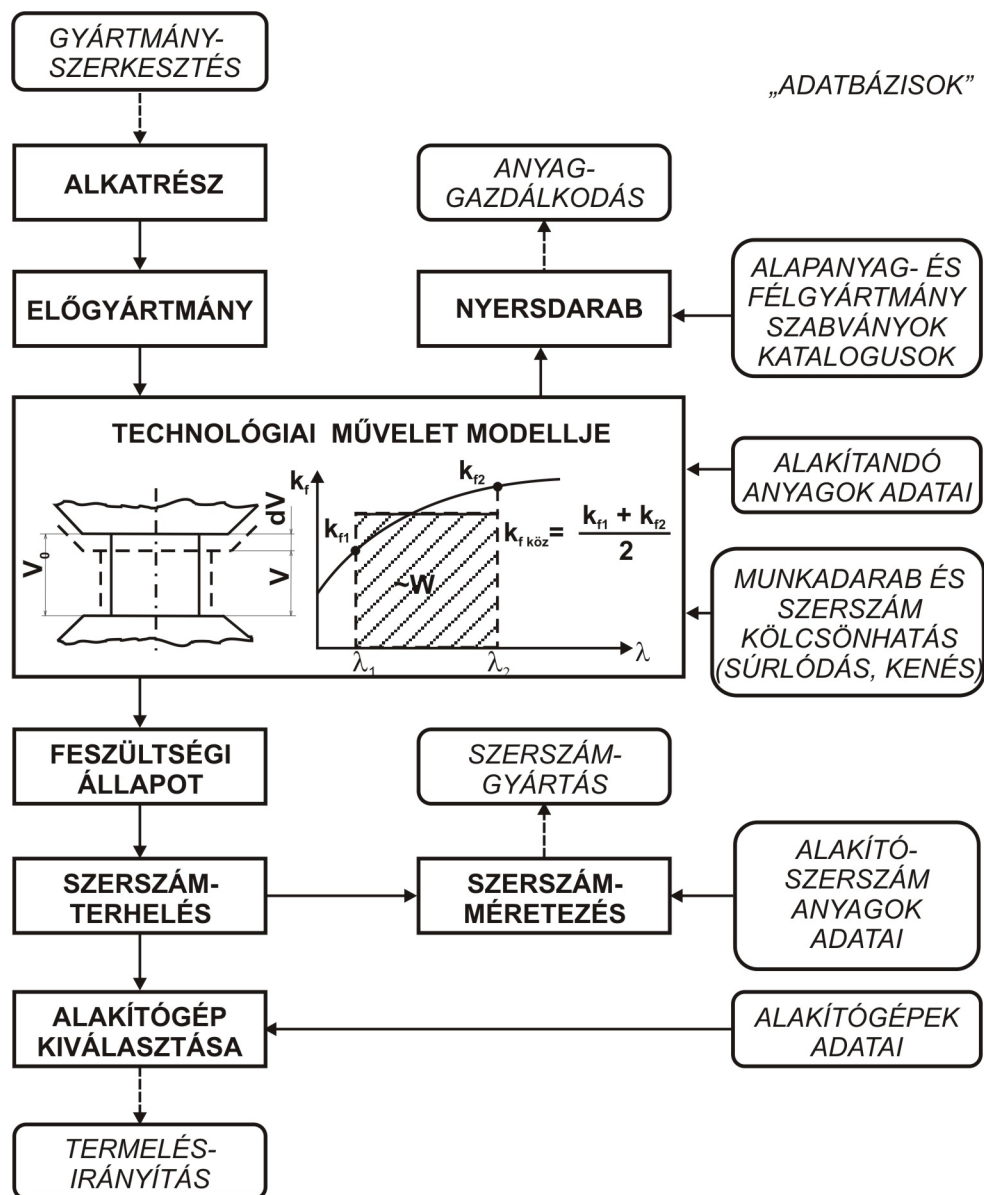
nos a számítógép segítségét igénybe venni. Ezen programok fő jellemzői a következők:

- rendszerint hagyományos összefüggéseken alapuló tervezési eljárás használata, ahol a gép feladata ismétlődő számítások gyors elvégzése, esetleg differenciálegyenletek numerikus megoldása, szélsőérték-keresés, mérési eredmények feldolgozása, függvényillesztés stb.;
- táblázatkezelés, képletmegoldás, esetleg valamelyik egyszerűen kezelhető programnyelv alkalmazása egyes feladatrészek esetében;
- CAD-programba beépített programnyelv használata egyszerűbb méretezések elvégzésére rajzoló feladatok esetében;
- helyi jelentőségű adatbázisok felépítése és használata adatbázis-kezelővel;
- összetettebb tervezési feladat megoldása (pl. rajzolás, végeselemes analízis, dokumentáció-nyilvántartás stb.) nem integrált rendszerben működő szoftve-ekkel.

A vázlatosan bemutatott felsorolás csupán lehetőségeket villant fel a számítógép mindennapi mérnöki gyakorlatban való használatára. Az ilyen jellegű programok akkor tekinthetők gazdaságosnak, ha a beléjük fektetett programozói munka nem haladja meg a feladat megoldására egyébként elegendő időt, vagy ha a program segítségével jobb minőségű (pl. pontosabb) tervezési eredmény érhető el, mint hagyományos számolással.

Az egyedi fejlesztésű tervezőprogramok szerkezetére ugyancsak az *1.3. pont*-ban ismertetett általános alapelvek vonatkoznak, tehát a programok tartalmaznak valamilyen egyszerűen felépített adatbázist, van interaktív adatbeviteli moduljuk a kiinduló geometria, anyagminőség stb. megadására, majd ezen adatokat felhasználva a főmodulban történik a tulajdonképpeni tervezés. Ezt követi az eredmények dokumentálása és rögzítése.

A **1.12. ábrán** példaképpen bemutatott integrált tervezőrendszer többpozíciós automata sajtón több lépésben gyártható, bonyolult alakú hidegfolyatott alkatrészek technológiai tervezésére alkalmas. Ehhez képest lényegesen kisebb feladat hátrafolyatott termékek gyártása alumíniumból. E gyártmánycsoport technológiai tervezésére egyszerű program fejleszthető, mely az üzemi gyakorlatban jól használható, ugyanakkor hardverigénye csekély. A feladat vázlatos megoldása a következő (**1.13. ábra**):



1.13. ábra
Egyszerű alakítási technológia tervezése

Az adatbázis(ok) feltöltése:

- anyagminőségek, anyagjellemzők;
- szerszámok jellemző méretei, méretsora;
- sajtológépek főbb paraméterei.

Bemenő adatok lekérdezése:

- gyártandó termék anyaga;
- geometriai méretek (átmérő, falvastagság, magasság, menetes rész méretei stb.).

Technológiai adatok számítása:

- folyathatósági feltételek;
- folyató nyomás, erő, munkaszükséglet;
- szerszámterhelés;
- szerszám geometriai méretei;
- sajtológép kiválasztása.

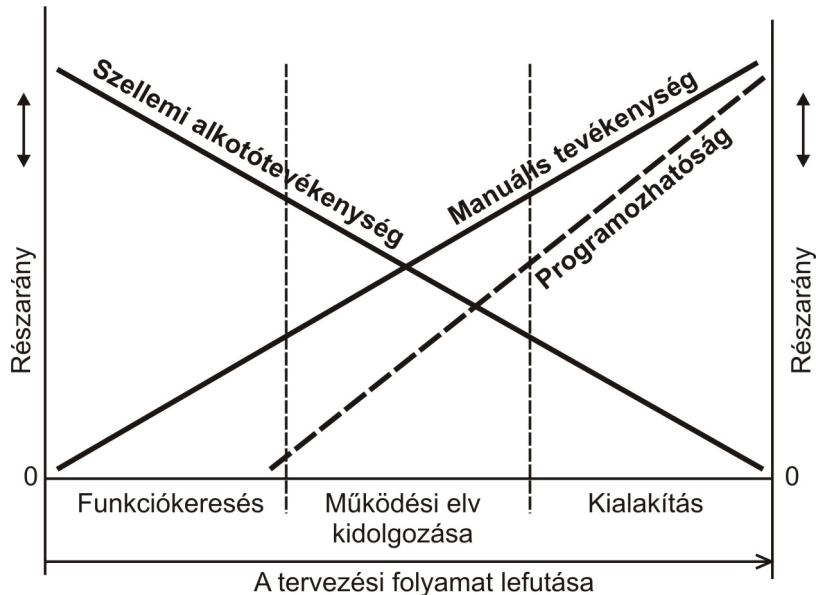
Dokumentálás:

- technológiai adatok, szerszámméretek, gépválaszték kiírása;
- eredmények eltárolása ismételt felhasználásra.

Az egyszerűbb és bonyolultabb programok, valamint a mérnök szerepét a tervezés folyamatában az **1.14. ábra** jól érzékelteti. Ennek vízszintes tengelyén a tervezési folyamat időbeni lefutása látható három fázisban (funkciókeresés vagy koncepcionális tervezés, kidolgozás, végleges kialakítás), a függőleges tengelyen pedig az egyes tevékenységek részaránya.

Legnehezebben algoritmizálható a szellemi alkotótevékenység, aminek szerepe az első fázisban döntő. Itt a tervező irányítja a folyamatot, a számítógép csupán a döntéseit tudja támogatni. Ez a szerep a második és harmadik fázisban egyre csökkenhet, az alacsonyabb szintű manuális, ismétlődő tevékenységeket a gép már jól át tudja venni. Ezzel párhuzamosan növekszik a feladatok programozhatósága is, tehát a mérnöknek egyre kevesebbet kell interaktívan beavatkozni a munkába.

Az előzőekben példaként bemutatott integrált tervezőrendszer, valamint a mérnöki munkát segítő egyszerűbb programok egyes tevékenységei ezen a skálán elhelyezhetők, belátva, hogy mindegyiknek megvan a maga funkciója a tervezés folyamatában.



1.14. ábra

A tervezői tevékenységek arányának változása a tervezési folyamat során

A mérnöki intuíció és a számítógépi munka helyes arányának kialakításához nyújt támpontot a következő összehasonlítás, mely a két „erőforrás” fő előnyeit sorolja fel:

Mérnök:

- elvonatkoztatás;
- kreativitás;
- következtetőképesség;
- feladathoz való alkalmazkodás;
- lényeges tendenciák felismerése;
- feltételezések megfogalmazása.

Számítógép:

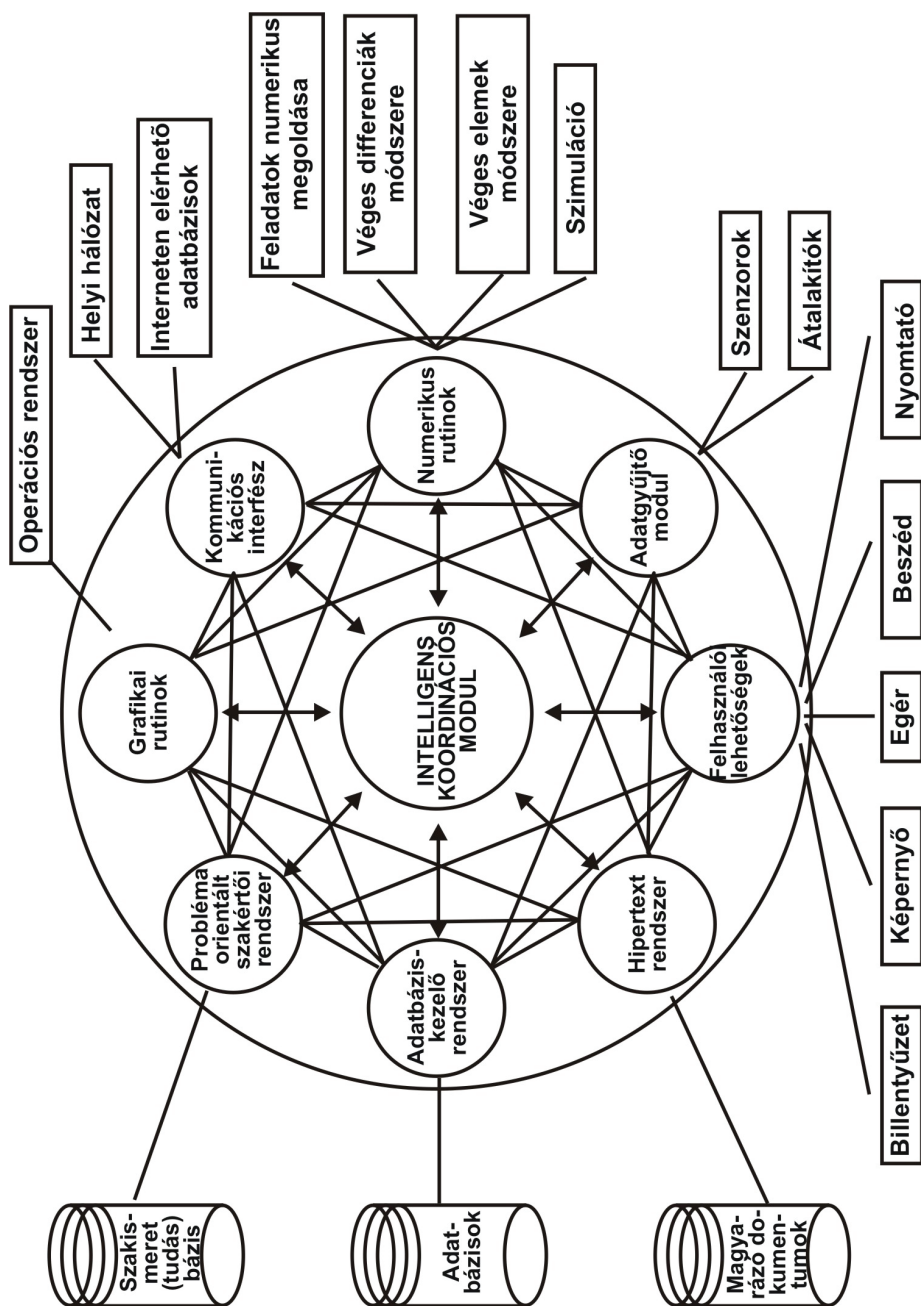
- nagy mennyiségű, egymással bonyolult kapcsolatban lévő adat feldolgozása és rendszerezése;
- gyors munkavégzés;
- jó információkezelési és -tárolási képesség;
- kiváló grafikus input-output adottságok;
- hosszadalmas, egyhangú feladatok megbízható végrehajtása.

1.5. Összefoglalás

Az anyagtechnológiák tervezése két fő területen kapcsolódik a számítógéppel segített mérnöki tevékenységhez: a konstrukciós tervezés részeként az anyag kiválasztással, valamint az egyes technológiák (képlékenyalakítás, forgácsolás, hegesztés, hőkezelés stb.) tervezésével. Ezen feladatok korszerű szinten integrált tervezőrendszerekben oldhatók meg. Az integrált rendszerek magukban foglalják a tervezéshez szükséges adatbázisokat, a feladat megoldásához használt programokat (CAD, CAPP, VEM stb.), valamint a dokumentálás és utófeldolgozás munkálataihoz használt eszközöket (**1.15. ábra**).

Az integrált rendszerek magas költsége és egyéb felhasználási korlátai miatt a napi mérnöki gyakorlatban jól használhatók a helyi igényeket kielégítő, adott célra kifejlesztett egyszerűbb programok is. Továbbá a kereskedelmi forgalomban kapható általános célú programok is eszközként használhatók fel egy-egy üzemi probléma megoldására.

A számítógéppel segített tervezői tevékenység nem nélkülözheti a naprakész mérnöki ismereteket, azok nélkül a legegyszerűbb tervezőrendszer használata is tévútra vezethet, ugyanis „a számítógép varázslatos, de nem varázsszer!” Ezenkívül a számítógépek teljesítőképességét csodálva sem szabad elfelejtkezni arról, hogy az emberi agy még hosszú időn keresztül sokkal tökéletesebb lesz, mint a legbonyolultabb számítógép.

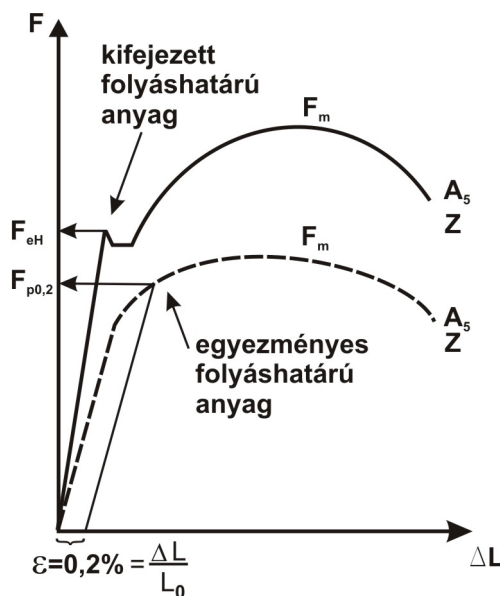


1.15. ábra
Integrált számítógépi rendszer

2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése

2.1. A tervezés és a számítógép kapcsolata

Az adatbázisokban tárolt és a technológiai számítások során felhasznált anyagtulajdonságok megadásának célszerű formáit sokszor nehéz megtalálni. Egy egyszerű szakítóvizsgálat (2.1. ábra) szabványosított anyagjellemzőinek (kifejezett, illetve egyezményes folyáshatár, szakítószilárdság, nyúlás, kontrakció) bevitele nyilván nem okoz gondot, de például a kúszási folyamat jellemzése már problematikus lehet. Ugyanis maga a vizsgálati eredmény, a kúszásgörbe több száz (sőt több ezer) összetartozó mérési ponttal adható meg (2.2. ábra), ami egy adatbázisban jelentős helyet foglalna el. A megoldást az adatok tömörítése jelentheti, melynek során a görbe jellemzése néhány paraméterrel valósul meg. Ennek módja, a mért értékek hű visszaadása és a paraméterek fizikai tartalmának megtalálása azonban még nem minden vizsgálatra megoldott.



2.1.a. ábra

A szakítóvizsgálat szabványosított (adatbázisba egyszerűen bevezethető) anyagjellemzői



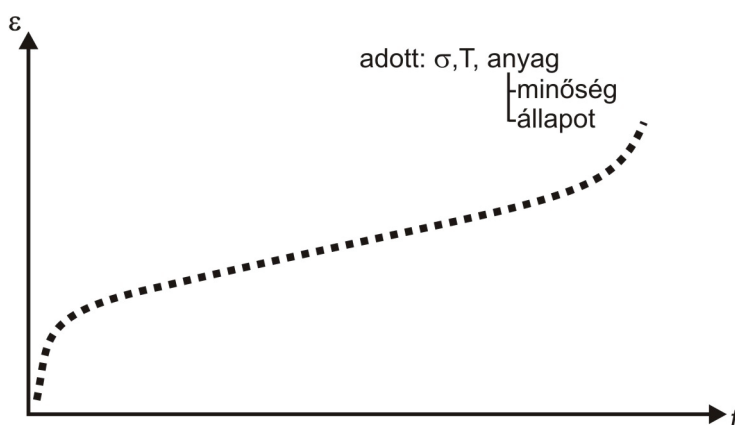
2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése



anyag	kifejezett folyáshatár $R_{eH} = \frac{F_{eH}}{S_0}$ [MPa]	egyezményes folyáshatár $R_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_0}$ [MPa]	szakító- szilárdság $R_m = \frac{F_m}{S_0}$ [MPa]	(szakadási) nyúlás $A_5 = \frac{\Delta L_u}{L_0} \cdot 100\%$ [%]	(szakadási) kontrakció $Z = \frac{\Delta S_u}{S_0} \cdot 100\%$ [%]
1.	300	-	500	35	70
2.	-	800	1000	12	30
3.	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
i.	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
n.	...	...	...	...	...

2.1.b. ábra

A szakítóvizsgálat szabványosított (adatbázisba egyszerűen bevezethető) anyagjellemzői



2.2. ábra

Kúszásgörbe megadása összetartozó mérési pontokkal

További problémát jelent az anyagok viselkedésének leírása a technológiai feldolgozás vagy felhasználás során. Közismert például, hogy az energiatermelő atomreaktorok anyagai a sugárzás hatására öregednek, rideggé válnak. Természetes igény, hogy az idő függvényében végbemenő károsodás a tervezőprogramokban valahogy leírható legyen, de ennek módszere szintén nem minden anyagjellemzőre alakult ki.

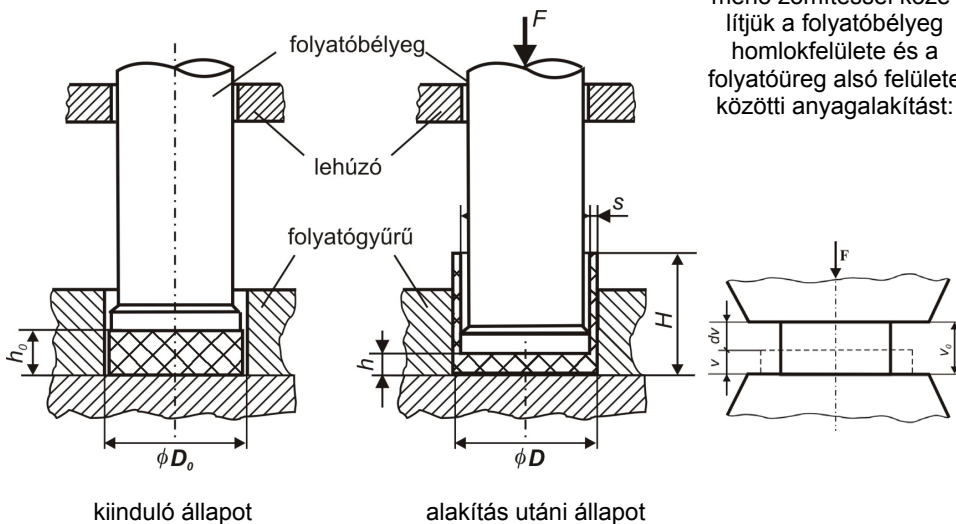
Ugyanezen megállapítások érvényesek a technológiai folyamatokra is. Számos eljárás tervezéséhez rendelkezésre állnak különféle tapasztalati vagy elméletileg is megalapozott összefüggések, táblázatok, grafikonok, de egy tervezési feladat gépre viteléhez ezek általában nem egységes formában adóttak. Ezért minden számítógépes program fejlesztésének első lépése a számítási algoritmus tisztázása és a tervezés során felhasználandó adatok előállítása tömörített, digitalizált formában.

A felsorolt problémák megoldása érdekében az anyagjellemzők és a technológiai folyamatok lényegét kell megragadni, azokat valamilyen numerikusan kezelhető formában megfogalmazva a tervezőprogramokba beépíteni. E tevékenység során nagy segítséget jelent a modellalkotás, az anyagviselkedés és technológiai folyamat matematikai leírása (2.3. ábra), valamint ezek felhasználásával a várható események előrejelzése, a folyamat szimulációja számítógépes eljárással.

A megtervezett folyamatok sok esetben a számítógép közvetlen vagy közvetett irányításával valósulnak meg. Ezért röviden célszerű áttekinteni az online és offline irányítási módszereket, a szabályzás és a vezérlés fogalmát is.

Az anyagalkító technológiák és folyamatok tervezése kapcsán már korábban is történt utalás a számítógéppel megvalósítható numerikus technikákra (pl. végeselemes analízis). A következő fejezetben ilyen módszerek áttekintésére is sor kerül, mert az ezeket alkalmazó programok felhasználása a korszerű tervezési folyamatokban sokszor nélkülözhetetlen.

TECHNOLÓGIAI MŰVELET MODELLJE:



Síklapok között végbe-
menő zömítéssel köze-
lítjük a folyatóbélyeg
homlokfelülete és a
folyatóüreg alsó felülete
közötti anyagalkítást:

2.3.a. ábra

Hátrafolyatási technológia egyszerűsített modellje és tervezésre alkalmas képletei

2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése

a zömítés erőszükséglete:

$$F = k_f \cdot A$$

mindkét oldalt megszorozva dv
elemi elmozdulással, majd a jobb
oldalt $1=v/v$ -vel:

$$F \cdot dv = k_f \cdot A \cdot v \cdot \frac{1}{v} \cdot dv$$

ahol $V = A \cdot v$ és $d\lambda = \frac{1}{v} \cdot dv$

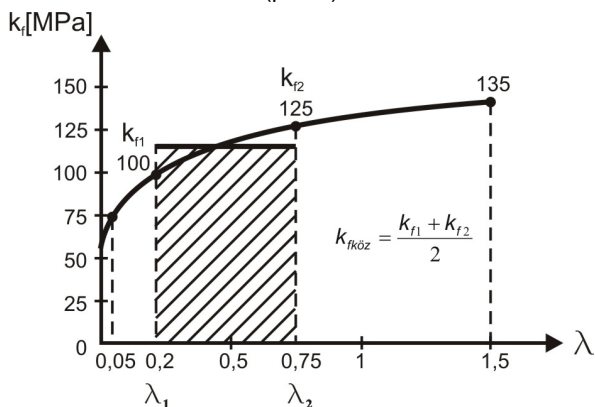
$$dW = k_f \cdot V \cdot d\lambda$$

$$W = V \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} k_f \cdot d\lambda$$

$$W = V \cdot k_{fköz} \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda =$$

$$= V \cdot k_{fköz} \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)$$

alakított anyag folyásgörbéje:
(példa)



ha lágyított az anyag: $\lambda_1 = 0$

ha már előzetesen hidegalakított
az anyag. $\lambda_1 > 0$

A modell elhanyagolásainak korrekciójával: $W = \frac{V \cdot k_{fköz} \cdot \lambda_{red}}{\eta_a} = V \cdot p$

A folyatóbélyeg homlokfelületére ható folyatónyomás: $p = \frac{k_{fköz} \cdot \lambda_{red}}{\eta_a} = \frac{F}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}}$

ahol:

$$\lambda_{red} = \ln \frac{D_0}{D-d} - 0,16 \quad (\text{redukált főalakváltozás hátrafolyatás esetére})$$

$$\eta_a = 0,3 \quad (\text{átlagos alakítási hatások hátrafolyatás esetén})$$

2.3.b. ábra

Hátrafolyatási technológia egyszerűsített modellje és tervezésre alkalmas képletei

2.2. Az anyagtulajdonságok és -technológiák leírásának alapfogalmai

A technológiai folyamatok két fő típusa a diszkrét és a folytonos termelési folyamat. A diszkrét termelési folyamatok során félkész termékeket, alkatrészeket, részegységeket állítanak elő, melyekből a késztermék épül fel. Ebből következik, hogy a technológiai folyamat felbontható egyes elemi műveletekre, tevékenységekre, melyek egymástól térben és időben elválasztva is végbemehetnek. Tipikusan diszkrét termelési folyamat például a fogkrémes tubusok gyártása hidegfolyatással, ahol az alapanyag és előgyártmány előállítás, a tubus alakítása, majd festése külön fázisokban valósul meg.

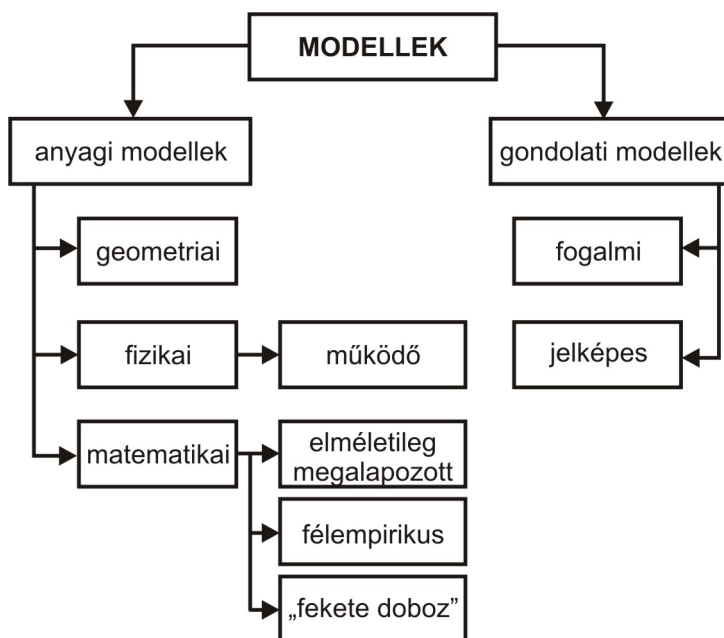
A folytonos termelési folyamatok során az egyes nyersanyagok, kiindulási félkész gyártmányok szilárd, cseppfolyós vagy légnemű halmazállapotban folyamatosan áramlanak a feldolgozóberendezésekhez, és folyamatosan távoznak onnan a késztermékek is. Emiatt a termelési folyamat nem bontható fel különálló gyártási műveletekre. Az anyagtechnológiák között ilyen a legtöbb alapanyaggyártás (pl. nyersvasgyártás, folyamatos acélöntés), de néhány hőkezelő technológia, illetve azokat megvalósító berendezés is ebbe a kategóriába sorolható (pl. folyamatosan működő hőkezelő kemence acélszalag lágyításához).

A termelési folyamatok ilyen jellegű megkülönböztetését az indokolja, hogy alapvetően más lehet a számítógéppel való kapcsolat. A diszkrét folyamatok esetén a tervezés, gyártás, gyártásellenőrzés egymástól elkülönülve is végbemehet, a számítógép legtöbbször a folyamaton kívül, offline módon vesz részt a tevékenységben. Ezzel szemben a folytonos termelési folyamatokban a számítógép rendszerint a folyamatba beépülve, annak szerves részeként végzi a folyamat irányítását, azaz online üzemmódban van. Megjegyzendő, hogy az online és offline kifejezések sokkal általánosabban is használatosak. Például ha valaki egy számítógéppel rákapcsolódik egy távoli adatbázisra, és ott közvetlen információkeresést végez, akkor ezt online szolgáltatásnak nevezik. Hasonlóképpen, ha a számítógép közvetlenül vezérel egy NC-gépet, akkor ez online módnak felel meg. Ezzel szemben ha csak a vezérlő programot készítik el, és ezt valamilyen adathordozón keresztül töltik be a megmunkáló gép vezérlésébe, akkor ez offline megoldást jelent. Az ipari robotok programozásának két jellegzetes módszere a tanító (online) és az analitikai (offline) eljárás. Az első a robot saját hajtásrendszerének működtetésével, speciális klaviatúra alkalmazásával történik. A második a robot matematikai modelljével, azaz számítógépes szimulátorával végezhető, így – szemben az online módszerrel – nem kell a robotot a termelésből kivonni a programkészítés idejére. Ugyancsak offline megoldás, ha CD-ROM vagy DVD-ROM formában, hálózattól függetlenül használunk valamilyen adatbázist.

A köznapi beszédben például egy gyermekjátékként használt kisautót, hajót vagy repülőgépet is modellnek neveznek, de így hívják egy épület, városrész kicsinyített makettjét vagy például az atomok szemléletes képét (Bohr-féle atommodell)

is. Ezekből a példákból is látszik, hogy a modell a valóságnak valamilyen – rendszerint egyszerűsített – leképezése, amivel azt szemléltetni vagy jellemezni lehet.

A modellek egy lehetséges csoportosítását a **2.4. ábra** mutatja.



2.4. ábra
Modellek csoportosítása

A két fő osztályt az anyagi és gondolati modellek képezik. Az anyagi modellek a megvalósítás módja szerint geometriai, fizikai és matematikai modellekre oszthatók fel, de egyes szerzők ehhez még hozzáteszik a működő modelleket is.

A geometriai modell az eredeti objektum formáját, térbeli elhelyezkedését, esetleg mozgását tükrözi. Tágabb értelemben geometriai modellnek tekinthető egy alkatrészsrajz, de a modern számítógépi animációs technika lehetővé teszi egész géprendszerek, pl. robotosított munkahelyek térbeli modelljének szemléltetését is. E modell segítségével az elképzelt program szerinti folyamat a képernyőn lejátszható, ellenőrizhető a helyessége, kiküszöbölhetők az ütközések vagy egyéb hibás mozgások. Ez a tevékenység a folyamatnak modellek segítségével való előzetes lejátszását, a folyamat szimulációját is jelenti egyben.

A fizikai modell a folyamat vagy jelenség eredetivel megegyező fizikai reprezentációja, melyen az eredeti folyamat lényeges tulajdonságai tanulmányozhatók. Például a kéményben a forró füstgázok áramlását lehet tanulmányozni az eredeti berendezés plexiből készített kicsinyített másán, színezett folyadékkal helyettesítve a gázokat. Vagy másik példaként egy többtonnás kovácsdarab alakváltozását jól

mutatja egy tenyérnyi színezett plasztilinyurma vagy valamilyen speciális műanyag, sőt ezen a modellen meg lehet határozni a helyi alakváltozásokat és az erőszükségletet is. Természetesen a fizikai modellen végzett mérések csak akkor vihetők át a valóságba, ha a modell eleget tesz a fizikai megfeleltetés szigorú szabályainak (a hasonlósági kritériumoknak).

A működő modelleket egyes szerzők a fizikai modellekhez sorolják, mások külön tárgyalják. Helyesebb volna például a „laboratóriumi-félüzemi kísérlet” elnevezést használni, hiszen lényegében arról van szó, hogy egy már megtervezett üzemet vagy technológiai berendezést valósítanak meg kísérleti formában, és azon tanulmányozzák a rendszer működését. Ez elsősorban kémiai technológiai folyamatok előkísérleteként használatos modell.

2.3. Matematikai modellalkotás

A számítógépes gyakorlatban leginkább matematikai modellekkel dolgoznak. Valamely rendszer (anyag viselkedés, technológiai folyamat) matematikai modelljén annak olyan absztrakt leírását értik, amely matematikai módszerekkel tanulmányozható. A matematikai közelítés egzaktága szerint megkülönböztetnek elméletileg megalapozott modelleket, félempirikus modelleket és „fekete doboz” (black box) modelleket.

Az elméletileg megalapozott („fehér doboz” = white box) matematikai modellek alapvető fizikai, mechanikai, kémiai törvényszerűségekből származtathatók, és minimális elhanyagolásokkal írják le a vizsgált folyamatot. Ilyen modell a valóságban csak az egyszerűbb folyamatokra írható fel, például alapvető áramlástani, hőtani, mechanikai jelenségekre.

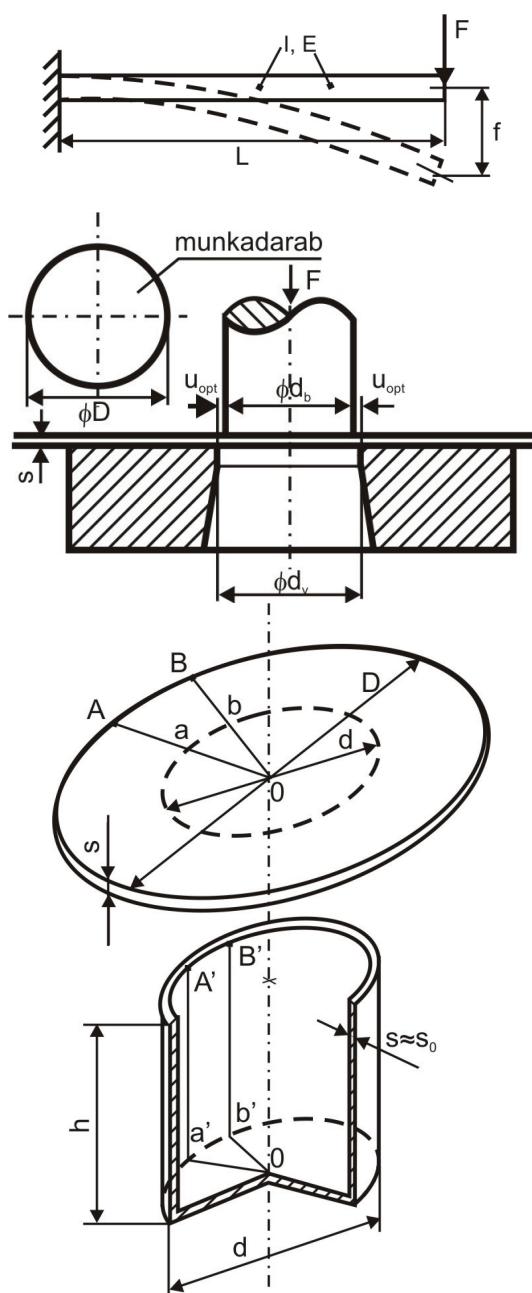
Közismert, hogy az egy oldalon befogott, állandó keresztmetszetű tartó szabad végének f lehajlása (**2.5.a. ábra**) az

$$f = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot I \cdot E}$$

összefüggéssel írható le, ahol F a befalazástól L távolságra ható terhelőerő, I a keresztmetszet (ekvatoriális) másodrendű nyomatéka, E a tartó anyagának rugalmassági modulusa.

Ez a képlet a tartó elméletileg megalapozott matematikai modelljének felel meg, mivel a valóságot jól írja le, elhanyagolásokat nem tartalmaz, és a képletben szereplő összes mennyiség egzaktul meghatározható. Ha ezt a képletet egy méretezési programban használja a tervező, akkor tulajdonképpen a tartó matematikai modelljével dolgozik.

A képlet jól felhasználható a lehajlás jelenségének tanulmányozására, „mi lenne ha?” típusú kérdésfeltevésre. Ugyanis a képletet felírva a tervező bemenő adatként változtathatja az F terhelést vizsgálva, hogy annak milyen értékénél lesz az f lehajlás nagyobb a megengedettnél. Erre reagálva módosíthatja a geometriát (I értékét) vagy éppen egy másik anyag választásával az E rugalmassági modulusot.



a)
**Elméletileg megalapozott
matematikai modell**

$$f = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot I \cdot E}$$

b)
**Félempirikus
matematikai modell**

tiszta nyírás ($F = D \cdot \pi \cdot s \cdot \tau_m$)
korrekciójával (k ; $0,8 R_m$):

$$F = k \cdot D \cdot \pi \cdot s \cdot 0,8 \cdot R_m$$

k a korrekciós tényező
 $D \cdot \pi \cdot s$ a nyírt keresztmetszet
 $0,8 \cdot R_m$ a nyírószilárdság (τ_m)
közelítő értéke

c)
**“Fekete doboz”
matematikai modell**

egy lépésben történő mélyhúzás
kísérleti vizsgálata

adatgyűjtés

képletkonstruálás a
megengedhető
húzási tényezővel (m)

$$d = m \cdot D$$

2.5. ábra
Matematikai modellek típusai

A félempirikus (vagy részben empirikus) matematikai modellek szintén fizikai, mechanikai összefüggéseken alapulnak, de valamilyen mért vagy tapasztalati alapon nyugvó bizonytalanságot tartalmaznak. Ezek használata akkor válik szükségessé, ha a modellezendő folyamat nem írható le teljes egzaktsággal, vagy a bonyolultság miatt a jelenséget egyszerűbb formára célszerű visszavezetni, és az eltérést tapasztalati úton meghatározott tényezőkkel lehet korrigálni. Például egy kör alakú, D átmérőjű, s vastagságú lemeztárcsa kivágásához

$$F = k \cdot D \cdot \pi \cdot s \cdot 0,8 \cdot R_m$$

nagyságú erő szükséges (**2.5.b. ábra**) a tapasztalatok szerint. A képletben R_m a szakítószilárdság, k és $0,8$ az empiriát kifejező korrekciós tényezők. Ugyanis tiszta nyírás esetén a nyíróerő a nyírt keresztmetszet és a nyírószilárdság szorzata ($D \cdot \pi \cdot s \cdot \tau_m$) lenne, de helyette a képletben a nyírószilárdság közelítő értéke, a könnyen mérhető szakítószilárdság $0,8$ -szerese ($0,8 \cdot R_m$) szerepel. További korrekciót igényel, hogy kivágáskor a tiszta nyírás mellett járulékos hajlítás, valamint súrlódás is fellép, ezeket a k tényező veszi figyelembe. Mindezen elhanyagolások ellenére a képlet visszaadja azt a mechanikai alapelvet, hogy a folyamat nyírással megy végbe (nyíróerő = nyírt keresztmetszet $\times$ nyírószilárdság), viszont a nehezen leírható befolyásoló tényezőket a korrekciós tényező tartalmazza, így a tanulmányozott összefüggés félempirikus matematikai modellnek tekinthető.

Az úgynevezett „fekete doboz” (vagy teljesen empirikus) matematikai modellek-nél a folyamat jellege (pl. nehezen vagy zárt alakban nem megoldható parciális differenciálegyenletei miatt) még annyira sem ismert, mint az előző példában, tehát nem lehet valamilyen félempirikus formát sem használni. Ilyenkor a tervező először adatokat gyűjt a folyamatról vagy az anyag viselkedéséről, majd egy olyan egyszerű matematikai képletet konstruál, melynek nincs kapcsolata a vizsgált jelenség fizikai tartalmával, de mégis kielégítő pontossággal leírja a jelenséget az adott feladat esetében.

Mélyhúzáskor a D átmérőjű sík lemeztárcsából egy húzással d minimális átmérőjű edényt lehet gyártani (**2.5.c. ábra**). Közismert a két mennyiség között a

$$d = m \cdot D$$

összefüggés, ahol m a megengedhető húzási tényező. Értékét anyagminőség függvényében adják meg, például a háztartási edények anyagául szolgáló acéllemezre $0,55$ – $0,65$, színreze $0,5$ körüli értékek a szokásosak. Ezt figyelembe véve egyszerű kiszámolni, hogy $D = 100$ mm átmérőjű réztárcsából $d = 50$ mm-es edény húzható egy lépésben, repedés, illetve szakadás nélkül.

A mélyhúzási folyamatot tanulmányozva világos, hogy itt az m tényezőnek semmi valós fizikai tartalma nincs, hiszen nem írja le a lemez alakváltozását, nem veszi figyelembe a mélyhúzás körülményeit stb. A folyamat egyszerűen „fekete doboz”-ként van kezelve, a „bemenet” (D) és a „kimenet” (d) között csak az m tényező teremt kapcsolatot, amivel a gyakorlatban jól bevált egyszerű képlet adódott.

A gondolati modellek két csoportját a fogalmi és jelképes modellek alkotják. A fogalmi modell valamilyen közvetlen tapasztalat feldolgozása absztrakt formában. Közvetlen ipari jelentősége nincs, inkább a teljesség kedvéért került a felsorolásba. Ilyen modellnek tekinthető például a világegyetemről (univerzumból) alkotott kép vagy ennek ellenpólusaként a csak egyenletekkel leírható elemi részecskék (nukleonok [protonok, neutronok], elektronok, mezonok, hiperonok, rezonok, neutrínók, müon, antirészecskék [pozitron, antiproton, antineutron], továbbá a nukleonokat alkotó kvarkok, illetve antikvarkok [pl. a semleges neutron három kvarkból áll, melyek töltése $-1/3$, $-1/3$ és $+2/3$ -szorosa az elemi töltésnek] stb.) Ugyanakkor a gondolati modellek jelentősége óriási, mert ezek jelölik ki az alapkutatások irányait (pl. atommaggal kapcsolatos felismerések).

A jelképes modellek a mérnöki gyakorlatban sokrétűen használt szimbólumokat, egyszerűsített ábrázolásokat testesítik meg. Jelképes modell például egy parkolási tilalmat jelző tábla; valamilyen mechanizmus sémája, ahol a csuklók, vezetékek egyszerű szimbólumokkal vannak ábrázolva; vagy a kéttámaszú tartók csuklós, alátámasztásos vonalrajza. A számítógépes grafika is rengeteg jelképes modellt használ, így a Windows operációs rendszer legtöbb utasítása, a CAD-programok menüje mind jelképek, szimbólumok választásával működik. Például a ceruza ikon egy rajzolóprogramban tulajdonképpen a rajzolási lehetőség jelképes modellje.

A modellek bemutatásakor többször szerepelt valamilyen formában a szimuláció fogalma. Szimuláción a számítógépes gyakorlatban valamely folyamat egy lehetséges modelljével végzett olyan elemzést értenek, mely alkalmas a várható események kimutatására, a folyamat sikerességének vagy sikertelenségének előrejelzésére. Például egy elkészített NC-programot megfelelő szimulátor programmal lefuttatva, a képernyőn követhető a munkadarab és a szerszám relatív mozgása, ellenőrizhető a későbbi megmunkálás sikeressége. Másik példaként az **1.11. ábrán** bemutatott 4. munkafázis tekinthető, melynek során a sajtológép szánjának mozgását és az automata adagolók helyes működését lehet előzetesen ellenőrizni.

A vizsgált folyamat jellege szerint diszkrét és folyamatos szimulációról szokás beszélni. A kettő közötti különbséget az állapotváltozás folytonosságára vonatkozó feltevés képezi. További osztályozási szempont lehet a rendszer jellegéből adódóan, hogy determinisztikus vagy sztochasztikus folyamatról van-e szó. A determinisztikus rendszer változásait a folyamat és az azt leíró modell kezdeti állapota egyértelműen meghatározza (pl. egy munkadarab hűlése edzés során), míg a sztochasztikus folyamatoknál a változások statisztikus jellegűek (pl. gépkocsitengely kifradása különböző minőségű utakon megtett távolságok függvényében).

A szimuláció napjainkban a tervezés fontos eszköze, ugyanis ha a szimuláció valamilyen várható rendellenességet mutat ki (pl. a munkadarab törése képlékeny alakítás közben, elégtelen süllyesztéküreg-kitöltés kovácsolás során stb.), akkor még a tervezési fázisban lehet módosítani a szerszám kialakítását vagy a technológiai lépéseket, elkerülve ezzel a hibás szerszám legyártását és az esetleges géptörést. A számítógépes szimulációt megvalósított, működő berendezések elemzé-

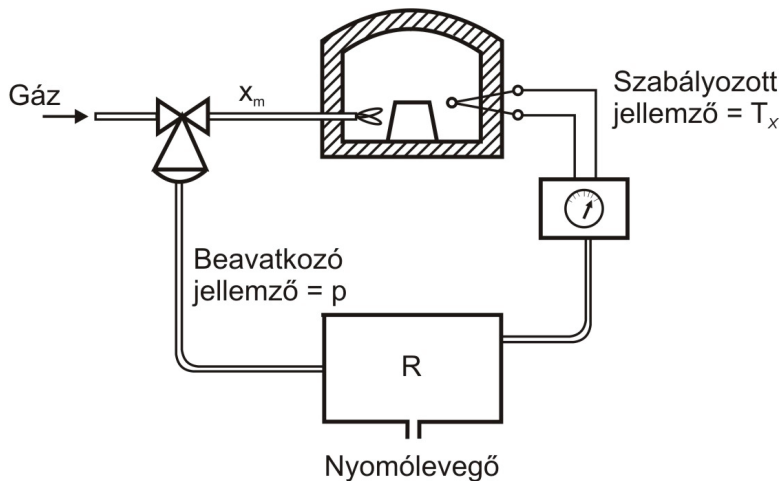
sére is lehet használni, ezzel keresve a kedvezőbb működés vagy az élettartamnövelés feltételeit.

Az irányítás olyan művelet, amelynek révén valamely műszaki folyamatba beavatkozás történik, annak kívánt megvalósulása érdekében. Az irányítás fő funkciói a következők:

- információszerzés az irányítandó folyamatról,
- az információk alapján megvalósítandó ítéletalkotás,
- az ítéletalkotás eredményeként létrejövő rendelkezés kiadása és beavatkozás.

Például egy hőkezelő kemencét állandó, $850\text{ }^{\circ}\text{C}$ -os hőmérsékleten kell tartani (2.6. ábra). Az előzőekben vázolt feladatok a konkrét esetre az alábbiak lesznek:

- mérni kell a kemence hőmérsékletét;
- ellenőrizni kell, hogy $850\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on van-e;
- ha igen, nem kell beavatkozni;
- ha nagyobb a mért hőmérséklet, ki kell kapcsolni a fűtést;
- ha kisebb a mért hőmérséklet, be kell kapcsolni a fűtést.



feladatok:

- ⇒ információszerzés: kemencehőmérséklet (T_x) mérés;
- ⇒ ítéletalkotás: mért érték viszonyítása az előírthez (T_0);
- ⇒ rendelkezés:
 - ha $T_x = T_0$, akkor nem kell beavatkozni (A eset),
 - ha $T_x > T_0$, akkor ki kell kapcsolni a fűtést (B eset),
 - ha $T_x < T_0$, be kell kapcsolni a fűtést (C eset);
- ⇒ beavatkozás: nincs (A), vagy kikapcsolás (B), vagy bekapcsolás (C).

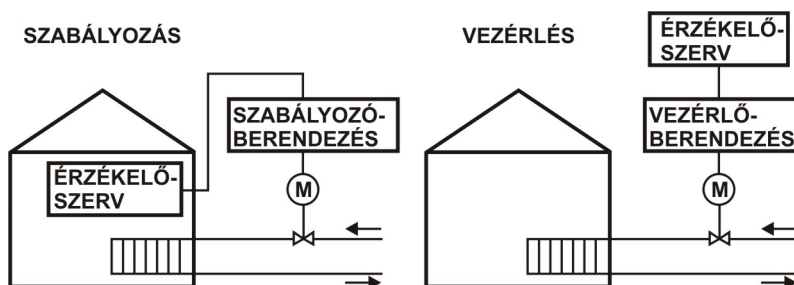
2.6. ábra

Kemence hőmérséklet-szabályozása pneumatikus szabályozóval

Az irányítás két módon valósítható meg: szabályozással vagy vezérléssel. Az előző példa egy szabályzási folyamatra vonatkozott, amikor a hőmérséklet előírt értékét – alapjelét – hasonlította össze a rendszer a mért értékkel, majd a különbség előjelétől függően a folyamatba visszacsatolva beavatkozott. A **2.7. ábra** ugyanannak a feladatnak mindkét irányítási formával megvalósítható megoldásait mutatja. A szabályozás a fűtött helyiség tényleges hőmérsékletét veszi figyelembe a beavatkozásokhoz, míg a vezérléses megoldás pl. a pincében lévő kazán keringtetett fűtővizének hőmérséklet-változásai alapján kapcsolja be, illetve ki a fűtést.

beavatkozás a
szabályozott jellemző
tényleges értéke szerint:

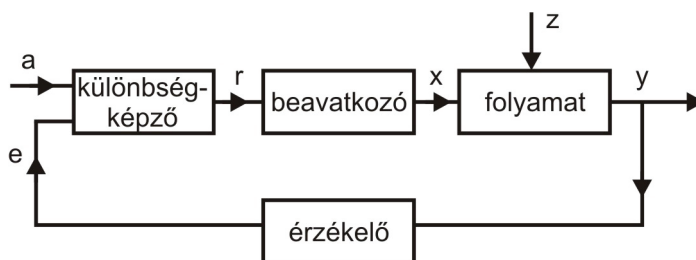
beavatkozás a
vezérelt jellemző
előírt értéke szerint:



2.7. ábra

Épület hőmérséklettartása szabályozással vagy vezérléssel

A szabályozás úgynevezett zárt hatásláncú beavatkozás, melynek blokkvázlatát a **2.8. ábra** mutatja. Az ábrán „a” az alapjel, „e” az ellenőrző jel, „r” a rendelkező jel, „x” a beavatkozó jel, „z” a folyamatra ható zavaró jel, „y” a szabályozott jellemző.

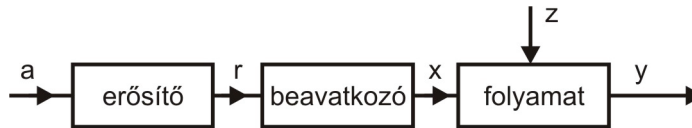


2.8. ábra

Szabályozás blokkvázlata

A vezérlés nyílt hatásláncú irányítási folyamat, ahogy azt a **2.9. ábra** mutatja. Ekkor a beállított alapjel erősítés után rendelkező jelként, majd beavatkozó jelként

hat a berendezésre, de nincs visszacsatolás ellenőrző jellel, így az irányított szakasz az alapjel megfelelő beállításától függően áll be a kívánt értékre.



2.9. ábra
Vezérlés blokkvázlata

Ha a korábban vázolt kemenceirányítást úgy építik meg, hogy egy szabályozható feszültségű transzformátorra kapcsolják a kemence elektromos fűtőtesteit, és mérésrel meghatározzák, milyen fűtőfeszültséghez mekkora egyensúlyi hőmérséklet tartozik, akkor erre a feszültségre beállítva a transzformátort a kemence tartósan 850°C-on üzemel. Ez tipikus vezérléses megoldás, amikor – a kísérleti periódust kivéve – a hőmérséklet ellenőrzése (a visszacsatolás) nem történik meg.

Ha a kemence változatlan feltételek között üzemel, ez a rendszer jól működhet, de ha valamilyen zavaró hatás lép fel (pl. megváltozik a környezeti hőmérséklet), akkor a kemence-hőmérséklet is változik, amire a vezérlés nem tud reagálni.

A bemutatott példa a kemence hőmérsékletének beállítására vonatkozott. Ugyanez az analóg vezérlési folyamat kiegészíthető egy időtervezérléssel is, mikor a kezelő azt írja elő, hogy a kemence 10 óráig legyen bekapcsolva, majd a fűtés kapcsoljon le annak érdekében, hogy a kemencében lévő munkadarabok lassan hűljenek le. Ez egy lágyítási folyamat időprogramjának felel meg.

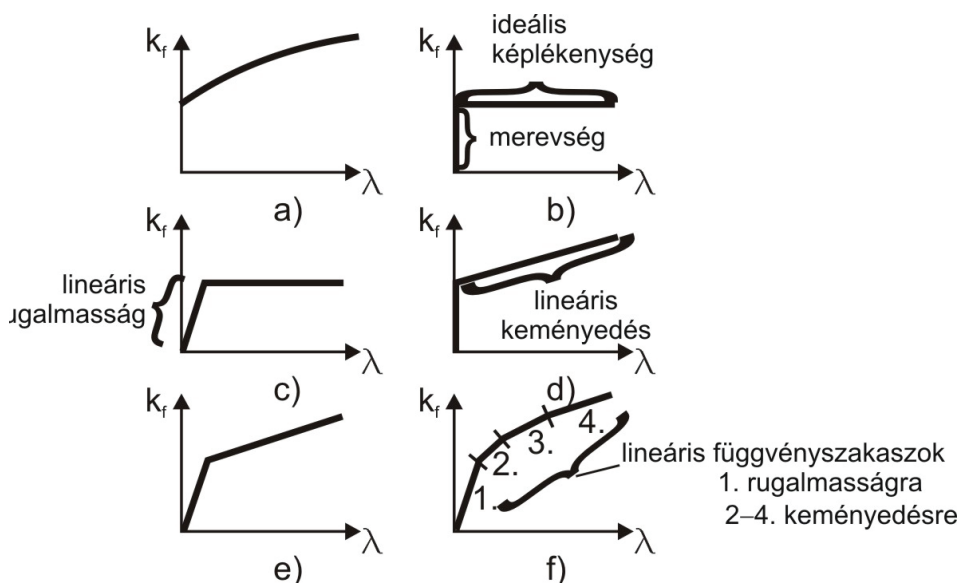
Az elmondottakból nyilvánvaló, hogy a szabályozás a folyamat közben tartása szempontjából lényegesen eredményesebb abban az esetben, ha valamilyen fizikai mennyiség állandó értéken tartása vagy program szerinti változtatása a cél. Ugyanakkor számos technológiai folyamatban elegendő a vezérlési funkciót fenntartani, mert a vezérlő jel és a rendszer változásai között egyértelmű kapcsolat van. Az analóg megközelítésen kívül más vezérlési módok is léteznek, és ezek gyakorlati jelentősége igen nagy. Példaként említhető az NC-gépek vezérlése (pont-, szakasz-, pályavezérlés), a különböző időtervezérlések stb.

Például ha egy numerikus számjegyvezérlésű (NC) megmunkálógép megkap egy vezérlési parancsot, hogy valamely szán 100 mm-t haladjon előre, akkor ezt hibátlanul meg tudja valósítani visszacsatolás nélkül is. Sok esetben azért alkalmaznak szívesebben vezérlést egyes technológiai folyamatok során szabályozás helyett, mert a szabályozás sokkal költségesebb, és nem is mindig lehetséges megbízhatóan megvalósítani.

2.4. Az anyagviselkedés leírása, anyagmodellek

A szerkezeti anyagok a különböző igénybevételekre, külső hatásokra eltérően reagálnak. Annak érdekében, hogy az egyes számítási eljárások során az anyagok viselkedését le lehessen írni, a valós viselkedést jól jellemző matematikai modelleket fejlesztettek ki. E modellekben, mint az a korábbiakból már ismert, valamilyen hipotézist fogalmaznak meg az anyag tulajdonságaival kapcsolatban, és azt képlet vagy grafikon formájában interpretálják.

A képlékenyalakító műveletekben a leggyakrabban figyelembe vett anyagtulajdonság az alakítási szilárdság, mely az anyag pillanatnyi folyáshatárát jellemzi az alakváltozás mértékének függvényében. Az alakítási szilárdság-alakváltozás függvénykapcsolatot a folyási görbe írja le, melynek lefutása a **2.10.a. ábrán** látható. A valós viselkedést különféle egyszerűsítő feltételezésekkel lehet jellemezni, ezek közül tartalmaz néhányat a **2.10.b–f. ábra**.



- a) valós anyag folyási görbéje
- b) merev-ideálisan képlékeny anyagmodell
- c) lineárisan rugalmas-ideálisan képlékeny anyagmodell
- d) merev-lineárisan keményedő anyagmodell
- e) lineárisan rugalmas-lineárisan keményedő anyagmodell
- f) lineárisan rugalmas-szakaszonként lineárisan keményedő anyagmodell

2.10. ábra

Anyagmodellek képlékenyalakításra

A mérnöki gyakorlat gyakran folyamosodik praktikus egyszerűsítésekhez, ésszerű elhanyagolásokhoz, a matematikai modellek jobb kezelhetősége érdekében. Ilyenek a konstans és a lineáris függvényekkel (esetenként ezek kombinálásával) leírható jelenségek (**2.10.b–e. ábra**). Amennyiben a pontatlanság már nagymértékűvé válna, még akkor is szóba jöhet a linearizálás, szakaszonként (intervallumonként) alkalmazva (**2.10.f. ábra**).

A valós anyag viselkedését legjobban az f) modell közelíti meg, több végeselemes program is alkalmazza ezt. Más feladatokhoz elegendő valamely egyszerűbb modell is, például az érintkezési (kontakt deformációs) problémák elemzésénél a lineárisan rugalmas-ideálisan képlékeny modell, míg a képlékeny hajlítás közelítő vizsgálatához a merev-ideálisan képlékeny modell stb. Az adott feladatra való alkalmasságot a következő tényezők alapján lehet elbírálni:

- A modell mennyire jól közelíti a választott anyag viselkedését? Pl. az ólom alig keményedik, tehát a b) vagy a c) modell elfogadható közelítést ad. A legtöbb fém melegalakításkor az alakítási szilárdság állandónak tekinthető.
- A vizsgált folyamatban a rugalmas alakváltozás elhanyagolható-e a képlékenyhez képest? Pl. hidegfolyatásnál a logaritmikus eredő alakváltozás 0,8–1,2 körüli érték, emellett a 0,01 körüli rugalmas alakváltozás elhanyagolható, tehát nyugodtan választható a b) vagy a d) modell.
- A választott matematikai leírás melyik modell használatát engedi meg? Pl. egyes alakító műveletek elemzésekor az integrálás csak akkor végezhető el zárt alakban, ha az alakítási szilárdság az alakítás függvényében állandó, tehát ilyenkor a b) modell jöhet számításba.

A vázlatosan bemutatott feszültség-alakváltozás összefüggések a matematikai modellekben kissé bonyolultabban jelennek meg, mivel a legtöbb képlékeny alakító műveletnél a feszültségi és alakváltozási állapot háromtengelyű. Az ideálisan képlékeny viselkedés jellemzésére az ún. Levy–Mises-egyenletek, míg a rugalmas-képlékeny viselkedés leírására a Prandl–Reuss-egyenletek szolgálnak.

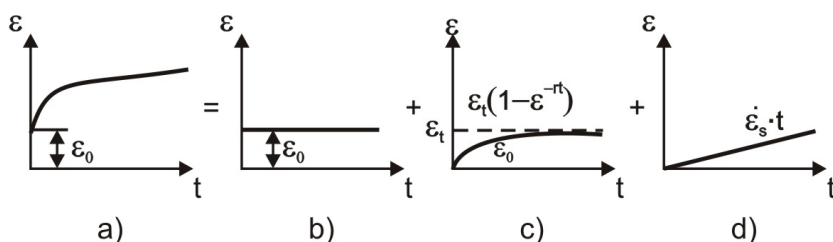
Az anyagviselkedés szempontjából fontos kritérium a homogenitás, vagyis az anyagszerkezet és az abból következő tulajdonságok változatlansága a hely függvényében. Ennek ellentéte az inhomogén anyag, melynél az alapmátrix és a többi fázis tulajdonságai eltérőek (pl. egy kompozit esetén a beágyazó polimer anyag és a keramikus erősítő szálak). Egyes VEM-programok az ilyen jellegű inhomogenitásokat is képesek kezelni.

Az ideális (eszményi, tökéletes) anyagok izotrópok, míg a reális (valós kristályhibákat is tartalmazó) anyagok tulajdonságainak többsége irányfüggő, vagyis az anyag anizotróp. Például a hengerelt gyártmányokban anizotrópia a szálak szerkezet (szemcsehatármenti szennyezések rendeződése), illetve a textúra (szemcsedehformációval együtt járó kristálytani irányítottság) kialakulása miatt lép fel. Az anizotrópia matematikailag az úgynevezett Hill-paraméterekkel írható le. Segítségükkel például a mélyhúzás elemzésekor figyelembe vehető, hogy a hengerelt lemez alakíthatósági jellemzői a hengerlés irányában és arra merőlegesen különböznek egymástól.

A klasszikus mechanika a legtöbb feladat elemzésekor homogén, izotróp, lineárisan rugalmas anyagmodellel dolgozik, viszont a modern numerikus technikák alapuló számítások mind az inhomogenitást, mind az anizotrópiát figyelembe tudják venni.

Az előzőekben vázolt modellek időtől független tulajdonságokat írtak le. A szerkezeti anyagokban számos olyan változás játszódik le, melyek a tulajdonságok időbeli függését eredményezik. Erre példa a kúszás jelensége, mely fémekre nagyobb hőmérsékleten, a polimerek többségére már szobahőmérsékleten is jellemző.

A kúszás lehetséges modellezését a **2.11. ábra** szemlélteti. Az a) diagram a kúszási görbe I. és II. szakaszát mutatja, ami a b), c) és d) ábrákon vázolt három folyamat elem eredőjeként adható meg. A teljes kúszásgörbe a **2.12. ábra** jobb oldalán látható. Mindegyik grafikonon az alakváltozás szerepel az eltelt idő függvényében. A **2.11.b. ábra** az időben változatlan, azonnali maradó alakváltozást szemlélteti. Így viselkedik például szobahőmérsékleten a terhelés hatására képlékeny alakváltozást szenvedett, keményedő fém. A **2.11.c. ábra** az úgynevezett tranzien alakváltozást modellezi, melynél a kezdeti gyorsabb alakváltozást egy időben lassuló alakváltozás váltja fel, ami a folyamat végén állandósul. A **2.11.d. ábra** a viszkózus anyag tipikus viselkedése, amikor az alakváltozás sebessége az idő függvényében állandó.



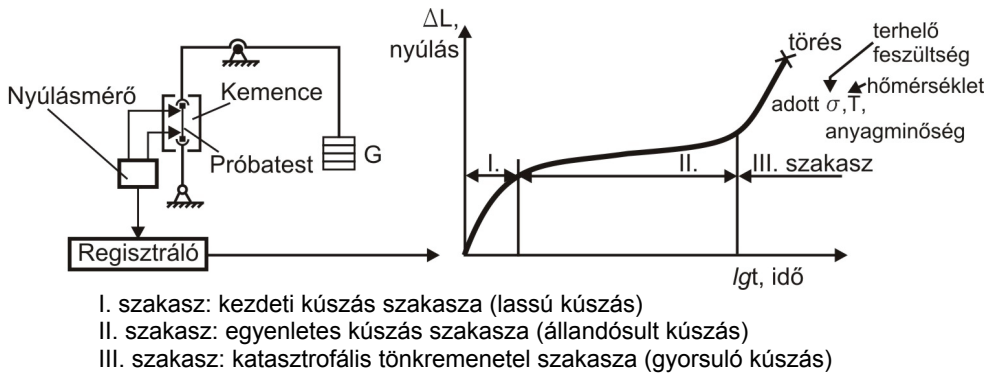
2.11. ábra

Kúszás modellezése három folyamat szuperpozíciójával

A három részfolyamat matematikai modellje összegezve adja az eredő alakváltozást az idő függvényében, melynek egy lehetséges leírása a következő:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_t \left(1 - e^{-rt}\right) + \varepsilon_s \cdot t$$

ahol ε_0 a terhelés hatására létrejövő maradó nyúlás, ε_t a tranzien alakváltozás, r a tranzien folyamatra jellemző időállandó, ε_s az állandósult alakváltozás sebessége, t az idő. Természetesen egy más folyamat elemzésekor nem feltétlenül szükséges három részmodell egyidejű figyelembevétele.



2.12. ábra

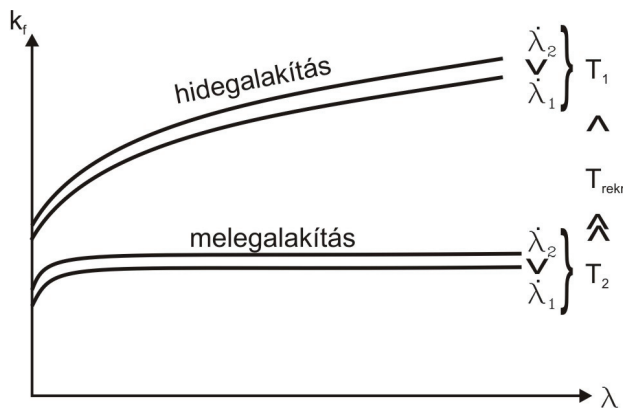
Kúszási görbe felvétele és jellegzetes szakaszai

Technológiatervezés során az anyag – adott folyamatot alapvetően befolyásoló – jellemzőit veszik figyelembe, így az alkalmazott modell is bizonyos meghatározott (lényegi) szempontból írja le az anyagviselkedést. Nincsenek univerzális, azaz minden technológiára érvényes anyagmodellek.

Az előzőekben ismertetett folyásgörbék ($k_f - \lambda$ -görbék) a képlékenyalakító (továbbá egyes sajtoló hegesztő) technológiák tervezésében alapot adnak a szerzőszámtervezéshez (terhelés, geometria) és az alakítógép kiválasztásához. Bizonyos esetekben (pl. melegalakításkor, nagy sebességű alakításkor) szükség van az alakítás mértékétől (λ) függő alakítási szilárdság (k_f) alakítási hőmérséklettől

(T), illetve alakítási sebességtől ($\dot{\lambda}$) való függésének ismeretére is, hiszen

$k_f = f(\lambda, T, \dot{\lambda})$, mint ahogyan azt a **2.13. ábra** is szemlélteti.



2.13. ábra

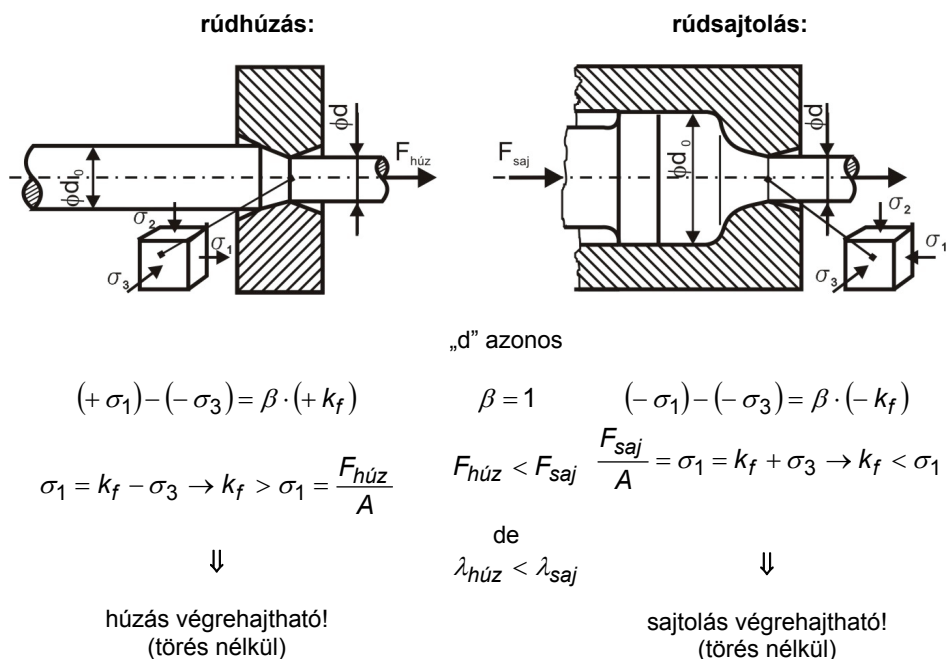
A k_f alakítási szilárdságot befolyásoló tényezők

2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése

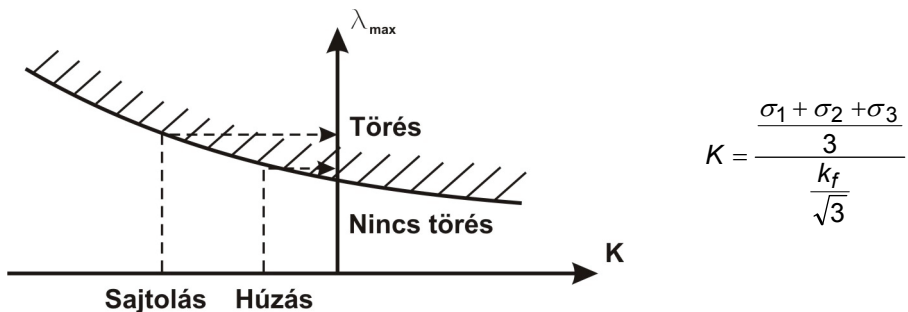
Az előzők alapján meghatározott alakítási szilárdság – mint a képlékeny alakváltozás fenntartásához szükséges egyenértékű feszültség – révén felírható az egyszerű folyási feltétel:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_1 - \sigma_3 = \beta \cdot k_f$$

ahol σ_1 az alakítási ellenállás (az alakítási erőszükséglet egységnyi alakított keresztmetszetre eső része, lényegében az alakítóerő irányába eső főfeszültség), σ_3 a szerszámreakcióból származó főfeszültség, $\beta = 1 \dots 2 / \sqrt{3}$ alakváltozási állapottól függő tényező. A **2.14. ábrán** két példa – a rúdhúzás (dróthúzás) és a rúdsajtolás (előrefolyatás) – esetére mutatja a folyási feltétel felírását és a technológia kivitelezhetőségének (repedés-, törés-, illetve szakadásmentes végrehajthatóságának) ellenőrzését.



2.14.a. ábra
Képlékeny folyási feltétel felírása



2.14.b. ábra

Képlékeny folyási feltétel felírása

A hegesztés technológiatervezésekor a hegesztendő anyag hegesztési hőfolyamat hatására bekövetkező viselkedését kell elsődlegesen figyelembe venni.

Ez alapvetően a hegeszthetőség megítélését jelenti, melynek egyik fontos kritériuma a hidegrepedés-mentesség. A hegesztett szerkezetek túlnyomó részét szerkezeti acélból készítik, melyeknél:

- az alapanyag összetétele által meghatározott karbonegyenérték (C_e)

$$C_e = C + \frac{Mn}{6} + \frac{Cr + Mo + V}{5} + \frac{Ni + Cu}{15} \%$$

- a kötészóna beedződésének elkerülése érdekében maximált hőhatásövezeti keménység (HV_{10max}),
- és az alapanyag hőfizikai jellemzőitől (λ hővezetési tényező, ρ sűrűség, c fajhő), a hegesztett kötés konstrukciós kialakításától is függő kritikus hőmérséklet-tartománybeli hűlési idő ($\Delta t_{850 \rightarrow 500^\circ C}$, röviden $\Delta t_{8/5}$) alapján meghatározható a szükséges legkisebb hőbevitel (q_{eff}/v) és/vagy előmelegítési hőmérséklet (T_0), mely a hegesztett kötés (hőhatásövezet) hidegrepedés-veszélye elkerülésének legfontosabb biztosítója.

Az ehhez felállított modell (2.15. ábra) jellemzői:

- az alapanyag homogén és izotróp;
- az alapanyag minden időpillanatban szilárd állapotban van (a vizsgált hőhatásövezetben);
- a fázisátalakulás során keletkező hő a hegesztési hőforráshoz képest elhanyagolható;
- az alapanyag hőfizikai jellemzői (λ hővezetési tényező, ρ sűrűség, c fajhő), a hőmérséklet függvényében nem változnak;
- hőátadás a határfelületeken elhanyagolható;
- a felhevített alapanyagban a hőelvezetés folyamatos;

2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése

- a hegesztési eljárásra jellemző, hőbevitelt produkáló hőforrás (pl. elektromos ív):

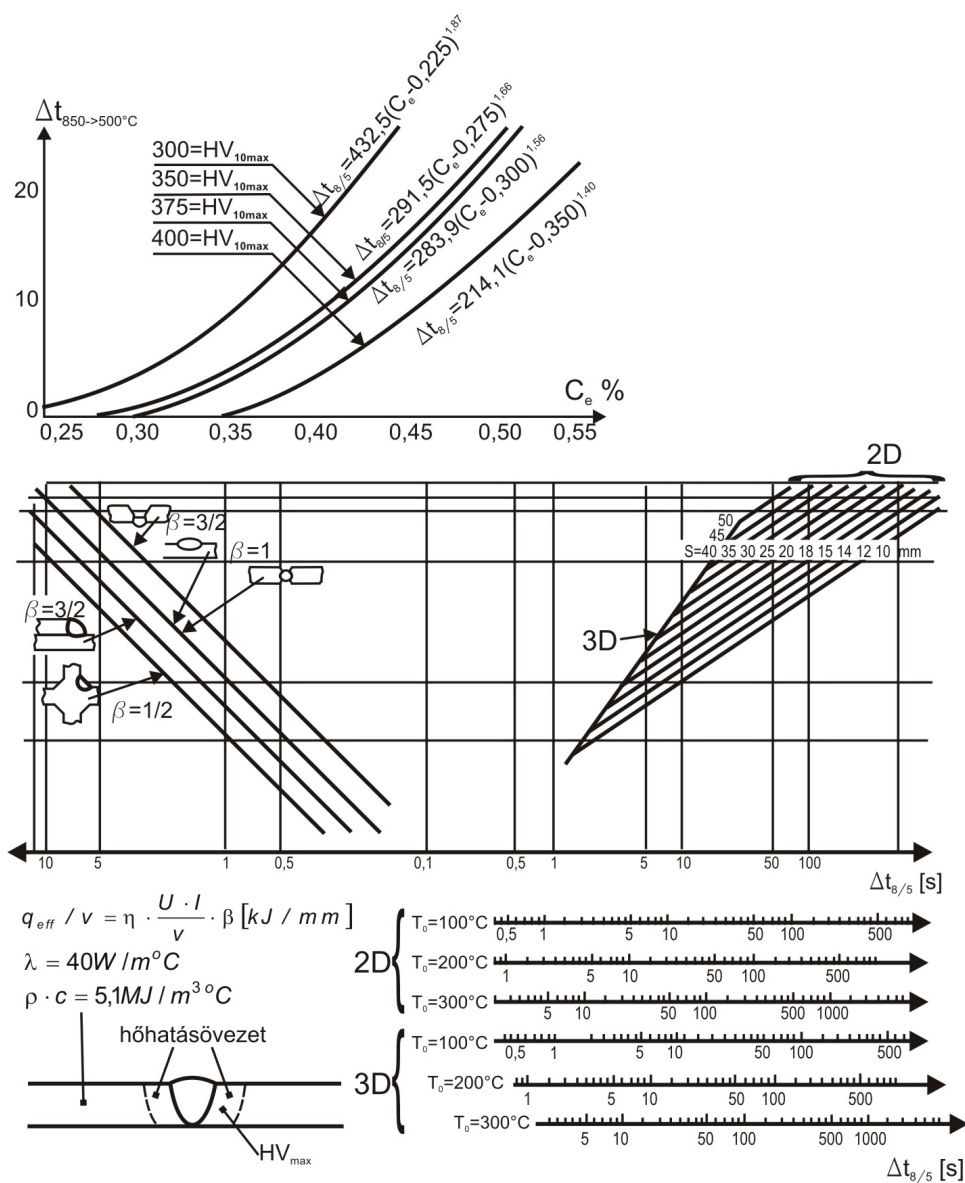
- vastag alapanyagok ($s \geq s_{krit}$) esetén pontszerű $\rightarrow$ 3D-s a hőfolyamat;

$$3D: \Delta t_{8/5} = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \frac{q_{eff}}{v} \cdot \left[\frac{1}{500 - T_0} - \frac{1}{850 - T_0} \right]$$

$$s_{krit} = \sqrt{\frac{1}{2c\rho} \cdot \frac{q_{eff}}{v} \cdot \left[\frac{1}{500 - T_0} + \frac{1}{850 - T_0} \right]}$$

- középvastag és vékony alapanyagok ($s < s_{krit}$) esetén lineáris $\rightarrow$ 2D-s a hőfolyamat.

$$2D: \Delta t_{8/5} = \frac{1}{4\pi\lambda\rho cs^2} \cdot \left(\frac{q_{eff}}{v} \right)^2 \cdot \left[\frac{1}{(500 - T_0)^2} - \frac{1}{(850 - T_0)^2} \right].$$



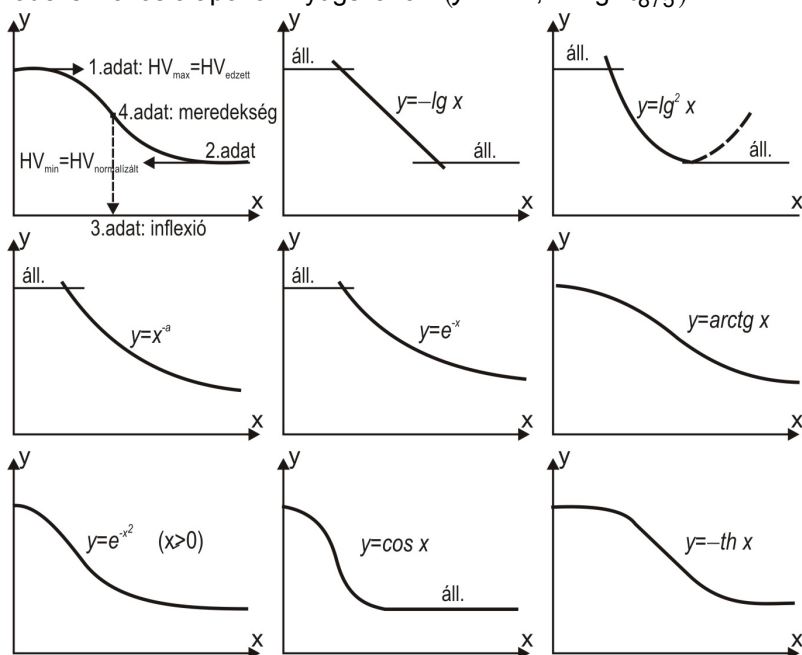
Ívhegesztésnél: U az ívfeszültség [V], I a hegesztő áramerősség [A], v a hegesztési sebesség [mm/s], η a hőbeviteli hatásfok (pl. 0,85)

2.15. ábra

Ívhegesztéskor kialakuló hőhatásövezet hidegrepedés-mentességét segítő modell

2. Anyagtulajdonságok és technológiai folyamatok modellezése

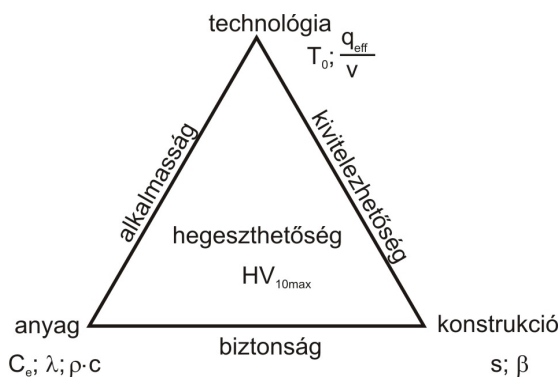
A probléma egy kicsit más megközelítését jelentik a különböző matematikai alakban fellelhető keménységfüggvények (**2.16. ábra**), melyek az előzőekben felvázolt modellel közös alapokon nyugszanak ($y = HV$; $x = \lg \Delta t_{8/5}$).



2.16. ábra

Keménységfüggvények hegeszthetőségi elemzéshez

Tömörített formában a hegeszthetőség modellje, pontosabban az azt befolyásoló tényezők összefüggésrendszere a **2.17. ábrán** látható.



2.17. ábra

Hegeszthetőséget befolyásoló tényezők és összefüggéseik

Hőkezelési technológiák esetében gyakran a homogenizálás (pl. ausztenítés) vagy éppen a heterogenitás biztosítása (pl. fázisátalakulás, termokémiai kezelés) a cél.

Ezek tervezéséhez a diffúziós folyamatok (koncentrációváltozások) matematikai leírása (modellje) ad lehetőséget, mely kapcsolatot teremt az anyagi jellemzők:

- alapanyag esetében: rácsparaméter (a), koordinációs szám (Z);
- diffundáló vagy ötvözőanyag esetében: alapanyagban meglévő ötvöző-koncentráció (C_0), alapanyag felületére juttatott ötvözőpotenciál (C_f), atomok átlagos egy helyben tartózkodási referenciaideje (τ_0), alapanyagban meglévő ötvözőkoncentráció hatását kifejező tényező (b);
- anyagpár esetében: aktiválási energia (Q)
- és a hőkezelés fő paraméterei: hőmérséklet (T), idő (t), diffúziós úthossz (x) között.

Ez a függvénykapcsolat a hővezetés Fourier-egyenleteivel analóg Fick-egyenletekből származtatható, és egydimenziós – de gyakorlati számításokra szélesebb körben alkalmazott – formája termokémiai kezelésekre a következő:

$$C(x,t) = C_0 + (C_f - C_0) \left[1 - \Phi \left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{\left(\frac{a^2}{Z} \cdot \frac{1}{\tau_0} + b \cdot C_0 \right) \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \cdot t}} \right) \right]$$

ahol Φ a Gauss-féle valószínűségi vagy hibaintegrál, $R = 8,368 \frac{J}{g_{atom} \cdot K}$ a gázállandó.

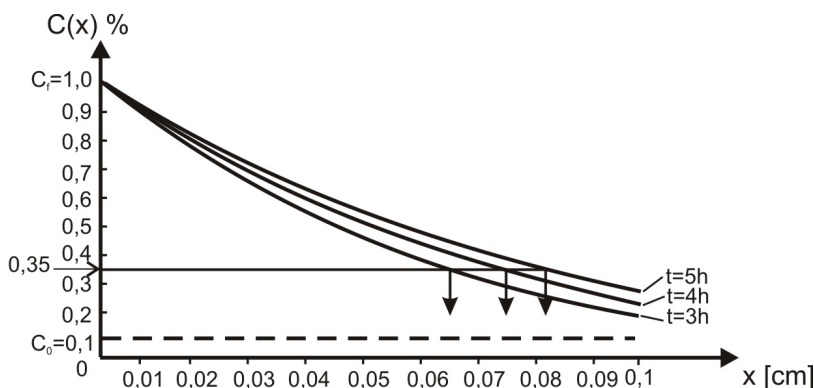
Példaképpen $C_0 = 0,1\%$ karbontartalmú (betétben edzhető C10 jelű) acélból készült alkatrészt $C_f = 1,0\%$ felületi karbonpotenciált biztosító cementáló közegben $T = 950 \text{ } ^\circ\text{C} = 1223 \text{ K}$ hőmérsékleten (ausztenites állapotban) cementálunk. A fenti modell alkalmazásával meghatározzuk a kialakuló karbonkoncentráció-eloszlást az acél felületi rétegében 3, 4 és 5 óra (10 800 s, 14 400 s és 18 000 s) időtartam múlva. Karbonnak ausztenitben (felületen középpontos köbös rácsú szilárd oldatban) történő diffúziójakor a diffúziós tényező referenciaértéke:

$$D_0 = \frac{a^2}{Z} \cdot \frac{1}{\tau_0} = 7 \cdot 10^{-2} \frac{cm^2}{s}; \text{ míg a } Q = 1,34 \cdot 10^5 \frac{J}{g_{atom}} \text{ és a } b = 0,06 \frac{cm^2}{s}.$$

Az adatok behelyettesítésével kapott számítási összefüggések a következők:

$$\begin{aligned} C(x, 3\text{óra}) &= 0,1 + 0,9 [1 - \Phi(12,164 \cdot x)] \\ C(x, 4\text{óra}) &= 0,1 + 0,9 [1 - \Phi(10,534 \cdot x)] \\ C(x, 5\text{óra}) &= 0,1 + 0,9 [1 - \Phi(9,422 \cdot x)] \end{aligned}$$

Az x helyére 0,00; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08; 0,09 és 0,10 cm felülettől mért távolságokat behelyettesítve, a **2.18. ábra** szerinti karbonkoncentráció-eloszlásokat kapjuk, a három időtartam eltelte után. Ezekben kijelölhető pl. a 0,35%-os minimális karbontartalmat biztosító cementált kéregvastagság.



2.18. ábra

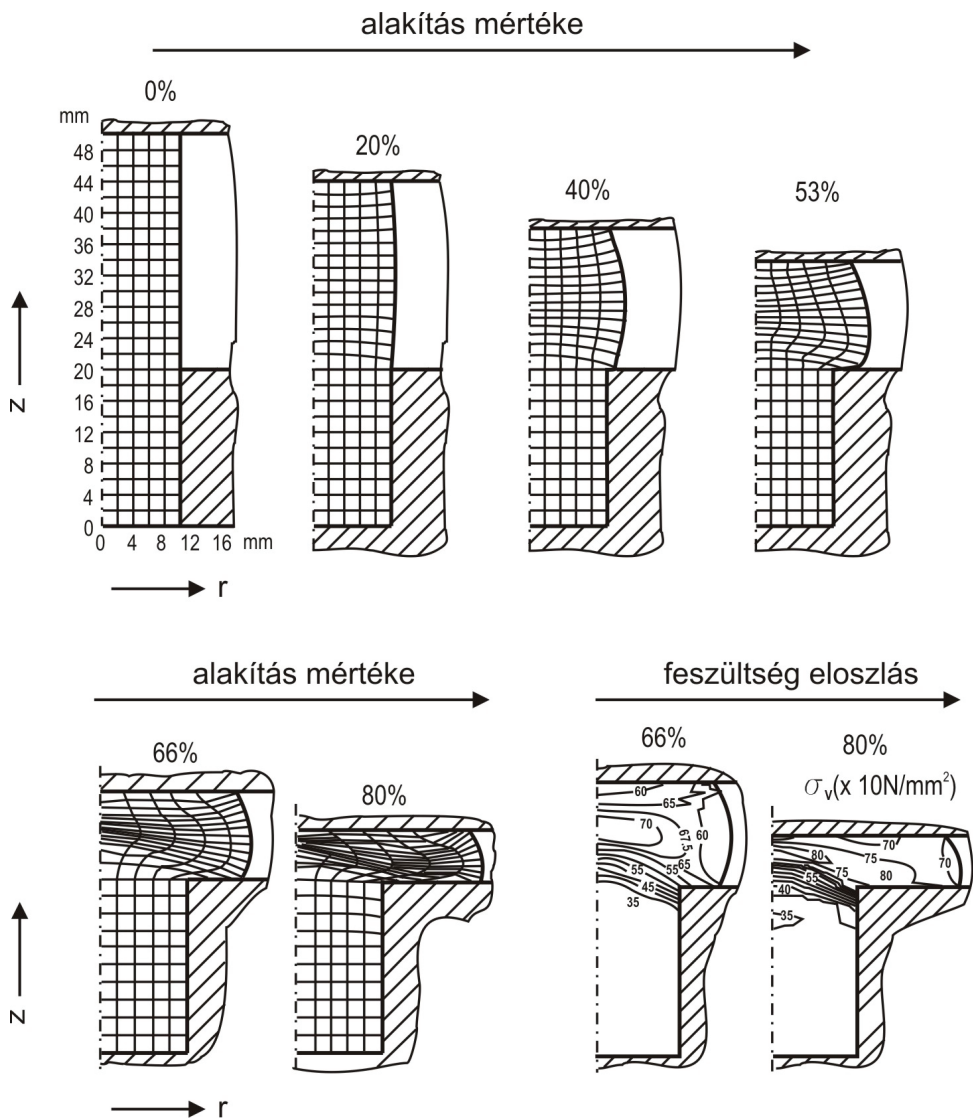
Cementálást mint diffúziós folyamatot jellemző karbonkoncentráció-eloszlások

2.5. Összefoglalás

Az anyagtulajdonságok és a technológiai folyamatok jellemzésében nagy szerepe van a helyesen felállított modelleknek. A mérnöki gyakorlatban legtöbbször matematikai modellekkel dolgozik a tervező, melyek a közelítés szintje szerint lehetnek elméleti, félempirikus (részben empirikus) és fekete doboz (teljesen empirikus) modellek. A modell segítségével a számítógép le is tudja játszani a várható eseményeket, ez a folyamat a szimuláció (**2.19. ábra**). Szimulációval előre lehet jelezni az esetleges hibákat, ki lehet szűrni a tervezői tévedéseket.

A diszkrét és a folytonos termelési folyamatok megkülönböztetését többek között az indokolja, hogy alapvetően más lehet a számítógéppel való kapcsolat. A diszkrét folyamatok esetén a folyamatok egymástól elkülönülve is végbe mehetnek, a számítógép itt offline módon szerepel. Ezzel szemben a folytonos termelési folyamatokban a számítógép rendszerint a folyamatba beépülve, online üzemmódban van.

Az anyagok viselkedését leíró modellek az alakváltozás, az eltelt idő vagy egyéb más paraméterek függvényében írják le a tulajdonságok változását. E modelleket felhasználják a technológiai tervező, illetve az anyagkiválasztó programok.



2.19. ábra

Egy képlékenyalakítási folyamat számítógépi szimulációjának lépései

3. Anyagok és technológiák jellemzésére alkalmazható numerikus módszerek

3.1. Numerikus módszerek rendszerező áttekintése

A numerikus módszerek azok a számítási technikák (szabályok, eljárások, algoritmusok), amelyek révén az analitikus matematikából ismert megoldási módszerek analitikusan problémás (bonyolult, nem kezelhető) esetekben, illetve számítógépen (esetleg számológépen) is alkalmazhatók számszerű eredmények előállítása céljából. Számítógépi numerikus módszerek segítségével egyidejűleg nagyszámú változó és paraméter hatása vehető figyelembe, és azok kölcsönhatása is nagyon bonyolult lehet.

Numerikus módszerekre vonatkozó néhány általános megállapítás:

1. A matematika analitikus megoldási módszerei ritkán alkalmasak numerikus algoritmus előállítására.
2. Egy numerikus módszer csak akkor alkalmazható számítógépen, ha minden részében egyértelműen rögzítve van, hogy mi a következő lépés, azaz a kiválasztott módszert át kell alakítani programozható algoritmussá.
3. A numerikus algoritmus csak olyan műveleteket tartalmazhat, amelyek a számolást végző berendezésen végrehajthatók.
4. A számolás végrehajtásához tudni kell: milyenek a kiinduló adatok, milyen pontossággal kell a kimenő adatokat megkapni, mekkora a műveletek végrehajtásának lehetséges pontossága, és ezzel összefüggésben milyen algoritmust kell alkalmazni.
5. Előnyös, ha az algoritmus rekurzív felépítésű, kevés lépésből áll, amelyeken a program a különböző értékrendszerekkel többször végigfut.
6. A numerikus algoritmusnak mindig végesnek kell lennie, vagyis véges számú lépésben eredményre kell vezetnie. Ennek megfelelően a végtelen matematikai formulákat (sorozatokat, sorokat) véges alakra kell hozni.
7. A fizikai mennyiségeket vagy a valós számokat numerikusan állítjuk elő (vagyis véges p -adikus tört segítségével), így csak közelítőleg, bizonyos hibával realizáljuk. A numerikus algoritmus alkalmazása során keletkező hibáknak három forrása lehet:
 - ⇒ a bemenő adatok hibája;
 - ⇒ a módszer (csonkítás) hibája;
 - ⇒ a kerekítési hiba (gépi hiba).
8. A nagyszámú numerikus feladatmegoldási lehetőség mellett azonban vannak gyakorlatilag „nem számítógépesíthető” feladatmegoldások is, mint például:
 - ⇒ a modellalkotás, a megoldás elvi algoritmusának kiválasztása, meghatározása;

- ⇒ a heurisztikus gondolatok kiötlése, empirikus tapasztalatok felhasználása;
- ⇒ egy-egy eljárás érvényességi körének, alkalmazhatóságának mérlegelése, hibabecslés;
- ⇒ eredmények megítélése.

A következőkben a teljesség igénye nélkül – a **3.1. ábrán** látható lehetséges felosztás szerint – röviden áttekintjük a főbb numerikus módszereket, majd azt követően példákkal illusztrálva a legfontosabb eljárásokat.

Empirikus száanyag feldolgozása:

- ⇒ *Valószínűségelméleti kiértékelés (lásd a 3.2.1. pontban!)*
 - ⇒ Eloszlásfüggvények alkalmazása (normáeloszlás, Weibull-eloszlás).
- ⇒ *Matematikai statisztikai elemzés (lásd a 3.2.2. pontban!)*
 - ⇒ Regresszióanalízis (legkisebb négyzetek módszere).

Numerikus analízis:

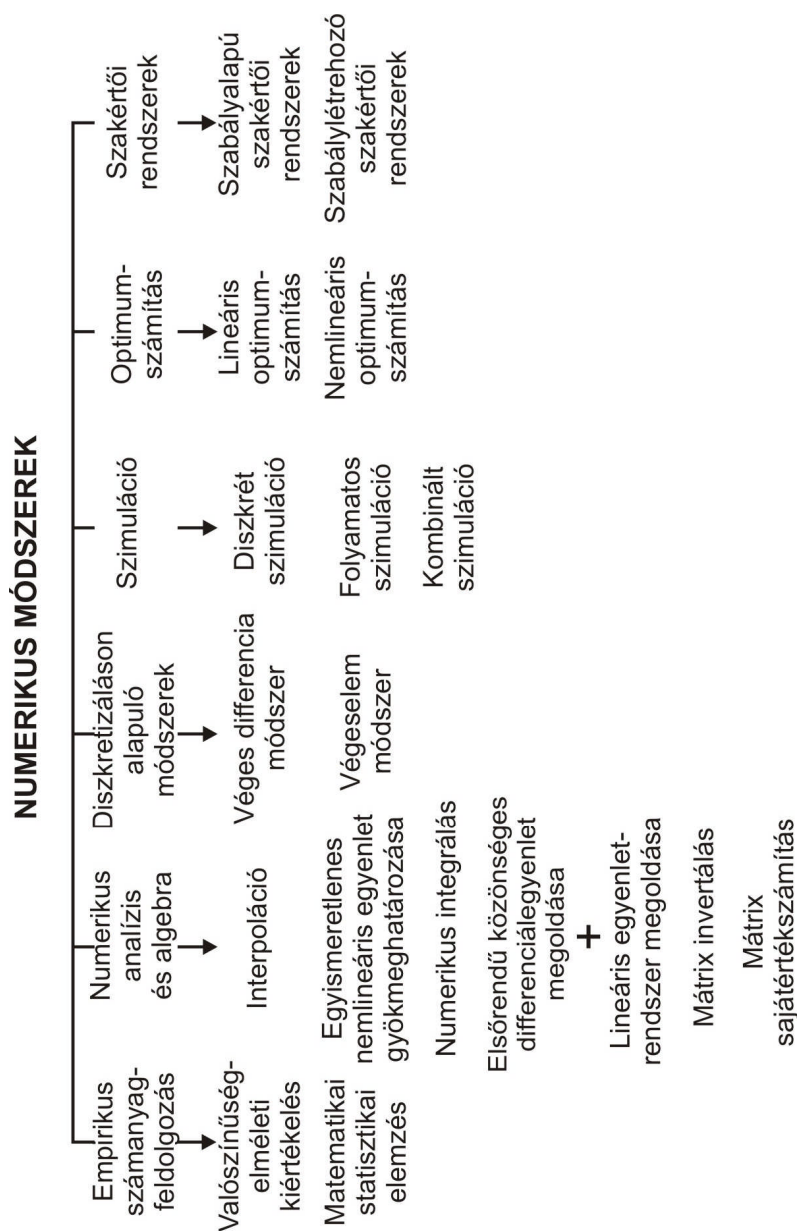
- ⇒ *Interpoláció:*

Ismert függvénytérpontok közötti függvényértékek közelítő meghatározása. Feltételezzük, hogy az $f(x)$ függvény értékét csupán az $x = a_0, a_1, \dots, a_n$ pontokban, ún. interpolációs alappontokban ismerjük. Az $f(x)$ függvényt az $[a_0; a_n]$ intervallumban az $y(x)$ interpolációs függvénnyel helyettesítjük arra törekedve, hogy a tényleges és a közelítő függvény különbsége, az $\varepsilon(x) = f(x) - y(x)$ hiba az interpolációs alappontokban eltűnjön, közöttük pedig előírtan kicsi maradjon.

- ⇒ *Lineáris interpoláció:*

Megkeressük azt az $[a_i; a_{i+1}]$ intervallumot, amelybe a kérdéses x_1 belesik, majd az intervallum két pontján átfektetett egyenesből a keresett y_1 értéket meghatározzuk az alábbi formulával:

$$y_1 = f(a_i) + \frac{f(a_{i+1}) - f(a_i)}{a_{i+1} - a_i} (x_1 - a_i).$$



3.1. ábra

A numerikus módszerek egy lehetséges felosztása

⇒ *Lagrange-interpoláció:*

Keressük azt a legfeljebb n -edfokú $p(x)$ polinomot, mely az $a_0, a_1, \dots, a_n$ pontokban megegyezik az $f(x)$ függvénnyel:

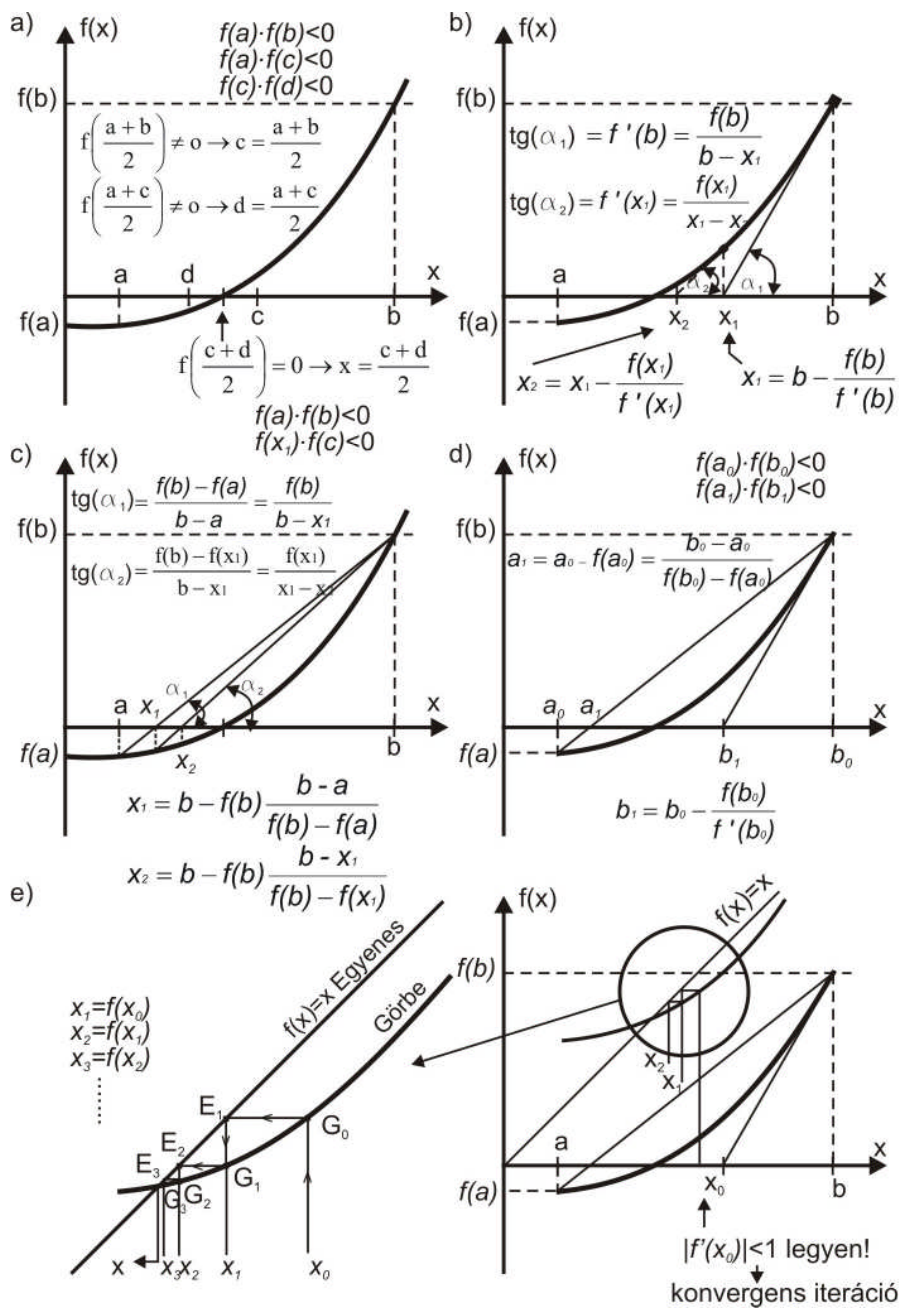
$$p(x) = \sum_{i=0}^n f(a_i) \prod_{\substack{j=0 \\ i \neq j}}^n \frac{x - a_j}{a_i - a_j}.$$

Elvileg megtehetjük azt, hogy az összes ismert pontra ráfektetünk egyetlen magasfokú polinomot, de ennek kevésbé van értelme. Ugyanis a „sima” függvényrajzolás biztosításához már másod- vagy harmadfokú polinom is elegendő.

⇒ *Egyismeretlenes nemlineáris egyenlet gyökmeghatározása:*

Feladat az $f(x)=0$ egyenlet megoldása, ha az $f(x)$ függvény folytonos az $[a, b]$ intervallumban és $\text{sgn}(a) \neq \text{sgn}(b)$, vagyis az adott tartományban egy vagy több zérushely van. Néhány jellegzetes módszer a következő:

- intervallumfelező módszer (**3.2.a. ábra**): sorozatos intervallumfelezéssel történő gyökközelítés;
- érintőmódszer vagy Newton–Raphson-módszer (**3.2.b. ábra**): sorozatos gyökközelítés a függvényt helyettesítő érintő-egyenletekkel;
- húrmódszer vagy szelő módszer (regula falsi; **3.2.c. ábra**): sorozatos gyökközelítés a függvényt helyettesítő húr-egyenletekkel;
- kombinált érintő- és húrmódszer (**3.2.d. ábra**): konvergenciát – előírt hibán belüli gyökközelítést – gyorsító módszer;
- iteráció (szukcesszív approximáció; **3.2.e. ábra**): fokozatos gyökközelítés $x_{i+1} = g(x_i)$ alakra átrendezett egyenletekkel.



3.2. ábra

Egyismeretlenes nemlineáris függvény zérushelyének meghatározása

⇒ *Numerikus integrálás:*

Feladat az $\int_a^b y(x)dx$ meghatározása. A numerikus integrálás formulája vagy

más elnevezéssel a numerikus kvadrátúra formulája: $\int_a^b y(x)dx \approx \sum_{i=0}^n C_i \cdot y(x_i)$,

ahol C_i és x_i célszerűen megválasztott súlyok, illetve abszcisszák.

⇒ Egyszerű Newton–Cotes-kvadrátúramódszerek:

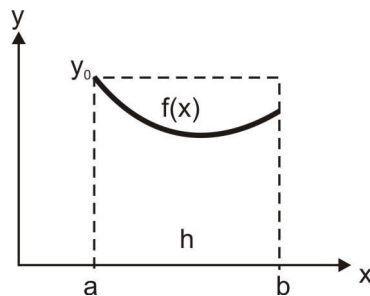
Az integrálás intervallumát egy intervallumnak tételezzük fel, és az integrálási módszer által meghatározott az x_i abszcisszák száma. Az m -edrendű Newton–Cotes-féle kvadrátúramódszernél a függvényt helyettesítjük egy m -edrendű polinommal. Az $y = f(x)$ függvényről feltételezzük, hogy h konstans (ekvidisztans) lépéstávolságú adattáblázattal ismert. Cseréljük fel az $f(x)$ függvényt valamely $[x_0, x_m]$ intervallumban a $P_m(x)$ interpolációs polinomjával, és alkalmazzuk az $x = x_0 + u h$ és a $dx = h du$ helyettesítést:

$$\int_{x_0}^{x_m} y(x) dx \approx \int_{x_0}^{x_m} P_m(x) dx = h \int_{x_0}^{x_m} P_m(x_0 + uh) du.$$

⇒ Egyszerű téglalapformula: $m = 0$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_0} f(x) dx \approx h \int_0^1 y_0 du = h y_0,$$

ami egy $h = b - a$ és arra merőleges y_0 oldalú téglalap területe (3.3. ábra).



3.3. ábra

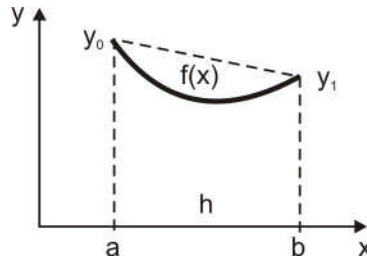
Numerikus integrálás egyszerű téglalap formulájának grafikus ábrázolása

⇒ Egyszerű trapézformula: $m = 1$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx h \int_0^1 (y_0 + u \Delta y_0) du =$$

$$h \left(y_0 + \frac{1}{2} \Delta y_0 \right) = h \left(y_0 + \frac{y_1 - y_0}{2} \right) = h \frac{y_0 + y_1}{2},$$

ami egy $h = b - a$ alapú, y_0 és y_1 párhuzamos oldalú trapéz területe (3.4. ábra).



3.4. ábra

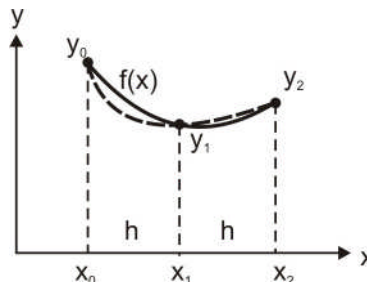
Numerikus integrálás egyszerű trapézformulájának grafikus ábrázolása

⇒ Egyszerű Simpson- vagy parabolaformula: $m = 2$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \approx h \int_0^2 \left(y_0 + u \Delta y_0 + \frac{u(u-1)}{2!} \Delta^2 y_0 \right) du = h \left(2y_0 + 2\Delta y_0 + \frac{1}{3} \Delta^2 y_0 \right) =$$

$$h \left(2y_0 + 2(y_1 - y_0) + \frac{\Delta y_1 - \Delta y_0}{3} \right) = h \left(2y_1 + \frac{y_2 - y_1 - y_1 - y_0}{3} \right) = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2),$$

ami az $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ pontokon átmenő parabola alatti terület (3.5. ábra), ha a szomszédos pontok abszcissa-irányú távolsága h .



3.5. ábra

Numerikus integrálás egyszerű Simpson-formulájának grafikus ábrázolása

⇒ Összetett Newton–Cotes-kvadrátúramódszerek:

Az integrálás intervallumát részintervallumokra osztjuk, és ezekre a részintervallumokra alkalmazzuk az egyszerű kvadrátúramódszereket. A teljes integrál a részintegrálok összege.

⇒ Összetett téglalapformula:

Az $[x_0, x_n]$ intervallum $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ részintervallumaira alkalmazzuk az egyszerű téglalapformulát:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \approx$$

$$h(y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) = \frac{b-a}{n}(y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}).$$

⇒ Összetett trapézformula:

Az $[x_0, x_n]$ intervallum $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ részintervallumaira alkalmazzuk az egyszerű trapézformulát:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \approx$$

$$h\left(\frac{y_0 + y_1}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2} + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}\right) = h\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right) =$$

$$\frac{b-a}{n}\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right).$$

⇒ Összetett Simpson-formula:

Az $[x_0, x_n]$ intervallum $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$ részintervallumaira alkalmazzuk az egyszerű Simpson-formulát:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_{2n}} f(x) dx \approx \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{2n-1} + y_{2n}) =$$

$$\frac{b-a}{2n} \cdot \frac{1}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{2n-1} + y_{2n}).$$

⇒ Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet megoldása (lásd a 3.3. alfejezetben!)

⇒ Runge–Kutta-módszerek:

- Euler-módszer
- Trapézformula

- Érintő-formula
- Simpson-formula
- Harmadrendű módszer
- Negyedrendű módszer

Algebra:

⇒ Lineáris egyenletrendszer megoldása:

Adott az $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$, $\mathbf{b} \neq 0$ esetén inhomogén, $\mathbf{b} = 0$ esetén homogén lineáris egyenletrendszer. Feltételezzük, hogy minden ismeretlennek $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ legalább az egyik együtthatója nem nulla és $|\mathbf{A}| \neq 0$. A feladat az $\mathbf{x}$ megoldásvektor meghatározása.

⇒ Gauss-elimináció (kiküszöböléses eljárás):

A lineáris egyenletrendszer sorozatos átalakításokkal felső háromszög mátrixú egyenletrendszerré alakítása, melyből sorozatos visszahelyettesítéssel a megoldásvektor ($\mathbf{x}$) közvetlenül megkapható. (Mivel a jobb oldal is transzformálódik, más jobb oldali vektor esetén mindent újra kell számolni.)

⇒ LU-dekompozíció:

Az $\mathbf{A}$ mátrix felbontása két háromszög (Lower = alsó és Upper = felső) mátrixra: $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{L} \mathbf{U} \mathbf{x} = \mathbf{L} (\mathbf{U} \mathbf{x}) = \mathbf{L} \mathbf{v} = \mathbf{b}$, majd az $\mathbf{L} \mathbf{v} = \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszer megoldásával $\mathbf{v}$ vektor meghatározása és végül ennek ismeretében az $\mathbf{U} \mathbf{u} = \mathbf{v}$ lineáris egyenletrendszer $\mathbf{x}$ megoldásvektorának számítása. (Mivel a jobb oldal nem transzformálódik, így akármennyi jobb oldallal megoldható az egyenletrendszer.)

⇒ Mátrixinvertálás:

Ha az $\mathbf{A}$ mátrixnak az $\mathbf{A}^{-1}$ mátrix inverze, akkor a $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}$ szorzat egységmátrixot kell hogy adjon: $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{E}$

⇒ LU-dekompozíció:

az $\mathbf{A}$ mátrix felbontása két háromszög (Lower = alsó és Upper = felső) mátrixra: $\mathbf{A} = \mathbf{L} \mathbf{U}$, majd az ezekkel felírható $\mathbf{L} \mathbf{U} \mathbf{x}_i = \mathbf{e}_i$ n db lineáris egyenletrendszer megoldása, ahol $\mathbf{e}_i (i = 1, 2, \dots, n)$ az $\mathbf{E}$ egységmátrix oszlopvektorai. A sorozatosan kapott eredmény $(\mathbf{x}_i)$ betöltése az $\mathbf{A}^{-1}$ mátrix oszlopaiba, aminek

eredményképpen – az n -edik megoldás után – előáll az $\mathbf{A}^{-1}$ mátrixban az $\mathbf{A}$ mátrix inverze.

⇒ Mátrix sajátértékszámítás:

Az $\mathbf{A}$ mátrix λ_i sajátértékei kielégítik

az $|\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{E}| = (-1)^i (\lambda^i + k_{i-1} \lambda^{i-1} + \dots + k_1 \lambda + k_0) = 0$ karakterisztikus egyenletet. A karakterisztikus polinom k_i együtthatója $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ számú $(n-i)$ -edrendű determináns összege.

⇒ Spur-módszer (Le Verrier-módszer):

Az $\mathbf{A}$ mátrix nyomának (Spurjának) számítása a főátlóbeli elemek összege-

ként: $\text{Sp}\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n a_{ii}$, majd a k_i együtthatók sorozatának képzése:

$$k_1 = \text{Sp}\mathbf{A}, k_2 = -1/2 (k \text{ Sp}\mathbf{A} + \text{Sp}\mathbf{A}^2), \dots,$$

$$k_i = -1/n (k_{i-1} \text{Sp}\mathbf{A} + k_{i-2} \text{Sp}\mathbf{A}^2 + \dots + k_{i-1} \text{Sp}\mathbf{A}^{i-1} + \text{Sp}\mathbf{A}^i).$$

Ezek ismeretében a karakterisztikus egyenletből λ_i kifejezhető.

Diszkrétizáláson alapuló módszerek:

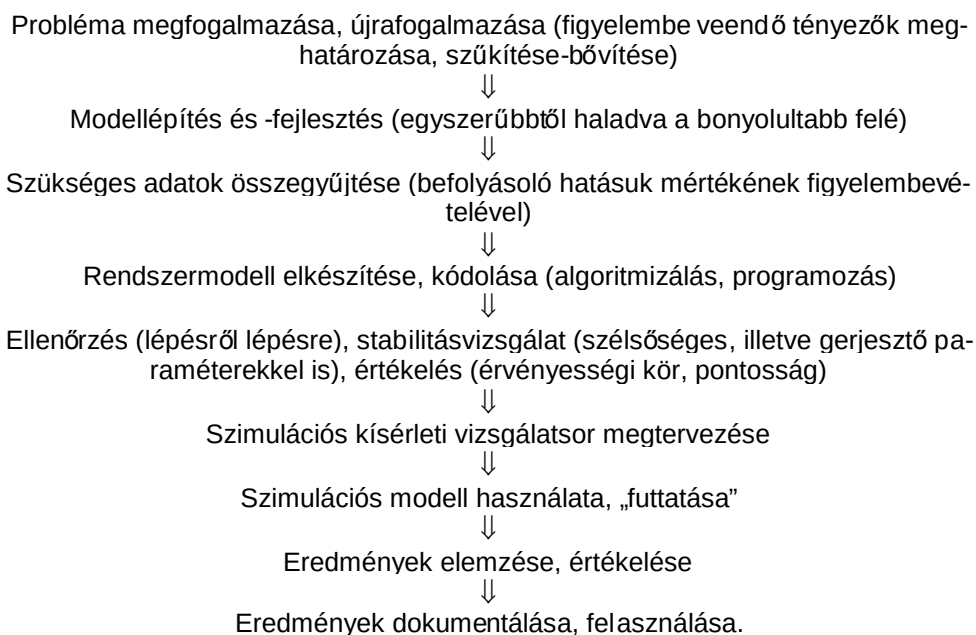
- ⇒ Véges differencia módszer (lásd a 3.4. alfejezetet!)
a vizsgált tartomány háló(pontok)ra bontásával
- ⇒ Végeselem módszer (lásd a 3.5. alfejezetet!)
a vizsgált tartomány (térfogat)elemekre, illetve csomópontokra bontásával

Szimuláció:

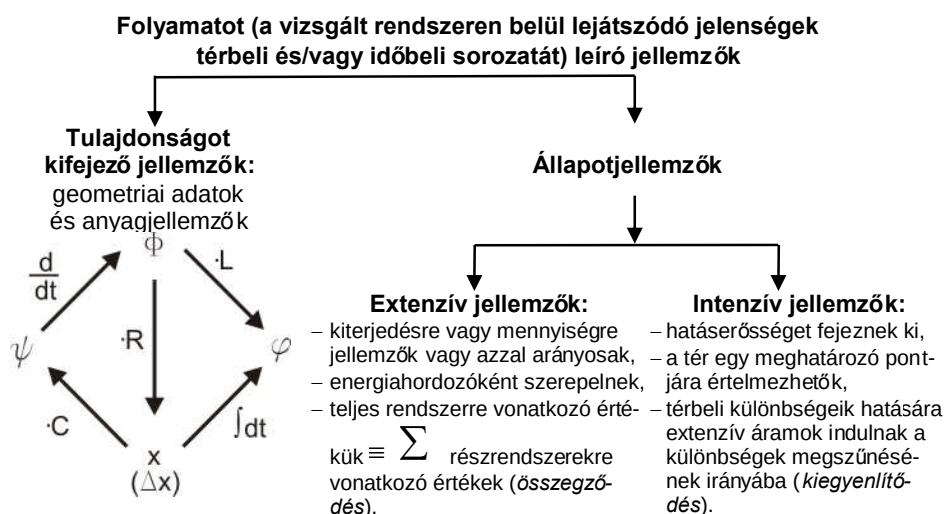
- ⇒ Diszkrét szimuláció (a rendszerváltozók meghatározott lépésközű időpontokban változnak)
- ⇒ Eseményorientált szimuláció (rendszerbeli állapotváltozások definiálása az egyes eseményidőpontokban)
- ⇒ Tevékenységorientált szimuláció (rendszer alkotóelemei által végzett tevékenység definiálása)
- ⇒ Folyamatorientált szimuláció (rendszer alkotóelemei által átélt folyamat definiálása)

- ⇒ *Folytonos szimuláció* (a rendszerváltozók az idő függvényében folytonosan változnak)
- ⇒ Egyenletorientált szimuláció (rendszerváltozókra felírt állapotegyenletek – differenciálegyenletek – által meghatározott)
- ⇒ Blokkorientált szimuláció (analóg szimulációs szemléletű blokkdiagramok és/vagy differenciál-, illetve differenciaegyenletek által meghatározott)
- ⇒ *Kombinált szimuláció* (eseményorientált + egyenletorientált szimuláció)
 - ⇒ Statikus szimuláció (a vizsgált rendszer időtől függő természetének figyelmen kívül hagyása)
 - ⇒ Dinamikus szimuláció (a vizsgált rendszer időtől függő természetének figyelembe vétele)

Számítógépi szimulációs folyamat főbb lépései:



A digitális szimuláció mellett létező analóg szimulációhoz felhasználható jellemzőkről a **3.6. ábra** ad kivonatolt áttekintést, a **3.7. ábrán** pedig egy egyszerű példán keresztül nyomon követhető az analóg számítógépi feladatmegoldás menete. Az analóg számítógép a feldolgozandó információkhoz folytonosan változó fizikai mennyiségeket rendel hozzá.



ANALÓG RENDSZEREK	Általános	Mechanikai (haladó mozgásra)	Mechanikai (forgó mozgásra)
Extenzív jellemző	Ψ	s	φ
Intenzív jellemző	$X, \Delta X$	$F, \Delta F$	$M, \Delta M$
Extenzív áram	$\Phi = \frac{d\Psi}{dt}$	$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Intenzív hatás	$\varphi = \int X dt$	$p = \int F dt$	$\tau = \int M dt$
Ellenállás	$R = \frac{\Delta X}{\Phi}$	$k = \frac{\Delta F}{v}$	$k = \frac{\Delta M}{\omega}$
Induktivitás	$L = \frac{\varphi}{\Phi}$	$m = \frac{p}{v}$	$\Theta = \frac{\tau}{\omega}$
Kapacitás	$C = \frac{\Psi}{X}$	$D^* = \frac{s}{F}$	$D_t = \frac{\varphi}{M}$
Teljesítmény	$P = \Phi \cdot X$	$P = v \cdot F$	$P = \omega \cdot M$
Energia, munka	$W = \Psi \cdot X$	$W = s \cdot F$	$W = \varphi \cdot M$

3.6.a. ábra

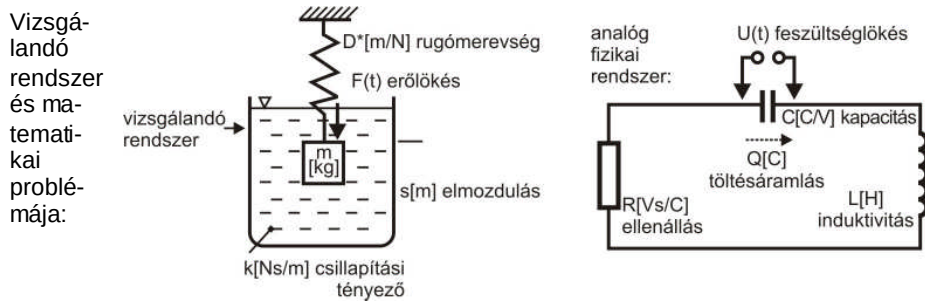
Analóg szimuláció, illetve számítógép jellemzői

ANALÓG RENDSZEREK	Villamos (elektromos)	Termikus (hőtani)	Áramlástan folyadékra
Extenzív jellemző	Q	S	V
Intenzív jellemző	$U, \Delta U$	$T, \Delta T$	$p, \Delta p$
Extenzív áram	$I = \frac{dQ}{dt}$	$\Phi_t = \frac{dS}{dt}$	$\dot{V} = \frac{dV}{dt}$
Intenzív hatás	$\varphi_V = \int U dt$	$\varphi_T = \int T dt$	$\Pi = \int p dt$
Ellenállás	$R = \frac{\Delta U}{I}$	$R_T = \frac{\Delta T}{\frac{dS}{dt}}$	$K_f = \frac{\Delta p}{\dot{V}}$
Induktivitás	$L = \frac{U}{\frac{dI}{dt}}$	$L_T = \frac{\int T dt}{\frac{dS}{dt}}$	$L_f = \frac{\int p dt}{\dot{V}}$
Kapacitás	$C = \frac{Q}{U}$	$C_T = \frac{S}{T}$	$C_f = \frac{V}{p}$
Teljesítmény	$P = I \cdot U$	$P = \frac{dS}{dt} \cdot T$	$P = \dot{V} \cdot p$
Energia, munka	$W = Q \cdot U$	$W = S \cdot T$	$W = V \cdot p$

3.6.b. ábra

Analóg szimuláció, illetve számítógép jellemzői

matematikai probléma $\Rightarrow$ analóg fizikai rendszer alkalmazása $\Rightarrow$ fizikai mennyiség változásának megjelenítése diagram alakjában (oszilloszkóp képernyőn, nyomtatón)



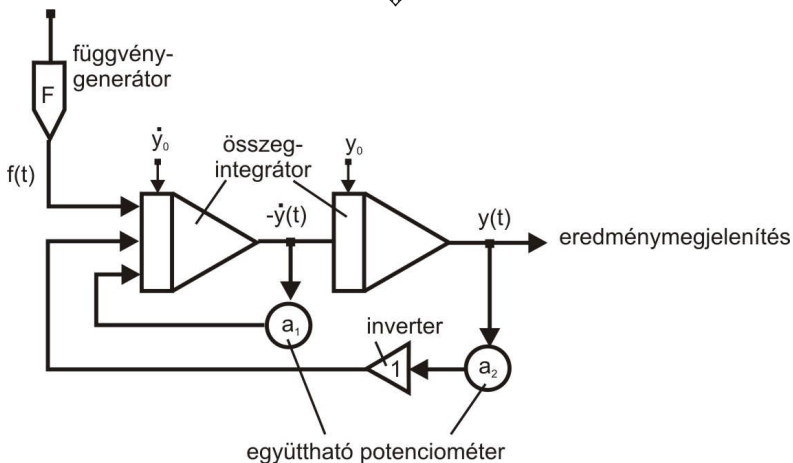
$$\ddot{s}(t) = -a_1 \dot{s}(t) - a_2 s(t) - F(t) \quad \ddot{Q}(t) = -a_1 \dot{Q}(t) - a_2 Q(t) - U(t),$$

ahol $\ddot{s}(t)$ a gyorsulás, $\dot{s}(t)$ a sebesség, $s(t)$ az elmozdulás,
 a_1 és a_2 anyagjellemzők.

$\Downarrow$

$$\ddot{y}(t) = -a_1 \dot{y}(t) - a_2 y(t) - f(t).$$

$\Downarrow$



3.7. ábra

Analóg számítógépi feladatmegoldás menete

Optimumszámítás:

- ⇒ *Dinamikus optimalizálás (lásd a 3.6.1. pontban!)*
- ⇒ *Statikus optimalizálás (lásd a 3.6.2. pontban!)*
 - ⇒ Klasszikus lineáris programozási feladat
 - ⇒ Konkáv programozási feladat
 - ⇒ Konvex programozási feladat
 - ⇒ Programozási feladat tetszőlegesen választott célfüggvénnyel
 - ⇒ Programozási feladat tetszőlegesen választott tartományban
 - ⇒ Egészértékű programozás
- ⇒ Lineáris optimumszámítás vagy lineáris programozás *(lásd a 3.6.3. pontban!)*
 - ⇒ Feltétel nélküli lineáris programozás
 - ⇒ Feltételes lineáris programozás
 - ⇒ Szimplexmódszer
- ⇒ Nemlineáris optimumszámítás *(lásd a 3.6.4. pontban!)*
 - ⇒ Feltétel nélküli optimumszámítás
 - ⇒ Gradiens módszer
 - ⇒ Feltételes optimumszámítás

Szakértői rendszer:

Szakértői jártasságból (szakértő személyek szakértelméből) összetevődő tudásbázist alkalmazó, a felhasználónak valós helyzetben segítséget vagy tanácsot adó (intelligens döntést hozó vagy intelligens választ ajánló) számítógépi rendszer *(lásd a 3.7. alfejezetet!)*.

- ⇒ Szabályalapú szakértői rendszer:
 - a tudásbázis előre meghatározott szabályait használó rendszer
- ⇒ Szabálylétrehozó szakértői rendszer:
 - a tudásbázisban tényként tárolt példakészletből szabályokat kidolgozó rendszer

3.2. Empirikus száanyag feldolgozása

3.2.1. Valószínűségelméleti kiértékelés

Az anyagtulajdonságok mérésekor a vizsgálati eredményeket véletlenszerű hatások befolyásolják. Ezek részben a mérőrendszer bizonytalanságaiból, részben az anyag inhomogenitásaiból adódnak, következésképpen a mérés többszöri megismétlése általában más-más eredményre vezet. A mérési sorozat eredményeinek interpretálása a valószínűségelmélet és a matematikai statisztika módszereivel lehetséges. Jelen fejezet rész e szerteágazó témakör leggyakrabban használt eljárásaival foglalkozik.

Alapösszefüggések:

Számtani átlag vagy várható érték:

Valamely mennyiség i -edik mért értéke legyen x_i , a mérések száma n . Ezekkel kifejezve a számtani átlag vagy várható érték:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = m \quad \text{elméleti érték, mely körül a tapasztalati (mért) értékek ingadoznak, szórnak.}$$

Korrigált empirikus szórásnégyzet (variancia):

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sigma^2 \quad \text{négyzetgyöke a tapasztalati (mért) értékek várható érték körüli ingadozásának (szóródásának) mértéke.}$$

Variancia-együttható (relatív szórás):

$$v = \frac{s}{\bar{x}} 100\% = \frac{\sigma}{m} \cdot 100\% \quad \text{Százalékos mértéke a várható értékekhez viszonyított szórásnak.}$$

Tapasztalati eloszlásfüggvény:

A mérési eredmények alapján becsült sűrűségfüggvényből vagy eloszlásfüggvényből következtetéseket lehet levonni az anyagvizsgálati mérőszámok megbízhatóságára, valamilyen esemény (pl. törés) bekövetkezésének valószínűségére.

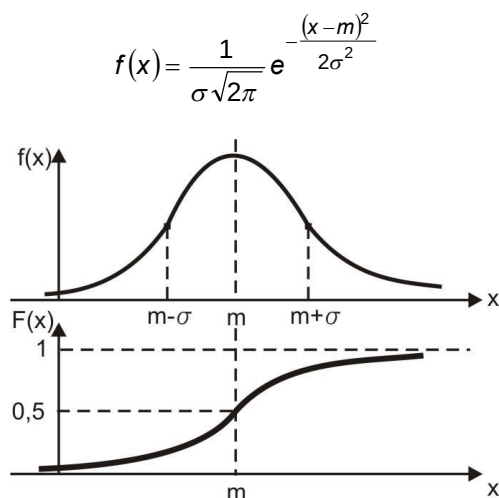
Ezen elemzés főbb lépései a következők:

1. A folyamat jellegének ismeretében vagy a mért eredmények grafikus ábrázolásával hipotézist kell felállítani a vizsgálati eredmények feltételezett eloszlásáról.
2. A felállított hipotézis helyességét hipotézisvizsgálattal ellenőrizni kell.
3. Amennyiben a hipotézis helyesnek bizonyul, meg kell határozni az eloszlás paramétereit (pl. normális eloszlás esetében a várható érték és a szórás).
4. A tapasztalati eloszlásfüggvényből következtetéseket kell levonni.

A leggyakrabban használt folytonos eloszlások:

1. Normális eloszlás (Gauss-eloszlás): $(-\infty < x < \infty)$

Sűrűségfüggvény, vagyis az előfordulás gyakorisága (**3.8. ábra**):



3.8. ábra

Normális eloszlás sűrűség- és eloszlásfüggvénye

Eloszlásfüggvény (x_i alatti előfordulás valószínűsége) mint a sűrűségfüggvény integrálja:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt ,$$

ami csak numerikusan integrálható. Az m paraméter az eloszlás várható értékével, σ paraméter az eloszlás szórásával egyezik meg.

Az $u = \frac{t-m}{\sigma}$, illetve a $du = \frac{dt}{\sigma}$ helyettesítéssel előállítható a standard normális eloszlás (melyre $m = 0$ és $\sigma = 1$) eloszlás- és sűrűségfüggvénye:

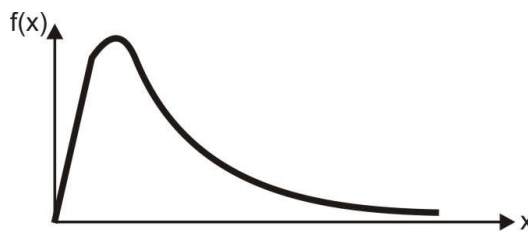
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-m}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) \Rightarrow \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du, \text{ illetve } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

2. Logaritmikusan normál eloszlás (lognormális eloszlás):

A normális eloszlásból származtatható alkalmas transzformációval. Ezen eloszlást **(3.9. ábra)** elsősorban fárasztóvizsgálati eredmények kiértékelésére alkalmazzák:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{ha } x > 0) \text{ és } f(x) = 0 \quad (\text{ha } x \leq 0), \text{ illetve}$$

$$\text{ha } x > 0 \rightarrow F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\ln x} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt, \text{ és ha } x \leq 0 \rightarrow F(x) = 0.$$



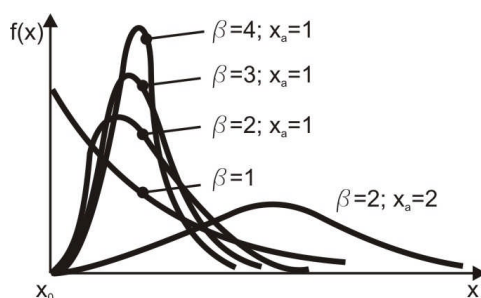
3.9. ábra
Normális eloszlás sűrűségfüggvénye

3. Weibull-eloszlás (általánosított exponenciális eloszlás):

A háromparaméteres Weibull-eloszlást elterjedten használják az anyagvizsgálatban, többek között fárasztó vizsgálatok eredményeinek értékelésére, de ezzel írják le például a kerámiák törési szilárdságának eloszlását is. Az $F(x)$ eloszlásfüggvény és az $f(x) = F'(x)$ sűrűségfüggvény **(3.10. ábra)**:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < x_0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{x-x_0}{x_a-x_0}\right)^\beta} & \text{ha } x \geq x_0 \end{cases} \quad \text{illetve} \quad f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < x_0 \\ \beta \left(\frac{x-x_0}{x_a-x_0}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x-x_0}{x_a-x_0}\right)^\beta}, & \text{ha } x \geq x_0. \end{cases}$$

A képletben x_0 az úgynevezett eltolási paraméter (küszöbparaméter), β az alakparaméter, x_a pedig a léptékparaméter (eloszlásparaméter).

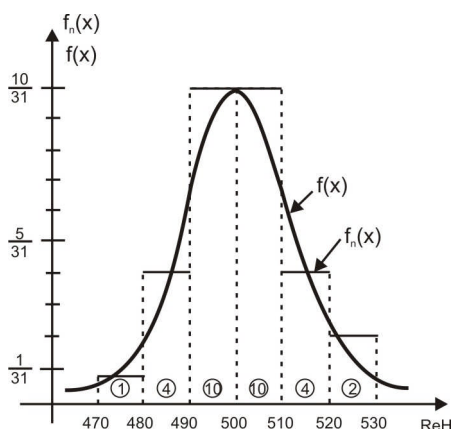


3.10. ábra

Weibull-eloszlás sűrűségfüggvénye

Gauss-eloszlás alkalmazási példaként tekintünk egy szakítóvizsgálat eredményeinek kiértékelését. Az x_i mérési eredmények az ReH folyáshatárra mint méretezési jellemzőre vonatkozóan a **3.11. ábrán** láthatók:

Osztályhatárok: ReH [MPa]	Gyakoriság: $f_n(x)$
470–480	1 db próbatest
480–490	4 db próbatest
490–500	10 db próbatest
500–510	10 db próbatest
510–520	4 db próbatest
520–530	2 db próbatest
összesen:	31 db próbatest



3.11. ábra

Szakítóvizsgálati sűrűségfüggvény

Ezen adatok alapján az m várható érték vagy átlag, illetve a σ szórás:

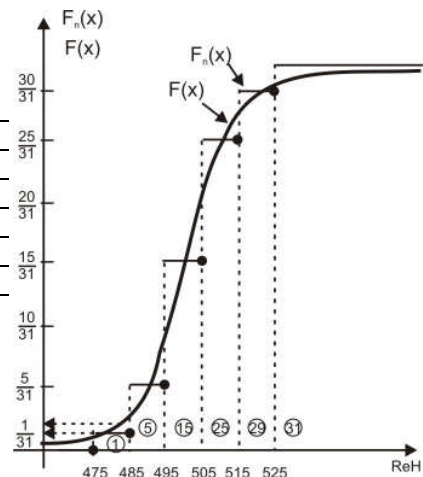
$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 500,645 \text{ N/mm}^2, \text{ illetve } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2}{n-1}} = 13,144 \text{ N/mm}^2.$$

Ha pl. $R_{eH} = 485 \text{ N/mm}^2$ -re választjuk a méretezési jellemzőt, akkor annak valószínűsége (**3.12. ábra**), hogy a vizsgált anyagból ennél kisebb szilárdságú termék készül:

$$P(x < 485) = \Phi\left(\frac{485 - m}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{485 - 500,645}{13,144}\right) = \Phi(-1,19) = 1 - \Phi(1,19) =$$

$1 - 0,8830 = 0,1170$, vagyis 11,7%-ra becsülhető nem megfelelő szilárdságú termék gyártásának valószínűsége.

Osztály- határok R_{eH} [MPa]	Osztály- közép x_i	Gyakorlat f_{ni}	Valószínűség p_i	Eloszlás- függvény $F_n(x_i) = \sum p_i$
470–480	475	1	1/31	$F_n(475)=0$
480–490	485	4	4/31	$F_n(485)=1/31$
490–500	495	10	10/31	$F_n(495)=5/31$
500–510	505	10	10/31	$F_n(505)=15/31$
510–520	515	4	4/31	$F_n(515)=25/31$
520–530	525	2	2/31	$F_n(525)=29/31$
				$F_n(526)=31/31$



3.12. ábra
Szakítóvizsgálati eloszlásfüggvény

3.2.2. Matematikai statisztikai elemzés

A mérési adatok elemzésének jól bevált módszere: elméleti matematikai modell(ek) illesztése kísérleti adatokra regresszióanalízis segítségével. A regressziós eljárás alkalmazásának célja azon paraméterértékek megtalálása, melyek a modellt, illetve azon keresztül a fizikai valóságot jól jellemzik. Az egyik leggyakrabban

használatos ilyen eljárás a legkisebb négyzetek módszere. Az x_1, y_1 ($1 \leq i \leq M$) értékpárookra függvényt illesztünk. Keressük azt az $f(x, A, B) = y$ kétparaméteres függvényt, melyre a

$$Q^2 = \sum_{i=1}^M [y_i - f(x_i, A, B)]^2 = \sum_{i=1}^M (y_i - y)^2$$

négyzetes eltérés minimális. A minimumot az f függvény paraméterei szerinti differenciálhányadosok zérushelyei szolgáltatják.

A **3.13. ábrán** 11 fajta regressziótípus található. Mindegyik regresszióhoz megtaláljuk az $x_i \Rightarrow \varepsilon_i$ és az $y_i \Rightarrow \eta_i$ transzformációkat. A transzformációk ismeretében kiszámítjuk az S_1 , S_2 , S_3 , S_4 és S_5 értékeket, melyekből a β és az α meghatározható:

$$S_1 = \sum_{i=1}^M \xi_i \quad S_2 = \sum_{i=1}^M \eta_i \quad S_3 = \sum_{i=1}^M \xi_i^2 \quad S_4 = \sum_{i=1}^M \eta_i^2 \quad S_5 = \sum_{i=1}^M \xi_i \cdot \eta_i$$

$$\beta = \frac{M \cdot S_5 - S_2 \cdot S_1}{M \cdot S_3 - S_1^2} \quad \alpha = \frac{S_2 - \beta \cdot S_1}{M}.$$

Az A és B kiszámítható az α és β ismeretében. Akkor „simul” rá jól a függvény a pontsorozatra, ha a hiba minimális és a korrelációs együttható ≈ 1 .

$$\text{a négyzetes közép: } mean = \beta \left[S_5 - \frac{S_4 \cdot S_2}{M} \right];$$

$$\text{a deviáció (eltérés): } dev = S_4 - \frac{S_2^2}{M};$$

$$\text{a standard deviáció: } Sdev = \frac{dev - mean}{M - 2};$$

$$\text{a standard hiba: } Hiba = \sqrt{|Sdev|};$$

$$\text{a korrelációs együttható: } Korreláció = \sqrt{\frac{mean}{dev}}.$$

	Típus	Függvény	ξ_i	η_i	A	B
1.	Lineáris	$y = A + Bx$	x_i	y_i	α	β
2.	Exponenciális	$y = Ae^{Bx}$	x_i	$\ln(y_i)$	e^α	β
3.	Hatvány	$y = Ax^B$	$\ln(x_i)$	$\ln(y_i)$	e^α	β
4.	Arrhenius	$y = Ae^{\frac{B}{x}}$	$-\frac{1}{x_1}$	$\ln(y_i)$	e^α	β
5.	Reciprok	$y = \frac{1}{A + Bx}$	x_i	$\frac{1}{y_i}$	α	β
6.	Racionális tört	$y = \frac{Ax}{1 + Bx}$	x_i	$\frac{x_i}{y_i}$	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{\beta}{\alpha}$
7.	Kvadratikus	$y = x(A + Bx)$	x_i	$\frac{y_i}{x_i}$	α	β
8.	Vektoriális	$y = \sqrt{A + Bx^2}$	x_i^2	y_i^2	α	β
9.	Hiperbola	$y = A + \frac{B}{x}$	$\frac{1}{x_i}$	y_i	α	β
10.	Logaritmikus	$y = A \ln(Bx)$	$\ln(x_i)$	y_i	β	$e^{\frac{\alpha}{\beta}}$
11.	Weibull	$y = 1 - e^{-\left(\frac{x}{A}\right)^B}$	$\ln(x_i)$	$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - y_i}\right)\right)$	$e^{-\frac{\alpha}{\beta}}$	β

3.13. ábra
Regressziótípusok

Az eljárás menete tehát a következő:

1. Mérési eredmények kiértékelése és ábrázolása.
2. Matematikai modellalkotás (közelítő függvény választása).
3. A függvény paramétereinek becslése (pl. valamilyen görbe illesztőprogram segítségével).
4. Az illeszkedés jószágának ellenőrzése.

A képlékenyalakító gyakorlatban legtöbbször használt, az anyag viselkedését jellemző függvény a folyási görbe ($k_f - \lambda$ függvény). A k_f alakítási szilárdság becslésére használt egyik lehetséges kétparaméteres közelítő függvény (matematikai modell) a következő alakú:

$$k_f = c \cdot \lambda^n,$$

ahol c az egységnyi alakváltozáshoz tartozó alakítási szilárdság, λ az alakváltozás mértéke, n a keményedési kitevő. Például nyomóvizsgálattal az erő és az alakváltozás összetartozó értékeiből meg lehet határozni az alakváltozás-alakítási szilárdság értékpárokat. Ezekre illesztve a fenti egyenlettel jellemzett függvényt, a c és n paraméter értéke meghatározható. A továbbiakban e két érték jellemzi az anyag viselkedését, hiszen a λ alakváltozás ismeretében a k_f alakítási szilárdság számítható.

A függvényt általánosan az

$$y = a \cdot x^b$$

alakban felírva, mindkét oldalt logaritmizálva, majd a logaritmikus mennyiségeket helyettesítve:

$$\begin{aligned} \lg(y) &= b \cdot \lg(x) + \lg(a) \\ \Downarrow \\ Y &= M \cdot X + B. \end{aligned}$$

Ezen $\lg(y)$ -ra és $\lg(x)$ -re lineáris összefüggésből az egyenes $M = b$ és $B = \lg(a)$ paraméterei meghatározhatók, melyből az eredeti $a = 10^B$ és $b = M$ paraméter számítható. Az alábbi táblázat 1. és 2. oszlopa tartalmazza a C10 minőségű lágyacél mért alakváltozás és alakítási szilárdság értékeit, a 3. és 4. oszlopban pedig ezek logaritmusai vannak.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$x_{mért}$	$y_{mért}$ [MPa]	$\lg x_{mért}$	$\lg y_{mért}$	$y_{számított}$ [MPa]	hiba %
0,05	402	-1,301	2,604	395,075	1,753
0,1	456	-1,000	2,659	453,125	0,634
0,2	503	-0,699	2,702	519,705	-3,214
0,3	556	-0,523	2,745	563,099	-1,261
0,4	589	-0,398	2,770	596,067	-1,186
0,5	632	-0,301	2,801	622,963	1,451
0,6	649	-0,222	2,812	645,838	0,490
0,7	656	-0,155	2,817	665,831	-1,477
0,8	697	-0,097	2,843	683,650	1,953
0,9	702	-0,046	2,846	699,763	0,320
0,95	712	-0,022	2,852	707,286	0,666

Egy táblázatkezelő program regressziófunkciója alkalmas arra, hogy e két oszlop-ból meghatározza az egyenes M és B paramétereit. Ezekből „ a ”-t és „ b ”-t kiszá-molva a folyási görbe paraméterei ismertnek tekinthetők. A táblázat 5. oszlopa a mért alakváltozásokból e függvény segítségével visszaszámolt alakítási szilárdsá-gokat tartalmazza, a 6. oszlop pedig a mért és közelítő értékek közötti százalékos eltérést. Nyilvánvaló, hogy részben a mérési szórás, részben a matematikai modell közelítő jellege miatt a függvény soha nem illeszkedik tökéletesen a mérési pontok-ra. Az illeszkedés jóságát lehet jellemezni például a most bemutatott hibával vagy az úgynevezett korrelációs együttható négyzetével. Ennek értéke jelen esetben 0,992, ami jó közelítésnek felel meg (a határérték 1 lehet). A táblázatkezelő prog-ram futtatási eredményei a következők:

$$y = a \cdot x^b \quad a = 714,50 \quad b = 0,1978$$

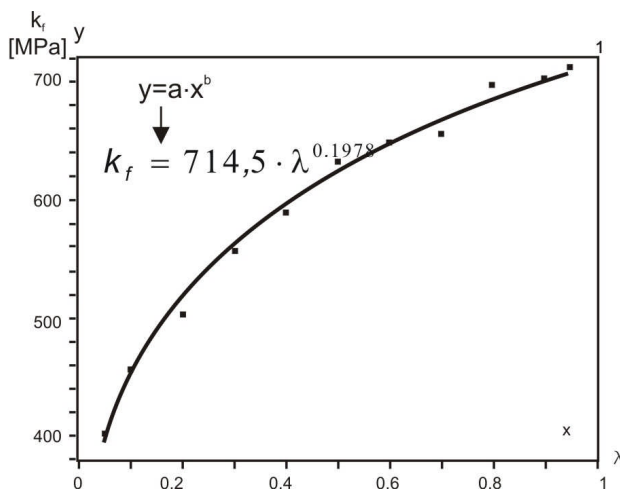
Regression Output (regresszió kimenete):

Constant (konstans):	B = 2,854
Std Err of Y Est (Y meghatározás standard hibája):	0,0073
R Squared (korrelációs együttható négyzete):	0,9928
No. of Observations (mérések száma):	11
Degrees of Freedom (szabadságfok):	9
X Coefficient(s) (X együtthatója):	M = 0,1977
Std Err of Coef. (együttható standard hibája):	0,0056

Ezeket felhasználva a folyási görbe egyenlete:

$$k_f = 714,5 \cdot \lambda^{0,1978}$$

A mérési pontokat és a számított függvényt a **3.14. ábra** mutatja.



3.14. ábra
Folyási görbe számított és mért értékei

Kísérletsorozat(ok) egyszerűbb megtervezését és/vagy feldolgozását hivatott elősegíteni a dimenzióanalízis, ami feltételezi, hogy a megoldás (a keresett „reakció”, a függő változó) a független változók (paraméterek) hatványszorzatának lineáris kombinációjaként állítható elő, illetve adható meg. A kiválasztott (lényeges) függő és független változók dimenzióit elemezve megállapítható, hogy hány független dimenzió nélküli számot lehet képezni.

A Buckingham-féle π -elmélet szerint a várható dimenziótlan csoportok száma a változók számának és az előforduló alapidimenziók számának különbsége. Ezen dimenziótlan számok függvénykapcsolata(i) kevesebb görbén foglalható(k) össze, így áttekinthetőbbé is válik a jelenség leírása. Kevesebb mérés szükséges, mivel a dimenziótlan számokban foglalt változók közül elég csak az egyiket változtatni, miközben maga a (rendszerint tört) szám széles intervallumot befut. A többi változó esetében csak az előfordulható két szélső érték beállítására van szükség.

Példaképpen tekintsük az X 32 CrMoV 3 3 típusú melegalakító szerszámacél lézeres felületi átolvasztó kezelését. Az acél átlagos összetétele a következő: C = 0,32%; Si = 0,25%; Mn = 0,30%; Cr = 3,00%; Mo = 2,80%; V = 0,50%; S = max. 0,03%; P = max. 0,03%; W = max. 0,3%; Ni = max. 0,35%.

A lézeres technológia paramétereitől a felületolvasztási hőciklust és annak eredményét lényegesen meghatározza:

- a munkadarab anyagának hővezetési tényezője (λ);
- a munkadarab anyagának több hőfizikai jellemzőjét (a hővezetési tényezőt, a sűrűséget és az állandó nyomáson értelmezett fajhőt) „összefogó” hőmérsékletvezetési tényező (a), amely a vizsgált felületkezelések tranziens hőfolyamatai sebességének alapvető meghatározója;
- a munkadarab anyagának olvadási hőmérséklete (T_{olv});
- a sugárteljesítmény (P);
- a fókuszolt sugár által érintett zóna (felületi fókuszolt) jellemző mérete (d_f);
- a munkadarab és a sugár egymáshoz viszonyított relatív sebessége (v_r).

A dimenzióanalízis célja, hogy az anyag hőfizikai paraméterhármasa (λ , a , T_{olv}) segítségével – a technológiai alapparaméterek (P , d_f , v_r) ismeretében – is kalkulálható legyen az elérhető beolvadási mélység (H).

Abból a feltételezésből kiindulva, hogy $H = f(P, d_f, v_r, \lambda, a, T_{olv})$, a várható dimenziótlan csoportok száma = változók száma (V) – alapidimenziók száma (A). A változók ($H, P, d_f, v_r, \lambda, a, T_{olv}$) száma 7, az előforduló alapidimenziók vagy alapegységek ($[kg]$, $[m]$, $[s]$, $[K]$) száma négy, így $V - A = 7 - 4 = 3$. Az adódó 3 dimenziótlan csoportból kettő független hányados képezhető: $v_r \cdot d_f / a$, illetve $P / H \cdot \lambda \cdot T_{olv}$, ahol $v_r \cdot d_f / a$ az ún. Peclet-szám. Ha a $(H \cdot \lambda \cdot T_{olv} / P) = f(v_r \cdot d_f / a)$ összefüggést logaritmikus rendszerben linearizáljuk, majd visszaalakítjuk normál rendszerbe, az alábbi alakú függvénykapcsolat adódik:

$$H = K \cdot \frac{P}{\lambda \cdot T_{olv}} \cdot \left(\frac{a}{v_r \cdot d_f} \right)^n = K \cdot \frac{P}{(v_r \cdot d_f)^n} \cdot \frac{a^n}{\lambda \cdot T_{olv}}$$

Az utóbbi felírás szétválasztja a berendezésfüggő és az anyagfüggő változókat egy-egy tényezőcsoportba. Az adott acél esetében – a fenti formula alkalmazásához – szükséges a konkrét hőfizikai jellemzők ismerete. A sűrűség (ρ) nemesített állapotban 7799 kg/m^3 , lágyított állapotban 7847 kg/m^3 . Az olvadási hőmérséklet (T_{olv}) az acél összetételéből számítható egy formula felhasználásával, ahol az egyes ötvözőkoncentrációk természetesen súly-, illetve tömegszázalékban értendők.

$$T_{olv} = 1538 - 70 \text{ C\%} - 30 \text{ P\%} - 25 \text{ S\%} - 8 \text{ Si\%} - 5 \text{ Mn\%} - 4 \text{ Ni\%} - 2 (\text{Mo} + \text{V})\% - 1,5 \text{ Cr\%} - 1 \text{ W\%} \text{ [}^\circ\text{C]}.$$

Az előzőekben megadott összetételi adatok figyelembevételével: $T_{olv} = 1498 \text{ }^\circ\text{C} = 1771 \text{ K}$. A hővezetési tényező (λ) és a fajhő (c_p) hőmérsékletfüggését tekintve szokás egy átlagos értéket alapul venni. Ezek a rendelkezésre álló adatok ismeretében – a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -tól a $700 \text{ }^\circ\text{C}$ -ig terjedő intervallumban – a következők: $\lambda = 31,28 \text{ W/mK}$, $c_p = 526,5 \text{ J/kgK}$, miáltal a hőmérséklet-vezetési tényező $a = \lambda / \rho \cdot c_p = 7,6178 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Ha logaritmikus koordináta-rendszerben ábrázoljuk a $H \cdot \lambda \cdot T_{olv} / P = f(v_r \cdot d_f / a)$ függvény összetartozó adatait, akkor a kapott ponthalmazból lineáris regresszió-analízissel $\lg[(H \cdot \lambda \cdot T_{olv} / P) \cdot 10^3] = 1,05571 - 0,1942 \cdot \lg(v_r \cdot d_f / a)$ alakú formulát kapunk, amiből H -t kifejezve adódik az alábbi végeredmény:

$$H = 11,37 \cdot \frac{P}{\lambda \cdot T_{olv}} \cdot \left(\frac{a}{v_r \cdot d_f} \right)^{0,1942} = 11,37 \cdot \frac{P}{(v_r \cdot d_f)^{0,1942}} \cdot \frac{a^{0,1942}}{\lambda \cdot T_{olv}} \quad [mm].$$

3.3. Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet megoldása

A közönséges differenciálegyenleteket széles körben használják az anyagtechnológiák, valamint az anyagtulajdonságok szándékos megváltoztatására hivatott eljárások (pl. hőkezelés, felületnemesítés) szimulációjánál. A folyamatok leírására használt modell alapját sok esetben ugyanis egy közönséges elsőrendű differenciálegyenlet, pontosabban fogalmazva egy ún. kezdeti értékfeladat képezi, amelynek megoldása eleve csak numerikus módszerrel kísérlelhető meg.

Az elsőrendű közönséges differenciálegyenlet explicit alakja: $y' = f(x, y)$. Keressük azt az $y(x)$ függvényt, mely eleget tesz az $y(x_0) = y_0$ kezdeti feltételnek. Az $y' = f(x, y)$ differenciálegyenlet megoldása $y_0 = y(x_0)$ ismeretében az $x_1 = x_0 + h$ pontban:

$$y(x_1) = y_0 + \sum_{i=1}^r c_i \cdot k_i = y_1$$

ahol

$$k_i = h \cdot f \left(x_0 + a_1 \cdot h, y_0 + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \cdot k_j \right), \quad (1 \leq i \leq r)$$

a_i , b_{ij} , c_i Taylor-sorfejtésen alapuló állandók, r a képlet rendje. A képlethiba h^{r+1} nagyságrendű.

Az y_1 kiszámítása után a következő h^{r+1} függvényérték határozható meg, majd ebből y_3 és így tovább. Az egyes lépésekben különböző h értékek használhatók: ahol y gyorsan változik, ott kisebb h értékkel, ahol lassabban változik, ott nagyobb h értékkel dolgozhatunk. A gyakorlatban alkalmazott képleteket a **3.15. ábra** tartalmazza.

r		
1	Euler-módszer $k_1 = h \cdot f(x_0, y_0)$	$y_1 = y_0 + k_1$
2	Trapéz-formula $k_1 = h \cdot f(x_0, y_0)$ $k_2 = h \cdot f(x_0 + h, y_0 + k_1)$	$y_1 = y_0 + \frac{k_1 + k_2}{2}$
	Érintő-formula $k_1 = h \cdot f(x_0, y_0)$ $k_2 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)$	$y_1 = y_0 + k_2$
3	Simpson-formula $k_1 = h \cdot f(x_0, y_0)$ $k_2 = h \cdot f(x_0 + h, y_0 + k_1)$ $k_3 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{4} + \frac{k_2}{4}\right)$	$y_1 = y_0 + \frac{k_1 + 4k_3 + k_2}{6}$
	Harmadrendű módszer $k_1 = h \cdot f(x_0, y_0)$ $k_2 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)$ $k_3 = h \cdot f(x_0 + h, y_0 - k_1 + 2k_2)$	$y_1 = y_0 + \frac{k_1 + 4k_2 + k_3}{6}$
4	Negyedrendű módszer $k_1 = h \cdot f(x_0, y_0)$ $k_2 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right)$ $k_3 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right)$ $k_4 = h \cdot f(x_0 + h, y_0 + k_3)$	$y_1 = y_0 + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$

3.15. ábra

Runge–Kutta-módszerek számításra alkalmas formulái

Nézzünk egy egyszerű példát a negyedrendű Runge–Kutta-módszer alkalmazására:

$$\frac{dy}{dx} = y' = 3x + y^2 = f(x, y) \quad \text{és} \quad y(x_0) = 1 = y_0; \quad x_0 = 0.$$

Mekkora y értéke az $x = 0,1$ helyen?

$$h = 0,1 \qquad f(x, y) = 3x + y^2 \qquad y_0 = f(x_0, y_0) = 1$$

$$k_1 = h \cdot f(x_0, y_0) = 0,1 \cdot 1 = 0,1$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right) = 0,1 \cdot \left[3(0 + 0,05) + (1 + 0,05)^2\right] = 0,12525$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right) = 0,1 \cdot \left[3(0 + 0,05) + (1 + 0,06262)^2\right] = 0,12791$$

$$k_4 = h \cdot f(x_0 + h, y_0 + k_3) = 0,1 \cdot \left[3(0 + 0,1) + (1 + 0,12791)^2\right] = 0,15724$$

$$k = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) = \frac{1}{6}(0,1 + 0,25050 + 0,25582 + 0,15724) = 0,12726$$

A keresett megoldás $x = x_0 + h = 0 + 0,1 = 0,1$ helyen:

$$y = y(x = 0,1) \approx y_0 + k = 1 + 0,12726 = \underline{\underline{1,12726}}.$$

3.4. Véges differencia módszer

A matematikusok számos numerikus módszert dolgoztak ki differenciálegyenletek megoldására abból a megfontolásból kiindulva, hogy a legtöbb természettudományos probléma elemzése ilyen típusú egyenletekhez vezet. A számítógépek fejlődése e megoldásokhoz kitűnő eszközt kínált, ez eredményezte többek között a véges differenciák módszerének széles körű elterjedését.

A módszer lényege, hogy a differenciálegyenletek numerikus közelítő megoldásakor az egyenletben szereplő differenciálhányadosokat ún. differenciahányadosokkal közelítik, illetve helyettesítik. Ezáltal a differenciálegyenlet megoldása egy lineáris egyenletrendszer megoldására vezethető vissza.

Amikor a véges differenciák módszerét alkalmazzák egyetlen x változóra vonatkozóan (amely fizikai jelentésénél fogva lehet idő vagy helykoordináta), kiinduló lépésként az x lehetséges L maximális értékét n számú diszkrét értékre kell felosztani a következőképpen:

$$x = 0, \quad x_1 = \Delta x, \quad x_2 = 2 \cdot \Delta x, \dots, x_n = n \cdot \Delta x = L.$$

Az x változó szerinti parciális deriváltakat ezután az x alkalmasan választott értékénél vett véges differenciákkal helyettesítik az alábbi gondolatmenetet követve:

Az $u(x, t)$ függvény x szerinti parciális deriváltja:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x - \Delta x, t)}{2 \cdot \Delta x}.$$

Ha a fenti deriváltat egy véges számértékkel, ún. véges differenciával helyettesítik, akkor a derivált közelítésére az $x = x_i$ helyen a következő formula kínálkozik:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_i} \approx \frac{u(x_i + \Delta x, t) - u(x_i - \Delta x, t)}{2 \cdot \Delta x}$$

másképpen

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_i} \approx \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2 \cdot \Delta x},$$

illetve

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_i} \approx \frac{1}{2 \cdot \Delta x} (u_{i+1} - u_{i-1}),$$

ahol u_i az $u(x, t)$ függvénynek az x_i helyen vett helyettesítési értéke: $u_i = u(x_i, t)$.

Az x szerinti másodrendű parciális derivált az $x = x_i$ helyen – hasonló megfontolás szerint – az alábbi módon közelíthető:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x_i} \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_i + \Delta x/2} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x_i - \Delta x/2} \right]$$

vagy

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x_i} \approx \frac{1}{\Delta x^2} \{ [u(x_i + \Delta x, t) - u(x_i, t)] - [u(x_i, t) - u(x_i - \Delta x, t)] \}$$

illetve

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x_i} \approx \frac{1}{\Delta x^2} (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}).$$

A fenti formulákkal definiált közelítő képleteket elsőrendű centrális differenciáknak nevezik. Másfajta módon származtatott differenciátípusok az ún. haladó és retrográd differenciák. Ezek sajátossága az, hogy úgy közelítik a deriváltat, hogy csak az egyik oldalán levő pontokat (diszkrét helykoordinátákat) veszik figyelembe. A centrális, haladó és retrográd típusú, elsőrendű véges differenciák definíciós képleteit a **3.16. ábra** összesíti.

Típus	Formula	Első hibtag
Centrális differencia	$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2(\Delta x)}$	$-\frac{(\Delta x)^2}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i$
	$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta x)^2}$	$-\frac{(\Delta x)^2}{12} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right)_i$
Haladó differencia	$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{(\Delta x)}$	$-\frac{\Delta x}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i$
	$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_{i+2} - 2u_{i+1} + u_i}{(\Delta x)^2}$	$-\Delta x \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i$
Retrográd differencia	$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{(\Delta x)}$	$\frac{\Delta x}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i$
	$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_i - 2u_{i-1} + u_{i-2}}{(\Delta x)^2}$	$\Delta x \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i$

3.16. ábra

Centrális, haladó és retrográd differenciák definíciós összefüggései

A vizsgálandó objektumra vonatkozó differenciálegyenletben a parciális deriváltakat pontonként véges differenciákkal helyettesítve egy lineáris egyenletrendszer adódik, amelyben a változók száma az n értékének nagyságától – vagyis az L intervallum felbontási finomságától – függően változik. A konkrét számításokhoz felhasznált véges differenciák típusa (centrális, haladó, retrográd), valamint az n választott értéke egyaránt kihat a keresett $u(x,t)$ függvény becslési pontosságára.

Az elmondottak szemléltetésére két példa szolgál. Az első eset időben állandósult (stacionárius) hőmérséklet-eloszlás vizsgálata 2D-s sík lemezben. Ez tipikus elsőfajú peremérték probléma, mikor ismertek a kerületi feltételek. A cél a belső hőmérséklet-eloszlás meghatározása. A másik példa 1D-s rúd tranziens hőfolyamata, amelynél a hőmérséklet-eloszlás a hely és az idő függvényében is változik.

Egy hőmérsékletmezőt leíró parciális differenciálegyenlet az ismert

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \left(\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \right] \right)$$

alakban adható meg, ahol T a hőmérséklet, t az idő, x , y és z a helykoordináták, α a hőmérséklet-vezetési tényező (λ hővezetési tényezővel, ρ sűrűséggel, c fajhővel kifejezve).

Időben állandósult (stacioner) hőmérséklet-eloszlás esetén a fenti egyenlet jobb oldala zérus, ugyanis

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.$$

A **3.17. ábrán** egy sík lemez látható, melynek bal oldalán 100°C a hőmérséklet, jobb oldalán 0°C , a felső és alsó oldalon pedig az ábrán feltüntetett hőmérsékletek vannak. Kérdés: milyen az állandósult állapotbeli (stacionárius) hőmérséklet-eloszlás a lemez belsejében?

Tehát számítandó a $T(x, y)$ hőmérsékletmező. Adott a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

parciális differenciálegyenlet és a $T_p(x, y)$ peremfeltétel (ahol P a lemez pereme).

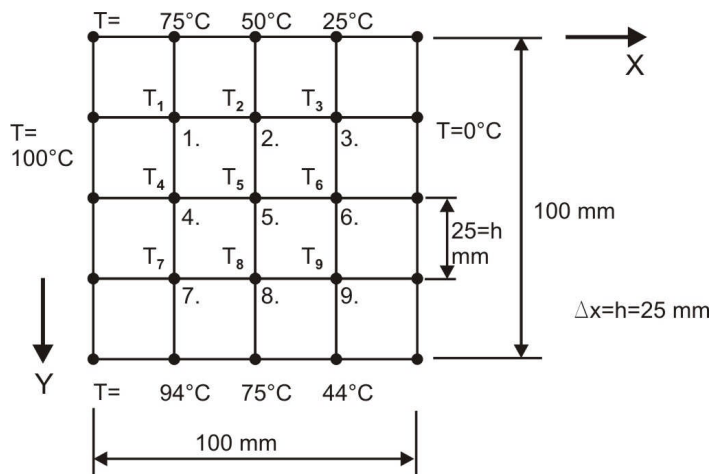
Az adott méretű lemezt az ábrán látható mezőkre osztva 9 belső csomópont keletkezik. Ezekre kell felírni a differenciálegyenletből származtatott differenciálegyenleteket. Mivel a folyamat az időtől független, a jobb oldali differenciálhányados zérus, ugyanúgy a z -től függő tag is, mert a lemez vastagsága mentén a hőmérséklet nem változik. Ekkor a másodrendű differenciálhányadosokat a centrális differenciára felírt formulával (differenciahányadossal) helyettesítve a következők írhatók fel:

$$\text{1-es csomópont } x \text{ irány: } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2} (100 - 2T_1 + T_2),$$

$$\text{1-es csomópont } y \text{ irány: } \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \approx \frac{1}{h^2} (75 - 2T_1 + T_4).$$

A két differenciahányados összeadva és rendezve:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad 4T_1 - T_2 - T_4 = 175.$$



3.17. ábra
Sík lemez peremhőmérsékletei

Figyelembe véve, hogy összesen 9 csomópont van, és a zérus együtthatójú tagokat is fel kell tüntetni a mátrixos formában felírt egyenletben, így az **A** együttható mátrix első sora:

$$4 \quad -1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Hasonlóan a többi sorok:

$$\begin{array}{ccccccccc} -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{array}$$

Látható, hogy a 2., 3.,...,9. csomópontokra az egyenleteket felírva az egész együttható mátrix megalkotható. Legyen ennek jele **A**, az egyenletek jobb oldalán szereplő, a peremfeltételekből kapott számok oszlopvektora pedig legyen **v**.

$$\mathbf{v} = [75 \quad 50 \quad 25 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 94 \quad 75 \quad 44]^T$$

Ekkor a 9 csomópont **T** hőmérsékletvektora mint ismeretlen szerepel az

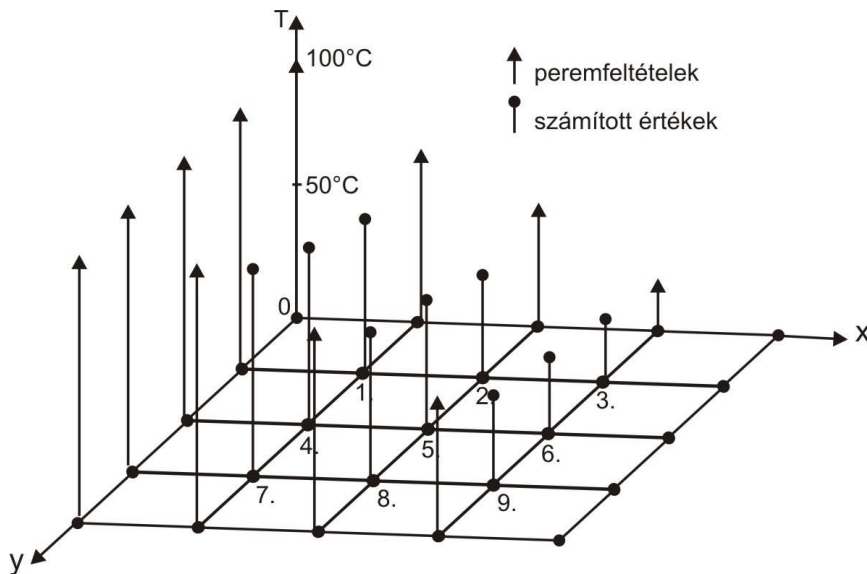
$$\mathbf{A} \mathbf{T} = \mathbf{v}$$

mátrixegyenletben, ahonnan $\mathbf{T}$ vektor az $\mathbf{A}$ mátrix inverzének segítségével kifejezhető:

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v}$$

Az $\mathbf{A}$ mátrixot és $\mathbf{v}$ vektort táblázatkezelő programba beírva a megfelelő menüből hívható az inverz mátrix számoló rutin, majd ugyanitt található a mátrix-vektor szorzás. A műveleteket elvégezve az egyes csomópontok hőmérséklete 1-től 9-ig (3.18. ábra):

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	
$T(x_i, y_j) =$	76,5	52,1	26,5	78,9	55,5	29,3	83,7	62,0	33,7	[°C]
$T^t =$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	

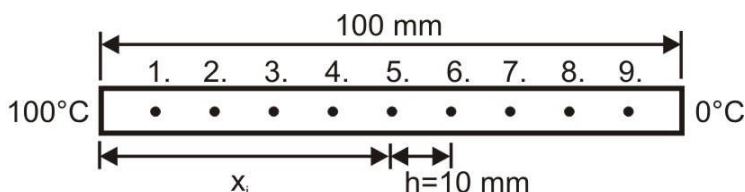


3.18. ábra
Sík lemez hőmérséklet-eloszlása

Az időben változó (instacionárius) hőközlési folyamat vizsgálatához legyen a 3.19. ábrán látható 100 mm hosszúságú rúd hely $x_i = i \cdot h$ szerint ($i = 0, 1, 2, \dots, 10$, illetve $h = 10$ mm) és idő $t_j = j \cdot c$ szerint ($j = 0, 1, 2, \dots$, illetve $c = 0,5$ s) diszkrétizálva, és legyen a $t = 0$ időpontra vonatkozó kezdeti hőmérséklet-eloszlás:

$$T(x, t)|_{t=0} = \begin{cases} 100, & \text{ha } x = 0 \\ 0, & \text{ha } 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

Feltételezendő, hogy a rúd bal oldali véghőmérséklete mindvégig 100 °C marad, azaz $T(0, t) = 100$ °C. Ez egy elsőfajú peremérték feladat. Hogyan alakul az idő függvényében az 1–9. csomópont hőmérséklete?



3.19. ábra

Kiinduló feltételek rúd hőmérséklet-változásának elemzéséhez

Itt a hőközlési folyamatot leíró parciális differenciálegyenlet (Fourier-egyenlet) egy-dimenziós alakú, azaz y -től és z -től függő tagokat nem tartalmaz, tehát a következő módon írható fel:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{felosztás: } \Delta x = h, \quad \Delta t = c.$$

Az egyenlet mindkét oldalának differenciahányadosát felírva a közelítő egyenlet:

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{h^2} = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\beta \cdot c},$$

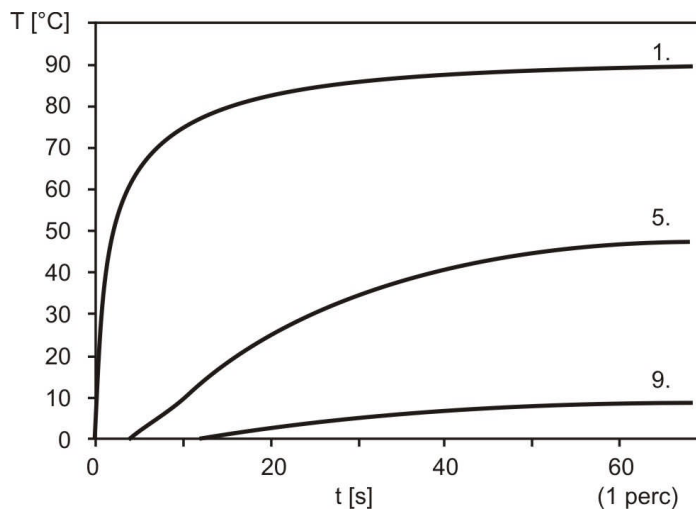
ahol $T_{i,j} = T(x_i, t_j) = T(i \cdot h, j \cdot c)$, $h = 10$ mm, $\alpha = 47$ mm²/s és $c = 0,5$ másodperc (az időnövekmény). Az i index a csomópontok számát jelenti, a j index pedig az időintervallumokat ($j \cdot c$ a 0 időpillanattól eltelt időt jelzi). Minden ilyen esetben az a megoldás, hogy a j -edik időpillanatról a $j + 1$ -re következtetve adódnak az időfüggő hőmérsékletek, a helytől való függést pedig a szomszédos csomópontok hőmérsékletével lehet kifejezni. Ezt az eljárást explicit módszernek nevezik, mert a $j + 1$ -edik időpontban az i -edik csomópont hőmérsékletét a következő módon lehet felírni:

$$T_{i,j+1} = T(i, j+1) = \frac{\alpha \cdot c}{h^2} (T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}) + T_{i,j} \quad | \quad T_{i,j+1} = T(x_i, t_{j+1})$$

Ennek alapján például az 1. csomópont hőmérséklete az 1. időciklus (0,5 s) eltelte után:

$$T_{1,1} = \frac{47 \cdot 0,5}{100} (0 - 2 \cdot 0 + 100) = 23,5^{\circ}\text{C}.$$

A hely és időkoordinátákat táblázatkezelő programba beírva, az első mezőre a szabályt felírva, majd a többi mezőbe bemásolva, a számított hőmérsékletek az idő és a hely függvényében mátrixos formában megjelennek. Példaképpen az 1., 5., és 9. csomópont hőmérsékletének időbeli változását – egy táblázatkezelő program grafikáját felhasználva – a **3.20. ábra** mutatja.



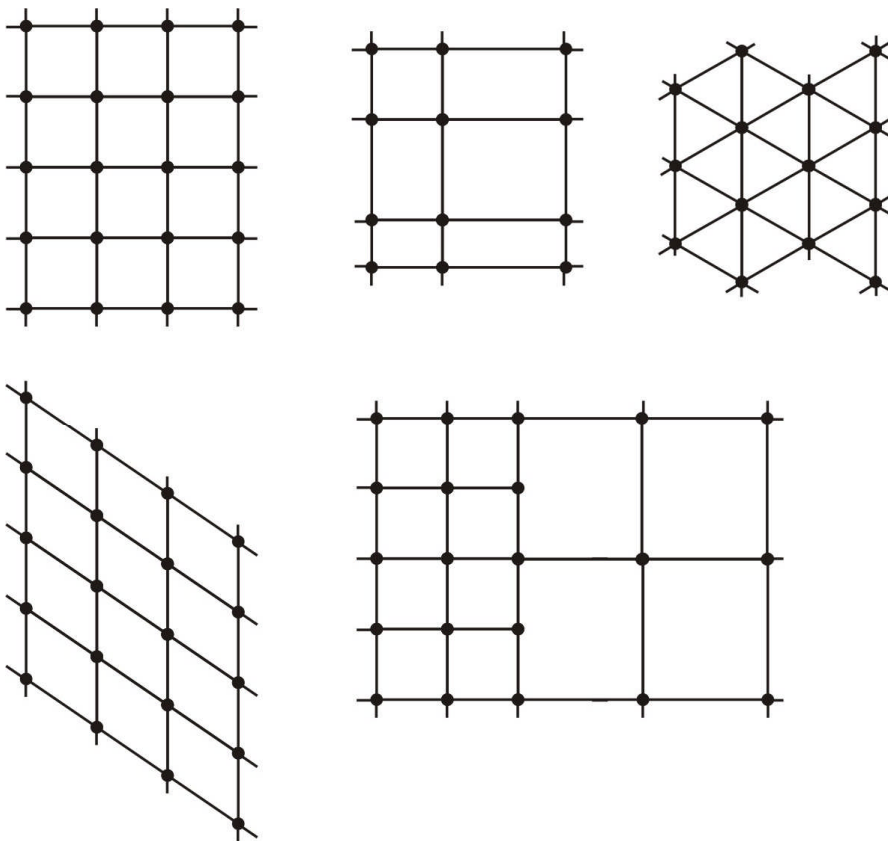
3.20. ábra
Hőmérséklet-változás az egyes csomópontokban

A vázlatosan bemutatott példák jól szemléltetik a véges differenciák módszerének egyszerű használatát. Táblázatkezelő programmal mind a számítás, mind a grafikus megjelenítés nagyon egyszerűen elvégezhető, de hasonló eredményt lehet elérni más mérnöki programokkal is.

Összefoglalva: a véges differencia módszer használata az alábbi főbb lépésekből áll:

- a vizsgált tartomány felbontása, hálókészítés;
- a megfelelő differenciaséma kiválasztása;
- a differenciaegyenletek felírása valamennyi hálópontra;
- a kezdeti vagy peremfeltételi egyenletek megoldása;
- a kapott algebrai egyenletrendszer megoldása;
- pontossági vizsgálatok.

A véges differencia módszer a térbeli (vagy síkbeli, vagy vonal menti) tartományt felosztja, és egy szabályos hálót vagy rácsot kapunk. A jellegzetes pontok a rácspontok. E szabályos háló például kétdimenziós esetben egyenlő vagy egyenlőtlen osztásközű derékszögű négyszögháló, egyenlő oldalú vagy általános háromszög avagy paralelogramma alakú háló lehet (**3.21.ábra**). A tartomány azon részén, ahol a vizsgált mennyiség változása nagyobb, célszerű többfokozatú hálót alkalmazni (hálópontokat sűrítetni).



3.21. ábra

Jellegzetes differenciasémák
(négyzet-, téglalap-, háromszög-, paralelogramma- és többfokozatú háló)

3.5. Végeselem módszer (VEM)

A VEM vagy angol rövidítéssel FEM (Finite Element Method) a véges differenciák módszerének általánosítása. Az eljárás lényege az, hogy a vizsgálandó objektumot diszkrét geometriai elemekre (elements) bontva végez elemzést az egész rendszeren. Az elemek csomópontokban (nodes) érintkeznek, az objektum csomópontjain terhelések (loads) vagy kényszerek (constraints) hatnak. Az egyensúly feltételéből kiindulva alkalmas matematikai módszerekkel meghatározható az objektum belsejében lévő csomópontok viselkedése.

A vizsgált objektumok lehetnek egydimenziósak (vonalak), ekkor a csomópontok a vonalszakaszokat választják el egymástól, kétdimenziósak vagy térbeli alakzatok. A kétdimenziós alakzatok esetében a felbontás 3–4 oldalú síkidomokkal (háromszög vagy négyszög) történik, a háromdimenziós alakzatoknál háromszögekkel vagy négyszögekkel határolt testekkel (poliéderekkel). Különleges eseteknek tekinthetők a héjak, valamint a forgásszimmetrikus alakzatok, melyek térbeli mivoltuk ellenére sík (2D-s) problémaként kezelhetők. Az elemekre felbontott alakzat képét nagyon szemléletesen hálónak nevezik. A hálós felbontásnak kötött szabályai nincsenek, a legtöbb program ezt automatikusan elvégzi.

A terhelésen nem csupán erők értendők, hanem hőmérséklet, elektromos potenciál stb. is. A kényszerek lehetnek különféle megfogások vagy egyéb kötöttségek. A program futtatási eredményeként mechanikai rendszereknél a csomópontokban ébredő erők, valamint elmozdulások, feszültségek, fajlagos nyúlások jelennek meg, hőtechnikai rendszereknél a csomópontok hőmérséklete stb.

A vizsgált folyamatok lehetnek időben állandósultak (stacioner, időfüggetlen), dinamikus folyamatok vagy transziens jelenségek. Például egy hűtőközegbe mártott munkadarab hűlése tipikusan transziens folyamat, melynek során a hőmérséklet a hely és idő függvényében folytonosan változik. A **3.22. ábra** egy elsősorban rugalmassági feladatokra alkalmas végeselem program fő funkcióit és azok egymással való kapcsolatát mutatja.

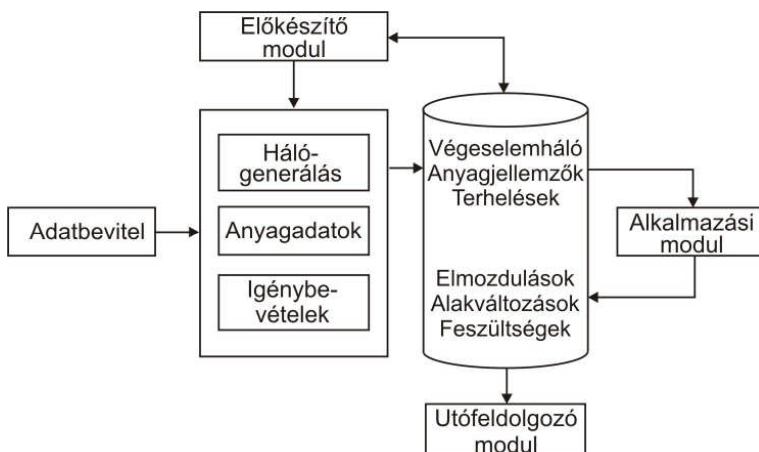
A következőkben tekintsük át a modellalkotás folyamatát, illetve annak főbb elvi és gyakorlati kérdéseit mechanikai feladatokra vonatkozóan.

A végeselemes modellalkotás főbb szakaszai:

- ⇒ a geometriai modell (a csomópontok és elemkapcsolódások);
- ⇒ az anyagmodell (a vizsgált test lineáris vagy nemlineáris anyagjellemzői, esetleg altartományonként);
- ⇒ terhelési modell (a test belsejében vagy annak peremén megoszló erőrendszer, hőterhelés stb.);
- ⇒ a peremfeltételek (a test peremének azon része, ahol a csomópontok bizonyos szabadságfokai megfogottak).

A vázolt folyamatot meg kell előznie a mechanikai modellalkotásnak. El kell dönteni, hogy a térbeli feladat helyett milyen egyszerűbb mechanikai modell alkalmazható (pl. rúd-, gerenda-, lemez, síkbeli-, héj-, stb. modellek).

Külön elemzést igényel annak a kérdésnek az eldöntése, hogy a mechanikai modellnek megfelelően milyen elemtípusokat (**3.23. ábra**) célszerű, illetve szabad „egybeépíteni”. A szabadságfokok figyelembevétele mellett a különféle elemek együttes viselkedésének numerikus következményeire is tekintettel kell lenni.



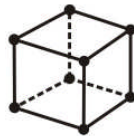
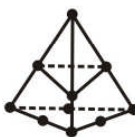
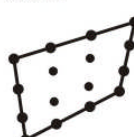
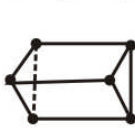
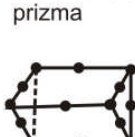
3.22. ábra
Végeselem program felépítése

A szimmetriafeltételek teljesülése esetén elegendő a test egy kisebb részét vizsgálni. Ilyen módon csökkenthető az adatmező előállításához szükséges munkaidő, a végeselemes számítás ideje, valamint a szükséges memória- és háttérkapacitás. A szimmetriafeltételek akkor teljesülnek, ha a fentiekben felsorolt négy pont mindegyikében érvényesül a szimmetria.

Célszerű a vizsgált feladat komplex, finom felosztású modellje helyett egyszerűbb modellek alapján előzetesen feltérképezni a szerkezet viselkedését (különkülön elemezve az elemfelosztás, az anyag- és terhelési modell, valamint a peremfeltételek hatását). Összetettebb feladatok esetén előfordulhat, hogy az előzetes elemzések tapasztalatai alapján maga a mechanikai modell is módosul.

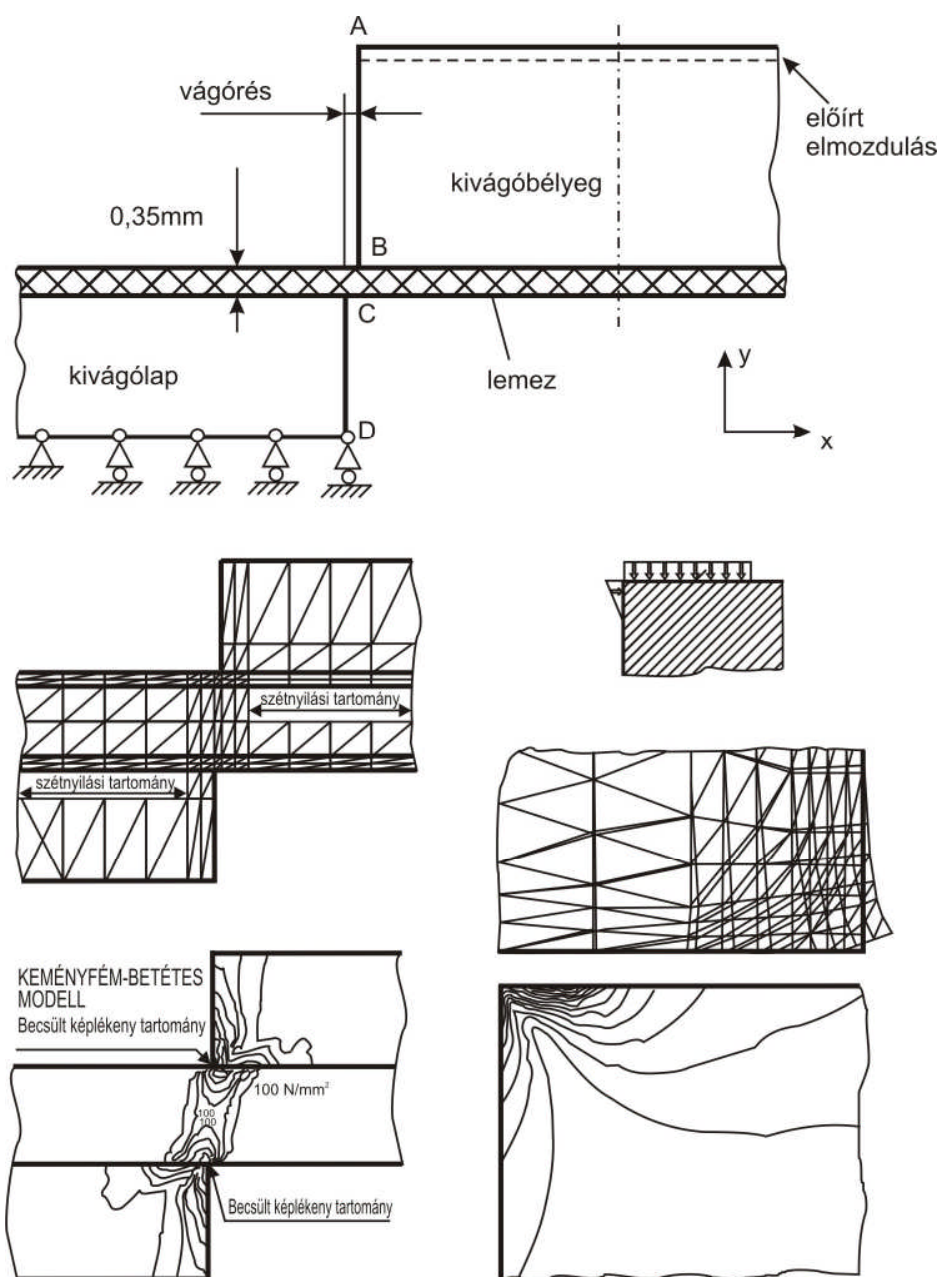
Az adatmező előállítása „kézi” úton időigényes. Fennáll annak a veszélye, hogy (különösen térbeli összetett szerkezet esetén) adathibákat is tartalmaz. Ilyen esetekben nélkülözhetetlen a grafikus preprocesszálás (előkészítés).

A **3.24. ábra** a kivágóbélyeg–vágandó lemez–vágólap együttes modelljét mutatja. A vizsgálat célja a kivágás kezdeti szakaszában ébredő feszültségi állapot elemzése a vágórés és a kivágószerszám anyaga függvényében. A **3.24.a–c. ábra** a szerkezeti modellt, a végeselemes hálót és a redukált feszültségi szintvonalakat mutatja, a lemezben ébredő képlékeny zóna feltüntetésével. A **3.24. d–e. ábrán** a vágóél-környezet elmozdulási és feszültségi állapota látható. A redukált feszültségek sűrűsödésének helye jó egyezést mutat a vágóél közelében fellépő kopási zóna helyével. Mindkét vizsgálat hat csomópontú kvadrátikus háromszögelemeket használt.

VONAL Lineáris	FELÜLET		TÉRFOGAT	
	Lineáris 	Lagrange-féle 	Lin. tetraéder 	Lin. hexaéder 
Kvadratikus 	Kvadratikus 	GYŰRŰ Lineáris 	Kvadr.tetraéder 	Kvadr.hexaéder 
Kvadratikus 	Köbös 	Kvadratikus 	Köbös tetraéder 	Köbös.hexaéder 
FELÜLET Lineáris 	Lin.-kvadratikus 	Lagrange-féle köbös 	Lin. prizma 	Lagrange-féle kvadratikus 
Kvadratikus 	Lin.-köbös 	HÉJ Lineáris 	Kvadratikus prizma 	Változó csomópontszámú(21-27) 
Köbös 	Kvadr.-köbös 	Kvadratikus 	Lin.-kvadr. vastaghéj 	Vastag gerenda 

3.23. ábra

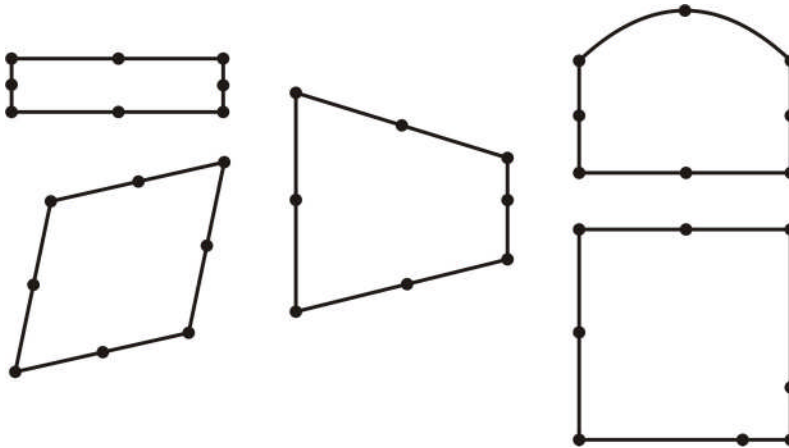
A gyakrabban alkalmazott végelemtípusok



3.24. ábra
Kivágószerszám szilárdsági vizsgálata

Az eljárás pontosságát befolyásoló tényezők közül a legfontosabbak az elemalakkal kapcsolatos kérdések, a numerikus pontosság kérdései, valamint a szerkezethez kapcsolódó pontosság.

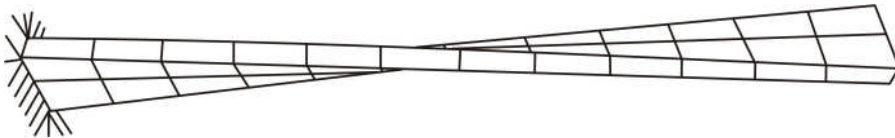
A kifejlesztett elemeket gyakran csak a „szabályos” alakjukra (négyzet, téglalap, téglatest stb.) tesztelik, így azok általánosabb viselkedése kevésbé ismert. A **3.25. ábra** 2D-s négyszög (négyzet) elemekre mutatja azokat a torzult alakokat, amelyekre célszerű a teszteléseket elvégezni, illetve amelyeket ajánlott különféle elemekkel összehasonlítani a pontosság szempontjából.



3.25. ábra

2D-s elemek tipikus torzult alakjai (négyzet elem esetére)

A síkbeli torzult elemalakok mellett a térbeli és a héjelemek esetében a görbült elemalak is lényegesen lerontja az elem pontosságát, különösen kétszeresen görbült alak esetében. A **3.26. ábra** csavart tartót mutat.



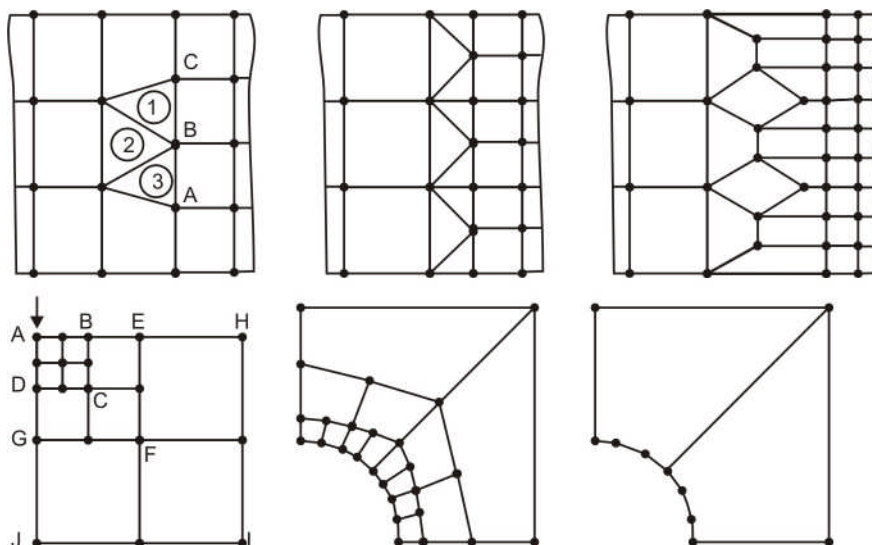
3.26. ábra

Csavart tartóelem alakpontossági vizsgálatokra

Általános tapasztalat, hogy a szabályos alakú elemek lényegesen pontosabbak, mint a szabálytalanok, továbbá a magasabb rendű elemek pontosabbak szabálytalan elemalak esetén is. Amennyiben a szabálytalan elemalak elkerülhetetlen (pl. a vizsgált test geometriája miatt), akkor abban a környezetben sűrűbb elemfelosztás szükséges.

Nemlineáris vizsgálatok során, amikor a szerkezet megváltozott alakját követjük nyomon, az eredetileg szabályos elemek jelentős alaktorzulást szenvedhetnek, és ezért az eredmények hibája egyre nagyobb lesz. E problémán is segít a lényegesen sűrűbb elemfelosztás.

Másik megoldás az 5–6 csomópontú elemek használata, amikor is a +1 vagy +2 csomópontot a sűrítésnek megfelelő oldalon kell elhelyezni (3.27. ábra).



3.27. ábra

Végelem-sűrítési stratégiák

Az alkalmazott különféle numerikus algoritmusok lényegesen befolyásolják az eredmények pontosságát. A számábrázolás hosszúsága (leggyakrabban szimpla vagy dupla pontos lehet) döntő kérdés, minthogy a „szerkezeti merevségi mátrix” eltérő méretű és anyagú elemek esetén (különösen anizotróp anyagtörvény mellett) több nagyságrendben eltérő elemeket tartalmaz. Az elemek összeadásakor a lényegesen kisebb elemről csupán 2–3 értékes jegy marad az összegben szimpla pontos (6–7 értékes jegy) számábrázolás esetén. Ezt követően az egyenletrendszer megoldásakor, a több ezer-tízezer művelet után, a kerekítések miatt is egyre pontatlanabbak lesznek a részeredmények. Ezért használnak a végeselemes programok igen gyakran dupla pontos számábrázolást.

Más esetben a rosszul kondicionált mátrixok okoznak nehézségeket, különösen azok invertálásakor. Az inverz mátrix pontatlansága nem ellenőrizhető az ismételt invertálással, minthogy a másodszor invertált mátrix és az eredeti egyezése esetén is az inverz mátrix kifejezetten pontatlan lehet.

A numerikus pontosság szempontjából nagyobb figyelmet követelnek meg a héjelemek, a különféle nemlineáris algoritmusok, valamint az anizotróp anyagtörvényű testek vizsgálatait. Valamely háló akkor tekinthető megfelelőnek (azaz a

végeselemes modell pontosnak), ha a háló további sűrítése már nem módosítja (javítja) az eredményeket. Rendszerint elegendő sűrűnek tekinthető egy háló, ha az eredmények hibája kb. 1%.

A fentiek miatt nem célszerű egyszeri számítással, egyetlen végeselemes modell alapján vizsgálni valamely feladatot. Természetesen e szemlélet a számítások idő- és munkaigényét érzékelhetően megnöveli.

Egy végeselemes program jellemzését a következők szerint végezhetjük el:

Általános leírás:

Más programokhoz hasonlóan a végeselemes programot is moduláris formában tervezték. Három fő egysége van, ezek az előkészítő (preprocesszor) és utófeldolgozó (posztprocesszor) modulok, valamint az alkalmazási modul. Mindegyik modulnak több alprogramja van, amelyek lehetővé teszik a felhasználó számára különböző objektumokon történő számítások elvégzését.

1. Az előkészítő modul tartalmazza a geometria definiálását, két- és háromdimenziós hálók automatikus generálását, az anyagtulajdonságok, peremfeltételek és terhelések megadását. A végeselem háló és a peremfeltételek grafikus modulok segítségével ábrázolhatók a képernyőn, vagy ki is rajzoltathatók. Ezeket a lehetőségeket felhasználva a kezelő bármilyen szerkezet végeselem modelljét meg tudja alkotni (pl. tartók; forgásszimmetrikus, két- és háromdimenziós objektumok, lemezek és héjak).

2. A matematikai modell, amely a probléma fizikai valóságát reprezentálja, nagyon változatos lehet, például a következőket veheti figyelembe:

- ⇒ izotróp és anizotróp anyagok állandó és változó (pl. nemlineáris, hőmérsékletfüggő) jellemzőkkel, többretegű kompozit anyagok, melyeknek jellemzői a hely függvényében változnak stb.;
- ⇒ peremfeltételek, melyek lehetnek a csomópontokhoz rendelve, továbbá merev vagy rugalmas elemek közvetítésével definiálva; lehetőség van súrlódásos és súrlódás nélküli alátámasztások modellezésére is;
- ⇒ a terhelések lehetnek koncentrált erők vagy megoszló terhelések, elmozduláskényszerek vagy hőmérséklet stb.

A rendszer második fő modulja a tulajdonképpeni alkalmazási modul. A programmal elemezhető feladatok a következők:

- ⇒ lineáris és nemlineáris viselkedés;
- ⇒ statikus, tranziens és dinamikus problémák;
- ⇒ mechanikai, termikus és elektromágneses rendszerek.

3. Az utófeldolgozó modul az eredmények interpretálására szolgál. Grafikus rutinok nagy választéka teszi lehetővé, hogy az elemzett szerkezet bármely részletére vonatkozó eredmények szemléltethetők legyenek. A kiértékelt adatok vonatkozhatnak a deformálódott geometriára, hálóra, illetve kontúrra, a képlékeny zónára, fő- és redukált nyúlásokra, feszültségekre, csomóponti elmozdulásokra, erőkre, hőmérsékletekre stb.

A nemlineáris modul fő jellemzői:

A képlékenyalakító szakemberek szempontjából a program nemlineáris modula tarthat számot a legnagyobb érdeklődésre. A nemlinearitások vonatkozhatnak az anyag viselkedésére, a geometriára, a peremfeltételekre. További fontos jellemzője a képlékenyalakítási feladatok megoldására kifejlesztett igazán jó programoknak, hogy nagy alakváltozásokat is tudnak kezelni. Ezeket a szempontokat a képlékenyalakítási folyamat szimulációja során mind figyelembe kell venni, ehhez a program a következő lehetőségeket kínálja:

Anyagviselkedés:

- ⇒ nemlineáris rugalmas;
- ⇒ lineáris viszkózus;
- ⇒ képlékeny
 - Von Mises-féle folyási feltétel, kapcsolva különféle keményedési törvényekhez;
 - Drücker- és Strassi-féle kritérium;
- ⇒ viszkoplasztikus viselkedés a fémek állapotának jellemzésére magasabb hőmérsékleten,
- ⇒ alakváltozási határállapot vizsgálata.

Geometriai nemlinearitások:

- ⇒ nagy alakváltozások és elmozdulások Lagrange-féle formulációval;
- ⇒ nemlineáris instabilitás.

Érintkezési nemlinearitások:

- ⇒ különböző alakítható testek között;
- ⇒ alakítható anyag és egy vagy több rideg test (szerszám) között.

A képlékenyalakítási folyamatok analízise tranziens nemlineáris statikus folyamatként definiálva végezhető el. Ebben az esetben a leggyakrabban alkalmazott terhelés egy előírt alakváltozás. Az alakváltozási lépések az idő függvényében adhatók meg, és mind az alakítandó anyagra, mind a merev szerszámmra vonatkoztathatók.

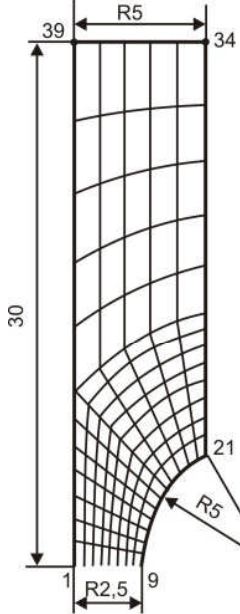
Az utófeldolgozó műveletek során számíthatók a feszültségek, nyúlások és képlékenyalakváltozások a test minden pontjában.

Az említett számítások és utófeldolgozó műveletek a felhasználó által kiadott egyszerű parancsokkal vezérelhetők. A program problémaorientált nyelve nagyon egyszerű, könnyen megtanulható, és igen közel áll a mérnöki terminológiához. Speciális ismeret nem szükséges a szoftver használatához, de a lehetőségek valóban eredményes kihasználása nagy gyakorlatot igényel.

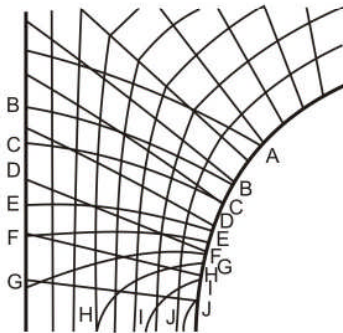
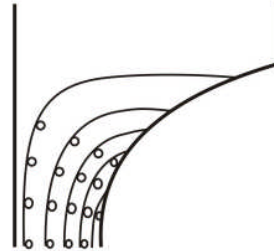
A végeselem program használhatóságát és a számított eredmények interpretálását példaként egy bemetszett szakító próbatest húzóvizsgálatának eredményei

szemléltetik. A hengeres rész átmérője $D = 10$ mm, a bemetszett részé $d = 5$ mm, a lekerekítési sugár $R = 5$ mm, ahogy az a **3.28. ábrán** látható.

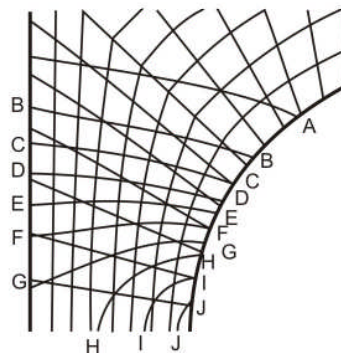
a) háló és terhelések



b) deformált kontúr



c) a bemetszett zóna nyúlás eloszlása
Szintek: A = 0,020; B = 0,059; C = 0,099;
D = 0,138; E = 0,177; F = 0,217; G =
0,256; H = 0,295; I = 0,336; J = 0,374



d) a bemetszett zóna feszültségeloszlása
Szintek MPa-ban: A = 612; B = 637;
C = 662; D = 686; E = 711; F = 736;
G = 760; H = 785; I = 810; J = 895

3.28. ábra

Végeselemes számítás eredményei

A végeelem modell felépítéséhez a próbatest egynegyede elegendő a tengelyszimmetrikus alak következtében. Az elemzéshez az ábrán bemutatott szabályos hálót generálta a program, a kényszerek a következők voltak: $UY = 0$ az 1...9 és 34...39 közötti csomópontokra, míg UX szabad ugyanezen esetekben. (A szintaktika szerint U mindig az elmozdulásokra vonatkozik.) A próbatest felső felületén (a 34–39 csomópontokon) átadott elmozdulásterhelés $UY = 1$, míg az 1–9 közötti csomópontokra $UY = 0$.

Az anyagtulajdonságokat rugalmas-képlékeny modellnek megfelelő folyási görbével lehet megadni. A rugalmassági modulus $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, a folyáshatár pedig 600 MPa. A képlékeny tartományban a folyási görbét (a k_f alakítási szilárdságot) a következő egyenlet írja le:

$$k_f = 970 \cdot \lambda^{0,09}$$

ahol λ az egyenértékű alakváltozás, a konstansok pedig C55 minőségű ötvözetlen acélra vonatkoznak.

Az elmozdulási lépések száma 50 volt (1 lépés $1/50 = 0,02$ mm), amely 50 köteg számított adatot eredményezett. Az utófeldolgozó modult felhasználva ábrázolható a próbatest deformált kontúrja és a csomóponti elmozdulások x irányban, ahogy ez a **3.28.b. ábrán** látható. (A mm-ben adott elmozdulásszintek a következők:

$A = -0,350$; $B = -0,272$; $C = -0,194$; $D = -0,116$; $E = -0,038$.) A **3.20.c.** és **3.20.d. ábra** a bemetszett zóna radiális alakváltozásait és a Mises-féle egyenértékű feszültséget mutatja.

A vázlatosan bemutatott példából látható, hogy a végeelemes programok nem igénylik a számítási eljárás ismeretét, ezek nélkül is el tudja végezni a tervező a szükséges elemzéseket, hasonlóan ahhoz, ahogy egy rajzolóprogram esetében is elegendő a megfelelő parancsokat kiadni kör, ellipszis, sokszög rajzolására.

A VEM-programok eredményes használatához viszont feltétlenül szükséges az elemzendő feladat mechanikai szempontból való világos megfogalmazása, beleértve az alkalmasan választott anyagmodellt, a terhelések és kényszerek szabatos megadását, valamint a számítási eljárás definiálását.

3.6. Optimumszámítás

Számos műszaki feladat vezethető vissza valamilyen szélsőérték-számítási problémára. Tekintettel arra, hogy a hagyományos analitikus megoldás, a függvény deriválása és a zérus helyek megkeresése sokszor nem oldható meg, egyszerűbb numerikus megoldáshoz folyamodni. Ez esetben a szélsőérték megkeresését bizonyos korlátozó feltételek mellett is el lehet végezni, ami az alkalmazási területet tovább szélesíti.

Az optimumszámítási feladatok közös jellemzője, hogy egy alkalmasan definiált ún. célfüggvény szélsőértékét (minimumát vagy maximumát) kell meghatározni adott korlátozó feltételek egyidejű figyelembevételével.

Optimumszámítási feladatok felosztása az alkalmazott modell típusa alapján

Az optimumszámítási problémák megoldásához használt módszerek alapvetően különböznek aszerint, hogy a feladat megfogalmazásához használt matematikai modell

- a) folytonos vagy diszkrét,
 - b) determinisztikus vagy sztochasztikus,
 - c) dinamikus vagy statikus
- jellegű.

1. A folytonos modell jellemzője, hogy a megoldások a feltételrendszer által behatárolt halmaz elemei (a lehetséges megoldások) közül lényegében tetszőlegesen választhatók ki. Diszkrét modell esetén a megoldások halmazát a modell jellegéből adódóan további megszorítások korlátozzák (pl. csak egész értékű megoldások jöhetnek számításba, ugyanis előfordulhat, hogy csak ezek értelmezése lehetséges fizikailag (pl. optimális gyártási darabszám adott termékre nézve)).
2. A sztochasztikus modell abban különbözik a determinisztikustól, hogy az előzőnél a modellparaméterek bizonyos hányada valószínűségi változónak tekintendő. Sztochasztikus modelleket használnak olyankor, amikor a kémiai összetétel alapján következtetnek a mechanikai tulajdonságokra. Egy ötvözetben található elemek koncentrációi valószínűségi változókként kezelhetők, ez utóbbiak függvényeként az ötvözet folyáshatárát matematikai statisztikai módszerrel (pl. többváltozós regressziós modellre támaszkodva) megfelelő pontossággal lehet becsülni.
Időben váltakozó folyamatok leírására alkalmazott sztochasztikus modellek konstrukciója, illetve optimalizálása jelentős mértékben támaszkodik a sztochasztikus függvények, illetve differenciálegyenletek elméletére. A sztochasztikus folyamatokra alapozott matematikai modelleket az anyagtudomány sok területén sikerrel alkalmazzák, így például ötvözetek átalakulási folyamatainak (kristályosodás, szemcsenövekedés) vagy például az ún. károsodási, kúszási, törési jelenségek (pl. kifáradási folyamatok) leírására.
3. A dinamikus és a statikus modellen alapuló optimumszámítási feladatok között általában úgy szokás különbséget tenni, hogy az előbbieket reprezentáló modellek „időfüggetlenek”, míg a dinamikus modellek alapvetően olyan folyamatokat írnak le, amelyekben valamilyen folyamatparaméternek szerepel az idő szerinti, nem zérus értékű deriváltja is.

3.6.1. Dinamikus optimalizálás

A dinamikus modellekre épülő optimalizálási feladatok megfogalmazásakor többnyire közönséges, illetve parciális differenciálegyenletek alkotják a korlátozó feltételrendszert, míg maga az optimalizálás egy meghatározott szélsőérték-feltételt kielégítő megoldásfüggvény előállítására irányul.

A technológiai folyamatok irányítása általában dinamikus modellre alapozott optimumszámítási feladatként fogható fel, figyelembe véve, hogy hegesztéskor, hőkezeléskor, képlékeny alakításkor végbemenő, mikroszerkezet- és tulajdonság-változással járó folyamatok időben változó hőmérséklet- és feszültségmezőben játszódnak le.

A dinamikus modellen alapuló legegyszerűbb optimalizálási feladat az alábbi közönséges differenciálegyenletből mint korlátozó feltételből kiindulva fogalmazható meg: keresendő az $y(0) = y_0$ kezdeti feltételt kielégítő

$$\frac{dy}{dt} = H[t, y(t), q(t)]$$

differenciálegyenlet azon $y(t)$ megoldása, valamint az a $q(t)$ ún. vezérlő függvény, amelyek alkalmas megválasztása eredményeképpen az alább definiált

$$I = \int_0^{t_f} J[y(t), q(t)] dt$$

célfüggvény felveszi minimumát. Mint látható, az optimalizálási kritérium egy határozott integrál alakját ölti, amelynek fizikai tartalma döntően függ az integrandusban található J függvény, valamint a t_f integrálási határ megválasztásától. Sok esetben a célfüggvény egy folyamat energiaszükségletének, költségének minimalizálását írja elő. Abban a speciális esetben, amikor J függvény azonosan egyenlő eggyel, az optimalizálás a folyamat t időszükségletének minimalizálását jelenti.

A gyakorlati esetek többségében a $q(t)$ függvény valamilyen állapotjelzőt jelent, többnyire hőmérsékletet, nyomást, terhelőerőt, feszültséget stb.

A fent említett optimalizálási eljárás egy lehetséges konkrét interpretációját a következő példa szemlélteti. Egy eutektoidos összetételű acélt 850°C-on ausztenitesítenek, majd ezt követően szobahőmérsékletre hűtenek olyan módon, hogy az ausztenit folyamatos átalakulása eredményeként perlit keletkezzen.

Jelölje $y(t)$ a hűtés folyamán az ausztenitnek már perlitté átalakult térfogathányadát, $q(t)$ pedig a hőmérséklet pillanatnyi értékét a t időpontra vonatkozóan. Feltételezendő a továbbiakban, hogy a hőkezelés időtartamára maximum 1 óra áll rendelkezésre.

Mivel az ausztenitnek perlitte való átalakítása más-más $q(t)$ hőmérsékletfüggvény szerinti hűtéssel is megvalósítható, az optimalizálási kritérium megválasztására többféle lehetőség is kínálkozik. Így az optimalizálás céljaként tekinthető azon $q(t)$ irányítás meghatározása, amely a lehető legkisebb hűtési összidőt adja, vagy amely a legnagyobb perlitkeménységet eredményezi.

3.6.2. Statikus optimalizálás

A statikus modellre alapozott optimalizálás leginkább azzal jellemezhető, hogy az optimumkeresés egy N -változós függvény szélső értékének (abszolút maximumának vagy minimumának) meghatározására irányul. Ilyenkor a korlátozó feltételek összessége az N -dimenziós vektortér egy adott részhalmazával (ún. lehetséges megoldások halmazával) azonosítható, amit matematikailag egy egyenlet-, illetve egyenlőtlenségrendszer reprezentál.

A statikus típusú optimalizálás feladatmegoldásakor keresik egy N -változós $f(\mathbf{X})$ függvénnyel reprezentált célfüggvény szélső értékét, véges számú egyenlőtlenség, illetve egyenlőség formájában megadott feltételrendszer mellett.

Célfüggvény (objektum függvény): $\max. f(\mathbf{X})$

Korlátfüggvények:

$$g_j(\mathbf{X}) \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$h_j(\mathbf{X}) = 0 \quad (j = m + 1, \dots, M)$$

ahol g_j és h_j alkalmasan választott N -változós függvények, $\mathbf{X}$ a változókat reprezentáló N -dimenziós vektor.

Folytonos típusú modell esetében az ismeretlenek elvileg tetszőleges értékek lehetnek, de előfordul, hogy csak diszkrét értéket vehetnek fel, ami diszkrét típusú modellre utal. Az ismeretlenek száma lehet kicsi ($N = 2 \dots 10$), de lehet több száz is.

Az f , g , h függvények lehetnek lineárisak és nemlineárisak, ennek figyelembevételével szokás lineáris, illetve nemlineáris típusú optimalizálási feladatról beszélni.

Statikus jellegű optimumszámítási feladatok megoldására használatos numerikus módszerek

Az optimum megkeresésére különféle lehetőségek kínálóznak. A klasszikus analitikus módszerek a differenciál- és variációszámítás eszköztárára támaszkodva kísérlék meg az optimum meghatározását. Tipikus példaként említendő a többváltozós függvények feltételes szélsőérték-számítására használt ún. Lagrange-multiplikátoros eljárás. A gyakorlatban a hagyományos analitikus eljárások alkalmazási területe erősen behatárolt, ugyanis e módszerek felhasználásához szükséges matematikai feltételek általában nem teljesülnek. Így például a Lagrange-multiplikátoros eljárás sem alkalmazható közvetlenül abban az esetben, ha a korlá-

tozó feltételek nem egyenletek, hanem egyenlőtlenségek formájában adóttak.

Kétismeretlenes optimalizálási feladatok megoldására sikerrel alkalmazhatók a grafikus módszerek. Előnyük főleg szemléletességükben rejlik, ugyanis a két változó koordináta-rendszerében az optimalizálási probléma jól demonstrálható, és egyúttal érzékeltethető a feladatmegoldással járó nehézségek is.

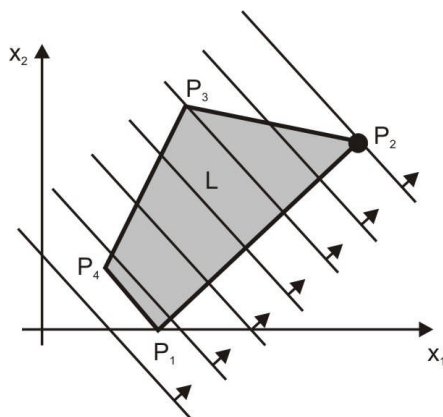
Tekintettel arra, hogy az optimalizálási problémák megoldása többnyire csak numerikus módszerekkel lehetséges, a továbbiakban – a teljességre törekvés igénye nélküli – vázlatos áttekintés következik a statikus, illetve dinamikus optimalizálási feladatok megoldásához alkalmazott numerikus eljárásokról. Terjedelmi korlátoknál fogva csupán a determinisztikus modellekre alapozott módszerek ismertetésére kerül sor.

A következő ismertetés a gyakorlati alkalmazás szempontjából legfontosabb, statikus modellre épülő optimalizálási eljárások elvét vázolja, néhány – grafikusan is jól szemléltethető – kétváltozós feladat megfogalmazása kapcsán. Elsődlegesen azt kívánja érzékeltetni, hogy az eltérő típusú matematikai modellek kezelése milyen számítástechnikai nehézségekkel jár, illetve a kitűzött feladat milyen követelményeket támaszt a megoldáshoz választandó numerikus módszerekkel szemben.

Klasszikus lineáris programozási feladat

Amennyiben feltételezhető, hogy az egyenletek szerint definiált függvények között a h_j típusúak nem fordulnak elő, továbbá az f és g_j legfeljebb N -változós lineáris függvények, az optimalizálás a szakirodalomban lineáris programozási feladat néven ismert probléma megoldására redukálódik, ahol a korlátozó feltételek együttese egy konvex N -dimenziós poliéderrel reprezentálható.

Amint a **3.29. ábrából** kitűnik, kétdimenziós térben a lehetséges megoldások L halmazát ez esetben egy konvex négyszögtartomány reprezentálja.



$x = [x_1, x_2]^t$ és P_2 az $f(x_1, x_2)$ függvény maximuma

3.29. ábra

Klasszikus lineáris programozási feladat

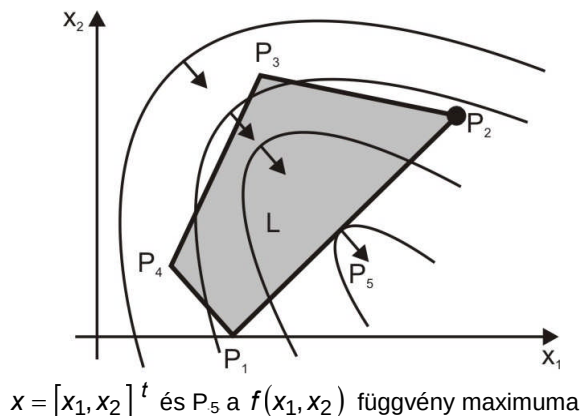
Az optimális megoldáshoz úgy jutnak el, hogy megrajzolják az $f(\mathbf{X})$ célfüggvény különböző helyettesítési értékeihez tartozó konstans értékű paramétervonalakat, az ún. szintvonalakat. A szintvonal azon pontok mértani helye, amelyre nézve a célfüggvény értéke konstans. Az ábrán látható nyilak azt mutatják, hogy milyen irányban nő a szintvonalak, azaz a célfüggvény helyettesítési értéke. A lineáris programozási feladat jellemzője: a szintvonalak párhuzamos egyenessereget alkotnak, ami annak a következménye, hogy az f célfüggvény lineáris.

Az ábrából kitűnik, hogy a P_2 pont képviseli az optimális megoldást, ugyanis ez illeszkedik a legnagyobb értékű szintvonalra. A lineáris programozás elméletéből ismert, hogy a célfüggvény szélsőértékét – amennyiben ez létezik – mindig a konvex poliéder (kétdimenziós esetben konvex sokszögtartomány) valamelyik csúcspontján veszi fel.

Konkáv programozási feladat

A **3.30. ábra** azt a speciális optimalizálási feladatot illusztrálja, amikor a feltételrendszer továbbra is a lineáris egyenlőtlenségrendszer által meghatározott konvex sokszögtartomány, viszont a célfüggvény egy nemlineáris, ún. konkáv függvény. Ezért szokás ezt a feladattípust konkáv programozási feladat névvel illetni.

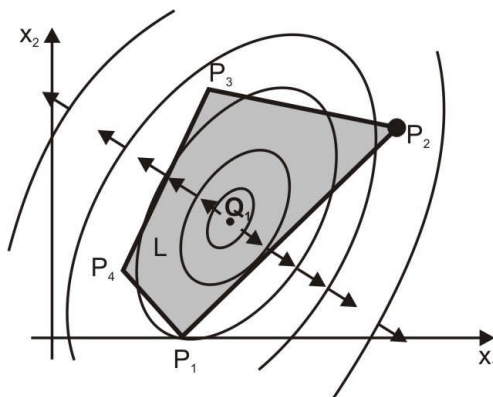
Az ábrából látható, hogy ez esetben a célfüggvény egy konkáv felületet reprezentál, amely a növekvő értékű szintvonalak irányában haladva egy maximumértékkel rendelkezik. A lehetséges megoldások L halmazán a célfüggvény a P_5 pontban veszi fel maximumát, ez jelenti az optimális megoldást. A konkáv programozási feladat jellegzetessége, hogy az L halmaz bármely pontjából kiindulva el lehet jutni az optimális megoldást képviselő P_5 pontba, egy állandóan emelkedő útvonal mentén haladva az optimumkeresés során. Ezen a felismerésen alapulnak egyébként a szélsőérték-keresés céljára beváltan alkalmazott, „gradiens módszer” gyűjtőnéven ismert numerikus eljárások.



3.30. ábra
Konkáv programozási feladat

Konvex programozási feladat

Amennyiben a célfüggvény konvex típusú, az ún. konvex programozási eljárás adódik speciális esetként, melynek elvét a **3.31. ábra** illusztrálja. Mint látható, a szintvonalakkal reprezentált felület tölcészerűen szélesedik. A konvex célfüggvény sajátosságából következik, hogy mindig található optimális megoldás, és ez az L tartomány csúcspontjai közül kerül ki: jelen esetben ez a P_2 pont. Ebből adódik, hogy az optimumkeresést elég a csúcspontok vizsgálatára korlátozni. Erre a feladattípusra már nem jellemző az, hogy egy tetszőleges pontból kiindulva és állandóan emelkedő útvonalon haladva feltétlenül optimális megoldáshoz lehet jutni. Ha a minimális célfüggvényértéket képviselő Q_1 pontból nem jobbra, hanem balra indulnak el, és a legmeredekebb útvonalon – azaz a gradiensvektor irányában – haladnak, akkor nem a P_2 , hanem a P_4 pontba jutnak el, amely legfeljebb relatív, de nem abszolút maximumérték, következésképp nem optimális megoldás.



$x = [x_1, x_2]^T$ és P_2 a $f(x_1, x_2)$ függvény maximuma

3.31. ábra

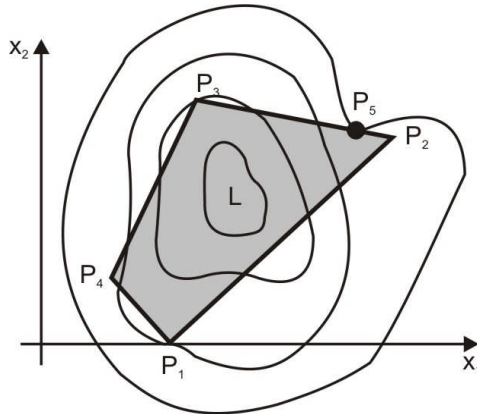
Konvex programozási feladat

Programozási feladat tetszőlegesen választott célfüggvény figyelembevételével

Az előzőekben taglalt konkáv és konvex programozási feladatok közös jellegzetesége, hogy a konstans értékű szintvonalak által meghatározott tartományok mindkét esetben azonos típusúak.

Ha a szintvonalak ezen tulajdonsága megszűnik, akkor – amint az a **3.32. ábrán** is kitűnik – az optimális pontok elhelyezkedésére vonatkozóan alig van támpont, és így az optimalizálás még kétváltozós esetben is rendkívül problematikus. Ilyen típusú optimalizációs feladatok megoldására eséllyel jön számításba az ún. „szimplex

módszer” (más néven Nelder–Mead-eljárás), amely nem tévesztendő össze a lineáris programozási feladatok megoldására használt szimplex algoritmussal.

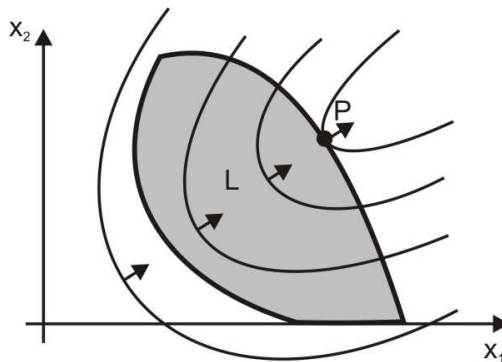


3.32. ábra

Programozási feladat tetszőlegesen választott célfüggvénnyel

Programozási feladat tetszőlegesen választott tértartományban

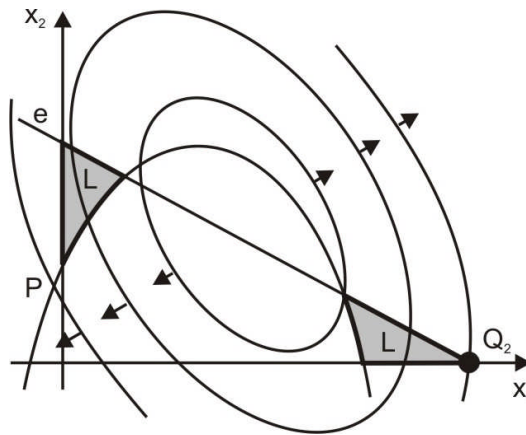
Az optimumszámítási feladat megoldása jóval nehezebbé válik, ha az L halmaz nem konvex poliéder, hanem attól eltérő geometriájú tartomány (pl. kétdimenziós esetben görbe vonalakkal határolt síktartomány). Ezt az esetet demonstrálja a **3.33. ábra**, ahol L egy görbe vonallal határolt konvex tartomány, a célfüggvény konkáv típusú, és P pont jelenti az optimális megoldást.



3.33. ábra

Programozási feladat tetszőlegesen választott egybefüggő tartományban

Olykor megesik, hogy az L nem összefüggő halmaz. A **3.34. ábrán** szemléltetett példában a célfüggvény konvex típusú ugyan, de az L halmaz két külön részből álló síktartomány, ahol a Q_2 pont képviseli az optimumot.



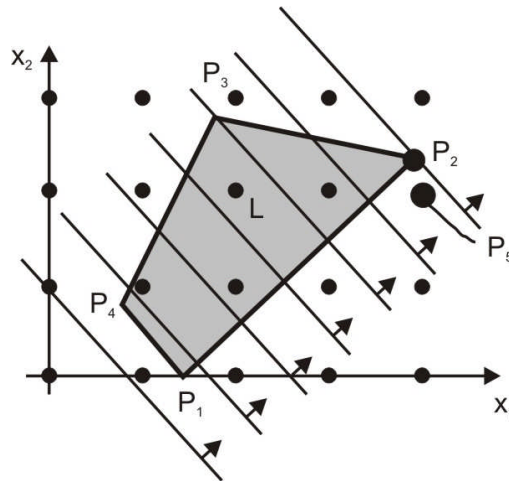
3.34. ábra

Programozási feladat tetszőlegesen választott különálló tartományokban

Egész értékű (integer) programozás

Ha a klasszikus lineáris programozási feladatra vonatkozóan azt a további megkorlátozást írják elő, hogy az optimális megoldást az L tartomány rácspontjai (egész értékű koordinátákkal reprezentált pontjai) közül kell kiválasztani, akkor az ún. egész értékű, más néven „integer” programozási feladathoz jutnak. Amint az a **3.35. ábrából** megállapítható, ez esetben a P_2 pont nem képvisel optimumot, ugyanis nem rácspont.

Az ábra azt sugallja, hogy ekkor a P_2 ponthoz legközelebb található rácspontot célszerű optimális megoldásnak tekinteni. Az egész értékű programozásra vezető – lényegében diszkrét típusú – optimumszámítási feladatok látszólagos egyszerűségük ellenére is csak meglehetősen komplikált számítógépes algoritmusokkal oldhatók meg, a nehézségek különösképp a többdimenziós tartományban végzett optimalizáláskor jelentkeznek.



3.35. ábra
Egész értékű programozás

3.6.3. Lineáris optimumszámítás

Az optimumszámítás alapfeladata a következő: értelmezzük H halmazon a (tervezési) változók $\mathbf{X}$ vektorát. E változóknak valamely célfüggvénye $f(\mathbf{X})$. A (tervezési) változókra különféle $g(\mathbf{X}) \leq 0$ feltételek (mellékfeltételek vagy kényszerfeltételek) vonatkoznak egyenlőség vagy egyenlőtlenség formájában. Az optimumszámítás ezek alapján az $f(\mathbf{X})$ célfüggvény szélsőértékének (minimumának vagy maximumának) meghatározását jelenti.

A minimum- vagy maximumszámítás egyenértékű feladat, minthogy az $f(\mathbf{X})$ függvény minimuma azonos a $-f(\mathbf{X})$ maximumával. A szélsőérték-számítás megkülönböztet lokális (vagy relatív) minimumot, illetve maximumot, globális (vagy abszolút) minimumot, illetve maximumot, valamint belső minimumot, illetve maximumot.

A szakirodalom az optimumszámítási problémákat leggyakrabban lineáris, illetve nemlineáris, valamint feltétel nélküli és feltételes optimumszámítás szerint csoportosítja.

A lineáris optimumszámítás célfüggvénye és a feltételi egyenletek, egyenlőtlenségek is lineáris függvények. Amennyiben a lineáris függvény konstans, úgy annak minimuma és maximuma is e konstans. Feltételi egyenletek vagy egyenlőtlenségek hiányában nemkonstans célfüggvénynek nincs véges optimuma.

Feltételi egyenletek esetén a lineáris programozási feladatok visszavezethetők feltétel nélkülivé, amennyiben a feltételi egyenleteket behelyettesítjük a célfüggvénybe, csökkentve így abban az ismeretlenek számát.

A lineáris programozás illusztrálására tekintsük az alábbi kétváltozós maximum-számítási feladatot. A célfüggvény:

$$f(x_1, x_2) = 40 \cdot x_1 + 80 \cdot x_2,$$

a feltételi egyenlőségek:

$$g_1 \quad : \quad 2 \cdot x_1 + (4/5) \cdot x_2 \leq 180$$

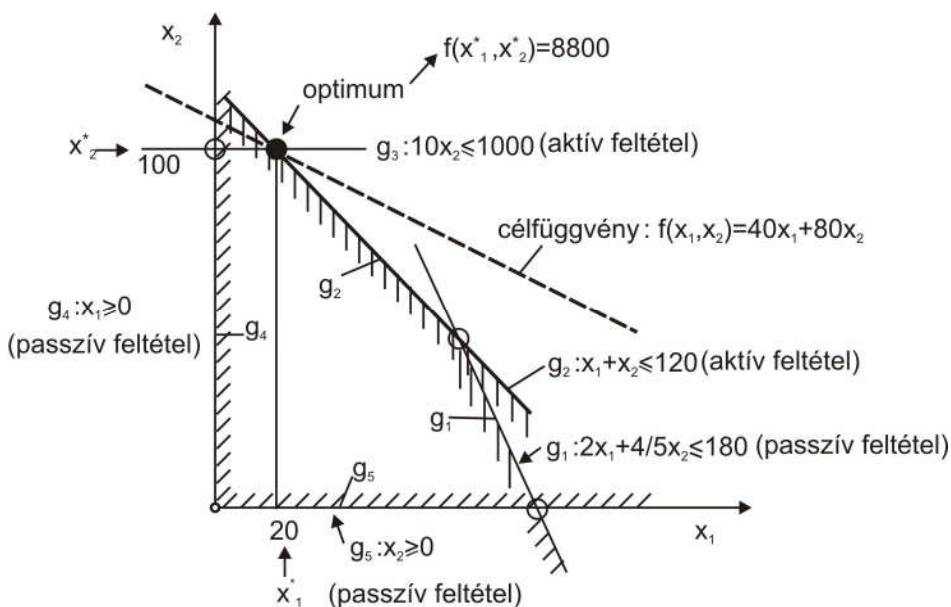
$$g_2 \quad : \quad x_1 + x_2 \leq 120$$

$$g_3 \quad : \quad 10 \cdot x_2 \leq 1000$$

$$g_4 \quad : \quad x_1 \geq 0$$

$$g_5 \quad : \quad x_2 \geq 0$$

A **3.36. ábra** a célfüggvényt és a feltételi összefüggéseket szemlélteti. Az ábrából az optimális értékek $x_1^* = 20$ és $x_2^* = 100$, míg a célfüggvény maximuma $f(x_1^*, x_2^*) = 8800$. A feltételi egyenletek közül g_2 és g_3 aktív, a többi pedig passzív. Megállapítható, hogy az optimális megoldás a feltételi összefüggések által behatárolt tartomány határvonalán ébred, és legalább egy megoldás létezik a feltételi egyenletek valamelyik metszéspontjában. Ezért a megoldások keresése során elegendő a feltételi egyenletek metszésvonalait, metszéspontjait sorra venni.



3.36. ábra

A feltételi összefüggések és a célfüggvény

A metszéspontok keresésének hatékony módszere a szimplex módszer, amely két fő lépésből áll. Az elsőben elő kell állítani a feltételi egyenletek közös metszés-sorozatát, valamint azok közös pontjait, a „csúcspontokat”. Ezt követően a második algoritmus csúcspontról csúcspontra halad úgy, hogy végül a legmagasabb csúcs-ra (a maximumra) jusson el. Maga a szimplex algoritmus úgy működik, hogy ezeket a csúcspontokat „magasságuk” szerint sorrendbe szedi, és így utolsóként kapjuk az optimális megoldást (vagy egy végtelenben található megoldást).

3.6.4. Nemlineáris optimumszámítás

A feltétel nélküli optimumszámítás eljárásai közül a lokális minimum meghatározására igen elterjedtek a gradiens módszerek. Ezeknél az iterációs eljárásoknál olyan korrekciós tagokat adunk az előző közelítő értékhez, amelyek a legnagyobb csökkenés irányába mutatnak. Az iteráció első lépéseiben a gradiens módszerek igen hatékonyak, később az oszcilláció jelentősebb lehet. A gradiens módszerek egy része az első derivált révén, másik része viszont a második derivált alapján képezi a korrekciós tagokat.

A Newton-féle módszer az első és második deriváltat egyidejűleg használja fel, így gyorsabb a konvergencia. Minthogy a második derivált inverzét használja az algoritmus, annak szingularitása esetén nem használható a Newton-féle eljárás.

A nemlineáris optimumszámítási eljárások másik része nem képezi a deriváltakat, csupán a függvényértékeket használja. Ezek a különféle keresőeljárások. Az iteráció kezdőpontjából kiindulva olyan mértékben megváltoztatja az egyik változó értékét, hogy a célfüggvény csökkenjen, majd az eljárás megismétli ezt a többi változó irányában is. Miután valamennyi változóra megtörtént a próbálkozás, a teljes eljárás megismétlődik mindaddig, amíg csökken a célfüggvény.

A kereső eljárások másik része véletlenszerű keresést használ, azaz a változók legkülönbözőbb véletlenszerűen előállított értékeinél vizsgálja a függvényértéket. Az előző eljárásokkal szemben az utóbbi elvileg alkalmas a globális minimum megkeresésére. Másik előnye, hogy eredményesen tudja használni a tervezési folyamatokban gyakori diszkrét értékeket.

A feltételes optimumszámítás során először célszerű megvizsgálni, hogy mely feltételek „számolhatóak fel” a célfüggvénybe történő behelyettesítés révén.

Az iterációs eljárások egy része a célfüggvényt módosítja, és így visszavezeti a problémát feltétel nélküli optimumszámítási feladatra. Más eljárások viszont az optimumkeresés során figyelembe veszik a feltételi összefüggéseket, és a módosítást a feltételi egyenlet – mint felület – érintősíkjában végzik el.

A nemlineáris optimumszámítási eljárások egy része a vizsgálandó függvényektől függően különféle numerikus nehézségekkel bír, ezért a megfelelő eljárás kiválasztása külön elemzést követel meg. Nehézséget okoz gyakran pl. a szerelhetőség, avagy a gyártástechnológia szabta feltételek matematikai megfogalmazása.

Az optimumszámítás eljárásai a változók nagy száma miatt, továbbá az esetenkénti nemlineáris kapcsolat miatt viszonylag idő- és ráfordításigényesek. Ugyanakkor a tervezési alternatívák mérlegelésekor, megítélésekor gyakran elegendő a jó

becslés, avagy a célfüggvény alsó, illetve felső korlátjának ismerete, míg máskor egy-egy tervezési változó esetében ez nem befolyásolja érzékelhetően a célfüggvény alakulását.

A vázoltak miatt más szemlélettel érvényesül az optimalizálás a tervezési folyamat során, mint a hagyományos matematikai értelemben. Természetesen az alapprobléma (a célfüggvény optimalizálása adott feltételek esetén) ugyanaz, de a kiválasztott eljárás – az eljárással és az eredményekkel szemben támasztott követelmények miatt – lényegesen más lehet a két megközelítésben. Az egyik esetben egy általános célú optimumszámítási eljárás, míg a másikban pl. egy kis számítás igényű becslés kerül alkalmazásra.

További problémát okoz a tervezési folyamat és az optimumszámítás viszonylatában a tervezési változók rendszerint diszkrét jellege és az optimumszámítás változóinak folytonos tulajdonsága. Az optimumszámítás eljárásai nagyrészt folytonos függvényeket tételeznek fel, és a végeredményeket csak az optimumszámítási algoritmusok szabják meg.

A tervezési változók nagyobb része szabványosított. A méretek, anyagjellemzők stb. csak meghatározott értékek sokaságából választhatók ki, így ha folytonos függvényekre épülő optimumszámítási eljárást használunk, akkor a kapott eredmény helyett a legközelebbi szabványos értéket kell választani. E közelítés rendszerint kisebb hibát eredményez, viszont az optimumszámítást részben meg kell ismételni, vagy le kell ellenőrizni a tervezési változókra megválasztott „legközelebbi” szabványos értékekkel, hogy azok nincsenek-e ellentmondásban. Másik lehetőség, hogy diszkrét értékekkel dolgozó optimumszámítási eljárást használunk (amennyiben az adott problémára ilyen eljárás rendelkezésre áll).

Összefoglalva az optimális tervezés főbb lépései a következők:

- a tervezési feladat definiálása;
- a tervezési változók (amelyek optimumát keressük) és a tervezési paraméterek (amelyek előre adottak) megválasztása;
- a közelítő feltevések, elhanyagolások előírása;
- a célfüggvény és a (mellék)feltételek előírása;
- az optimumszámítási algoritmus megválasztása (esetleg kidolgozása);
- a konvergenciafeltételek előírása;
- a számítások elvégzése;
- az eredmények elemzése;
- összevetés közelítő eljárások eredményeivel;
- a közelítő feltevések kritikája.

3.6.5. Gradiens módszer

A többváltozós függvények minimalizálásának egyik legismertebb eljárása a gradiens módszer, melynek lényege a következő. A paramétertér $\mathbf{X}_0$ vektorral reprezentált kezdőpontjában meg kell határozni a $\text{grad}(\mathbf{X})$ gradiens értékét, amivel egy új

pontot lehet választani a

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_0 - t \cdot (\mathbf{X}_0)$$

összefüggés szerint, méghozzá olyan módon, hogy az $f(\mathbf{x}_1) < f(\mathbf{x}_0)$ teljesüljön, ahol t pozitív mennyiség a lépéstávolságot jelöli. A keresést tovább folytatva – szerencsés esetben, $\mathbf{X}_0$ kezdőpont választásától is függően – az optimum megtalálható.

Példaképpen keresendők az

$$u(x; y) = 0$$

$$v(x; y) = 0$$

egyenletrendszer gyökei, ahol $\mathbf{X}(x, y)$. A megoldáshoz felírandó a

$$Q(x; y) = [u(x; y)]^2 + [v(x; y)]^2 \geq 0$$

függvény, amely az $u(x_p; y_p) = 0$, $v(x_p; y_p) = 0$ esetén veszi fel a minimumát, tehát a $Q(x; y)$ függvény minimumának meghatározásával együtt megkaphatók az egyenletrendszer valamely $(x_p; y_p)$ gyökei.

Ismert, hogy $Q(x; y)$ leggyorsabban a gradiens irányában változik, tehát egy tetszőlegesen felvett $x_0; y_0$ pontból kiindulva lépésenként kell az $(x_0; y_0)$ pontra vonatkozó gradiens vektor

$$-\text{grad } Q(x; y) \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial Q}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \\ -\frac{\partial Q}{\partial y} \Big|_{y=y_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_{x_0} \\ -Q_{y_0} \end{bmatrix}$$

szerinti irányban haladni mindaddig, amíg Q ismét növekedni nem kezd (amit nyilván el kell kerülni).

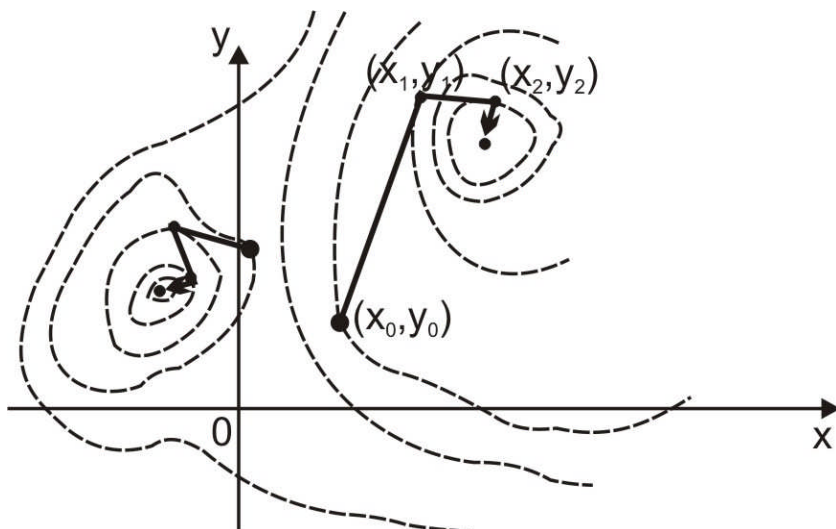
A keresett gyök újabb $(x_1; y_1)$ közelítését az

$$x_1 = x_0 - t \cdot Q_{x_0}, \quad y_1 = y_0 - t \cdot Q_{y_0}$$

képlet adja, ahol t olyan módon választott lépésköz, melyre $Q(x_1; y_1)$ érték kisebb, mint $Q(x_0; y_0)$. Ezután következik az új gradiens kiszámítása az $(x_1; y_1)$ ponthoz,

és a következő pont meghatározása stb.

A keresési stratégiát a **3.37. ábra** mutatja a példához kapcsolódva:



3.37. ábra
Gradiens módszer keresési stratégiája

3.7. Szakértői rendszerek

A „gondolkodó” gép eszméje nem új. Céltudatos és intelligens viselkedésű robotok már a görög mitológiában, a héber mítoszokban és másutt is előfordultak, de gyakorlati megvalósításuk csak a számítógépek korában vált lehetségessé. A mesterséges intelligencia (MI) fejlődésének fontosabb állomásait a **3.38. ábra** ismerteti.

A mesterséges intelligencia elmélete a legkülönbözőbb tevékenységekkel (pl. játék, bizonyítás, alakfelismerés) foglalkozik, de fő feladata olyan tevékenységek elvégzése, amilyenekre egy szakértő (ember) képes. Az ilyen szolgáltatásokat nyújtó számítógépi szoftvereket nevezik szakértői rendszereknek.

Dátum	Események
1854	George Boole lefekteti a matematikai logika alapját, amely később nagy jelentőségre tesz szert a számítógépek tervezésében.
1936	Alan Turing megalkotja a számítástudományban alapvető Turing-gépet.
1943	Bletchleyben megépítik az első elektronikus számítógépet, a Colossust.
1956	John McCarthy, később a LISP-nyelv megalkotója, először használja a „mesterséges intelligencia” elnevezést.
1957	Newell, Shaw és Simon létrehozzák a General Problem Solver (Általános Feladatmegoldót), ami fordulópont az MI fejlődésében.
1964	Az első bejelentés a Dendralról, amely az egyik legkorábbi szakértői rendszer.
1971	Forgalomba kerül az első mikroprocesszor, az Intel 4004.
1972	A Unimation megkezdte az egyedi robotok sorozatgyártását.
1972	Terry Winograd megalkotja az emberi nyelvek megértésére képes SHRDLU-programokat.
1973	A Threshold Inc. első beszédfelismerő rendszerének megjelenése.
1973	A Lighthill-jelentés ösztönzi az MI-kutatásokat az Egyesült Királyságban.
1982	Japán elindítja az ötödik generációs programot.
1983	A japán kezdeményezésekre válaszul megkezdődik az Alvey-program (Egyesült Királyság) és az Esprit-program (Európa).
1984	Megjelennek a forgalmazók szerint MI-tartalmú szoftvertermékek, viták folynak a szakértői rendszervázak (shellek) jelentőségéről stb.
1991-től	Szakértői rendszerek és más MI-eszközök üzemeltetésére alkalmas ötödik generációs rendszerek kifejlesztése.

3.38. ábra

A mesterséges intelligencia (MI) fejlődésének fontosabb állomásai

A 3.1. alfejezetben található definíció mellett vannak más meghatározásai is a szakértői rendszernek, mint például:

- a szakértői rendszer ismeretek és következtetések rendszere;
- a szakértői rendszer az emberi szakértői tevékenység szimulálására szolgáló számítógépes rendszer, mely a logikai következtetés szabályai szerint végez műveleteket adott információkkal;
- szakértői rendszer $\equiv$ szakértői rendszerváz (shell) + szakértői tudás.

Ez utóbbi definícióban szereplő shell egy általános célú, magas szintű programozási nyelvű tudáskezelő program, melynek két fő feladata van: szakértői tudás-input logikai feldolgozása, tárolása, melynek eredménye:

$\Rightarrow$ tárolt szabály = szabálycímke + feltétel + esemény + magyarázat;

- a szabálycímke a tudásbázisban tárolásra kerülő szabály egyértelmű azonosítására szolgál;
- a feltétel általában ha... (if...) kezdetű megfogalmazás, melyben több információ is összekapcsolható az és, illetve a vagy szavakkal, valamint az =, <>, <, >, <=, >= jelekkel;
- az esemény általában akkor... (then...) kezdetű állítás, művelet, utasítás (ami lehet egy újabb szabály aktiválása is), melyhez az esetleges bizonytalanságot kifejező valószínűséget is hozzá kell rendelni;
- a magyarázat mivel... kezdetű kiegészítő információ, melyet indokolt esetekben célszerű megadni.

$\Rightarrow$ tárolt tudás gyakorlati problémák megoldására való alkalmazása, reprezentációja, mely történhet:

- előreláncoló logikával, azaz a rendszer ismert feltételekből, tényekből jut el a megfelelő következtetésig vagy eredményig;
- visszafelé láncoló logikával, azaz a rendszer egy lehetséges következtetésből vagy eredményből kiindulva ellenőrzi, hogy teljesülnek-e azok a feltételek, tények, amelyek az adott következtetéshez vagy eredményhez vezethetnek.

A klasszikus számítógépi program és a szakértői rendszer közötti fő különbségek a következők:

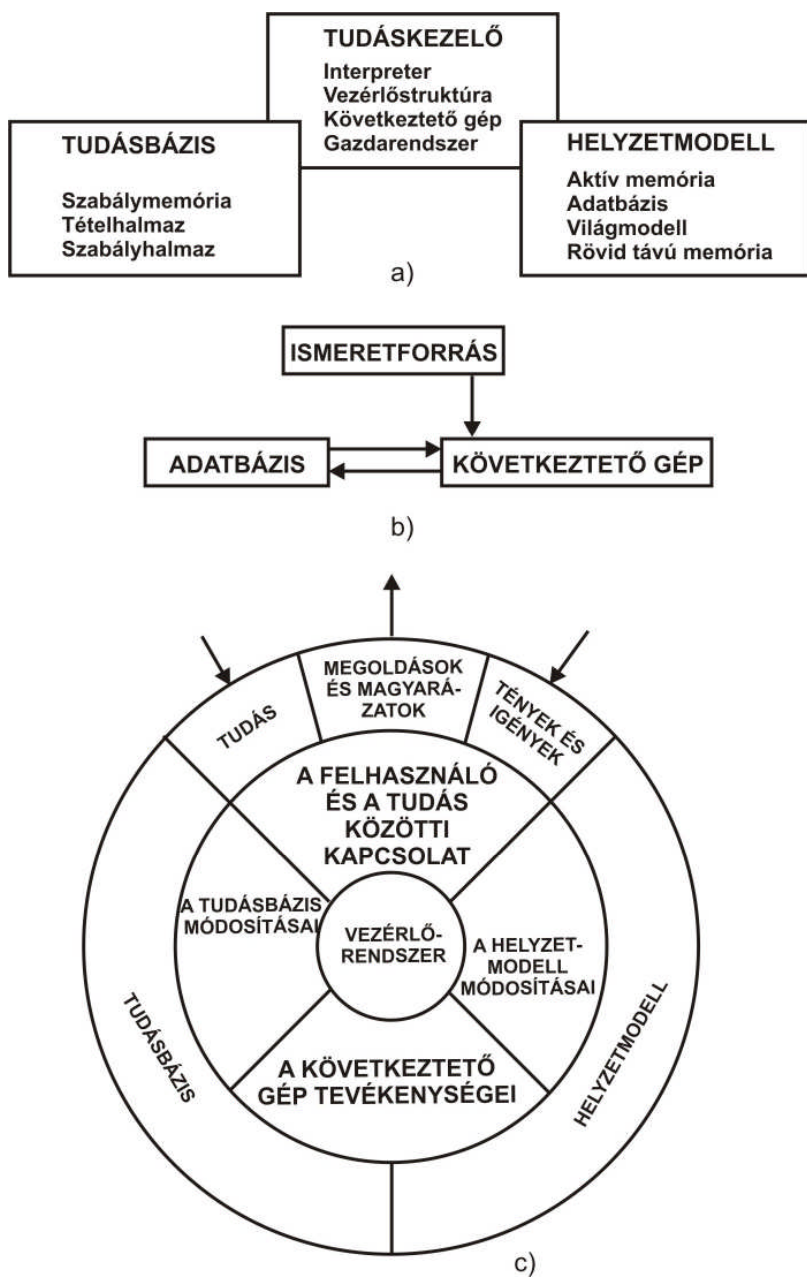
Program

- adatbázis(ok)ra épül;
- adatot kezel;
- algoritmus(oka)t alkalmaz;
- ismétlődő eljárásokon halad keresztül.

Szakértői rendszer

- tudásbázis(ok)ra épül;
- tudást kezel;
- szabályokat alkalmaz;
- következtetett eljárásokon halad keresztül.

A szakértői rendszer felépítése többféleképpen is megadható (**3.39. ábra**). Legismertebb alakjában egy szakértői rendszert három fő eleme jellemez: a tudáskezelő, a tudásbázis és a helyzetmodell (ezeket szemlélteti a **3.39.a. ábra**, az irodalomban használatos más elnevezésekkel együtt). Az egyes speciális témakörök szakértői tudásbázisában tárolt információt alkalmazva a tudáskezelő (shell) elemzi a helyzetmodellben lévő aktuális adatokat.



3.39. ábra
Szakértői rendszer felépítése

A **3.39.a. ábrán** azonban nem sok jel utal arra, hogy egy szakértői rendszer a külvilággal is kapcsolatban lenne. A gyakorlatban a tudáskezelő feladata a tudás megszerzése és bővítése is.

A **3.39.b. ábra** azt fejezi ki, hogy szükség van ismeretforrásra, de nem érzékelhető, hogy ennek kezelése során output is keletkezne.

A **3.39.c. ábra** szemlélteti egy teljes szakértői rendszer alkotóelemeit, a köztük fennálló összefüggéseket és a megoldások, illetve magyarázatok előállításának menetét. Egy ilyen szakértői rendszer nem önálló zárt világ, hanem – ideális esetben – működése során a megoldások előállításával egyidejűleg fejlődik, képessé válik újabb és újabb igények kielégítésére, s egy megfelelő kapcsolattartó rendszer segítségével kétirányú információáramlás folyik a rendszer és a külvilág között.

A szakértői rendszerek számos területen alkalmazhatók:

- ⇒ Tervezés (bizonytalansági tényezők figyelembevételével):
 - konstrukciós és rendszer(hálózat)-tervezés;
 - technológia- és folyamattervezés.
- ⇒ Műszaki diagnosztika:
 - hardver- és szoftverhibák keresése;
 - hibaanalízis.
- ⇒ Folyamatszabályozás:
 - szenzorokkal ellátott, felügyeletsszegény gyártást megvalósító technológiai robotok alkalmazhatósága;
 - beavatkozási döntésmínőség-javítás tanuló algoritmusokkal.
- ⇒ Matematika:
 - nem számszerűsíthető problémák kezelése;
 - paraméteres (π, e, stb), kerekítési hibacsökkentő algebrai és numerikus számítások.
- ⇒ Kémia:
 - ismeretlen szerves vegyületek molekulaszervezetének azonosítása;
 - szerves vegyületek szintéziséhez vezető reakciók sorozatának megtervezése.
- ⇒ Geológia:
 - ásványvagyon-kutatás felszíni kőzettípusok alapján;
 - olajmezők elemzése.
- ⇒ Egészségügy:
 - diagnosztizálás (szervrendszerenkénti tünetanalízis → betegség-meghatározás vagy újabb vizsgálatok szükségességének megállapítása);
 - kutatás (örökletes betegségek génazonosítása már a fogamzás utáni napokban).
- ⇒ Pénzügy:
 - beruházási, befektetési lehetőségek elemzése, marketing- és döntéstámogatás;

- vállalkozásadminisztráció (személyzetügy, bérügy, munkaügy, adóügy, hitelügy) támogatása, tanácsadás.
- ⇒ Igazságügy:
 - jogi esettanulmányok elemzése;
 - jogszabálykezelés és értelmezés segítése.
- ⇒ Oktatás:
 - órarendkészítés, tesztkiértékelés, oktatóprogram.
- ⇒ Távközlés:
 - elektronikus posta tervezése, üzemszervezése, hibafeltárása.
- ⇒ Honvédelem:
 - repülési útvonaltervezés, taktikai légitüzelés, hadgyakorlat-optimalizálás.

Lemezmeggmunkáló szerszámok hibái elemezhetők szakértői rendszer segítségével. A szerszámok tönkremenetelét számos olyan tényező befolyásolja, melyek nehezen számszerűsíthetők, legtöbbször csupán a tapasztalat segít a hibaokok előrejelzésében és megkeresésében. Ilyen feladatok megoldására célszerű például szakértői rendszert használni. A rendszer felépítésének folyamata a következő:

1. A meghibásodások okainak és következményeinek összesítése.
2. A várható darabszám előrejelzése: determinisztikus és sztochasztikus tényezők számbavétele.
3. A szerszámok meghibásodásával kapcsolatos tapasztalatok összegyűjtése a szakirodalomból és nagy tapasztalattal rendelkező mérnökök esettanulmányai-ból.
4. A szakértői rendszer főbb jellemzőinek rögzítése, analógiák felállítása, adatbázis és tudásbázis feltöltése (kapcsolat a számítógépes szimuláció, a CÍM-környezet és a szakértői rendszer között).
5. A modell részleteinek tisztázása (szerszám kiinduló állapotától és a használattól függő tényezők, az állapot számszerű jellemzése, kölcsönhatások felderítése stb.).
6. A szakértői rendszer használata során szerzett tapasztalatok, a bővülő tudás beépítése a rendszerbe.

Fuzzy és alkalmazásai

A fuzzy – angolul homályosat, zavarosat jelent – mint szakterület a matematika, a számítástechnika és a villamosmérnöki tudományok határán helyezkedik el. A fuzzynak része a valószínűségszámítás, de a használható fuzzy axiómarendszerek leszűkítik e túl „tág” fuzzyt a lehetőségelméletre, ami a valószínűségelmélettel azonos „szinten” van, és annak szóba jöhető alternatívája. Tulajdonképpen a fuzzy logika felmerülő alkalmazásai valahol a lehetőségelmélet talaján állnak. A fuzzy logikát alapvetően azért találták ki, hogy pontatlan vagy bizonytalan információkat, ismereteket vagy rugalmasan kezelhető határfeltételeket is matematikai formába lehessen önteni, azokat kvantitativ (számszerűsítve) lehessen kezelni.

1965-ben a Berkley Egyetemen (Kaliforniában) Lotfi A. Zadeh írta le először a fuzzy halmazok matematikáját. 1974-ben jelent meg a működőképes fuzzy szabály alapú modell fogalma, ekkor készült el az első olyan rendszer Londonban, amely sikeresen alkalmazta a fuzzyt egy gőzgép szabályozásához. Nem sokkal ezután a fuzzyt egy dán cementmű szabályozási feladatára is használták. Ennek ellenére hosszú idő telt el a „fuzzy forradalomig”, az igazi tömeges alkalmazásokig. 1987-re – az első fuzzy világkonferencia idejére – jött létre az áttörés, ekkorra készültek el a sendai metróval, amit a fuzzy segítségével teljesen automatizáltak. Itt egyetlen ember közreműködésére sincs szükség, a szerelvények vezetőitől az állomásfőnökhöz mindent ellát az automatikus szabályozórendszer. Ebben a metróban nem kell kapaszkodni, mert a rendszer alkalmazkodóképességénél fogva soha nem fékez vagy gyorsít hirtelen.

Újabb fordulópontot 1991 hozott, ugyanis ekkor mutatták be a pilóta nélküli helikopterirányítást. Ez fölveti a reményt, hogy igen nagy bonyolultságú rendszereket is sikerül egy strukturált moduláris fuzzy szabályrendszeren alapuló modellel kezelni. Kinyílt egy „ajtó”, amelyen túlra még csak kitekintésünk van, de lehet, hogy már a közeli jövőben óriási ipari üzemeket tudunk majd fuzzy módszerrel teljesen automatikusan irányítani. Megjelentek a gazdasági döntéstámogató, a diagnosztizáló fuzzy alkalmazások, az egészségügyi felhasználások mint szakértői rendszerek is. Manapság pedig a robotikától – az ipari folyamatokon át – a háztartási gépekig minden területen hódít a fuzzy. Ezt az időszakot nevezik „fuzzy robbanásnak”.

Fontos terület a fuzzyalapú képfeldolgozás. Példaként említhető, hogy az Öböl-háborúban fuzzy képfelismerő rendszert alkalmaztak több rakétatípusban, mivel ez igen alkalmas célpontok kijelölésére. Hagyományos módszerekkel az éjszakai infravörös képen nem lehet megkülönböztetni a páncélozott csapatszállító járműveket a harci eszközöktől. Ilyen esetben a régi technikával valószínűleg megsemmisítettek volna azokat is. Fuzzy segítségével ki lehet jelölni, hogy mely célpontokra ne lőjenek. Ma már a háborúkat nem a harcoló embertömegek nyerik, hanem a fejlett technika. Megjelent a fuzzy videokamera is, amely egy belső fuzzy algoritmus segítségével kiszűri a remegő kéz, hajó vagy autó okozta képrezgést. Olyan lesz a felvétel, mintha stabil álló helyzetből készítették volna. A fókuszálása is sokkal ügyesebb, mert nemcsak egy objektumra fókuszál, hanem bizonyos mértékig az egész képmezőt figyelembe veszi.

A fuzzy logika értelmezéséhez gondoljunk vissza a hagyományos logika alapját képező halmazelméletre. Legyen

$$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$$

egy halmaz. A klasszikus logika szerint egy elem halmazba tartozása egyértelműen megállapítható, vagyis tetszőleges a_k elemről el tudjuk dönteni, hogy eleme-e az A halmaznak vagy sem. Ha beletartozik, úgy ezt logikai igaz, ha nem, logikai hamis értékkel jellemezzük. Egyszerűség kedvéért jelöljük a logikai igaz értéket 1-gyel, a hamis értéket 0-val.

A fuzzy logika esetében a halmazba tartozás 0, illetve 1 igazságértékei nem ennyire sarkallatosak, hanem köztes értékek is léteznek, amelyek megmutatják, hogy egy adott a_k elem mennyire tartozik bele a halmazba: teljesen, nagyon, többé-kevésbé, kicsit vagy egyáltalán nem. Így minden A halmazbeli a_k elemhez hozzárendelünk egy számot, általában 0 és 1 (néha -1 és 1 között), ami jellemzi az elem halmazba tartozásának (igazságának) mértékét. Tehát az A halmazunk fuzzyban az alábbi módon néz ki:

$$A = \{a_1^{(k1)}, a_2^{(k2)}, a_3^{(k2)}, \dots, a_n^{(kn)}\}$$

A halmazelemekhez rendelt, felső indexbe írt értékek tehát a halmazba tartozás mértékét (kicsi, közepes, nagy igazságértékét) jellemzik. Vegyük észre, hogy ezek a számok a klasszikus halmazelméletben is jelen vannak, de értékük vagy 0, vagy 1, így külön nem is tüntetjük fel ezeket. Azt az elemet, amihez 0-át (vagy egy másik skálán -1 -et) rendelünk, fel sem soroljuk a halmaz elemei között.

Nézzünk egy konkrét, de egyszerű példát! Legyen az A halmazunk az emberek cm-ben kifejezett testmagassága, és vegyük csak az egész értékeket:

$$A = \{130, 131, 132, \dots, 250\}$$

A klasszikus halmazelmélet szerint határozzunk meg két részhalmazt: L jelölje az alacsony emberek halmazát, M a magas embereket. Kell találnunk egy elemet (például 170 cm), amelynél alacsonyabb emberek az $L = \{130, 131, 132, \dots, 169\}$ halmazba tartoznak, míg a magasabbak az $M = \{170, 171, 172, \dots, 250\}$ halmazba.

A gyakorlati életben ilyen éles határokat gyakran nem szabhatunk. Ha azt mondjuk valakiről, hogy „a körülbelül 155 cm magas személy nagyjából alacsonynak mondható”, akkor az állításban van bizonytalansági tényező: „körülbelül”, illetve „nagyjából”. Az egyes elemekhez rendelt számértékek éppen ezt a bizonytalanságot hivatottak kezelni. Például:

$$L = \{130^{(1)}, 140^{(1)}, 150^{(1)}, 160^{(0.8)}, 170^{(0.5)}, 180^{(0.1)}, 190^{(0)}\}$$

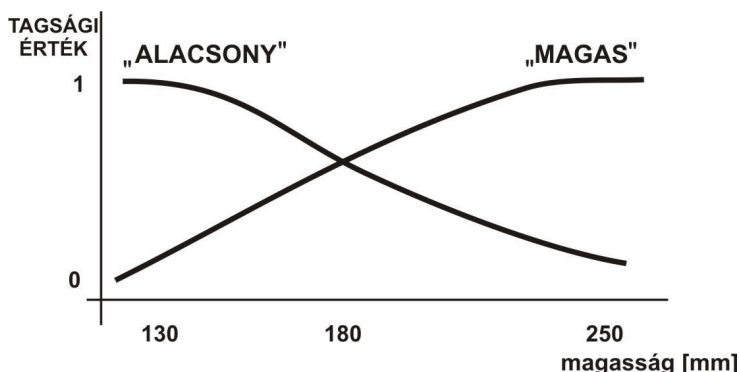
$$M = \{130^{(0)}, 140^{(0)}, 150^{(0)}, 160^{(0.1)}, 170^{(0.4)}, 180^{(0.9)}, 190^{(1)}, \dots, 250^{(1)}\}$$

A két halmazban lehetnek teljesen különböző elemek is, sőt a hozzájuk rendelt számok között sem halmazon belül, sem két halmaz vonatkozásában nincs előírva semmilyen összefüggés, leszámítva azt, hogy „értelmes”, azaz szemantikai jelentéssel bíró adatoknak kell lenniük.

Egy fuzzy szabályozó esetén azonban nem az állításaink igazságértékére vagyunk kíváncsiak, hanem a felállított szabályrendszerrel elvárjuk, hogy minden bemenet esetén előállítson valamilyen kimenetet. Ehhez a következtetés eredményeképpen adódó fuzzy halmazt „defuzzifikálni” kell, vagyis a fuzzy halmazból egy „éles”, sarkallatos értéket kell előállítani.

Ha mindezt a hozzárendelést függvényben jelenítjük meg, vagyis a halmaz elemeihez hozzárendelve ábrázoljuk a tagsági beletartozást jelölő számokat, akkor

a tagsági függvényt (**3.40. ábra**) kapjuk. Ez a kifejezés honosodott meg a magyar szaknyelvben a karakterisztikus függvény helyett; angol megfelelője a „membership function”, német megfelelője a „Zugehörigkeits-funktion”. A tagsági függvényeket folytonos összefüggéssel, de diszkrét értékekre (a halmaz elemeire) adjuk meg. A tagsági függvények alakjuk szerint lehetnek háromszög, harang, szigmoid, trapéz, egyoldalú trapéz, fűrészfog stb. alakúak.



3.40. ábra

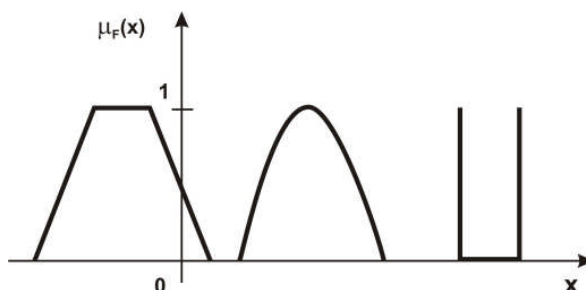
Egy konkrét példához tartozó tagsági függvények

Ezek alapján kézenfekvő a halmazfogalom általánosítása: egy

$$F = \{(x, \mu_F(x)) : x \in X\}$$

halmazt X feletti fuzzy halmaznak nevezünk, ahol az x elemek az X (univerzum) halmazzal egy 0 és 1 közötti számmal jellemezhető kapcsolatban állnak, ezt a kapcsolatot adja meg a $\mu_F(x)$ tagsági függvény (**3.41. ábra**):

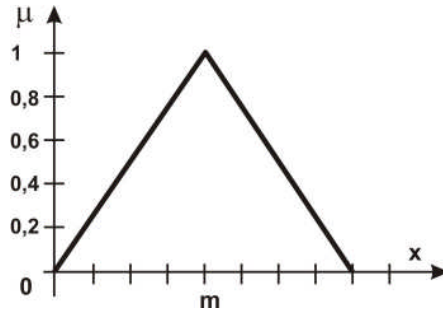
$$\mu_F(x): X \longrightarrow [0,1], \text{ azaz } \mu_F(x) \in [0,1] \quad (X \subset \mathbb{R}).$$



3.41. ábra

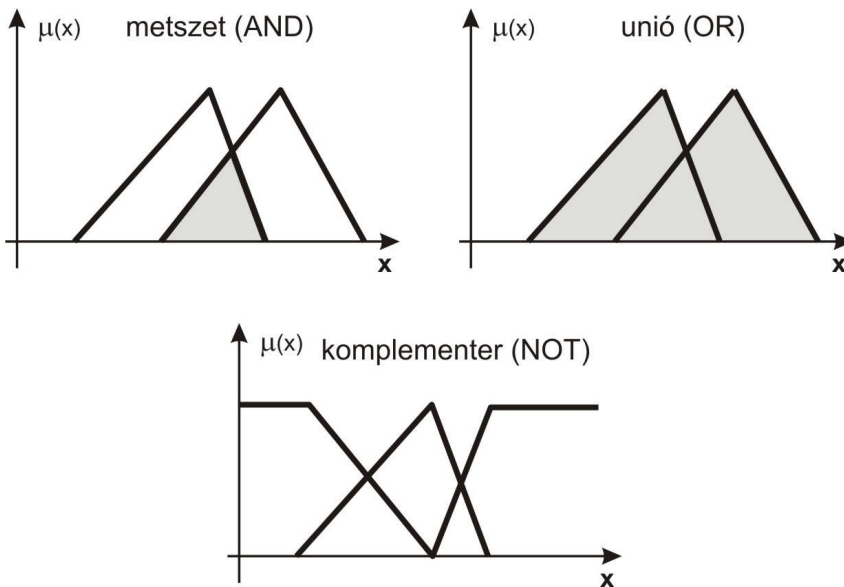
Példák tagsági függvényekre

A szabályázástechnikában a számításigény csökkentése végett egyszerű tagsági függvényeket használnak, mint például amilyen a **3.42. ábrán** látható (itt m az ún. modális érték).



3.42. ábra
Egyszerű tagsági függvény

Ahogy a klasszikus halmazt kiegészítettük tagságot jelölő számokkal, úgy természetesen újra kell értelmeznünk a klasszikus halmazműveleteket (metszet, unió, komplementer), vagy ha fuzzy halmazok tényeket szimbolizálnak, az AND-, OR-, NOT-műveleteket (**3.43. ábra**).



3.43. ábra
Példa műveletekre: metszet, unió, komplementer

Két fuzzy halmaz AND (metszet) művelete az a halmaz, amely a két argumentumhalmaz közös elemeit tartalmazza, minden elemet a legkisebb (minimális) előforduló beletartozási értéken véve:

$$\text{pl. } L \text{ AND } M = \{130^{(0)}, 140^{(0)}, 150^{(0)}, 160^{(0.1)}, 170^{(0.4)}, 180^{(0.1)}, 190^{(0)}\} = \{160^{(0.1)}, 170^{(0.4)}, 180^{(0.1)}\}$$

Két fuzzy halmaz OR (unió) művelete az a halmaz, amely minden előforduló elemet tartalmaz, a lehető legnagyobb (maximális) beletartozási értéken véve:

$$\text{pl. } L \text{ OR } M = \{130^{(1)}, 140^{(1)}, 150^{(1)}, 160^{(0.8)}, 170^{(0.5)}, 180^{(0.9)}, 190^{(1)}, 250^{(1)}\}$$

Egy halmaz NOT (komplementer) művelete az a halmaz, amely minden elemet tartalmaz úgy, hogy az elemek tagsági értékeit kivonjuk 1-ből.

3.8. Összefoglalás

A numerikus módszerek a mérnöki, informatikusi gyakorlat legfontosabb matematikai segédeszközei. Alkalmazásukkal megoldhatók implicit egyenletek, lineáris és nemlineáris egyenletrendszerek, differenciálegyenletek. Lehetővé tesznek hagyományos módon nem vagy nehezen elvégezhető deriválást, integrálást, mátrixműveleteket.

A matematikai modellek megalkotásának folyamatában jelentős szerepük van a különböző függvényközelítési, -illesztési módszereknek, melyek segítségével a mérési pontokra illeszkedő görbe paraméterei meghatározhatók. Hasonlóan nagy szerepe van a számítógéppel segített – empirikus száanyagot feldolgozó – eljárásoknak az anyagjellemző mérőszámok matematikai statisztikai interpretációjában.

A tervezési folyamatot nagyban segítik azok a numerikus technikák, melyek a hagyományos matematikai módszerekkel meg nem oldható problémák esetében is hatásosak. Ezek közül legfontosabbak a véges differencia módszer, a végeselem módszer, a szimulációs és az optimalizálási eljárások.

A számítógépek alkalmazásának csúcsát jelentik a mesterséges intelligencia megvalósítására irányuló törekvések, melyek egyik fontos eredménye a szakértői rendszerek megjelenése az élet különböző területein, így az anyagtechnológiák tervezésében és irányításában is.

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

4.1. Az anyagok választéka és felhasználásuk arányai

Az anyag kiválasztás kapcsán szilárd anyagokra gondolunk, pontosabban azokra, amelyek eszközeink, berendezéseink, építményeink készítésére alkalmasak lehetnek. Az ilyen szerkezeti anyagoknak különböző mechanikai, termikus, elektromos, mágneses, optikai és akusztikai, egyszóval fizikai tulajdonságaik fontosak, azok teszik célszerű felhasználásra alkalmassá őket. Ezért a többi halmazállapot (cseppfolyós, légnemű, plazma) a mi szempontunkból annyiban érdekes, amennyiben azok hozzájárulnak a szilárd fizikai anyagok, illetve a belőlük készülő termékek előállításához, feldolgozásához, használatához.

Nem tartoznak a tervezőmérnöki anyagkiválasztás szférájába a szilárd biológiai anyagok (pl. élelmiszerek, szerves és műtrágyák) és a szilárd kémiai anyagok (pl. vegyszerek, üzem-, illetve fűtőanyagok) sem.

A szerszámanyagokat is felölelő szerkezeti anyagok (fizikai anyagok) köre szerves és szervetlen anyagokat egyaránt tartalmaz (**4.1.a** és **b. ábra**). A szerves anyagok élő szervezetek produktumaiból, bontás- vagy bomlástermékeiből származnak. Ezek alapvetően szénvegyületek, melyek közé nem tartoznak a szervetlen szén-oxidok és a karbonátok. A szerves anyagok természeti anyagokat és műanyagokat (közös elnevezéssel polimereket) jelentenek.

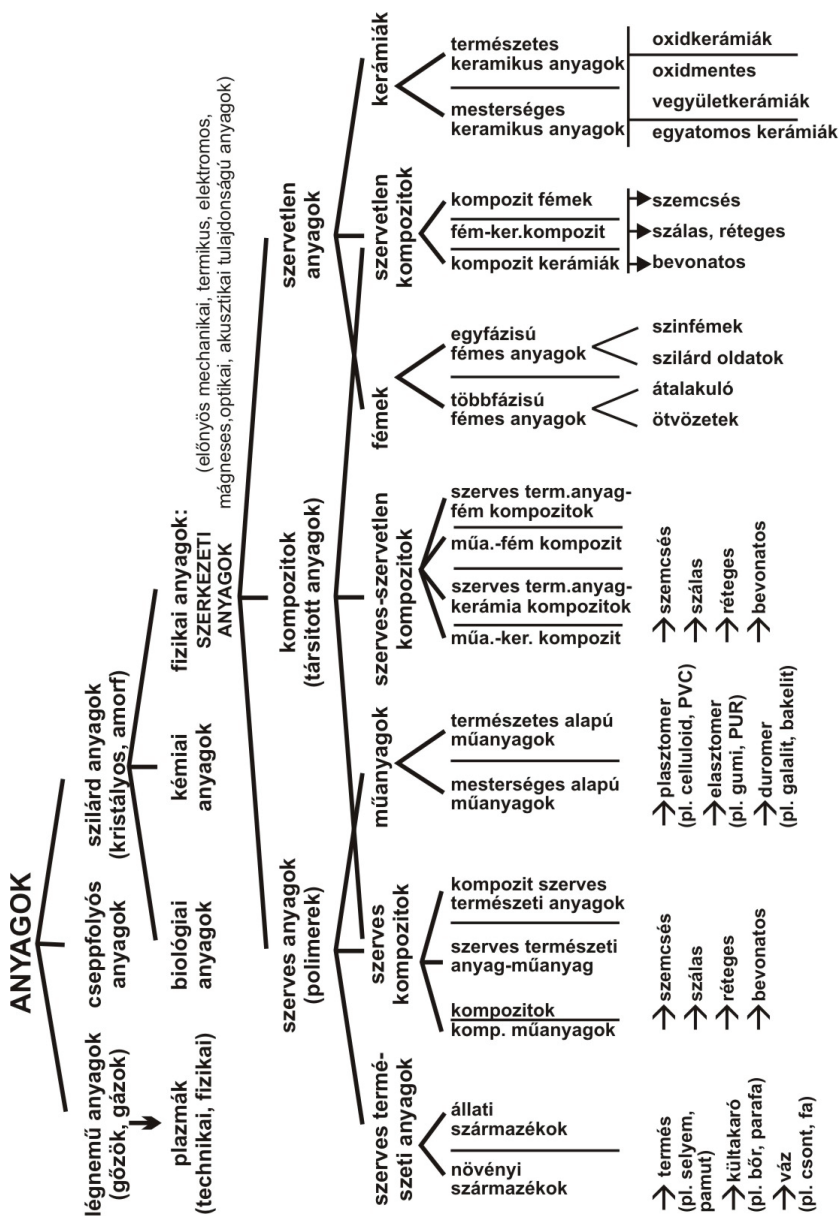
A biopolimerek (szerves természeti anyagok) az állat- és növényvilág (fauna és flóra) közvetlenül nyerhető származékai, melyek termékek (produktumok), kültakarók vagy vázanyagok lehetnek. A szintetikus polimerek (műanyagok) előállíthatók biopolimerekből (természetes alapú műanyagokból), illetve leggyakrabban kőolaj-feldolgozási termékekből (mesterséges alapú műanyagok). A műanyagok jellegzetes csoportjai: hőre lágyulók vagy plasztomerek, gumirugalmasak vagy elasztomerek és hőre keményedők vagy duromerek. Ez utóbbiak esetében a felhasználásukat jobban tükrözné a „hőre nem lágyuló” elnevezés.

A szervetlen anyagok a különböző kémiai elemek és a vegyületeik, kivéve a fent említett szerves vegyületeket. A szervetlen szilárd anyagok két nagy csoportja a kicsi, de a hőmérséklet növelésével növekedő elektromos ellenállású fémek és általában nagy, de a hőmérséklet növelésével csökkenő elektromos ellenállású kerámiák. Ezek felhasználható állapotban részben a természetben találhatók meg, részben – különböző technológiák segítségével – bányászott, földkéregbeli anyagokból állíthatók elő.

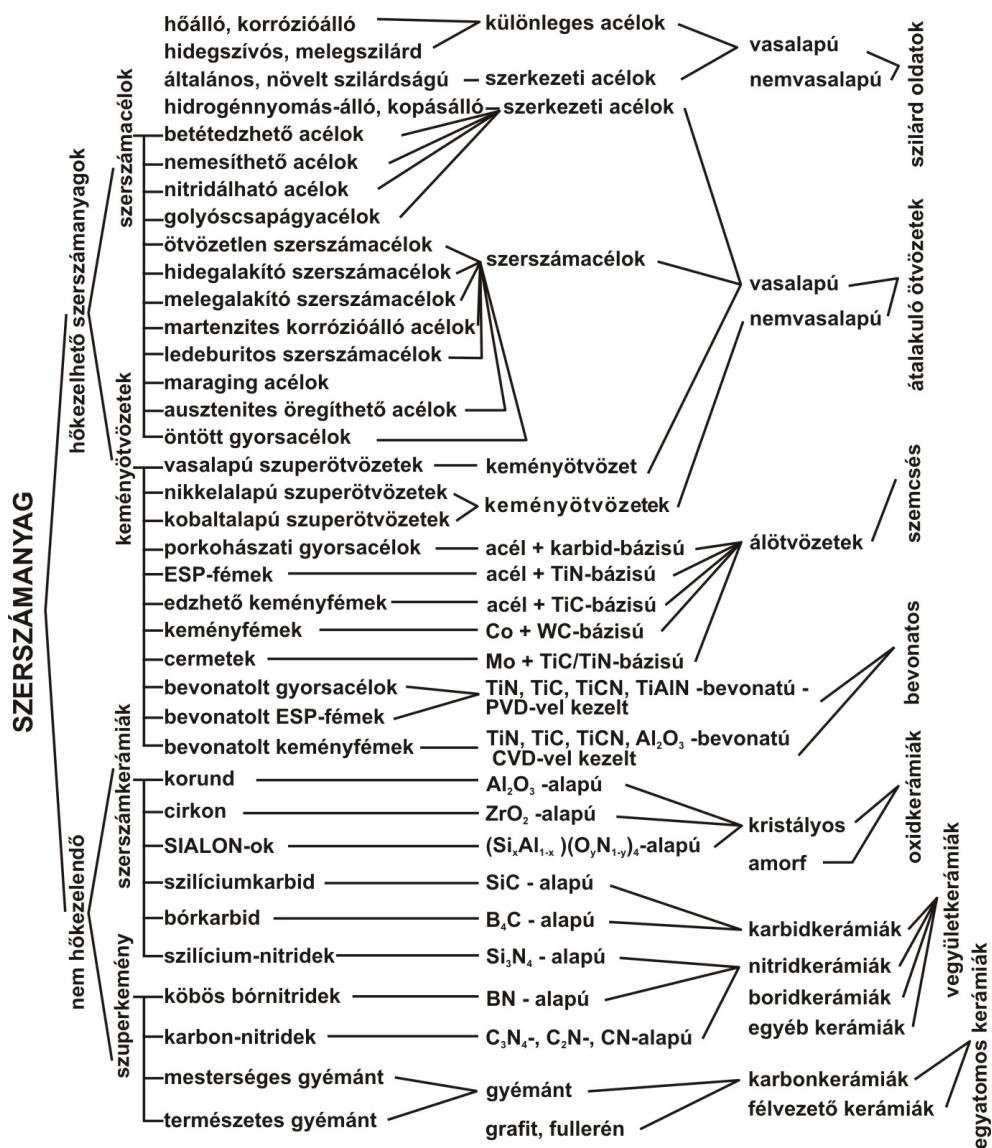
A fémek összetételük, illetve jellegzetes mikroszerkezetük szerint egyfázisúak (jól alakítható színfémek, jól hegeszthető szilárd oldatok) vagy többfázisúak (jól hőkezelhető átalakuló ötvözetek, jól önthető eutektikumok) lehetnek.

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

A kerámiákat mint szervesetlen nemfémeket oxidok, nemoxidos vegyületek vagy egyféle elem atomjai alkotják.



4.1.a. ábra
Szerkezeti anyagok

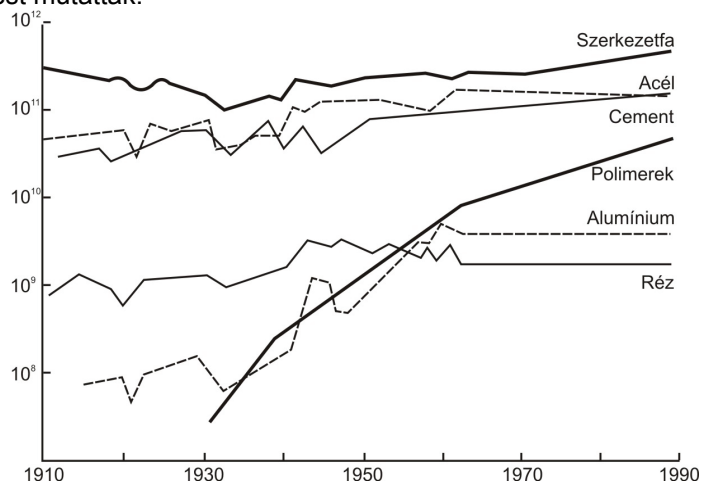


4.1.b. ábra
Szerszámanyagok

A különböző anyagok társításánál kihasználhatók az egyes halmazállapotok adta lehetőségek. Ha az egyik fázis szilárd, a másik olvadék állapotban van, akkor az olvadékot a szilárd fázissal összekeverve vagy annak kimerevített száalai közé öntve és megdermesztve szemcsés, illetve szálas kompozitot hozhatunk létre. Ha az egyik fázis szilárd, a másik gőz állapotban van, akkor a gőzt a szilárd fázis felületére lecsapva (kondenzálva) bevonatos kompozit adódik. Ha mindkét (vagy több) fázis szilárd állapotban van, akkor a közük juttatott kötőanyag segítségével pl. réteges kompozitot alakíthatunk ki. Egyébként a kompozitok a monolit (egynemű) anyagok társításával célirányosan létrehozott összetett anyagok, melyek lehetővé teszik a tulajdonságok széles tartományban való változtathatóságát, egy-egy anyagfajta „gyengéjének” javítását a hozzá társított anyag „erősségével”.

Az anyagok – pontosabban azok valamilyen feldolgozottsági állapotának s így a gyártó-szerszám geometriájának is megfelelő – alakjától (rúd, drót, huzal, lemez, szalag, fólia, cső, nyitott profil, zárt szelvény, formázott öntvény, alakos kovácsdaráb) nagymértékben függ a kihasználhatóság, illetve ezen keresztül az anyaggal való takarékoság, a súly- (a tömeg-) csökkentés lehetősége. Természetesen a jellemző igénybevételi módot (húzás, nyomás, hajlítás, nyírás, csavarás) is figyelembe véve kell a megfelelő (optimális, ideális) keresztmetszeti szelvényalakot kiválasztani.

Az anyagok felhasználásának aránya az idők folyamán változik, egyesek jelentősége csökken, másoké nő. A **4.2. ábra** példaként az Egyesült Államokban néhány nagy mennyiségben felhasznált anyag termelését mutatja 80 éves időintervallumban. Ezek közül a leggyakrabban használt anyag még ma is a fa, ezt követi az acél és a cement, melyek termelése az utóbbi évtizedekben alig változott. Figyelemre méltó a polimerek előretörése, valamint számos, a diagramon a kis mennyiségű felhasználás miatt nem ábrázolt anyagé, melyek ehhez hasonló látványos fejlődést mutattak.



4.2. ábra

Egyes anyagok felhasználásának változása az USA-ban

Az anyagok közötti „versenyt” és a változások irányát (egy átlagos gépkocsiban használt anyagfajták arányának módosulását) szemléltetik a következő adatok:

Év	1978	1985	1990
Össztömeg (kg)	1800	1400	1130
Acél és öntöttvas (%)	60	50–55	45–50
Műanyag (%)	10–15	15–20	20–25
Alumínium (%)	3–5	5–8	6–10

Szembevetendő a táblázatban a kocsik tömegének jelentős csökkenése. Ez nyilván abból adódott, hogy a felhasznált acéllemezek szilárdsága nőtt (HSLA = High-Strength Low-Alloy = nagy szilárdságú mikroötvöztött acélok), így vékonyabb méretben tudják ugyanazt az igénybevételt elviselni.

A műanyagok részarányának látványos növekedése egyben a kompozitok térhódítását is jellemzi, ugyanis a polimerek ezek többségének mátrixanyagát alkotják. Az egyes anyagfajták térfogat (térfogat = tömeg/sűrűség) szerinti növekedését vizsgálva a műanyagok térhódítása még nagyobb arányú.

Hasonlóan jelentős a műszaki kerámiák terjedése is a gépkocsiiparban. Egy korszerű motorban ma már kerámiából készül(het)nek az időben nem változó, de erős hőigénybevételnek vagy koptató hatásnak kitett alkatrészek. A mozgó alkatrészek esetén a kis fajlagos tömeg is külön előnyként jelentkezik.

Hogy az új anyagok megjelenése mégsem csökkentette az acéltermelést, ennek oka a termelés bővülésében és a választék átstrukturálódásában keresendő. Ugyanis például a vizsgált időszakban a világ gépkocsitermelése évi 12 milliőről 16 millióra növekedett, így a jelentős tömegcsökkenést a darabszám-növekedés kompenzálta. Ugyanakkor a termelés súlypontja a gyenge minőségű tömegacélokról áttevődött a nagyobb szilárdságú és a jól alakítható minőségi acélok területére.

A korszerű anyagok alkalmazása egy-egy szerkezetben a teljesítmény/tömeg hányadost is jelentős mértékben javítja. Például a sugárhajtású repülőgépekben alkalmazott hajtóműveknél ez az arány 1950 és 1990 között négyszeresére nőtt, ezzel is hozzájárulva a szállítási teljesítmény növeléséhez.

Az alapanyagokat előállító technológiák és az alkatrészgyártó eljárások is jelentős változást mutatnak. Erősödik az a törekvés, hogy az alkatrészt egyetlen lépésben készre vagy közel készre alakítsák („near net shape technology”), ami az öntészeti és a képlékenyalakítási eljárásokat helyezi előtérbe. Egyre bonyolultabb előgyártmányokat egyre szűkebb tűréssel állítanak elő, s ez csak az alkatrésztervezés, anyagválasztás és technológia egyidejű mérlegelésével, optimalizálásával lehetséges. Jelentősen fejlődnek a különféle felületnemesítő eljárások, amelyek alkalmazásával viszonylag olcsó alapanyagokat használva is elérhető a kiváló kopásállóság, korrózióállóság, avagy a tetszetős (esztétikai elvárásokat kielégítő) felület.

A vázlatosan említett példákból is látható, hogy az anyagkiválasztás feladatköre a szerkezeti anyagok fejlődésének következtében állandóan változik. Korszerű szerkezetet csak korszerű anyagok felhasználásával lehet előállítani, ezért a terve-

zömérnöknek naprakész ismeretekkel kell rendelkeznie a világpiacon kapható anyagokról és azok tulajdonságairól.

Az anyagtulajdonságokat egészen az utóbbi évtizedig kézikönyvekben foglalták össze. Az igényekhez való rugalmas alkalmazkodás, a legújabb információk elérésének igénye azonban az anyagtudomány területén is létrehozta azokat az adatbázisokat, melyek ma már a világ bármely pontjáról lehívhatók.

Az adatbázisok eredményes használata érdekében az alkalmazónak feltétlenül ismerni kell a hozzáférhető adatbázisokban tárolt anyagfajták választékát, azok főbb jellemzőit és a paramétereik megadási módját. Ugyanakkor az egyéni programok fejlesztése is igényli ezen információkat, mivel az adott célra szolgáló anyagok tulajdonságait tömören, minimális tárkapacitást igénybe véve kell tudni elhelyezni.

4.2. Az igénybevételek főbb típusai és jellemzésük

Az eszközök, gépek, berendezések, szerkezetek alkatrészeinek, elemeinek rendkívül változatos feladatot kell ellátniuk, használatuk, működésük, üzemeltetésük során ugyanis sokféle igénybevételnek vannak kitéve, amelyek anyagukat károsítják. A károsodás megengedhető mértékének idő előtti elérése nemcsak az élettartam indokolatlan rövidülését okozza, hanem váratlansága folytán súlyos balesetek és/vagy károk forrása is lehet. A károsodás előrehaladásának sebessége az igénybevételen kívül természetesen attól is függ, hogy az anyag – amelyből az adott eszköz, alkatrész vagy szerkezeti elem készült – miként képes ellenállni a fellépő igénybevételeknek. Ezért valamely feladatra műszaki és gazdasági szempontokat is figyelembe vevő helyes anyagkiválasztás csak az anyagot érő igénybevétel és az ebből származó károsodás megfontolt elemzése útján érhető el.

Valamely eszköz, alkatrész vagy szerkezeti elem anyagának tulajdonságait nemcsak az előállításához használt alapanyag vegyi összetétele, mikro- és makroszerkezete határozza meg, hanem legtöbbször az a technológia is, amellyel a terméket a kívánt alakúra, méretűre, felületminőségűre munkálják meg. A technológia a feszültségállapot, a mikroszerkezet, esetleg az összetétel változtatásán keresztül fejt ki hatását.

A technológia és a tulajdonságváltozás kapcsolata különösen igaz a hőkezelésre, amelynek kifejezetten az a célja, hogy az anyag tulajdonságait megváltoztassa. Egyértelmű ez a tulajdonságváltozás az öntés vagy a porkohászati technológiák esetében is, hiszen ezen alakadó eljárások során az anyag eredeti szerkezete megszűnik, és egy új, öntött vagy szinterelt szerkezet jön létre. Részben az öntéshez hasonló folyamat megy végbe ömlesztő hegesztéskor is, hiszen a hegesztett kötés varrata is olvadt állapotba kerül. A lényegi különbség az öntés és a hegesztés között abból ered, hogy a hegesztett kötés varraton kívüli része szilárd állapotban marad. A varrathoz közeli, jelentős hőmérsékletre hevült anyagnak – a kötés hőhatásövezetének – a szerkezete általában, de feszültségi állapota minden esetben megváltozik.

A melegalakító technológiák – mint a kovácsolás vagy a sajtolás – az anyag szemcseszerkezetében hoznak létre jelentős változást. A hideg képlékenyalakítás okozta szerkezet- és tulajdonságváltozásokról már a keményedés és a szemcse-torzulás kapcsán szó esett. Az eddig felsorolt technológiákkal szemben a forgácsoló megmunkálásnak nincs vagy csekély a hatása az anyag tulajdonságaira. A forgácsleválasztáskor fellépő erő- és hőhatás azonban az anyag felületi rétegének feszültségállapotát és ezáltal tulajdonságait számottevően módosítja. Ebből következően, valamely alakadó technológiával elkészült gyártmánynál figyelembe kell venni a tulajdonságoknak a feldolgozás során létrejött változásait is.

Az eszközök, alkatrészek vagy szerkezeti elemek használatuk, működésük, üzemelésük során nemcsak mechanikai értelemben vett külső terhelésnek vannak kitéve, hanem általában változik hőmérsékletük, és a körülvevő környezet is igénybe veszi őket. A hőmérséklet-változással együtt járó tágulásukat vagy zsugorodásukat általában gátolják a hozzájuk kapcsolódó elemek. A gátolt alakváltozás a feszültségállapot megváltozásához vezet, amely még a külső terheléssel nem rendelkező alkatrészeknél is igénybevételt okoz. Az ilyen módon keletkező feszültséget saját feszültségnek nevezik. Ugyancsak független a külső terheléstől az önsúlyból származó igénybevétel, amelyet járulékos igénybevételnek neveznek megkülönböztetésül a funkcionális vagy hasznos terheléstől.

A környezet az anyagok felületét, illetve felületi rétegét veszi igénybe. Ez az igénybevétel származhat az anyaggal érintkező valamely agresszív közegtől (sav, lúg stb.), élő szervezettől (pl. penészgomba), de maga a légkör (páratartalom) és a napsugárzás (UV sugárzás) is kisebb-nagyobb mértékben károsítja az anyagot.

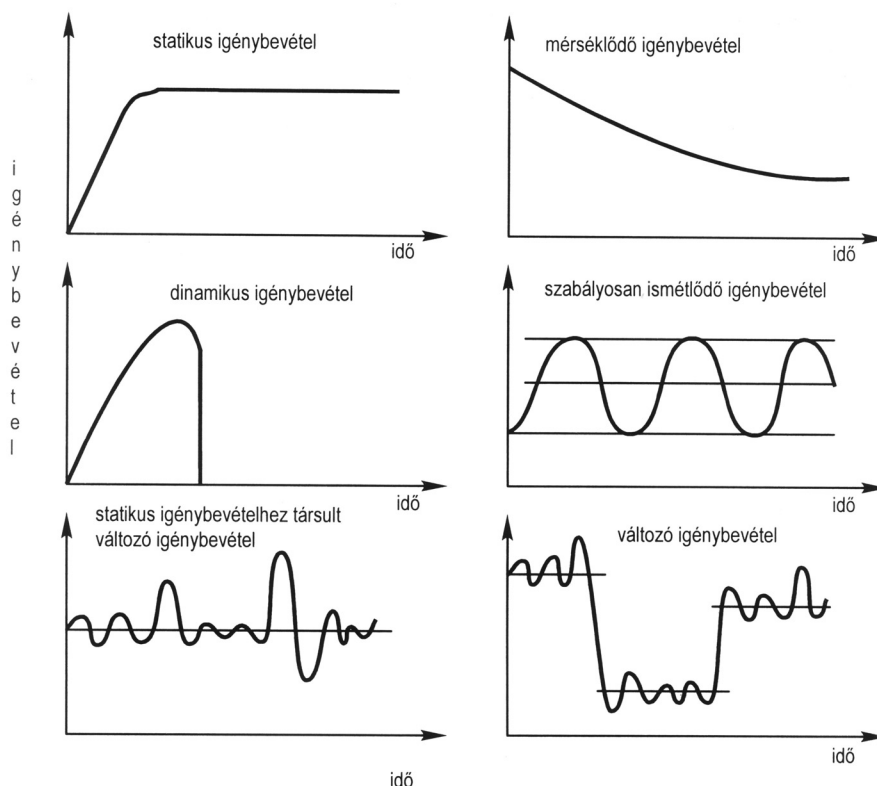
Az eszközök, gépek, berendezések, szerkezetek alkatrészeinek, elemeinek anyagát időben állandó vagy változó, az egész térfogatra és/vagy csak a felületre kiterjedő igénybevétel terheli. Ezek az igénybevételek külön-külön vagy bármely kombinációjukban okozhatják az anyag károsodását. Az igénybevételek két csoportba sorolhatók attól függően, hogy az anyag teljes térfogatára kiterjednek-e, vagy csak a felületre korlátozódnak. A térfogatra ható igénybevétel iránya szerint lehet egy- vagy többtengelyű.

Térfogatra ható igénybevételek	Felületre ható igénybevételek
– húzó – nyomó – kihajlást okozó – hajlító – nyíró – csavaró – összetett	– termikus (hő okozta) – kémiai (vegyszer hatás okozta) – elektrokémiai (galvanikus) – koptató, illetve áramló közeg okozta (eróziós) – elektromágneses sugárzás (pl. UV) okozta – korpuszkuláris (pl. neutron) sugárzás okozta – biológiai (élő szervezetek okozta)

Adott célra anyagot kiválasztani mindig a várható igénybevétel szerint lehet. Az igénybevételek egy lehetséges csoportosítását, valamint a méretezéshez és anyagkiválasztáshoz használt fontosabb anyagjellemzőket a következő felsorolás, míg az igénybevétel időbeli lefolyásának jellemző példáit a **4.3. ábra** foglalja össze.

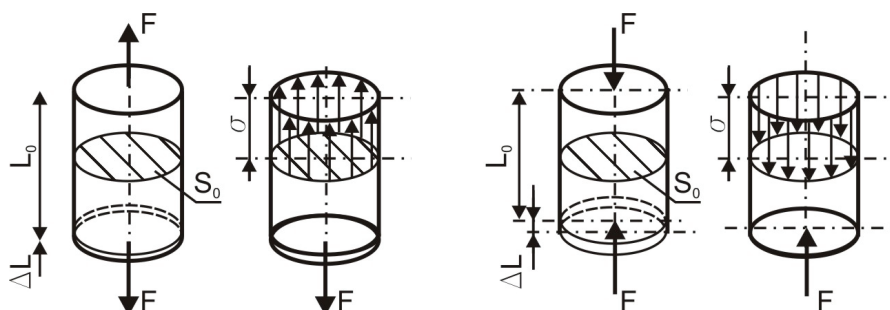
4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

Igénybevételek	Anyagjellemzők
1. Statikus terhelés	folyáshatár (R_{eH} , $R_{p0.2}$), szakítószilárdság (R_m), rugalmassági modulus (E), Poisson-tényező (ν)
2. Dinamikus terhelés (ridegtörési veszély)	[fajlagos] ütőmunka ($K[C]V$), törési szívósság (K_{IC}), kritikus repedéskinyílás (COD)
3. Fárasztó igénybevétel (ciklikus terhelés)	kifáradási határ (σ_k), élettartam (kritikus ciklusszám: N_t),
4. Hőhatások	hőállóság, reológiai tulajdonságok: kúszáshatár (σ_T), idő(tartam)szilárdság (σ_t); hővezető képesség (λ), hőtágulás (α); hősokkállóság (ΔT_{max}), hőfáradás-állóság (N_{T1mm}), melegsilárdság, megeresztési görbe
5. Koptató hatások	súrlódási jellemzők (μ), keménység (HV, HRC), kopásállósági jellemzők (ΔV , Δm)
6. Korrozíós hatások	oxidáció sebessége, elektrokémiai korrozíós hajlam, vegyszerállóság
7. Egyéb igénybevételek (UV és neutronsugárzás)	ridegedési hajlam, egyéb károsodási mérőszámok



4.3. ábra
Igénybevétel időbeli lefolyásának főbb fajtái

A mechanikai alap-igénybevételek főbb jellemzőit összefoglalóan a **4.4.–4.8. ábrák** tartalmazzák, amelyekben az adott igénybevételre jellemző terhelés, az alakra jellemző legfontosabb méretek, valamint a feszültségek és alakváltozások szerepelnek. Az egyes alap-igénybevételeket modellező vizsgálatokból a következő alfejezetben ismertetett anyagtulajdonságok határozhatók meg.

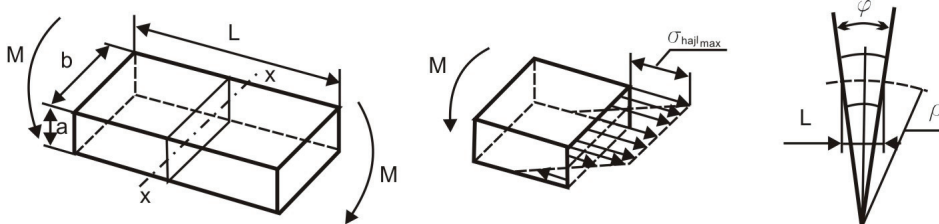


Terhelés:	Húzó, illetve nyomóerő	F	(N)
Alakjellemzők:	Keresztmetszet	S	(mm ²)
	Hossz	L	(mm)
Anyagjellemzők:	Rugalmassági modulus (arányossági tényező a feszültség és az alakváltozás között)	E	(N/mm ²)
	Hooke-törvény: $\sigma = E \cdot \varepsilon$		
	Poisson-tényező (arányossági tényező a kereszt- és hosszirányú fajlagos alakváltozás között): $\nu = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_h}$	ν	(-)
Alakváltozás:	Nyúlás illetve rövidülés: $\Delta L = \frac{F \cdot L}{S \cdot E}$	ΔL	(mm)
Feszültség:	Normál feszültség (egységnyi merőleges keresztmetszetre jutó erő): $\sigma = \frac{F}{S_0}$	σ	(N/mm ²)
Fajlagos alakváltozás:	(hosszegységre jutó alakváltozás) $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$	ε	(-)
Feszültségeloszlás a keresztmetszetre merőlegesen:	egyenletes	-	(-)

4.4. ábra

A húzó és a nyomó igénybevétel értelmezése és az igénybevétel jellemzői a rugalmas alakváltozás tartományán belül

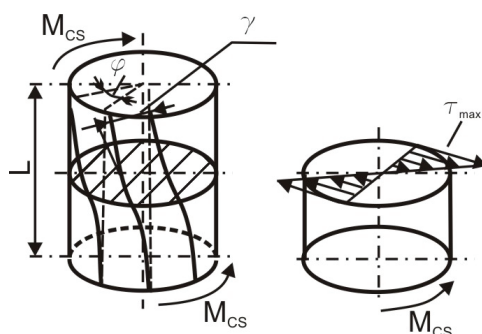
4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői



Terhelés:	Hajlítónyomaték	M	(Nm)
Alakjellemzők:	A keresztmetszet x tengelyre számított másodrendű nyomatéka pl. téglalapra: $I_x = \frac{a \cdot b^3}{12}$ A keresztmetszet x tengelyre számított keresztmetszeti tényezője pl. téglalapra: $K_x = \frac{a \cdot b^2}{6}$	I_x K_x	(mm⁴) (mm³)
Anyagjellemzők:	Rugalmassági modulus (arányossági tényező a feszültség és az alakváltozás között) Hooke-törvény: $\sigma = E \cdot \varepsilon$	E	(N/mm ²)
Alakváltozás:	L távolságú keresztmetszetek szögelfordulása: $\varphi = \frac{M}{I_x \cdot E} \cdot L$	φ	(radián)
Feszültség:	Normál feszültség a szélső szálban: $\sigma_{hajl} = \frac{M}{K_x}$	σ_{haj}	(N/mm ²)
Fajlagos alakváltozás:	(görbület) $\frac{1}{\rho} = \frac{\varphi}{L}$		
Feszültségeloszlás a keresztmetszetre merőlegesen:	a semleges szálra szimmetrikusan, lineárisan változó húzó, illetve nyomófeszültség		

4.5. ábra

A hajlító igénybevétel értelmezése és az igénybevétel jellemzői a rugalmas alakváltozás tartományán belül

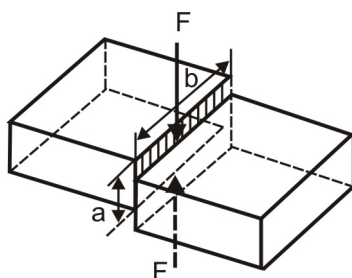


Terhelés:	Csavarónyomaték	M_{cs}	(Nm)
Alakjellemzők:	A keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka pl. kör keresztmetszetre: $I_p = \frac{d^4 \pi}{32}$ Poláris keresztmetszeti tényező pl. kör keresztmetszetre: $K_p = \frac{d^3 \pi}{16}$ Hossz	I_p K_p L	(mm⁴) (mm³) (mm)
Anyagjellemzők:	Csúsztató rugalmassági modulus (arányossági tényező a csúsztató feszültség és a szögtorzulás között) pl. acélra $G = 8000 \text{ N/mm}^2$ általánosságban: $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$, $\tau = G \cdot \gamma = \frac{M_{cs}}{K_p}$	G	(N/mm ²)
Alakváltozás:	Elcsavarodási szög $\varphi = \frac{M_{cs} \cdot L}{I_p \cdot G}$	φ	(radián)
Feszültség:	Csúsztatófeszültség	τ	(N/mm ²)
Fajlagos alakváltozás:	(szögtorzulás) $\vartheta = \frac{\varphi}{L}$	ϑ	(radián/mm)
Feszültségeloszlás a keresztmetszettel párhuzamosan:	a semleges szálra szimmetrikusan, lineárisan változó		

4.6. ábra

A csavaró igénybevétel értelmezése és az igénybevétel jellemzői a rugalmas alakváltozás tartományán belül

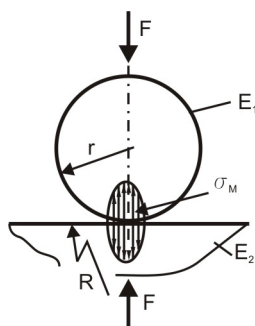
4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői



Terhelés:	Nyíróerő (tisztá nyírás nem valósítható meg)	F	(N)
Feszültség:	A nyíróerő és a nyírt keresztmetszet hányadosa: $\tau = \frac{F}{a \cdot b}$	τ	(N/mm ²)

4.7. ábra

A nyíró igénybevétel értelmezése és az igénybevétel jellemzői a rugalmas alakváltozás tartományán belül



Terhelés:	Összeszorító erő	F	(N)
Alakjellemzők:	Görbületi sugarak pl. gömb–gömb esetén	r, R	(mm)
Anyagjellemzők:	Rugalmassági modulusok (arányossági tényezők a feszültség és az alakváltozás között)	E ₁ , E ₂	(Nmm ²)
Alakváltozás:	Benyomódás (testek közeledése)	δ	(mm)
Feszültségmaximum:	Herz-feszültség $\sigma_H = f(r, R, E_1, E_2, F)$	σ_H	(N/mm ²)
Feszültségeloszlás:	lokálisan jelentősen változó		

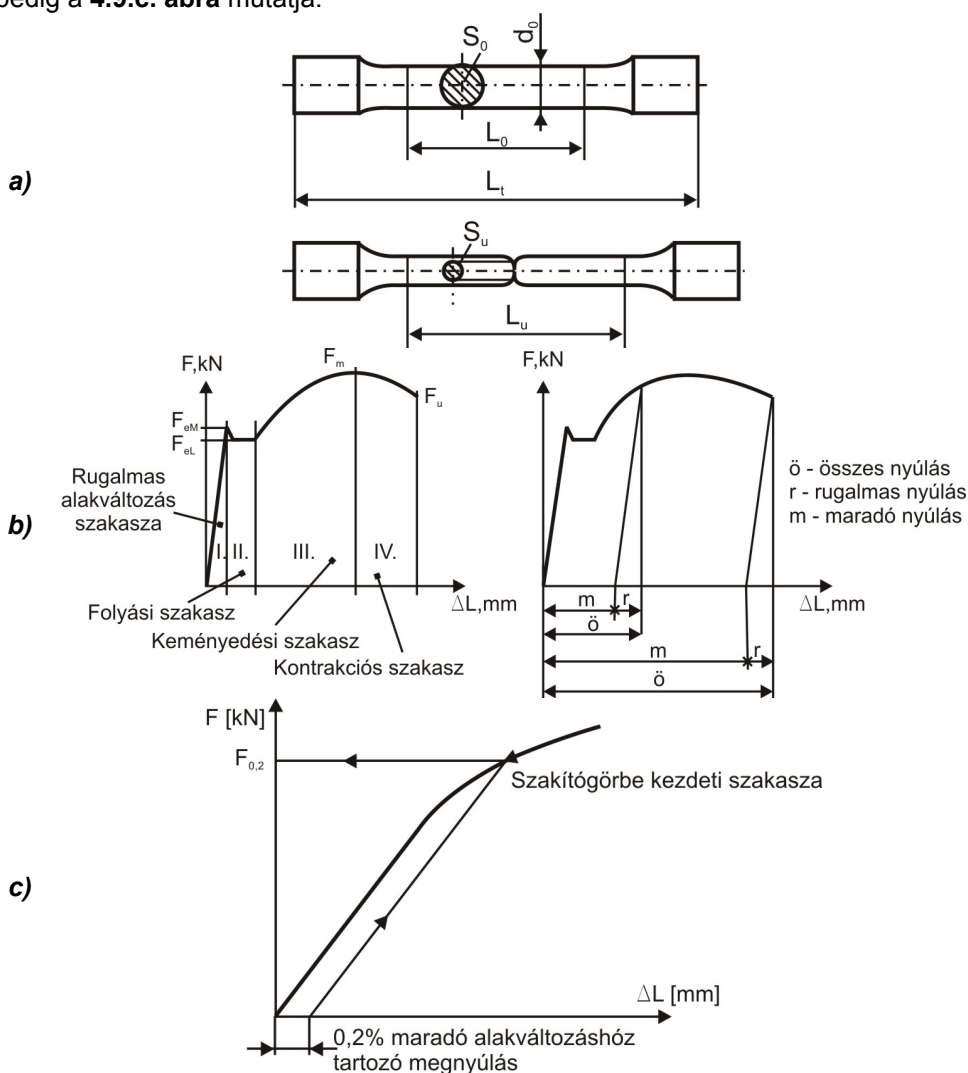
4.8. ábra

A felületi nyomás-igénybevétel értelmezése és az igénybevétel jellemzői a rugalmas alakváltozás tartományán belül

4.3. Anyagvizsgálati mérőszámok, anyagtulajdonságok

Szakítóvizsgálati mérőszámok:

A szakítóvizsgálat során használt próbatest kiinduló és szakítás utáni fő méreteit a **4.9.a. ábra**, a teljes szakítódiagramot egy folyási jelenséget mutató anyagra a **4.9.b. ábra**, a 0,2% maradó alakváltozáshoz tartozó erő szerkesztésének módját pedig a **4.9.c. ábra** mutatja.



4.9. ábra
Szakítóvizsgálat jellemzői

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

A szakítószilárdság a maximális erő és az eredeti keresztmetszet (S_0) hányadosából számított feszültség:

$$R_m = F_m / S_0 \text{ [N/mm}^2\text{]}.$$

A folyáshatár az a jellegzetes határfeszültség, mely a folyás jelenségéhez (képlékeny alakváltozás megindulásához) tartozó erőből számítható:

$$R_{eH} = F_{eH} / S_0 \text{ [N/mm}^2\text{]}.$$

Az egyezményes folyáshatár a 0,2% maradó alakváltozáshoz tartozó erőből számítható feszültség (folyási jelenséggel nem rendelkező anyagoknál határozzák meg):

$$R_{p0,2} = F_{0,2} / S_0 \text{ [N/mm}^2\text{]}.$$

A rugalmassági határ az a maximális feszültség, melynek megszüntetése után képlékeny alakváltozás nem mérhető (gyakorlatban a 0,002% maradó alakváltozáshoz tartozó feszültség):

$$R_{r0,002} = F_{r0,002} / S_0 \text{ [N/mm}^2\text{]}.$$

Arányossági határ az a maximális feszültség, melynél a feszültség-alakváltozás összefüggés még lineáris (gyakorlatban a linearitástól való definiált mértékű, jól mérhető eltéréshez tartozó feszültség). A linearitást a $\sigma = E \cdot \varepsilon$ alakú Hooke-törvény fejezi ki. Az E rugalmassági modulus első közelítésben szerkezetfüggetlen anyagjellemző, a Hooke-törvény arányossági tényezője, a feszültség-fajlagos alakváltozás léptékben felvett szakítódiagram kezdeti szakaszának iránytangense.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E, \text{ mivel } \sigma = E \cdot \varepsilon$$

A (szakadási) nyúlás a próbatest szakadása után mérhető százalékos maradó hosszalakváltozás:

$$A_5 = [(L_u - L_0) / L_0] \cdot 100\% \text{ ha } L_0 = 5 \cdot d_0$$

$$\text{vagy} \\ A_{10} = [(L_u - L_0) / L_0] \cdot 100\% \text{ ha } L_0 = 10 \cdot d_0$$

A kontrakció a szakadt keresztmetszet százalékos területcsökkenése:

$$Z = (S_0 - S_u) / S_0 \cdot 100\%.$$

Logaritmikus alakváltozás: az eredeti és a megváltozott keresztmetszet hányadosának természetes (e-alapú) logaritmus (elsősorban nagy képlékeny alakváltozások jellemzésére használt mérőszám):

$$\lambda = \ln (S_0 / S_1) = \ln (d_0^2 / d_1^2) = 2 \cdot \ln (d_0 / d_1).$$

Nyomóvizsgálati mérőszám:

A nyomó (törő) szilárdság a törőerő és az eredeti keresztmetszet hányadosa:

$$R_V = F_{\max} / S_0 \text{ [N/mm}^2\text{]}.$$

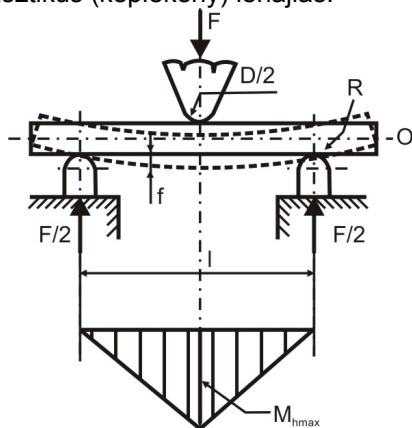
Hajlítóvizsgálati mérőszám:

A hajlítóvizsgálat elrendezését és a főbb jellemzőket a **4.10. ábra** mutatja. A bal oldali ábrán a hajlítótámasz látható a szabványosított méretű hajlító szerszámmal, valamint a nyomatéki ábra a maximális hajlítónyomaték számítását magyarázó összefüggésekkel. A hajlítószilárdság a maximális hajlítónyomaték ($M_{h\max}$) és a keresztmetszeti tényező (K) hányadosa:

$$R_h = M_{h\max} / K ,$$

A K keresztmetszeti tényező értéke körre: $K = d^3 \cdot \pi / 32$.

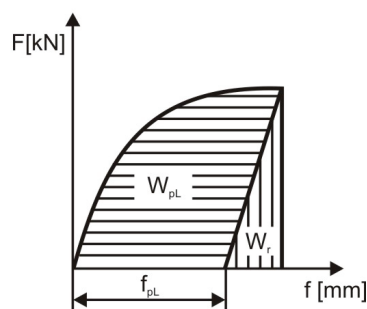
A hajlítás plasztikus munkája a hajlító erő–lehajlás diagram alatti terület képlékeny hányada (W_{pl}). Az ábrán látható W_r a rugalmas alakváltozás munkája, f_{pl} pedig a plasztikus (képlékeny) lehajlás.



$$M_{h\max} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{F \cdot l}{4}$$

↓
Hajlítószilárdság:

$$R_h = \frac{M_{h\max}}{K}$$



W_{pl} a plasztikus munka
(képlékeny alakváltozás)

W_r az elasztikus munka
(rugalmas alakváltozás)

4.10. ábra
Hajlítóvizsgálat jellemzői

Nyíró- és csavaróvizsgálati mérőszám:

Csavaróvizsgálattal a csavarószilárdságot és a törésig elviselt csavarodási szöget határozzák meg. Méretezés során ezek – a nyíróvizsgálatból számított nyírószilárdsághoz hasonlóan – ritkán használt jellemzők.

Törésmechanikai vizsgálatok mérőszámai:

A rideg töréssel szembeni biztonság megítélésére a törésmechanikai vizsgálatok eredményei szolgálnak, melyek négy fő csoportja különböztethető meg:

1. Konstans állapothatározók melletti összehasonlító vizsgálatok, szabványosított próbatest töréséhez szükséges energia alapján.
2. A töréshez szükséges energiának az állapothatározók függvényében történő vizsgálata.
3. Repedés megindulásához vagy megállításához szükséges állapothatározók megállapítása.
4. Méretezésre alkalmas jellemzők megállapítása, melyek a külső megengedhető feszültség és egy tűrhető repedés mérete között adnak összefüggést konstans, a szerkezetre jellemző állapothatározók mellett.

A rideg törés veszélyét azért igyekeznek elemezni a kutatók, mert ilyen törés – a kifáradáshoz hasonlóan – a korábbi szemlélet (klasszikus szilárdságtani méretezés) alapján megengedett feszültségeknél kisebb feszültség szinten is létrejöhet. Az első rideg töréssel magyarázható katasztrófák is mind váratlanságukkal tűntek ki, és a korábbi méretezés szempontjából megfelelőnek ítélt szerkezeteken következtek be.

Egy adott szerkezetbe beépített anyag rideg vagy szívós viselkedése a tönkremenetel miatt keletkező kár szempontjából is lényeges. Ha például egy tartályban relative nagy nyomáson (3–400 bar) gázok között végbemenő vegyi folyamat zajlik le, és valamilyen anyaghiba vagy túlterhelés miatt rideg törés következik be, akkor a repedés pillanatok alatt továbbterjed, és az egész tartály robbanásszerűen megy tönkre, nagy veszélyt jelentve a kezelőszemélyzetre és a környezetre. Ha azonban a repedés szívósan terjed, a tartály átlukadása után a belül uralkodó nyomás lassan lecsökken atmoszférikusra, és a termék kiömlésén kívül egyéb kár nem keletkezik. Más esetben a szívós törés terjedését hibaanalízissel észlelni lehet, és a törés előtt még ki lehet cserélni a sérült alkatrészt, amire rideg törés esetén a folyamat robbanásszerű lezajlása miatt nincs lehetőség.

Visszatérve a törésmechanikai jellemzők elemzéséhez, az első csoportba tartozik a szabványosított ütvehajlító vizsgálattal meghatározható ütőmunka (KV), valamint a fajlagos ütőmunka (KCV). A fajlagos ütőmunka a szabványosított próbatest töréséhez szükséges energia (KV) és a törött keresztmetszet hányadosa. (Megjegyzés: a jelölésben V a próbatest bemetszésének alakjára utal.)

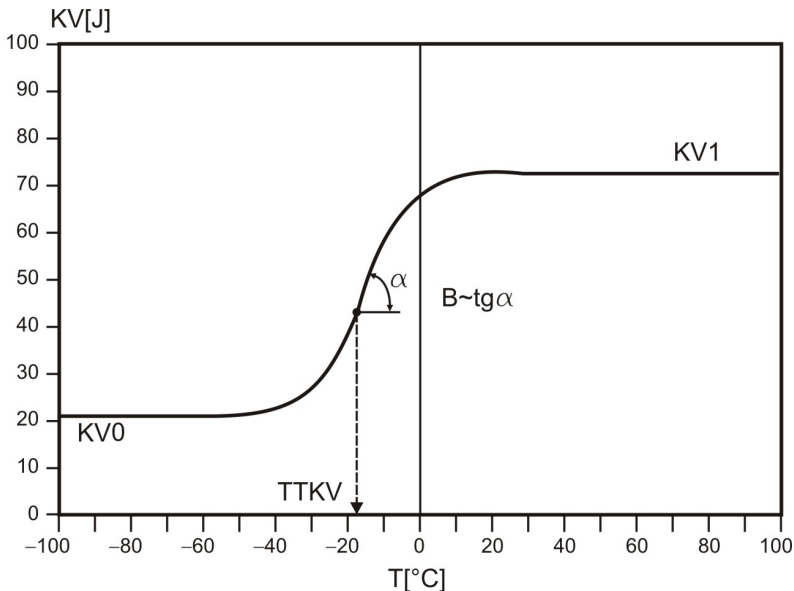
A második csoportra példa az átmeneti hőmérséklet meghatározása, melynél az ütőmunkát – konstans feszültségállapot és igénybevételi sebesség mellett – a hőmérséklet függvényében állapítják meg. A függvény jellemző inflexiójához tartozó hőmérséklet értékét nevezik átmeneti hőmérsékletnek, ennek rövidített jele

TTKV. A **4.11. ábrán** látható diagram matematikai közelítésére leginkább elfogadott függvény a következő:

$$KV = KV0 + (KV1 - KV0)/2 + [(KV1 - KV0)/2] \cdot (th((T - TTKV)/B)),$$

ahol KV0 az ütmunka minimális, KV1 a maximális értéke, B az inflexió érintő iránytangensével arányos mennyiség. Az alkalmazott tangens-hiperbolikus (th) függvény jól közelíti a mérési eredményeket, és a paramétereknek némi fizikai tartalom is tulajdonítható, ezért a képlet egy félempirikus matematikai modellnek felel meg. Segítségével a mérési eredmények négy paraméterrel leírhatók.

A harmadik csoportba a nagypróbás modellkísérletek tartoznak. A vizsgálatok során a szerkezet szelvényének megfelelő vastagságú próbát, pl. lemezt vizsgálnak szakítókísérlettel, a szerkezet üzemi hőmérsékletén. A vizsgálat kvalitatív (minőségi) megállapításokra alkalmas, emiatt csak szakértői rendszerekben használható fel az eredmény.



4.11. ábra
Ütmunka–hőmérséklet függvénykapcsolat jellemzői

A negyedik csoportba a méretezésre alkalmas anyagjellemzők (kvantitatív) meghatározása tartozik. Erősen leegyszerűsítve a problémát a **4.12. ábrához** kötődve lehet szemléltetni a vizsgálat lényegét. Az ábra egy húzófeszültséggel terhelt lemezt mutat, melyben 2a méretű repedés van (ami például valamilyen anyaghiba vagy gyártási hiba miatt eleve létezik a szerkezetben). A törésmechanika alapprob-

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

lémája az, hogy miként fog viselkedni ez a repedés a szerkezet üzemelése során, a terhelés és hőmérséklet függvényében. A végső cél a repedés stabilitását még biztosító megengedhető maximális terhelés (feszültség) meghatározása, mely természetesen a hőmérséklet függvénye.

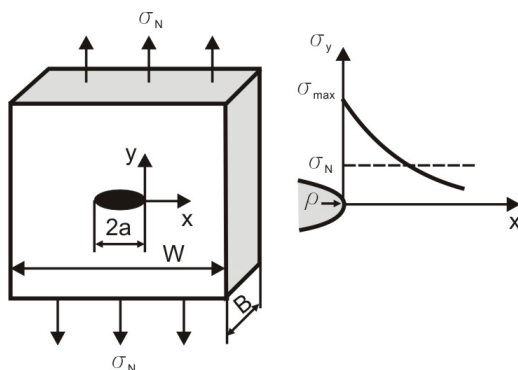
E célból definiálják az úgynevezett kritikus feszültségintenzitási tényezőt (K_{IC}) vagy törési szívósságot a következő összefüggéssel:

$$K_{IC} = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \left[MPam^{1/2} \right].$$

A képletben σ az anyagban ébredő (kritikus) feszültség, a a fél repedés mérete Y pedig egy, a vizsgálat körülményeit (próbatest alak, repedés geometriája, elhelyezkedése) figyelembe vevő tényező, mely első közelítésben 1-nek vehető. A szerkezetre ható terhelést, a repedés, valamint a lemez főbb geometriai méreteit és a repedés csúcsánál kialakuló feszültségeloszlást a **4.12. ábra** mutatja.

A három mennyiség közötti kapcsolat módot ad bármelyik kettő ismeretében a harmadik kiszámítására. Ha például kísérletekből vagy adatbázisból ismert az anyagra — adott szelvényvastagság és hőmérséklet mellett — jellemző törési szívósság (K_{IC}), valamint a szerkezetben lévő repedés várható mérete ($2a$), akkor számítható az a terhelőfeszültség, melynél még nem következik be rideg törés:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{meg} = \frac{K_{IC}}{Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}.$$



4.12. ábra
Repedés mérete és a főbb jellemzők

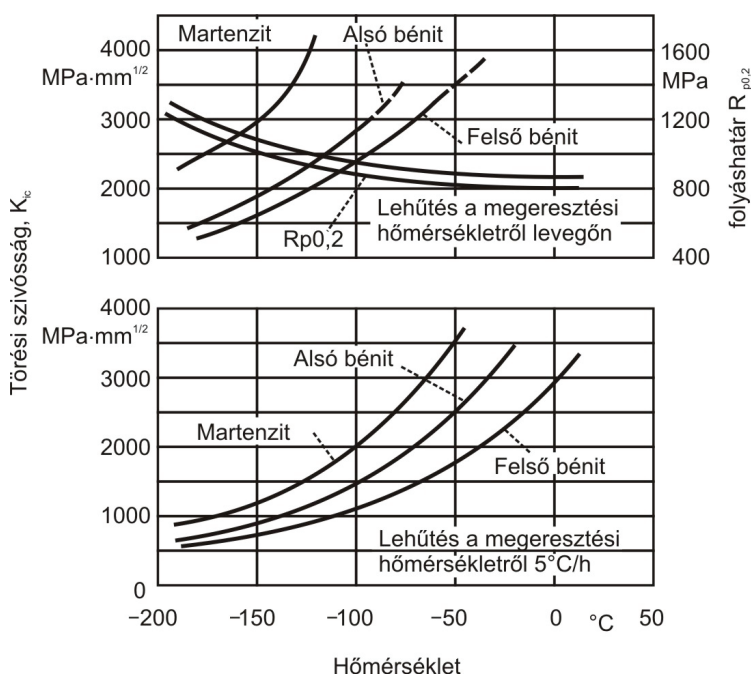
A törési szívósságra általában rideg anyagok méretezhetők. A szívós anyagok törésmechanikai viselkedésének megítélése az úgynevezett COD (Crack Opening Displacement, „repedésnyitó eltávolodás”) meghatározásán alapul. E vizsgálat során azt határozzák meg, hogy mekkora képlékeny alakváltozás (eltávolodás) mér-

hető a repedés élén anélkül, hogy a repedés továbbterjedne az anyagban. A továbbterjedést megindító repedéskinyílás adott méretű anyagra, adott hőmérsékleten méréssel meghatározható.

A méretezés alapja az, hogy a szerkezetben fellépő kritikus feszültség legyen kisebb, vagy határesetben egyenlő a repedést továbbnyitó feszültséggel, mely függvénye a COD-nek, a repedésméretnek és a folyáshatárnak.

Nagyon fontos hangsúlyozni, hogy mint azt a definiált vizsgálatok körülményei mutatták, a szívós/rideg anyagviselkedés függvénye az úgynevezett állapottenyezőknek, tehát a feszültségi állapotnak, a hőmérsékletnek és az igénybevételi sebességnek. Ugyanaz az anyag az állapottenyezők megváltozása folytán viselkedhet szívósan, vagy szenvedhet rideg törést is. Az egyes állapottenyezők globális hatása a következő:

1. A rideg törést olyan feszültségi állapot segíti elő, ahol a húzó feszültségek meghatározóak, pl. a három főfeszültség mindegyike nagy húzó feszültség. Ugyanakkor a háromtengelyű nyomás a képlékeny alakíthatóságot javítja, tehát a szerkezet jelentős alakváltozás után törik.



4.13.a. ábra

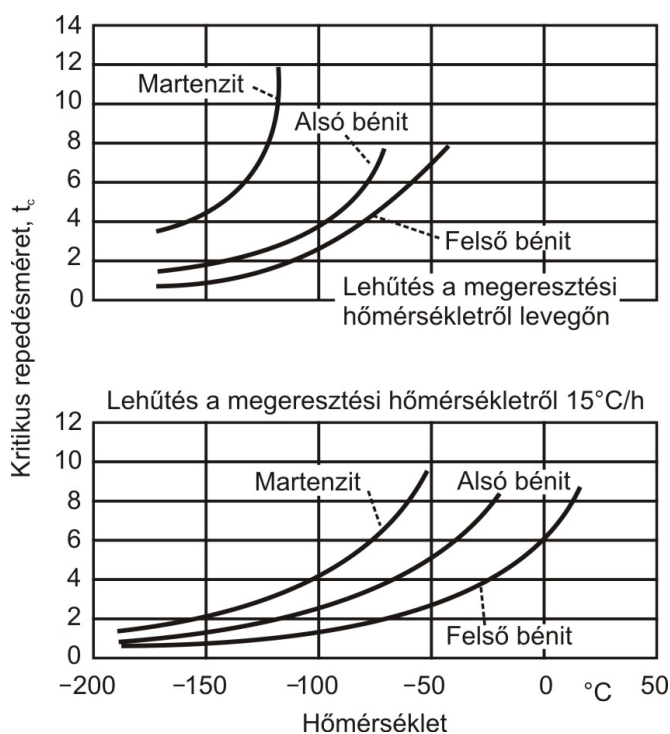
Törésmechanikai jellemzők változása a hőmérséklet függvényében
(A 26NiCrMoV 14-5 acél törési szívósságának
változása különböző szövetszerkezetek esetében)

2. A hőmérséklet csökkenése egyértelműen a rideg állapot felé tolja el az

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

anyag viselkedését. Példaként a **4.13.a. ábrán** egy nagy szilárdságú nemesített acél törési szívósságának változása látható a hőmérséklet függvényében, a **4.13.b. ábra** pedig a kritikus repedésméretet mutatja az ábrán látható geometriájú repedésre, 700 MPa feszültséget feltételezve. Látható, hogy mindkét mennyiség erőteljesen csökken a hőmérséklet csökkenésével együtt. Az a) ábra ugyanakkor az egyezményes folyáshatár változását is mutatja, ez szobahőmérsékleten 800 MPa körüli érték, de -200 °C -on az 1200 MPa-t is eléri, miközben ugyanebben a hőmérsékletintervallumban a törési szívósság negyed-ötöd részére csökken. (A diagramokon lévő, a szövetszerkezetre utaló megjegyzések azt tüntetik fel, hogy a nemesítés során a megeresztő hőkezelés előtt milyen volt a kiinduló állapot.)

3. Az alakváltozási sebesség növekedése a rideg állapot felé tolja el az anyag viselkedését.



4.13.b. ábra

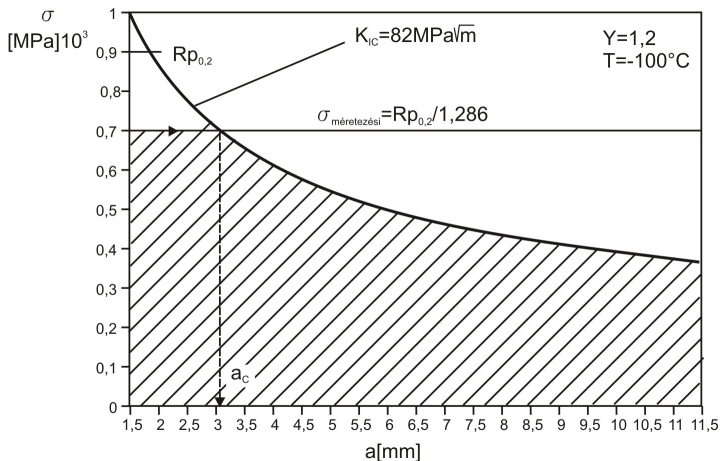
Törésmechanikai jellemzők változása a hőmérséklet függvényében
(A 26NiCrMoV 14-5 acél kritikus repedésméretének
változása különböző szövetszerkezetek esetében)

Az állapotényezők erős hatása, valamint a méretezési módszerek bonyolultsága miatt a törésmechanikai jellemzők alapján való méretezés speciális szakismere-

tet és nagy gyakorlatot kíván. A következő példa csupán szemlélteti a megoldás lehetőségét, a valóságban ilyen egyszerű eset ritkán fordul elő.

A korábbiakból ismert $K_{IC} = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y$ képlet három mennyisége közötti összefüggést a **4.14. ábra** szemlélteti ($Y=1,2$). Az ábra függőleges tengelyén a feszültség, vízszintes tengelyén a fél repedés mérete van feltüntetve a **4.13. ábrán** is szereplő nagy szilárdságú nemesíthető acél esetében (az ábráról leolvasható adatok $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ra vonatkoznak).

Az ábrán látható hiperbolikus jellegű függvény állandó törési szívósság (a példában $82\text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$) esetére mutatja a repedésméret és a feszültség kapcsolatát. Az $R_{p0,2} = 900\text{ MPa}$ -nál húzott vízszintes az anyag egyezményes folyáshatárát, illetve azt a feszültséget (700 MPa) jelzi, melyre a szerkezetet méretezték. A két vonal metszéspontja a kritikus fél repedésméretet (a_c) határozza meg. A képlékeny és rideg törés esélye az egyes tartományokban a következő:



4.14. ábra

A repedésméret, a törési szívósság és a feszültség kapcsolata

1. Ha a repedésméret kisebb, mint a kritikus repedés, azaz $a < a_c$, akkor nincs közvetlen rideg törési veszély, a szerkezet képlékeny alakváltozás megindulásával megy tönkre, ha a feszültség eléri ezt a határt. Ha azonban a repedés képlékeny terjedése folytán a méret eléri a kritikust, akkor rideg törés jön létre.
2. Ha a repedésméret nagyobb, mint a kritikus repedés, azaz $a > a_c$, akkor két eset lehetséges:
 - ⇒ ha a feszültség kisebb, mint a feszültségintenzitási tényező alapján számított, akkor szintén nincs rideg törési veszély (vonalkázott terület);
 - ⇒ ha a szerkezetben ébredő feszültség a feszültségintenzitási tényezőtől számított kritikus feszültség fölé emelkedik, akkor a szerkezet ridegen törik.

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

Ha $\sigma = 700 \text{ MPa}$, $Y = 1,2$, és $K_{IC} = 82 \text{ MPam}^{1/2}$, akkor a kritikus repedésméret számszerű értéke:

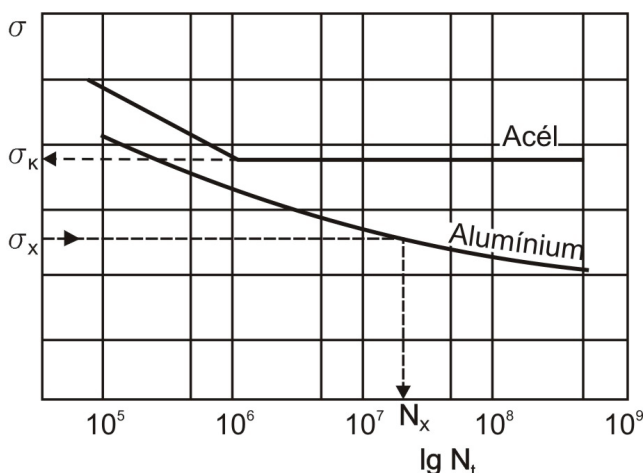
$$a_c = \frac{K_{IC}^2}{Y^2 \pi \cdot \sigma^2} = 3,03 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,03 \text{ mm}.$$

Tehát ha a szerkezeti elemben a legnagyobb repedés nem haladja meg a $2a_c = 6 \text{ mm}$ -t, akkor közvetlen rideg törési veszéllyel nem kell számolni. Ha a várható repedés 10 mm -es ($a = 5 \text{ mm}$) lenne, akkor a megengedhető feszültség:

$$\sigma_c = \frac{K_{IC}}{\sqrt{a\pi} \cdot Y} = 545 \text{ MPa}.$$

Fárasztóvizsgálat:

A fárasztóvizsgálatok a fáradásnak (ciklikusan változó igénybevételeknek) kitett alkatrészek méretezési alapjait, illetve a fáradással szembeni biztonság megítélését célozzák. A próbatestfárasztó vizsgálatoknál egyszerűsítési okokból szinuszosan változó igénybevételt hoznak létre. Különböző feszültség szinteken fárasztva meghatározzák a törésig elviselt igénybevételek számát. Ezek alapján megszerkeszthető a **4.15 ábrán** bemutatott Wöhler-görbe, melynek vízszintes aszimptotája a kifáradási határ. Acéloknál ez az aszimptóta létezik, mert a tapasztalat szerint amelyek próba 10^6 – 10^7 igénybevételt elvisel, az már nem fog eltörni. Alumíniumnál és polimereknél a Wöhler-görbe végig lejt, nincs vízszintes aszimptotája, tehát kifáradási határa sem értelmezhető, csak egy adott feszültség szinthez tartozó élettartama (a törésig elviselt igénybevételek száma).



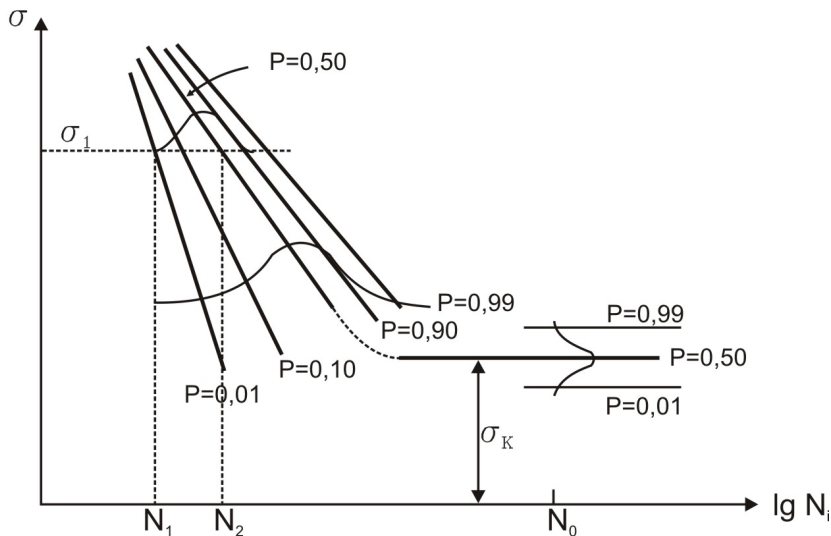
4.15. ábra
Wöhler-görbe acélra és alumíniumra

A leírtak alapján elméletileg az acélokat kifáradási határra, az alumíniumötvözeteket és polimereket pedig élettartamra lehet méretezni. A valóságban a Wöhler-görbét és a görbéből értelmezett kifáradási határt, valamint élettartamot több tényező befolyásolja:

- az igénybevétel módja,
- a próbatest mérete,
- a próbatest felületi megmunkálása,
- a vizsgálat frekvenciája stb.

Ezeknek a befolyásoló tényezőknek a hatása korrekciós tényezőkkel vehető figyelembe, melyeknek értékeire a kézikönyvek adnak útmutatást. A valóságos viszonyok minél jobb közelítése érdekében nem a próbapálcákon meghatározott eredményeket használják egy-egy fontosabb szerkezet méretezésénél, hanem magát a szerkezetet, részegységet vagy a kész alkatrészt fárasztják, annak élettartamát határozzák meg különböző terhelési szinteken.

A kifáradás jelenségének korszerű értelmezése azon alapul, hogy mind a terhelés, mind az élettartam valószínűségi változó, melyek együttes vizsgálata használható a törési valószínűség becslésére. A **4.16. ábrán** a Wöhler-görbe statisztikus szemlélet alapján szerkesztett alakja látható. A diagram felső része azt mutatja, hogy adott feszültség szinten több próbapálcát elfárasztva és az élettartamok (törésig elviselt igénybevételek száma N) gyakoriságát ábrázolva a Wöhler-görbe egy adott törési valószínűséghez tartozó pontjai hogyan szerkeszthetők meg. Az ábrában szerepelnek a $p = 0,01; 0,1; 0,5; 0,9$ és $0,99$ törési valószínűséghez tartozó Wöhler-görbék is.



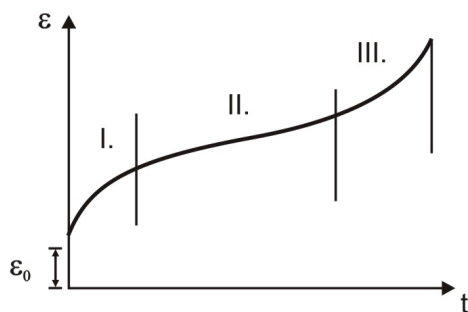
4.16. ábra
Valószínűségi alapon értelmezett Wöhler-görbék

Esetenként az 50%-os törési valószínűséghez ($p = 0,5$) rendelik hozzá a kifáradási határt, de a fokozottan veszélyes szerkezetekben (pl. repülőgép) az alkatrészeket sokkal kisebb, azaz 1% ($p = 0,01$) törési valószínűségre méretezik. Ez azt jelenti, hogy ha a szerkezet σ_j feszültség szinten üzemel, akkor 1% annak a valószínűsége, hogy N_1 -nél kisebb igénybevételi számnál eltörik.

Kúszásvizsgálat:

A kúszás közel állandó feszültségen (állandó terhelés alatt), az idő függvényében végbemenő folyamat. A jelenség lényege az, hogy állandó terhelés alatt a próbatest vagy alkatrész az idő függvényében folyamatosan alakváltozást szenved. Ez egy-egy anyagcsoportra jellemző hőmérséklet felett következik be, például a polimerek már szobahőmérsékleten is jelentősen kúsznak, az Al-ötvözetek esetében 250 °C fölött, az acélok esetében kb. 450 °C fölött kell nagyobb mértékű kúszásra számítani. A kúszási sebesség az alkalmazott feszültségtől függ.

Kúszásvizsgálatnál adott hőmérsékleten, állandó feszültséggel terhelt próbatest alakváltozását regisztrálják az idő függvényében (**4.17. ábra**). Az ábra alapján a kúszás három jellegzetes szakasza különböztethető meg, ezeket az I., II. és III. jelölés mutatja. Az I. és II. szakasz jellegének magyarázatát a 2. fejezet anyagmodellekkel foglalkozó része már ismertette: a kezdeti maradó alakváltozás, az időben állandósuló alakváltozás és az állandó sebességű kúszás szuperpozíciójából adódik az eredő görbe. A harmadik szakaszt (III.) az alakváltozási folyamat felgyorsulása, a próbatest kontrakciója, majd törése jellemzi.



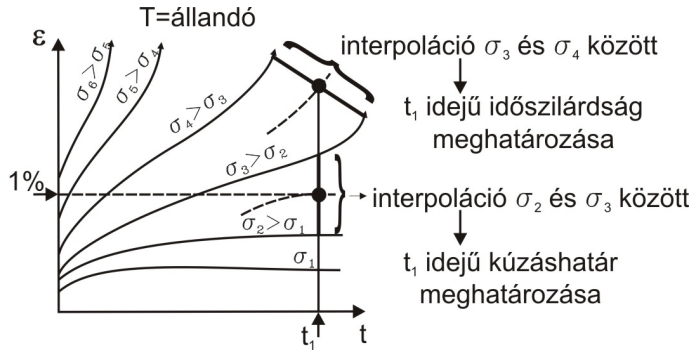
4.17. ábra

A kúszási folyamat jellegzetes szakaszai

A vizsgálatokat párhuzamosan, több feszültség szinten végzik, miközben a próbák alakváltozását törésig regisztrálják. A vizsgált próbatestek jellegzetes kúszás-görbéit egyetlen diagramba rajzolva a **4.18. ábrán** látható görbesereg adódik. Eből a görbeseregből szerkesztéssel és interpolálással meghatározhatók a méretezési alapként felhasználható kúszási jellemzők:

Kúszáshatárnak nevezik az adott idő alatt, adott hőmérsékleten, adott (pl. 1%) alakváltozást létrehozó feszültséget, időszilárdságnak pedig az adott idő alatt,

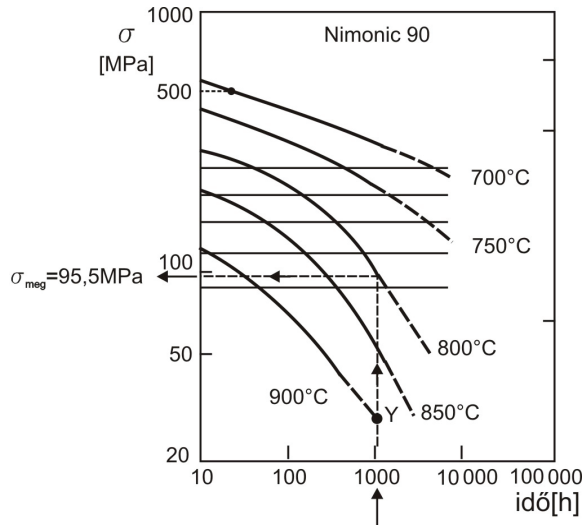
adott hőmérsékleten éppen törést okozó feszültséget. Kúszáshatárra akkor méreteznek, ha az alkatrész megengedett alakváltozása korlátozott (pl. turbinalapát), időszilárdságra pedig akkor, ha az alakváltozás megengedhető, de a törést ki kell zárni (pl. gőz-csővezeték).



4.18. ábra

Különböző feszültség szinten végzett kúszásvizsgálatok eredményei

A definíciókból következik, hogy a méretezéskor négy paraméter: a hőmérséklet, az idő, a feszültség és az alakváltozás kapcsolatát kell megkeresni és a szerkezet méreteivel összhangba hozni. A 4.19. ábra Nimonic 90 típusú nikkelbázisú ötvözet törést okozó feszültség–hőmérséklet–idő összetartozó értékeit mutatja, tehát az ábrán szereplő feszültség tulajdonképpen az időszilárdságnak felel meg.



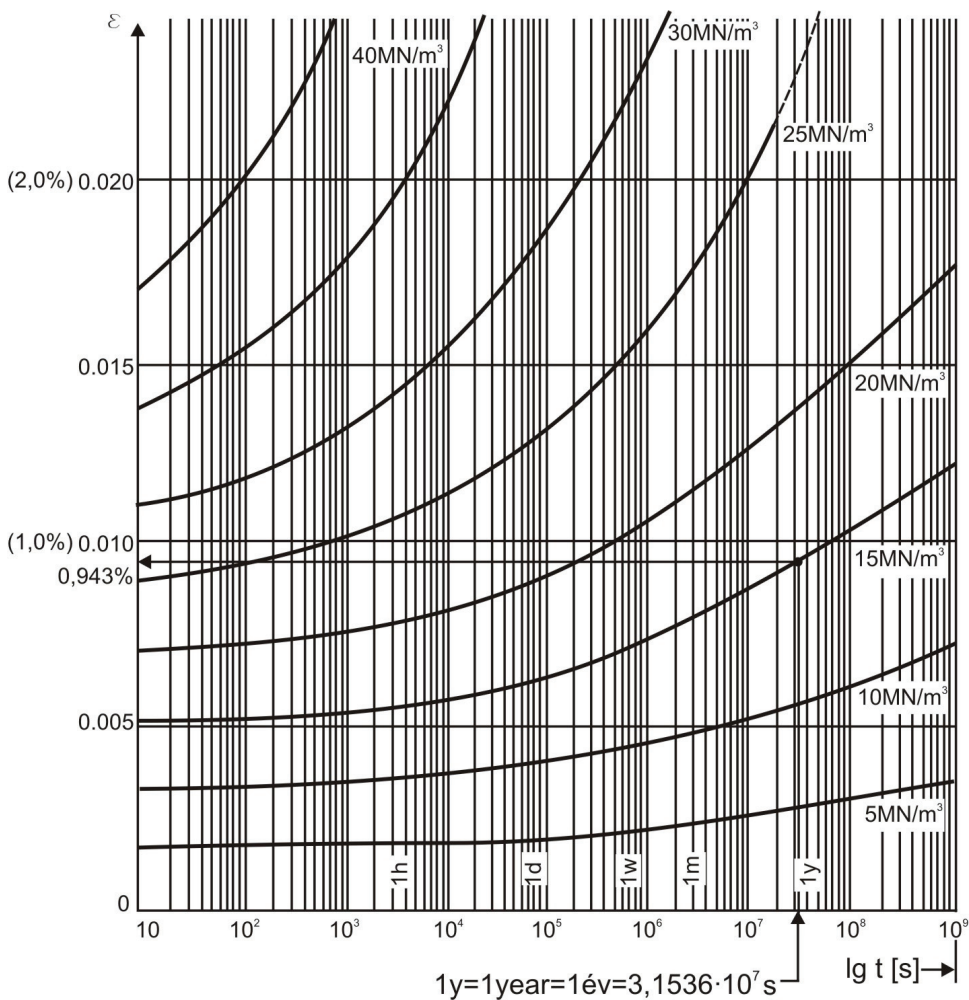
4.19. ábra

A törést okozó feszültség az idő és a hőmérséklet függvényében

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

A megengedhető feszültség egy 800 °C-on üzemelő szerkezetben – ha előírás, hogy 1000 óra alatt a törés ne következzen be – a **4.19. ábra** alapján meghatározható. Az 1000 órához tartozó függőleges egyenes és a 800 °C-os görbe metszéspontját a függőleges tengelyre kivetítve valamivel 100 MPa alatti feszültség adódik. Az 50 és 100 MPa közötti feszültségtartományban interpolálva a pontos érték 95,5 MPa.

A másik lehetséges megadási módot a **4.20. ábra** mutatja, melyen egy PVC-csőanyag kúszási görbéi láthatók 25 °C-on. A vízszintes tengelyen az idő logaritmusa van feltüntetve másodpercben, a függőleges tengelyen pedig a %-os nyúlás.



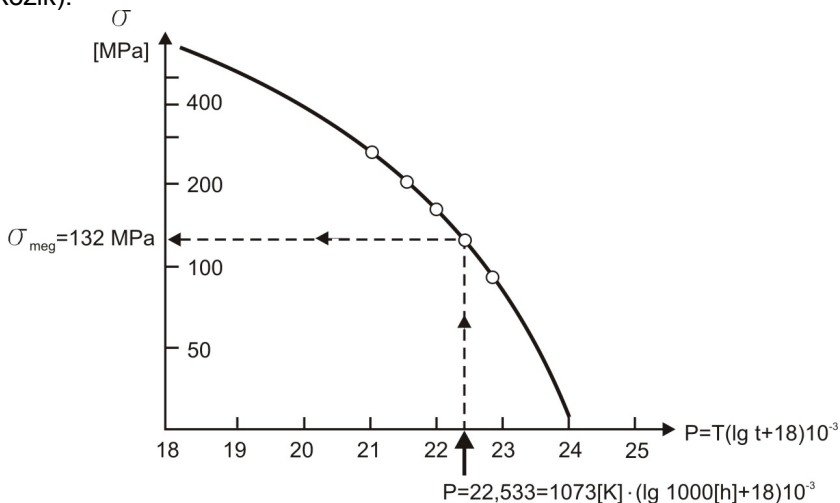
4.20. ábra
PVC kúszási görbéi 25 °C-on

A görbék különböző feszültség szintekre vonatkoznak. Egy PVC-cső alakváltozása 1 év alatt, 15 MPa (15 N/mm²) terhelő feszültség mellett a következő: a **4.20. ábra** vízszintes tengelyén az 1 évhez tartozó abszcisszát a 15 MPa feszültséghez tartozó görbére felvetítve valamivel 1% alatti alakváltozás adódik. A pontos érték lineáris interpolációval számítva: 0,943%.

A harmadik lehetséges megadási módot a **4.21. ábra** mutatja, melyen a Nimonic 90 fantázianevű acél úgynevezett Larson–Miller-féle mestergörbéje látható. A Larson–Miller-paraméter alakja a következő:

$$P = T(\lg t + C),$$

ahol T az abszolút hőmérséklet K-ben, t az idő órában, C pedig az anyagra jellemző állandó, melynek értéke 15 és 25 között változhat (az ábra $C = 18$ értékre vonatkozik).



4.21. ábra

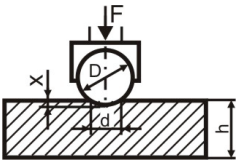
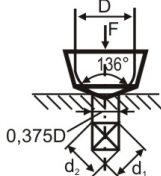
Nimonic 90 acél Larson–Miller-féle mestergörbéje

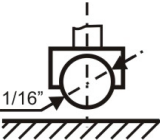
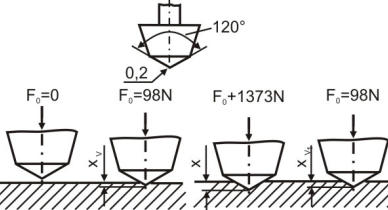
Ha például Nimonic 90 fantázianevű acélból készült szerkezet 800°C-on, 1000 óráig üzemel, akkor a megengedhető feszültség a **4.17. ábra** szerint 132 MPa.

Keményiségmérés:

A keménységmérések a legegyszerűbb és legelterjedtebben alkalmazott anyagvizsgálati módszerek. Szűrő keménységméréskor egy, a mérendő anyagnál jóval keményebb szűrőszerszámot nyomnak az anyagba. A keménységen az anyagnak a szűrőszerszám behatolásával szembeni ellenállását értik. Ezek a legelterjedtebb és a leghagyományosabb keménységmérő eljárások, melyek három alapvető módszere a következő (**4.22. ábra**):

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

Jellemzők	Brinell	Vickers
Vázlat		
A szűrőszerszám és mérete	edzett acélgolyó vagy keménység golyó ($\phi 1,25$; $\phi 2,5$; $\phi 5$; $\phi 10$ mm)	136°-os gyémántgúla
Terhelőerő, F	12,5÷29 420 N	49÷980 N
Terhelési idő	10÷30 s	10÷30 s
Keménység meghatározása	$HB = \frac{0,102F}{D\pi\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)}$	$HV = \frac{0,1189F}{d^2}$

Jellemzők	Rockwell B	Rockwell C
Vázlat		
A szűrőszerszám és mérete	1,59 mm-es acélgolyó (1/16")	120°-os gyémántkúp
Terhelőerő, F	előterhelés: 98 N főterhelés: 882 N összterhelés: 980 N	előterhelés: 98 N főterhelés: 1373 N összterhelés: 1471 N
Terhelési idő	5÷10 s	5÷10 s
Keménység meghatározása	$HRB = 130 - \frac{X_{V1}}{0,002}$	$HRC = 100 - \frac{X_{V1}}{0,002}$

4.22. ábra
Keménységmérési módszerek

A Brinell-módszer lényege, hogy az acélgolyó mérőtestet a mérendő felületbe nyomják, és a keménységet a terhelőerő és a gömbsüveglenyomat hányadosaként definiálják. Mivel az erő és a lenyomat felülete egymással nem arányos, a szűrőszerszámot és a terhelőerőt szabványosítani kellett. A golyó 2,5; 5 és 10 mm-es lehet (a mérendő tárgy geometriája szerint választva). A terhelőerő az $5D^2$, $10D^2$, $20D^2$ és $30D^2$ mennyiségekkel arányos, a mérendő tárgy várható keménységéhez igazodva. Acélnál e tényező $30D^2$, tehát 10-es golyóval 3000-9,81 N a terhelőerő.

A keménység jelzése: $HB_{10/3000/30}$, ami utal a golyó méretére [pl. 10 mm], a terhelőerőre [pl. 3000 kg] és a terhelés idejére [pl. 30 s]. A módszer HB 450-nél kisebb keménységű anyagok mérésére szolgál.

A Vickers-keménységmérés szűrőszerszáma gyémántgúla. A keménységet a terhelőerő és a lenyomat felületének hányadosaként értelmezik. A keménység jelzése $HV_{10/30}$, utal a terhelőerőre (pl. 10 kg) és a terhelés idejére (pl. 30 s). A leguniverzálisabb keménységmérő módszer, lágy és kemény anyagok mérésére egyaránt alkalmas.

A Rockwell-módszer különböző szűrőszerszámokkal és terhelésekkel a lenyomat mélységéből (maradó benyomódásból) származtatja a keménységet. A keménységmérés jele HR . A HRB acélgolyóval lágyacélok mérésére megfelelő. A HRC gyémántkúppal mér, edzett és nagy szilárdságúra megeresztett acélok mérésére a legelterjedtebben automatizálható módszer.

4.4. Anyagadatbázisok

Az anyagadatbázisok felosztása a következő szempontok szerint lehetséges:

⇒ *felhasználhatóság szerint:*

⇒ *technológiai tervezőrendszer részeként felhasználható:*

⇒ képlékeny alakítás tervezőrendszerében:

⇒ alakítandó (alakítható) anyagok adatbázisa

⇒ alakítószerszám-anyagok (pl. hideg- és melegalakító szerszámacélok) adatbázisa

⇒

⇒ hegesztés tervezőrendszerében:

⇒ hegesztendő (hegeszthető) anyagok adatbázisa

⇒ hegesztőanyagok (pl. bevonatos és huzal elektródák) adatbázisa

⇒

⇒ hőkezelés tervezőrendszerében:

⇒ hőkezelendő (hőkezelhető) anyagok adatbázisa

⇒ hőkezelő közegek (pl. hűtőközegek) adatbázisa

⇒

⇒ forgácsolás tervezőrendszerében:

⇒ forgácsolandó (forgácsolható) anyagok adatbázisa

⇒ forgácsolószerszám-anyagok (pl. gyorsacélok és keményfémek) adatbázisa

⇒ *önállóan (is) felhasználható:*

⇒ szerkezeti- és szerszámanyagok (pl. acélok) adatbázisa (kémiai összetétel, fizikai tulajdonságok, mechanikai tulajdonságok, technológiai jellemzők, alkalmazási területek, ekvivalens anyagok,)

⇒ *információk jellege szerint:*

⇒ *szövegorientált adatbázisok*

(folyóirat-közlemények, szabadalmi leírások, műszaki-gazdasági hírek, könyvek, katalógusok, szabványok, műszaki irányelvek, teljes terjedelemben vagy kivonatatosan)

⇒ *bibliográfiai adatbázisok*

(folyóiratcikkek adatai, könyvek adatai,)

⇒ *numerikus adatbázisok*

(szám adatok, rövid értelmező szövegek, együttesen)

⇒ *faktografikus adatbázisok*

(mérési, illetve megfigyelési adatok, statisztikai adatok, az-az tényadatok)

⇒ *információk eredete szerint:*

⇒ *forrás adatbázisok*

(primer, elsődleges, „első kézből származó”, azaz teljes terjedelmű információk)

⇒ *hivatkozó adatbázisok*

(szekunder, másodlagos, „másodkézből” származó, azaz kivonatos, illetve „sűrített” információk)

⇒ *elérhetőség szerint:*

⇒ *online adatbázisok*

(hálózaton elérhető, szolgáltatóközpontokhoz kapcsolt adatbázisok)

⇒ *offline adatbázisok*

(CD-ROM-on vagy DVD-ROM-on elérhető, fejlesztőcégek által forgalmazott adatbázisok)

Az online vagy offline számítógépes adatbázisok mellett nem szabad megfeledkezni az ezek alapját képező hagyományos – egyedi vagy egyszerűbb tervezési feladatokhoz még mindig jól alkalmazható – információforrásokról sem. Ezek közé tartoznak a kézikönyvek, a szabványok, a műszaki irányelvek, a katalógusok, a táblázatok, a diagramok, a nomogramok stb. Ezen szöveges-grafikus dokumentumokon kívül szükségessé válhat technológiai próbák, eljárásvizsgálatok, gyártási felülvizsgálatok elvégzése is a tervezési adatok, illetve eredmények megbízhatóságának fokozása végett.

A következőkben néhány, anyagadatokat tartalmazó adatbázis felépítését, tartalmi szerkezetét tekintjük át:

Az EQUIST GOLD adatbázis mint „számítógépes acélkalauz” 23 ország, valamint az ISO és az EN szabványok acéljait, vasöntvényeit, néhány kiemelt acélgyártó különleges acéljait és azok legfontosabb adatait tartalmazza. Az adatokat a nemzeti szabványokból és különböző szakkönyvekből a SACIT Acéltanácsadó Kft. folyamatosan gyűjti és rögzíti.

A tervező, gyártó, oktató, kereskedő vagy karbantartó vállalatok mindennapjaiban gyakran felmerülő feladat a különböző országok acéljainak, illetve vasöntvé-

nyeinek azonosítása, szabványos adatainak megkeresése. Tipikus kérdések, melyekre az EQUIST (EQUIvalent STeels) GOLD választ ad(hat):

- Egy adott nevű acél mely országban járatos?
- Egy adott vegyi összetételű acél melyik szabványos minőségnek felel meg?
- Egy adott acélnek milyen a szabványos vegyi összetétele?
- Egy adott acél melyik szabványban keresendő?
- Melyek egy külföldi acél más országbeli ekvivalensei?
- Melyik a helyettesítő magyar acélminőség egy külföldi megrendelő által előírt acélminőséghez?
- Egy adott acélminőségre vagy vasöntvényre a szabvány milyen mechanikai és egyéb, pl. fizikai tulajdonságokat ír elő?
- Előírt tulajdonságegyütteshez melyik acél választható?
- Egy adott acél milyen acélcsoportba sorolható?
- Egy konkrét alkatrész gyártásához melyik az alkalmas acélminőség?
- Melyek egy alkatrész idegen nyelvű megnevezései, vagy egy idegen nyelvű kifejezésnek mi a magyar fordítása?
- Milyen az acél szabványban előírt hőkezelési technológiája?
- Egy bizonyos acél jól hegeszthető-e?
- Melyik cég gyárt speciális szerszámacélokat?

Az EQUIST GOLD adatbázisban az acélok adatait csoportokra osztották: alapadatok, vegyi előírás adatok, melegtechnológiai adatok, szobahőmérsékleten előírt mechanikai tulajdonságok, speciális tulajdonságadatok (melyeknél vagy a hőmérséklet tér el a szobahőmérséklettől, vagy a tulajdonság nem tartozik a szokványos mechanikai tulajdonságok közé), valamint a szótárak és a cégadatok. A kereshető mezők az indexben, az egyes csoportokon belül vannak sorba rendezve.

1. Az „Alapadatok” tartalmazza az anyagminőség azonosító adatait:

Az Anyagminőség jele, mely az anyag szabványos jele és számjele. Egy anyagjel önmagában nem határozza meg egyértelműen az anyagminőséget, ugyanis több országnak is lehet azonos nevű, de eltérő összetételű, illetve tulajdonságú anyagminősége. Visszakereséskor a program eltekint attól, hogy kis- vagy nagybetűs formában adtuk-e meg a keresett jelet. Megjelenítéskor azonban az anyagjel már vegyesen tartalmaz kis- és nagybetűket. A cirill betűs anyagjeleknél a szakirodalomban leggyakrabban alkalmazott átírási szabályok használatosak (pl. a krómra utaló X megfelelője Ch stb.)

A Werkstoff-Nummer (anyagszám) fogalmát a német szakirodalom vezette be. Az egymásnak megfeleltethető (ekvivalens) anyagminőségek Werkstoff-Nummere általában megegyezik.

Az Ország az alább felsorolt országok valamelyike (az adatlapokon csak hárombetűs rövidítések szerepelnek): Németország – DEU, Ausztrália – AUS, Ausztria – AUT, Bulgária – BUL, Kanada – CAN, Csehország – CSE, volt Német Demokratikus Köztársaság – DDR, EN-szabványok – EUR, Spanyolország – ESP,

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

Finnország – FIN, Franciaország – FRA, Nagy-Britannia – GBR, Magyarország – HUN, India – IND, ISO-szabványok – ISO, Olaszország – ITA, Japán – JPN, Lengyelország – POL, Kína – PRC, Románia – ROM, Oroszország – RUS, Svédország – SWE, Szlovákia – SLK, Amerikai Egyesült Államok – USA, Jugoszlávia – YUG.

A Szabvány mező tartalmazza a forrásszabvány betű- és számjelét, valamint a hatálybalépés, illetve a kibocsátás évét, pl. !MSZ61-85. Ez a mező nem tartalmaz üres szóközöket. Az évszámot mindig kötőjel előzi meg. Ha a szabványszám előtt felkiáltójel (!) áll, az arra utal, hogy a szabványt már visszavonták.

A Szabványcím, acélcsoport mezőben kiolvasható a szabvány címe és az, hogy az acél a felhasználás, az ötvöztetés, a hőkezelés stb. szempontjából milyen acélcsoportba sorolható, pl. Betétben edzhető acél, C-Mn acél stb. Többnyire ebben a mezőben a szabvány eredeti címe is megtalálható.

Az Alak, alkalmazási példák mezőben az adott acélból készülő féltermék alakja és a gyártható termékek, alkatrészek olvashatók. Ennek a mezőnek az anyagkiválasztásnál fontos szerepe van, ugyanis ennek segítségével lehet egy alkatrész gyártásához megfelelő acélt találni. Az acélcsoport, illetve az alkalmazási példák mindegyikének angol, német, francia és lengyel megfelelője is megtalálható az adatbázis többnyelvű szótáraiban.

A Kiemelt gyártók mezőben különleges, márkanévvel rendelkező acélok gyártói, vagy forgalmazói olvashatók, illetve megjeleníthetők a Cégadatok.

2. Vegyi összetételi előírások:

A szabványok rendszerint csak néhány elemre vonatkozó vegyi összetételi előírást tartalmaznak, ugyanakkor a kötelezően elő nem írt, de az acélban szinte mindig jelen lévő ún. szennyező elemekre is megadnak maximális megengedhető értékeket. Az adatbázisban az alábbi 15 kémiai elemre vonatkozóan találhatók adatok: C, Si, Mn, P, S, Cr, Mo, Ni, V, Al, Cu, W, Ti, Co, Pb. Tekintettel arra, hogy vegyi összetétel szerinti visszakeresésnél zavart okozhat a kötelezően elő nem írt elemek mezőinek kitöltetlensége, a szabványok által megengedett maximális értékkel a legtöbb „üres” mezőt feltöltötték. Ezek az értékek szögletes zárójelben vannak feltüntetve. A szabványok néha tartalmaznak olyan vegyi összetételi előírásokat is, melyek nem foglalhatók táblázatba, pl. $Cr+Cu+Ni \leq 0,7$. Az ilyen és ehhez hasonló adatok az „Egyéb vegyi adatok” nevű mezőben találhatóak. Ez a mező tartalmazza azokat az előírásokat is, melyek a 15 felsorolt elemen kívüli kémiai elemekre vonatkoznak, pl. As-, B-, Zr-tartalom stb.

3. A „Technológiai adatok” között az acél melegalakításával, hőkezelési technológiájával és hegeszthetőségével kapcsolatos alábbi adatok találhatóak:

- A Melegalakítás hőmérséklet-tartománya;
- A Lágyítás hőmérséklet-tartománya;
- A Normalizálás hőmérséklet-tartománya és hűtőközege;
- Az Edzés hőmérséklet-tartománya és hűtőközege;
- A Megeresztés hőmérséklet-tartománya és hűtőközege;

- Egyéb technológiai információ;
- A hegesztésnél megengedhető maximális vonalenergia (fajlagos hőbevitel) kJ/mm-ben.

4. A „Mechanikai tulajdonság adatok” az acél szobahőmérsékleten előírt, alábbi tulajdonságokra vonatkozó követelményeit tartalmazza:

- Állapot, az a hőkezelési állapot, amelyben a mechanikai tulajdonságokat előírták;
- Méret, mm min. és Méret, mm max. az a mm-ben megadott mérettartomány, amelyre érvényes a mechanikai tulajdonság előírás;
- Folyáshatár min. a megadott mérettartományban és állapotban előírt minimális folyáshatár MPa-ban;
- Szakítószilárdság, min és max. a megadott mérettartományban és állapotban előírt szakítószilárdság tartomány MPa-ban;
- Nyúlás min. a megadott mérettartományban és állapotban előírt minimális nyúlás a hossz-, illetve keresztirányban kivett próbatesten, százalékban megadva;
- Kontrakció min. a megadott mérettartományban és állapotban előírt kontrakció minimális értéke, százalékban megadva;
- Ütőmunka, min. a megadott mérettartományban és állapotban előírt minimális érték a hossz-, illetve keresztirányban kivett próbatesten, J-ban;
- Keménység, a megadott mérettartományban és állapotban előírt keménységtartomány HRC- ben, HRB-ben ill. HB-ben megadva;
- Megjegyzés, a mechanikai tulajdonságokkal kapcsolatos egyéb tudnivaló;
- Jominyadatok HRC-ben, tartalmazzák az edzhetőségi adatokat, azaz a szabványos véglapedző próbával meghatározható görbék által lefedett sávot táblázatosan;
- A hegesztés előtti Előmelegítési hőmérséklet;
- A hegesztés után alkalmazandó Utóhőkezelés adatai.

5. „Speciális tulajdonságok”-ról van szó, ha a mechanikai tulajdonságok nem szobahőmérsékletre vonatkoznak (hideg- és melegadatok), vagy ha nem a 4. pontban leírt tulajdonságok közé tartoznak (pl. hőtágulási együttható), és az alábbi mezők szerint vannak rendezve:

- Állapot, az a hőkezelési állapot, amely állapotban a tulajdonságok érvényesek;
- Tulajdonság, ebben a mezőben a tulajdonság nemzetközileg elfogadott megnevezése szerepel, a mértékegységgel együtt, pl. $R_{p0.2}$ [MPa], min.;
- Méret, az a maximális méret, amelyre az adott hőkezelési állapotban a tulajdonság megadott értéke még érvényes. A méret mm-ben van megadva. Ha a szabvány nem közöl a mérethez vonatkozó megkötést, akkor az adatbázisban a méret ablak kitöltetlen;
- Hőmérséklet, az a hőmérséklet Celsius fokban, mely hőmérsékleten a tulajdonságot a szabvány előírta;

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

- Érték, a tulajdonság előírt értéke az adott hőmérsékleten. A mértékegység a Tulajdonság mezőben a megnevezéssel együtt szerepel;
- +Adat, ebben a mezőben akkor található információ, ha a tulajdonság nem numerikus adattal leírható mennyiség;
- Megjegyzés, az adatlapon szereplő tulajdonsággal kapcsolatos tudnivaló.

6. Szótárak:

Az EQUIST GOLD hatnyelvű (magyar, angol, német, francia, lengyel és olasz) szoftver. A Szabványcím, acélcsoport, valamint az Alak, alkalmazási példák címszó alatt szereplő szövegek és még sok más információ (pl. Werkstoff-Nummer leírása, különböző alkatrészek, kötőelemek, a régieket helyettesítő új szabványok megadása) az egyes szótárakban található. A Keresés menü Szótár menüpontjára klikkelve a szótárakban külön-külön is lehet keresni, de van egy ún. Többnyelvű szótár is, melyben a hat nyelv összes kifejezése fellelhető. Egy tétel kikeresése után a kifejezés más nyelvi megfelelői megjeleníthetők a képernyőn.

7. Cégs adatok:

A cégs adatok között külön lehet keresgél ni a Keresés menü Cégs adatok menüpontjára klikkelve. Megjeleníthető a cégek neve, postai címe, telefon- és faxszáma, valamint elektronikus elérhetőségi adata is.

Az AMETA (Acélok Mért Egyedi Tulajdonságainak Adatbázisa) sajátos jellemzője, hogy faktografikus típusú, azaz mérések eredményeként meghatározott adatokat összesít célszerűen lekérdezhető formában. Az AMETA adatbázis elsődlegesen arra vonatkozóan tartalmaz információkat, hogy adott adagösszetétellel jellemzett szerkezeti acélok (nemesíthető acélok, betétben edzhető acélok, rugóacélok, nitridálható acélok, általános rendeltetésű acélok) milyen tényleges, azaz mért mechanikai tulajdonságokkal (szakító-, ütvehajlító-, keménység- és Jominy-vizsgálattal meghatározott jellemzőkkel) rendelkeznek. Az adatlapokon 9 fő adatcsoport található:

1. Törzs adatok: azonosító szám, vállalat neve (kódjele), az alkatrész rajzának száma, az alkatrész megnevezése, az alkatrész típusa, az alkatrész alapanyagának jele, kohászati adagszám, az alkatrész tömege, az alkatrész befoglaló méretei, az alkatrész maximális mérete, jellemző méret, gyártási sorozatnagyság.
2. A kiinduló termék jellemzői: metallurgia, öntés módja, képlékeny melegalakítás, képlékeny hidegalakítás, hőkezelés.
3. Az alkatrész gyártástechnológiája: sorszám, művelet neve, technológiai paraméterek.
4. Az alkatrész kémiai összetétele: a próbavétel helye, az elemzés módja, a következő elemek koncentrációja: C, Si, Mn, S, P, Cr, Ni, Mo, V, Cu, Al, W, Co, Ti, B, O, H, N.
5. Az alkatrészből kimunkált szakítópróbák vizsgálati adatai: a mérési jegyzőkönyv száma, a próbavételnél jellemző szelvényméret, a próbavétel helye, a próbavétel iránya, a próbatest típusa, a vizsgálat helye, a vizsgálatot megelőző

hőkezelés adatai, a szakítóvizsgálat eredményei (R_{eH} vagy $R_{p0,2}$, R_m , A_5 vagy A_{10} , Z).

6. Az alkatrészből kimunkált ütőpróbatetek vizsgálati adatai (az adatmező szerkezete az 5-höz hasonló).
7. Az alkatrész keménységmérési adatai (az adatmező szerkezete az 5-höz hasonló).
8. Az alkatrész alapanyagából készült Jominy-vizsgálat adatai: a mérési jegyzőkönyv száma, a mintavétel helye, a Jominy-próba ausztenitesítési paraméterei, az összetartozó véglaptól mért távolság-keménység értékek.
9. Egyéb vizsgálatok adatai: a mérési jegyzőkönyv száma, jellemző szelvényméret, vizsgálati módszer, a vizsgálatot megelőző technológiai művelet, a vizsgálat hőmérséklete, a vizsgálatot megelőző hőkezelés adatai, a vizsgálat eredményei.

Az adatbázis szolgáltatása, hogy magában foglal egy statisztikai elemzést is, amellyel vizsgálható eltérő átmérőtartományba eső, meghatározott módon hőkezelt acélok vegyi összetétele és mechanikai jellemzői közötti sztochasztikus kapcsolat. A kapott információk egyaránt hasznosíthatók a gyártmánytervezésben a megfelelő acélminőség kiválasztásához, a méretezési és technológizálási feladatok megoldásában, a szabványosításban és a gazdaságossági számításokban.

A Cambridge Engineering Selector (CES) program M. F. Ashby *Materials Selection in Mechanical Design* című művében ismertetett, anyagtulajdonságokat (tulajdonságegyütteseket) megjelenítő anyagszelekciós kártyákon és azokat valamilyen tervezési szempont szerint résztartományra korlátozó választási kritériumokon alapul (lásd az 5. és 6. fejezetben). A szoftver lehetővé teszi tetszőleges szelekciós kártyák előállítását, amelyeken a koordináta-tengelyekhez választott anyagjellemzők lehetséges intervallumait megtestesítő ellipszisek ábrázolják az egyes anyagokat. A programhoz tartozó adatbázisokból származnak az egyes ellipszisek kis- és nagytengeleket kijelölő anyagtulajdonság értéktartományok.

A természeti anyagok (naturals), a műanyagok (polymers), a fémek (metals), a kerámiák (ceramics), a habok (foams) és a kompozitok (composites) csoportjába besorolt egyes anyagok adatlapjain a következő információk szerepelnek:

Általános jellemzők (General):

- Megnevezés (Designation);
- Sűrűség (Density);
- Ár (Price);
- CO₂ képződés (CO₂ creation);
- Gyártási energiaigény (Production Energy) vagy energiatartalom;
- Reciklálási hányad (Recycle Fraction);
- Kereskedelmi márkanév (Tradenames).

Összetétel (Composition):

- Összetétel összegezve (Composition Summary);

4. A szerkezeti anyagok választéka és tervezési jellemzői

- Alapalkotó (Base);
- Alkotóelemek %-ban.

Mechanikai tulajdonságok (Mechanical):

- Kompressziós modulus (Bulk Modulus) hidrosztatikai feszültségállapotra;
- Nyomószilárdság (Compressive Strength);
- Nyúlás (Elongation);
- Rugalmassági határ (Elastic Limit);
- Kifáradási határ (Endurance Limit);
- Törési szívósság (Fracture Toughness);
- Vickers-keménység (Hardness – Vickers);
- Veszteségi tényező (Loss Coefficient) vagy rugalmas hiszterézis;
- Berepesztési (hajlító)szilárdság (Modulus of Rupture);
- Poisson-tényező (Poisson's Ratio);
- Alaktényező (Shape Factor) hajlításra méretezéshez;
- Csúsztató rugalmassági modulus (Shear Modulus);
- Szakítószilárdság (Tensile Strength);
- Rugalmassági modulus (Young's Modulus).

Termikus tulajdonságok (Thermal):

- Maximális alkalmazási hőmérséklet (Maximum Service Temperature);
- Olvadáspont (Melting Point);
- Minimális alkalmazási hőmérséklet (Minimum Service Temperature);
- Fajhő (Specific Heat);
- Hővezetési tényező (Thermal Conductivity);
- Hőtágulási együttható (Thermal Expansion).

Elektromos tulajdonságok (Electrical):

- Fajlagos ellenállás (Resistivity).

Optikai tulajdonságok (Optical):

- Átlátszóság (Transparency).

Környezetállóság (Environmental Resistance) 5 fokozatban minősítve, úgymint „nagyon jó, jó, átlagos (közepes), rossz, nagyon rossz”:

- Gyúlékonyság (Flammability);
- Csapvíz- (édesvíz-)állóság (Fresh Water);
- Szerves oldószer-állóság (Organic Solvents);
- 500 °C-os oxidáció-állóság (Oxidation at 500 °C);
- Tengervíz- (sósvíz)állóság (Sea Water);
- Erős (tömény) savakkal szembeni ellenállás (Strong Acid);
- Erős (tömény) lúgokkal szembeni ellenállás (Strong Alkaline);
- UV fényállóság (UV);

- Kopásállóság (Wear);
- Gyenge (híg) savakkal szembeni ellenállás (Weak Acid);
- Gyenge (híg) lúgokkal szembeni ellenállás (Weak Alkalis).

Megjegyzések (Notes):

- Tipikus alkalmazások (Typical Uses);
- Referenciaforrások (Reference Sources).

(Kapcsolódó internetes) linkek (Links):

- Referenciák (Reference);
- (Gyártási) formák (Shape);
- Szerkezeti egységek (Structural Sections);
- Gyártók (Producers);
- (Kapcsolódó) Eljáráspaletta (ProcessUniverse).

4.5. Összefoglalás

A mérnöki gyakorlatban használatos szerkezeti anyagok négy fő csoportját a fémek, polimerek, kerámiák és kompozitok alkotják.

Az egyes anyagfajták és a konkrét anyagok tulajdonságait anyagvizsgálati mérőszámokkal lehet jellemezni.

Ezen adatok építik fel azokat az adatgyűjteményeket, melyek vagy kézikönyv, vagy szabvány, vagy számítógépes adatbázis formájában állnak a tervezők rendelkezésére.

5. Méretezés és anyagkiválasztás elvei

5.1. Az anyagkiválasztási folyamat általános jellemzése

A műszakilag megfelelő és ugyanakkor a minimális költségre törekvő anyagkiválasztás egyfajta iterációval érhető el. Az anyagkiválasztás rendkívül sokrétű szempontjait alapvetően két csoportba lehet sorolni, nevezetesen:

- műszaki szempontok,
- gazdasági szempontok.

A döntési hierarchiában mindenképp a műszaki szempontoké az elsődleges szerep, mivel ha egy termék funkcióját nem vagy nem a megkívánt biztonsággal, illetve nem az elvárható élettartamig képes ellátni, bármennyire is gazdaságos legyen az előállítása, a piac előbb-utóbb ezt a terméket elutasítja. A műszaki szempontok elsődlegessége mellett is hangsúlyozni kell, hogy a műszakilag mégoly tökéletes terméket is csak akkor ésszerű gyártani, ha előállítási költségét a piac az árban elismeri. A termékek döntő többségénél ezért az anyagkiválasztás optimumfeltétele a termék előállítási költségének és használati tulajdonságainak összhangja, ez azonban meglehetősen komplex kölcsönhatás révén jön létre.

Az előállítási költségben a két legfontosabb összetevő: az anyag és a gyártási technológia költsége. Ezekből következően az anyagkiválasztás nem korlátozódhat az anyagköltség minimalizálására, mert sok esetben az olcsó alapanyag kiválasztása csekély élettartamot, kis használati biztonságot vagy nagy ráfordításigényű gyártástechnológiát von maga után. Egy ipari termék előállításának önköltsége négy fő költségelemből tevődik össze:

- fejlesztési és tervezési költségek,
- anyagköltségek,
- technológiai költségek,
- igazgatási általános költségek.

A fejlesztési és tervezési költségek a gyártmány sorozatnagyságától független, állandó költségek. Az igazgatási költségek időarányos költségek, így a gyártott mennyiségtől és részben a gyártás termelékenységétől is függnek. A gyártási költségek nagyobbrészt változó, a darabszámtól függő költségek. A technológiai költségek fő elemei:

- bérköltségek és járulékaik,
- energiaköltségek,
- amortizációs költségek,
- tőkeköltségek,
- készülék- és szerszámköltségek.

A technológia költségelemei – a készülék- és szerszámköltségek kivételével, amelyek jellemzően a sorozatnagyságtól függetlenek, állandóak – a gyártott darabszámtól függenek, hasonlóan az anyagköltségekhez. Az állandó költségek miatt ugyanolyan technológia esetén a sorozatnagyság növelésével az egy darabra jutó ráfordítások csökkennek.

Kis darabszám esetén a csekély szerszám- és készülékköltség is jelentősen megnövelheti a technológiai költséget. Egyedi vagy kis darabszámú termék gyártása során az alakadó technológia kiválasztásánál lényeges szempont, hogy a költségeket ugrásszerűen megnövelő egyedi készülékre vagy célszerszámra ne legyen szükség. A gyártás készülékezése a gyártás mellékidő-szükségletét, a célszerszámok alkalmazása a főidőt és ennek megfelelően az időalapú költségeket mint bér- vagy általános költségeket csökkenti.

Egyszerű számítással meghatározható az a minimális darabszám, amelynél az egyedi készülék- és szerszámköltségek megtérülnek. A sorozatnagyságnak a tömeggyártás irányába való növekedése – a fő- és mellékidők csökkenése révén – célgépek, ipari robotok, automaták alkalmazását, nagyobb termelékenységgű, de nagyobb beruházási igényű technológiák bevezetését teheti indokolttá.

Az anyagköltségek két fő összetevője az:

- anyag beszerzési ára;
- anyagmozgatási és tárolási költségek.

Az anyagköltségek alapvetően mennyiségarányosak. Az iparban használatos anyagok közül néhány jellemző anyag árát a következő felsorolás hasonlítja össze súly- és térfogategységben.

Anyag	Ár, USD/t	Ár, USD/m ³
ipari gyémánt	420 000 000	1 550 000 000
arany	11000 000	205 000 000
szilícium egykristály	10 000 000	23 300 000
szilícium (polikristályos)	900	2100
ferroszilícium (75 %-os)	800	
ezüst	160 000	1 680 000
kobalt	62 000	550 000
volfrám	28 300	545 000
ferrovolfrám (80+85 %-os)	14 500	
karbonszál	42 000	78 000
szilícium-karbid alkatrész	27 000	86 000
szilícium-karbid szemcsék	1400	4 500
ferromolibdén (70 %-os)	15 000	

5. Méretezés és anyagkiválasztás elvei

Anyag (folytatás)	Ár, USD/t	Ár, USD/m³
ferrovanádium (80 %-os)	13 000	
nikkel	7 760	69 000
titánszivacs	5 400	24 300
ferrokrom (75 % -os)	4 400	
sárgaréz (60/40) 2 mm-es lemez	3 800	31 500
rézöntőmb	2 480	22 100
sárgaréz (60/40) tömb	1 650	13 700
cinköntőmb	1 050	7 500
alumíniumöntőmb	1 650	4 470
gyorsacél kovácsolt rúd	3 200	25 500
ausztenites Cr-Ni acéllemez	2 700	21 000
ferromangán (75 %-os)	500	
szerszámacél (100Cr 6) buga	500	3 900
szerszámacél (100Cr 6) $\phi 10 \div 45$	520	4 050
ötvöztelen acél (C 45) buga	390	3 000
szürkeöntvény-pogácsa	330	2 400
acélhulladék	140	
epoxigyanta	6 000	7 500
műgumi	1 400	1 700
PVC	1 000	1 400
polisztirol	1 300	1 360
polietilén	1 100	1 000
keményfa palló	550	400
fenyőfa palló	350	200
nátronüveg	75	165
üvegszál	1 400	3 300
cement	70	190

Egy ipari termék – amely valamely szükségletet hivatott kielégíteni – megtervezésekor az ellátandó feladatból kell a mérnöknek kiindulnia. A termék funkciója egyben meghatározza fő méreteit, alakját, felületi minőségét. A méret, az alak, a felületi minőség, továbbá a gyártandó darabszám, az úgynevezett sorozatnagyság számos alakadó technológia alkalmazhatóságát kizárja. Például egy több száz m³-es, nagyméretű tartály gyártásakor az öntés szinte elképzelhetetlen, éppúgy,

mint a kisméretű üdítőitalos-dobozok gyártásakor. A forgácsolási technológiáknak jelent korlátozást a termék alakja, például a gázpatronok gyártásakor. A felület megkívánt minősége szab korlátot az alkalmazható alakadó technológiáknak olyan típusú termékek gyártásakor, mint például a gördülőcsapágy. A gyártandó darabszám a készülék és célszerszám költségei miatt korlátozhatja egyes gyártási technológiák kiválasztását.

A méret, az alak, a felületi minőség, a sorozatnagyság, továbbá a szóba jöhető technológia ismeretében már kijelölhetők olyan anyagcsoportok, amelyekhez tartozó anyagokból a termék legyártható. A gyártási technológiák jól körülhatárolható anyagtulajdonságokat feltételeznek.

Az anyagok kiválasztását némileg egyszerűsítheti, hogy a termék anyagától alapvetően két fajta tulajdonságot követelnek meg, ezek

- valamely funkcióhoz kötődő tulajdonságok;
- mechanikai tulajdonságok.

A nem mechanikai tulajdonságok, mint a termikus, az elektromos, a mágneses, az optikai vagy az akusztikai jellemzők sok esetben az anyagkiválasztás meghatározó, akár kizárólagos szempontjai is lehetnek.

Ha a termék meghatározó igénybevétele mechanikai, akkor kiválasztáskor a statikus és a dinamikus igénybevétellel szembeni ellenállás mellett lényeges szempont, hogy a tulajdonságokat a termék teljes élettartama alatt meg is őrizze. Ennek érdekében ismerni kell, hogy a mechanikai igénybevétel mellett milyen egyéb károsodást okozó, például korróziós vagy koptató hatás lép fel. A mechanikai igénybevétel esetén ismerni kell az igénybevétel fajtáján kívül annak időbeli lefolyását is.

A statikus terheléskor alapvető követelmény, hogy az igénybevételt a termék maradék alakváltozás nélkül viselje el, vagyis a benne ébredő feszültség a használat során ne érje el a folyáshatár értékét. Sok esetben még a rugalmas alakváltozás mértéke is korlátozott lehet. Az ismétlődő, valamint dinamikus igénybevételkor a megfelelő teherbíráson (kifáradási határ) kívül kellő szívóssággal is – amit részben az ütmunka vagy a törési szívósság jellemez – kell rendelkeznie az anyagnak.

Az anyagkiválasztáskor igen lényeges műszaki szempont a biztonság. Ez – vagyis a katasztrofális károsodás csekély valószínűsége – a tervezéskor figyelembe vett biztonsági tényezőkön kívül függ a tervezéskor alapadatként használt, garantált anyagjellemző tényleges értékétől, illetve annak a gyártás és a használat során bekövetkező változásától. A mechanikai igénybevételre méretezett termékek anyagának tervezéskor figyelembe veendő garantált értékeit a szabványok, az alapanyag szállításkori állapotának megfelelő jellemzőket a gyártói műbizonylatok tartalmazzák. A technológiák – pl. a hegesztés vagy a képlékenyalakítás – ezeket az anyagjellemzőket lényegesen megváltoztatják, aminek utólagos vizsgálata nem vagy csak nagy költségek árán valósítható meg. Ezt a látszólagos ellentmondást a technológia előzetes alkalmassági vizsgálata, illetve a termékre vonatkozó megengedhető eltérések, „megtűrt” hibák előírása oldja fel.

5. Méretezés és anyagkiválasztás elvei

A döntően mechanikailag igénybe vett anyagok szilárdsági méretezésekor, illetve ellenőrzésekor használatos biztonsági tényező valamely garantált határfeszültség, például szakítószilárdság, folyáshatár vagy kifáradási határ és a termékben ténylegesen ébredő legnagyobb redukált feszültség hányadosa. A tervezéshez használatos biztonsági tényező értékét a konstruktőr az igénybevétel fajtája, a tönkremenetellel járó kár vagy veszély nagysága, az anyag károsodáskori tulajdonságai (pl. fémeknél az alakváltozás kiváltotta szilárdságnövekedés) alapján, az anyag- és költségtakarékosság figyelembevételével állapítja meg. Az következő összeállítás néhány példát mutat a biztonsági tényező lehetséges értékeire.

Alkalmazás	Károsodás			
	szakadás	fáradás	alakváltozás	kihajlás
épületszerkezetek	1,1–1,5			1,5–2,0
acélszerkezetek	2,2–2,6		1,5–1,7	3,0–4,0
általános szerkezetek	2,0–4,0	2,0–3,5	1,3–2,0	
fogaskerek	2,5–3,5	2,2–3,0		
acél csővezetékek	2,0–3,0		1,4–1,8	3,5–5,0
drótkötelek	8,0–20,0			

Az anyagfőcsoportok közötti választásban egyre nagyobb jelentőségű, hogy a termék anyaga a használatot követően újra feldolgozható-e, vagyis milyen mértékben „zöld”, környezetbarát. A termék igénybevételének, tervezett élettartamának, megkívánt biztonságának ismeretében már általában kellő információ áll rendelkezésre ahhoz, hogy a számításba jöhető fő anyagcsoportok között választani lehessen. Az egyes anyagtipusok közötti választáskor elkerülhetetlen a termék költségeinek elemzése.

Az anyagkiválasztás a tervezés egyik legfontosabb mozzanata, melynek helyessége döntő a szerkezet élettartama és megfelelő működése szempontjából. Az új anyagok megjelenése, tulajdonságaik széles skálája olyan lehetőségeket kínál a mérnöknek, melyek korábban nem voltak elérhetők. A hagyományos anyagkiválasztás vezérelve az volt, hogy a tervező a meglévő anyagfajtákkal gazdálkodott, azokat próbálta valahogy az adott feladatra alkalmazni.

Elsősorban a kompozit anyagok térhódításával egy egészen új szemléletű anyagkiválasztási-fejlesztési stratégia is kialakult. A kompozitok gyártási technológiájának fejlődése ugyanis lehetővé teszi, hogy az igényeknek legjobban megfelelő új anyagot állítsanak elő az előzetesen elképzelt szempontok alapján, akár egy alkatrészen belül is változtatva annak tulajdonságait. Ezt a hagyományos „anyagválasztás” helyett „anyagtervezésnek” (material tailoring) nevezik, jelezve azt, hogy az adott feladatra fejlesztenek ki egy alkalmas anyagot. Habár ez a szemlélet még elsősorban a jövő perspektívája, az anyagtudomány fejlődése az alkatrésztervezés, méretezés, anyagkiválasztás hagyományos módszereihez képest is számos változást eredményezett.

Az a tény, hogy egy mérnök ma már közel százezer szerkezeti anyag közül választhat, az egész anyagválasztási stratégia reformját tette szükségessé. Itt nem csupán az anyagtulajdonságokat összesítő adatbázisok megjelenésére és gyors keresési algoritmusok használatára kell gondolni, hisz ez önmagában nem vezetne eredményre, hanem új mérnöki szemléletre is. Jelen fejezet ezen új gondolkodásmód alapjaival foglalkozik. A korszerű anyag kiválasztási eljárás a tervezés és anyag kiválasztás három szintjét különbözteti meg. Ezek a következők:

1. Előzetes vagy koncepcionális tervezés, melynek során az összes lehetséges anyagfajtából választ ki a tervező egy kedvezőnek látszó anyagcsoportot. Ebben a fázisban mind a méretezés, mind az anyagválasztás általános összefüggésekkel valósul meg.
2. Közelítő fázis, mely részletesebb, illetve több szempont szerinti mechanikai analízisen alapul, és az anyagcsoporton belül egy szűkített választékot, esetleg a végleges anyagot jelöli ki.
3. Konkrét tervezés, ami végeselemes vagy egyéb korszerű numerikus technikát, eseteként anyagvizsgálatokat alkalmazva véglegesíti a méreteket, a kiválasztott anyagot és technológiát.

Mindhárom tervezési fázis végén ellenőrzés van és visszalépés is elképzelhető a megelőző fázisra, ha a magasabb szintű elemzés az előzetes elképzelés megváltoztatására készíti a tervezőt.

A tervezés első fázisában megvalósuló globális döntést számos áttekintő táblázat és grafikon könnyíti meg. Ezek közül mutat be egy példát a következő összeállítás, mely a négy fő szerkezeti anyagcsoport előnyeit és hátrányait hasonlítja össze:

Anyagcsoport	Előnyök	Hátrányok
Fémek: - nagy E , - nagy K_{IC} , - közepes R_p	Nagy merevség, jó alakíthatóság és szívósság; nagy olvadáspont, hőszokktűrés.	Kerámiáknál kisebb folyáshatár és keménység; gyenge hőállóság és korrózióállóság.
Kerámiák: - nagy E , - nagy R_p , - kicsi K_{IC}	Nagy merevség, keménység és szilárdság; korrózióállóság; közepes sűrűség.	Nagyon kis szívósság; gyenge hőszokktűrés; nehézkes alakíthatóság.
Polimerek: - kicsi R_p , - megfelelő K_{IC} , - kicsi E - olcsó	Jó formázhatóság; jó korrózióállóság; kis sűrűség.	Kis merevség; Kis(ebb) szilárdság; jó szívósság; gyenge hőállóság; kúszási hajlam.
Kompozitok: - kiváló E , - nagy R_p , - nagy K_{IC} , - drága	Nagy merevség és szilárdság; jó szívósság, fáradással szembeni ellenállás; korrózióállóság; kis sűrűség.	Gyenge alakíthatóság; költséges gyártás; kúszási hajlam.

A fémek előnyös tulajdonságai közismertek: kedvező szilárdság, szívósság, viszonylag nagy rugalmassági modulus, jó alakíthatóság. Hátrányaik közül a korróziós hajlam a probléma, de ez a korszerű bevonatokkal ma már kiküszöbölhető.

A természetes kerámiák (kő, tégl) alapvetően csak nyomó igénybevétellel terhelhető szerkezeti anyagok. A modern kerámiák tulajdonságai ezekhez képest jelentős fejlődést mutatnak, szilárdságuk, keménységük kiváló, de az alapvető problémát, a kerámiák ridegségét máig sem sikerült kiküszöbölni.

A polimerek hátránya a kis rugalmassági modulus, a kúszási hajlam és az alacsony hőmérsékleten jelentkező elridegedés. Ugyanakkor hallatlan előnyük az egyszerű formázhatóság, olcsó gyártás, jó korrózióállóság, kis sűrűség stb. Ezen kiváló tulajdonságok a polimerek gyors térhódítását eredményezik sok területen.

A kompozitok alkalmazásával kiküszöbölhetők mindkét utóbbi anyagcsoport hiányosságai. Legtöbbjük merev, erős, szívós szerkezeti anyag, tulajdonságaik széles skálán változtathatók. Hátrányuk viszont, hogy előállítási költségük magas, és ez jelenleg elterjedésük egyik korlátja.

Ez a globális áttekintés is jól mutatja, hogy a mérhető és méretezési alapként felhasználható tulajdonságok mellett fontos szempont egy anyag adott feladatra való alkalmasságának megítélésében a megmunkálhatóság, a felületi kikészítés lehetősége, valamint a mindezekből együttesen adódó költség. A korszerű anyagkiválasztás ezen szempontok figyelembevételével végrehajtott optimalizálási feladat.

5.2. Igénybevételi módok, megmunkálhatóság

Igénybevételek és anyagjellemzők:

Az anyagválasztás mindig az adott alkatrészre jellemző igénybevételből indul ki. Az igénybevételek egy lehetséges csoportosítását és a méretezéshez használt anyagjellemzőket a 4. fejezet foglalta össze, a következő felsorolás az igénybevételeket idézi fel:

1. statikus terhelés,
2. dinamikus terhelés,
3. fárasztó igénybevétel,
4. koptató igénybevétel,
5. korróziós hatások,
6. hőmérsékleti hatások,
7. egyéb igénybevételek.

A szerkezeti elemeket a felsorolt igénybevételek közül több is terhelheti, például egy gépkocsi-kipufogódob egyszerre kap belülről hőhatást, ugyanakkor a külső felületen korróziós igénybevételt a nedvesség, az utak sózása miatt. Az ilyen kombinált hatások sokszor veszélyesebbek, mint az igénybevételek külön-külön, ezért a méretezésnél járulékos gyengítő hatással kell számolni (pl. fárasztó igénybevétel agresszív közegben).

Az alkatrészre ható igénybevételt kvalitatíve (minőségileg) már a tervezés első fázisában pontosan kell definiálni, majd annak nagyságát (kvantitatív értékét) a második fázisban lehet rögzíteni. Ebben a munkában a kézikönyvekben szereplő méretezési módszerek, valamint az anyagtulajdonságokat összesítő táblázatok nyújtanak segítséget a tervezőknek.

Megmunkálhatóság:

A tervezés második fázisában lép be a megmunkálhatóság mint feltétel az elképzelt alak, valamint a technológiai megvalósíthatóság elemzésében. A leggyakrabban használt anyagalakító technológiák, valamint azok néhány megmunkálhatósági jellemzője a következők szerint foglalhatók össze:

Megmunkálási technológia	Megmunkálhatósági jellemzők
Öntés	Önthetőségi próbák (olvadási hőmérséklet; Flemmings-féle spirálöntési vizsgálat)
Szinterelés	Szinterelhetőségi próbák (pórusosság; porkohászati alkalmasság vizsgálata stb.)
Képlékenyalakítás	Képlékenyalakíthatósági próbák (folyásgörbék; Erichsen-vizsgálat stb.)
Forgácsolás	Forgácsolhatósági próbák (megmunkálhatósági együttható; éltartamvizsgálatok stb.)
Hegesztés	Hegeszthetőségi próbák (karbonegyenérték; eljárásvizsgálatok stb.)
Forrasztás, ragasztás	Forraszthatósági, ragaszthatósági próbák (kötésszilárdság; nyíróvizsgálat stb.)
Hőkezelés	Hőkezelhetőségi próbák (ötvöztartalom; Jominy-féle véglapedző vizsgálat stb.)
Felületkezelés	Felületkezelhetőségi próbák (felületállapot; tapadási szilárdság vizsgálata stb.)

Az alak és a méretek mellett a felület, illetve annak állapota is anyagkiválasztásnál mérlegelendő tényező. A felület az anyag (termék) leggondosabban kikészített, sokféle eljárással befolyásolt része. Ezért nagy jelentőségük van a felületkezelési technológiáknak (surface engineeringnek), melyek révén befolyásolható az élettartam, ugyanis néhány kivételtől eltekintve a tönkremenetel a felületi rétegben keletkező elváltozásból, károsodásból indul ki. Lehetőség szerint már a tervezés előkészítésénél célszerű gondolni valamelyik felületkezelési eljárás alkalmazására, amelynek révén kopásálló, megeresztésálló, hőálló, korrózióálló, növelt kifaradási

határú vagy éppen dekoratív felületi kérégek, rétegek hozhatók létre idegen anyag felvitelével vagy anélkül az egyébként – ha más követelmény vagy előírás nincs – olcsóbb, könnyebben megmunkálható, szívósabb alapanyagon. Tehát csak a felületre (kis anyagtérfogatra) korlátozódik a különleges (ezért teljes térfogatban drága) anyag felvitele vagy a nagy fajlagos (ezért teljes térfogatban költséges és szükségtelen) energiabevitel, azaz a helyi (lokális) igénybevételekhez, követelményekhez igazítható(k) a termékek arra kijelölt tartománya(i), általában az alapanyag nagyobb hányadának jelentősebb szerkezet- és tulajdonságváltoztatása nélkül.

A technológiában alkalmazott megmunkálási, gyártási folyamatokkal a konstrukció alakját és méreteit alakítjuk ki, illetve a felhasználandó anyagok szerkezetét és tulajdonságait átalakítjuk a minőségi követelményeknek megfelelően. Az üzemeltetés során pedig olyan elhasználódási, károsodási folyamatok indulnak meg, amelyek a termék élettartamát befolyásoló alak-, méret-, illetve szerkezet- és tulajdonságváltozásokat eredményeznek. Az üzemeltetés személyi és tárgyi feltételeitől nagymértékben függ, hogy ezek a változások mikor (a tervezett élettartamon belül vagy kívül) érik el a kritikus (használhatóságot megkérdőjelező) értéket.

Az üzemelés során a terméket, illetve annak anyagát érő mechanikai, termikus, vegyi, biológiai, elektromos, mágneses, sugár és hanghatások, igénybevételek által kiváltott elhasználódási, károsodási formák sokfélék. A rövid üzemelés során fellépő károsodási folyamatok nem lehetnek meghatározók egyetlen termék esetében sem, ezek megelőzése alapvető tervezési (gyártási, üzemeltetési) és ellenőrzési feladat. A hosszabb üzemelés (tartós használat) során fellép(het)ő károsodás-felhalmozódási folyamatok érint(het)ik a termék (anyagdarab) egészét (nem lokalizáltak) vagy egy kisebb résztartományát (lokalizáltak).

A termikus vagy termomechanikai hatások által aktivált reológiai folyamatok, magas hőmérsékleti károsodási formák lehetősége esetén fontos az állapot-felügyelet megléte és működtetése.

A fáradás és törés vizsgálatával, méretezési és ellenőrzési anyagjellemzők, illetve összefüggések kreálásával a törésmechanika sok tervezési információt ad a konstruktőröknek, korszerű mérési, diagnosztikai módszereket kínál az anyagvizsgálóknak az ilyen károsodással szembeni biztonság megítéléséhez.

A kopáscsökkentés, illetve a kopásállóság-növelés érdekében a tribológia és a „surface engineering” számos eredményesen alkalmazható kenőanyagot, anyagkombinációt, kenéstechnikai és felületkezelési eljárást, valamint szerkesztési módszert fejlesztett ki.

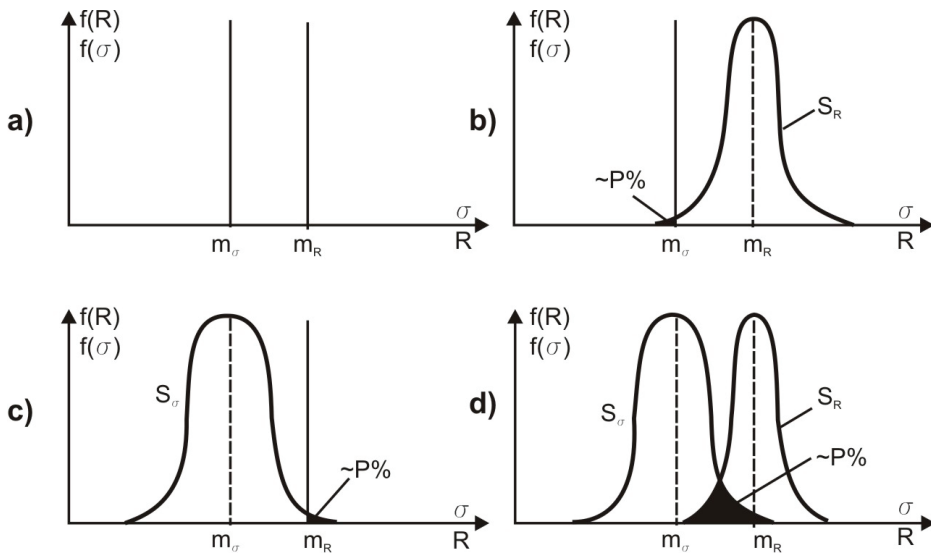
A környezeti hatások által kiváltott korrózió, biológiai károsodás és öregedés okozta károk közel 90%-a konstrukciós, azaz anyagválasztási és szerkesztési hibákra vezethető vissza, ezért a körültekintő tervezésen, előzetes károsodás(állósági) vizsgálatokon sok múlik.

Ha a probléma már felmerült, még akkor is van lehetőség bizonyos mértékű beavatkozásra. Ha ehhez nincs megfelelő szakember a vállalatnál, külső szakértőhöz lehet fordulni. A lényeg a gyors károsodásdiagnosztikában és a mielőbbi egyszerű, olcsó, de szakszerű „terápiában” van. Ezáltal az élettartam gyors csökkenése megfékezhető, a kárköltségek egy része megtakarítható.

A méretezés statisztikus szemlélete:

A tervezésnél, illetve az anyag kiválasztásnál sok ellentétes követelményt kell figyelembe venni (pl. egy gépkocsi tömegének csökkentése $\leftrightarrow$ az utasok biztonságának növelése; egy szerkezeti elem nagy szilárdsága $\leftrightarrow$ kis ridegtörési hajlama stb.). Ezért a tervezés általában nem abszolút biztonságra, hanem – a tönkremenetel veszélyességének mértékétől függően – előírt meghibásodási valószínűségekre, illetve biztonsági tényezőre történik. A méretezés tehát statisztikus jellegű abban az értelemben, hogy mind a várható igénybevétel (pl. terhelés), mind a mért anyagjellemző (pl. szilárdság, azaz teherbírás) diszkrét vagy folytonos valószínűségi változónak tekintendő.

Az **5.1. ábrán** szereplő négy lehetséges eset mindegyikénél a szilárdság mint anyagtulajdonság (R) és a terhelés (σ) várható értékeinek hányadosából képezhető biztonsági tényező ($b = m_R / m_\sigma$) azonos, a példa szerint 450 MPa / 300 MPa = 1,5. Azonban a meghibásodási (törési) valószínűség, illetve az ebből eredő kockázat már különbségeket mutat. (A példában a folytonos valószínűségi változónál Gauss-féle normális eloszlást feltételezünk.)

**5.1. ábra**

Terhelési-teherbírási esetek meghibásodási valószínűsége

Az a) jelű esetben mind a terhelés, mind a teherbírás diszkrét állandó érték, így mivel az $m_R / m_\sigma > 1$, a meghibásodás kizárható, azaz a törési valószínűség nulla.

A b) esetben konstans terheléssel szemben folytonos valószínűségi változójú anyagtulajdonság áll. Az anyagtulajdonság-eloszlás sűrűségfüggvényének (gyakorisági görbéjének) értelmezési tartománya a terhelés értéke alá is kerülhet. Ezért annak valószínűsége, hogy a terhelés valós esetben meghaladja az anyag teherbírását, a következő képlettel becsülhető:

$$P = 1 - F\left(\frac{m_R - m_\sigma}{s_R + s_\sigma}\right) = 1 - F(X),$$

ahol $F(X)$ az eloszlásfüggvény, melynek értékei numerikusan számíthatók, vagy a megfelelő eloszlásfüggvény-táblázatból kereshetők ki. Az s_R és s_σ az anyagtulajdonság, illetve a terhelés előfordulási gyakoriságát jellemző szórás. Jelen esetben $s_R = 20$ MPa és $s_\sigma = 0$ MPa. Ezen adatokkal számított törési valószínűség olyan kicsi számérték, hogy nullának tekinthető.

A c) eset folytonos valószínűségi változójú terhelést ($s_\sigma = 40$ MPa) állít szembe konstans ($s_R = 0$ MPa) anyagtulajdonsággal (teherbírással). A meghibásodás (törés) valószínűsége az előzőek szerint meghatározva: 0,00009, azaz mindössze 0,009%.

A d) esetben mindkét mennyiséget folytonos sűrűség-, illetve eloszlásfüggvény jellemzi ($s_R = 20$ MPa és $s_\sigma = 40$ MPa). Ezek alapján számítható érték: $P = 0,0062$, azaz 0,62%.

Az nyilvánvaló, hogy a terhelés- és az anyagtulajdonság-eloszlás más jellemzői mellett a törési valószínűség is módosul. A példa jól mutatja, hogy a törési valószínűség becslése lényegesen többet mond a várható kockázatról, mint a biztonsági tényező. Ugyanis a gyakorlatban az 1,5-es biztonsági tényező viszonylag kicsinek számít (hiszen 3–5 körüli értékeket is előírnak), viszont a törési valószínűség igen kis értéke ($P < 1\%$) miatt a váratlan tönkremenetel gyakorlatilag kizárható.

A várható érték mellett nagyon fontos paraméter az s_σ , illetve az s_R szórás is, hiszen ha a szórás értéke túl nagy lenne, akkor a törési valószínűség a sokszorosára növekedne. Ezért nagyon lényeges a gondos alapanyaggyártás (kicsi anyagtulajdonság-szórás biztosítása) és a várható igénybevétel pontosabb ismerete. Az a) és a c) eset fordul elő legritkábban, azaz az anyagtulajdonságok szórása nem csökkenthető nullára, csak ésszerű határok közé szorítható be, aminek természetesen megvan a maga költségvonzata. De az alapanyaggyártás szórás-csökkentése kevesebbe kerülhet, mint a nagy szórásból adódó veszély elkerülése miatt túlzottan megnövelt biztonsági tényező, anyagszükséglet, illetve gyártmány-ön súly (különösképpen a járműszerkezeteknél).

5.3. Anyag kiválasztási stratégiák

A vázlatosan felsorolt kritériumok alapján történő anyag kiválasztásnak mindig van egy célfüggvénye, ennek megfelelő optimalizálást igyekszik a tervező megvalósítani. Az igénybevételekkel szembeni ellenállás az egyik alapkritérium, ezen belül azonban a lehetséges változatok közül gazdaságossági vagy a funkcióból adódó egyéb kritériumok is befolyásolják a végső kiválasztást. Például járműveknél – különösen repülőgépeknél – ilyen lehet a minimális tömegre való törekvés, egyes esetekben a minimális térfogat, speciális alak stb. szerepelhet követelményként. Korlátként mindig a technológiai megvalósíthatóság kerül az első helyre, de döntő a tetszetősség (esztétika), kényelmes kezelhetőség és a költség is.

Ha több igénybevétel egy időben terheli a szerkezetet, akkor az alkalmas anyagok választéka szűkül. Például egy nagy nyomáson és növelt hőmérsékleten üzemelő kazán anyagának egyszerre kell a várható mechanikai és termikus igénybevételt elviselni. Ilyenkor azok az anyagok vehetők számításba, melyek kellő szilárdságúak, és ezt a tulajdonságukat nagy hőmérsékleten, tartós terhelés esetében is megőrzik.

Méretezés minimális tömegre:

A statikus terhelésre való méretezést a következő gondolatmenet szemlélteti. Hasonló megfontolások tehetők egyéb optimumkritériumok esetében is. Az **5.2. ábrán** húzással és hajlítással terhelt rúd, valamint megoszló terhelés alatt lévő lemez vázlata látható. Az ábrák mellett az optimális merevségre (megengedett rugalmas alakváltozásra: δ) és teherbírási (megengedett rugalmas-képlékeny határfeszültségre: σ_y) történő méretezés összefüggései találhatók.

A húzott rúd hossza ℓ , oldalmérete t , folyáshatára σ_y (az angol yield = folyás szó alapján indexelve, magyar szabvány szerint pl. $R_{p0,2}$ a megfelelő anyag-tulajdonság). A rúd F erő hatására δ értékkel nyúlik meg.

Minimális tömegű, optimális merevségű és teherbírási anyag keresése húzásra:

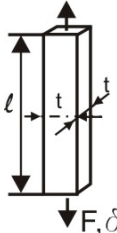
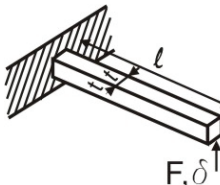
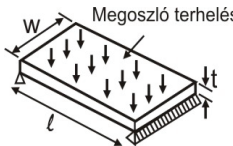
A megnyúlás értéke: ℓ

$$\delta = \varepsilon \cdot \ell = \frac{\sigma \cdot \ell}{E} = \frac{F \cdot \ell}{t^2 \cdot E} \Rightarrow \sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\delta}{\ell} \Rightarrow \sigma = \frac{F}{t^2} \rightarrow t^2 = \frac{F}{\sigma} = \frac{F \cdot \ell}{\delta \cdot E}$$

A rúd tömege:

$$m = \rho \cdot \ell \cdot t^2 = \rho \cdot \ell \cdot A = \rho \cdot V$$

5. Méretezés és anyagkválasztás elvei

Terhelési mód	Merevségre méretezés	Szilárdságra méretezés
	$\delta = \frac{F \cdot \ell}{E \cdot t^2}$ $m = \rho \cdot \ell \cdot t^2 = \left(\frac{\ell^2 \cdot F}{\delta} \right) \cdot \frac{\delta}{E}$ Maximálendő $\frac{E}{\rho}$	$\sigma_y = \frac{F}{t^2}$ $m = \rho \cdot \ell \cdot t^2 = F \cdot \ell \cdot \left(\frac{\rho}{\sigma_y} \right)$ Maximálendő $\frac{\sigma_y}{\rho}$
	$\delta = \frac{4 \cdot F \cdot \ell^3}{E \cdot t^4}$ $m = \rho \cdot \ell \cdot t^2 = 2 \cdot \left(\frac{F \cdot \ell^5}{\delta} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\rho}{E^{1/2}} \right)$ Maximálendő $\frac{E^{1/2}}{\rho}$	$\sigma_y = \frac{6 \cdot F \cdot \ell}{t^3} = \frac{F \cdot \ell}{\frac{t^3}{6}} = \frac{M}{K}$ $m = \rho \cdot \ell \cdot t^2 = \ell \cdot (6 \cdot F \cdot \ell)^{1/2} \cdot \left(\frac{\rho}{\sigma_y^{2/3}} \right)$ Maximálendő $\frac{\sigma_y^{2/3}}{\rho}$
	$\delta = \frac{5 \cdot F \cdot \ell^3}{32 \cdot E \cdot w \cdot t^3}$ $m = \rho \cdot \ell \cdot w \cdot t = \ell^2 \cdot \left(\frac{5 \cdot F \cdot w^2}{32 \cdot \delta} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\rho}{E^{1/2}} \right)$ Maximálendő $\frac{E^{1/2}}{\rho}$	$\sigma_y = \frac{3 \cdot F \cdot \ell}{4 \cdot w \cdot t^2}$ $m = \rho \cdot \ell \cdot w \cdot t = \left(\frac{3 \cdot F \cdot \ell^3 \cdot w}{4} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\rho}{\sigma_y^{2/3}} \right)$ Maximálendő $\frac{\sigma_y^{1/2}}{\rho}$

5.2. ábra

Azon tulajdonságok kombinációja,
melyek a merevség/tömeg és teherbírás/tömeg hányadost optimalizálják

Az összefüggésekben E a rugalmassági modulus, ρ az anyag sűrűsége. A ℓ^2 értékét az első egyenletből kifejezve és a másodikba helyettesítve a tömegre a következő képlet adódik:

$$m = \frac{t^2 \cdot F}{\delta} \cdot \frac{\rho}{E} = \frac{\ell^2 \cdot F}{\delta} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{\rho} \right)}.$$

A képlet első törtjében a rúd méretére, alakváltozására és a terhelésre vonatkozó mennyiségek, a második törtben az anyagjellemzők szerepelnek. Látható, hogy minimális tömeget a kis ρ/E hányadosú anyagok adnak, tehát E/ρ maximális értéke szolgáltatja a legnagyobb merevséget.

Az **5.2. ábra** jobb oldali oszlopában látható összefüggések szerint az optimális teherbírást a maximális folyáshatár/sűrűség hányadosú anyagok biztosítják. Ez első látásra evidens megállapítás, mivel szemléletből is következik, hogy abból az anyagból lehet a legkisebb tömegű, legnagyobb teherbírást tartót készíteni, melynek nagy a folyáshatára és kicsi a sűrűsége. Hogy ez a globális megállapítás további finomításra szorul, azt a hajlított tartó elemzése bizonyítja.

Optimális merevségű és teherbírástú anyag keresése hajlításra:

Az l hosszúságú, t oldalélű hajlított tartó lehajlását a

$$\delta = \frac{4 \cdot F \cdot \ell^3}{E \cdot t^4} = \frac{F \cdot \ell^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot \ell^3 \cdot 12}{3 \cdot E \cdot t^4} \rightarrow t^2 = \left(\frac{4 \cdot F \cdot \ell^3}{E \cdot \delta} \right)^{1/2} = 2 \left(\frac{F \cdot \ell^3}{\delta} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{E^{1/2}}$$

képlet írja le. Ebből t^2 -t kifejezve és a tömeg képletébe helyettesítve adódik a hajlításra igénybe vett tartóra vonatkozó optimalizációs képlet:

$$m = \rho \cdot \ell \cdot t^2 = 2 \left(\frac{F \cdot \ell^5}{\delta} \right)^{1/2} \cdot \frac{\rho}{E^{1/2}} = 2 \left(\frac{F \cdot \ell^5}{\delta} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E^{1/2}}{\rho} \right)}$$

Látható, hogy itt a legkedvezőbb merevséget a rugalmassági modulus négyzetgyökének és a sűrűségnek hányadosa adja minimális tömeg esetében.

Ugyanezt az elemzést a teherbírást elvégezve az adódik, hogy a folyáshatár 2/3-ik hatványának és a sűrűségnek a hányadosát kell maximalizálni annak érdekében, hogy a hajlított tartó tömege a lehető legkisebb legyen.

Megosztó terheléssel terhelt lemez optimalizálása:

Az **5.2. ábra** alsó sora mutatja a t vastagságú, l hosszúságú és w szélességű lemezt. Felírva a lehajlás, illetve a tömeg képletét és a vastagságot kiküszöbölve adódik, hogy a legkisebb tömeg olyan anyagokkal érhető el, melyekre a rugalmassági modulus négyzetgyökének és a sűrűségnek a hányadosa a legnagyobb. Hasonlóan kikövetkeztethető, hogy teherbírást szempontjából az optimális tömeget az az anyag biztosítja, melynél a folyáshatár négyzetgyökének és a sűrűségnek a hányadosa maximális.

Hogy ezek az optimalizálási hányadosok mennyire eltérőek az egyes anyagfajtákra, az a következőkkel igazolható:

Anyagfajta	E/ρ	σ_y/ρ
Faanyagok	20...30	120...170
Alumíniumötvözetek	25	180
Lágyacél	26	30
Beton	15	3

Látható, hogy kedvező merevséget minimális tömeg mellett fával, alumínium-ötvözetekkel és lágyacéllal közel azonos mértékben lehet elérni, sőt még a beton sem nagyon lóg ki ebből a sorból. Ugyanakkor a teherbírás szempontjából optimális anyagfajta az alumínium és szorosan utána a fa, mintegy hatszor kedvezőtelegebb ezeknél a lágyacél, és messze lemaradva utolsó a beton. E kis példából is látható, hogy a minimális súlyú szerkezetek tervezésénél milyen fontos szerepe van a fának mint ősidők óta használt szerkezeti anyagnak.

Tehát a tervezés alatt álló termék funkciójából (várható jellemző igénybevételeből), illetve geometriai jellemzőiből levezethetők olyan két vagy több anyagjellemzőt tartalmazó kifejezések – komplex anyagjellemzők –, amelyekkel optimalizálási kritériumok adhatók meg az anyagválasztáshoz.

Az **5.3. ábrán** – az előzőekben ismertetett esetekre is kiterjedően – néhány példa látható komplex anyagjellemzők származtatására vonatkozóan, ahol az alkalmazott jelölések tartalma:

- Δl az alakváltozás;
- ε a fajlagos alakváltozás;
- ℓ a hossz;
- σ a feszültség;
- E a rugalmassági modulus;
- F az erő;
- S a keresztmetszet;
- m a tömeg;
- ρ a sűrűség;
- V a térfogat;
- σ_y , a mértékadó szilárdság, általában a folyáshatár;
- n a befogási tényező, melynek értéke 0,5, 0,7, 1 vagy 2 lehet;
- $\pi = 3,1415926$ a Ludolf-féle szám;
- I a keresztmetszet másodrendű nyomatéka;
- d az átmérő;
- t a vastagság;
- M a nyomaték;
- e az inerciasugár;

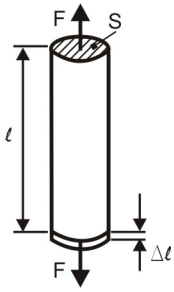
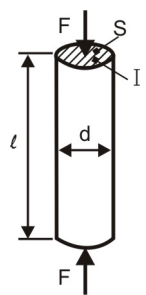
- K_{Ic} a törési szívósság;
- Y a repedésgeometriai faktor;
- a a repedés félmérete;
- $p = 1/3, 1/2, 2/3, 4/5, 1, 4/3$ vagy 2 lehet az igénybevétel, illetve a geometria jellegétől függően, a levezetésből adódóan.

Ha minimális költségre vagy minimális energiafelhasználásra is törekszünk, ρ helyett $\rho \cdot c$ (c = költség/kg), illetve $\rho \cdot q$ (q = energiatartalom/kg) vehető számításba.

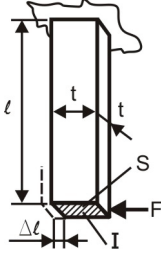
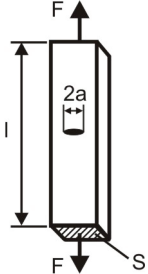
E komplex anyagjellemzők segítségével minden anyagra kiterjedően ún. szelekciós kártyák szerkeszthetők, melyek az összetevő anyagjellemzők koordináta-rendszerében különböző helyzetű és kiterjedésű foltokként ábrázolják az egyes anyagcsoportokat. A 6.1. alfejezetben bemutatásra kerülő szelekciós kártyákon átlós, különböző dőlésszögű egyenesek jelzik az egyes komplex jellemzők konstans értékeit, vagyis az egy egyenesre eső anyagok egyenértékűek. Az egyeneseket önmagukkal párhuzamosan felfelé eltolva a konstans értéke növekszik. Tehát a jellemző megkívánt maximális értéke esetén optimális(ak) az(ok) az anyagcsoport(ok), melye(ke)t a felfelé eltolt egyenes utoljára metsz. Lényegében a komplex anyagjellemző – mint logaritmikus rendszerben lineáris célfüggvény – szélső értékeit kereső optimumszámítási (lineáris programozási) feladatra vezethető vissza a megfelelő anyagcsoport kiválasztása.

Lehetőség van a komplex jellemző egyes alkotói szerinti korlátozó feltételek kijelölésére is (pl. csak az $E > 10$ GPa és $\rho < 3$ Mg/m³ vagy $\sigma_y > 550$ MPa és $\rho < 4,5$ Mg/m³ feltételeknek megfelelő anyagok vehetők számításba). A szelekciós kártyák adatainak számítógépes tárolása és kezelése megoldott, sőt úgy lehetővé válik nemcsak két, hanem n -változós n db anyagjellemzővel kezelése, illetve technológia kiválasztása is.

5. Méretezés és anyagkválasztás elvei

Igénybevétel	Merevségre (megengedett rugalmas alakváltozásra) méretezés	Szilárdságra (megengedett rugalmas-képlékeny határfeszültségre) méretezés
	$\Delta l = \varepsilon \cdot l = \frac{\varepsilon}{E} \cdot l = \frac{F \cdot S}{S \cdot E} \rightarrow S = \frac{F \cdot l}{\Delta l \cdot E}$ $m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot S = \rho \cdot l^2 \cdot \frac{F}{\Delta l \cdot E}$ $m = F \cdot \frac{l^2}{\Delta l} \cdot \frac{\rho}{E} = F \cdot \frac{v^2}{\Delta l} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E}{\rho}\right)}$ F : funkciójellemző $\frac{l^2}{\Delta l}$: geometriai jellemző $\frac{E}{\rho}$: komplex anyagjellemző m minimális, ha $\frac{E}{\rho}$ maximális!	$\sigma_y = \frac{F}{S} \rightarrow S = \frac{F}{\sigma_y}$ $m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot S = \rho \cdot l \cdot \frac{F}{\sigma_y}$ $m = F \cdot l \cdot \frac{\rho}{\sigma_y} = F \cdot l \cdot \frac{1}{\left(\frac{\sigma_y}{\rho}\right)}$ F : funkciójellemző l : geometriai jellemző $\frac{\sigma_y}{\rho}$: komplex anyagjellemző m minimális, ha $\frac{\sigma_y}{\rho}$ maximális!
 $S = \frac{d^2 \pi}{4}$ $I = \frac{d^4 \pi}{64}$ $\Downarrow$ $I = \frac{S^2}{4\pi}$	Kihajlásra méretezés karcsú rudat feltételezve: $F_{krit} = \frac{n \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} = \frac{n \cdot \pi^2 \cdot E \cdot S^2}{4 \cdot \pi \cdot l^2} = \frac{n \cdot \pi \cdot E \cdot S^2}{4 \cdot l^2} \rightarrow$ $S = \left(\frac{4 \cdot F_{krit} \cdot l^2}{n \cdot \pi \cdot E}\right)^{1/2}$ $m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot S = \rho \cdot l \cdot \left(\frac{4 \cdot F_{krit} \cdot l^2}{n \cdot \pi \cdot E}\right)^{1/2} = \sqrt{F_{krit}} \cdot \frac{2 \cdot l}{\sqrt{n \cdot \pi}} \cdot \frac{\rho}{E^{1/2}} =$ $\sqrt{F_{krit}} \cdot \frac{2 \cdot l}{\sqrt{n \cdot \pi}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{E^{1/2}}{\rho}\right)}$ $\sqrt{F_{krit}}$: funkciójellemző; $\frac{2 \cdot l}{\sqrt{n \cdot \pi}}$, geometriai jellemző $\frac{E^{1/2}}{\rho}$: komplex anyagjellemző; m minimális, ha $\frac{E^{1/2}}{\rho}$ maximális!	

5.3.a. ábra
Komplex anyagjellemzők származtatása

Igénybevétel	Merevségre (megengedett rugalmas alakváltozásra) méretezés	Szilárdságra (megengedett rugalmas-képlékeny határfeszültségre) méretezés
 $S = t^2$ $I = \frac{t^4}{12} = \frac{S^2}{12}$	$\Delta l = \frac{F \cdot \ell^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{F \cdot \ell^3 \cdot 12}{3 \cdot E \cdot t^4} =$ $\frac{4 \cdot F \cdot \ell^3}{E \cdot t^4} \rightarrow t^2 = \left(\frac{4 \cdot F \cdot \ell^3}{\Delta l \cdot E} \right)^{1/2}$ $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \ell \cdot t^2 =$ $= \rho \cdot \ell \cdot \left(\frac{4 \cdot F \cdot \ell^3}{\Delta l \cdot E} \right)^{1/2}$ $m = F^{1/2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{F \cdot \ell^5}{\Delta l} \right)^{1/2} \cdot \frac{\rho}{E^{1/2}} =$ $= F^{1/2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{F \cdot \ell^5}{\Delta l} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{E^{1/2} \rho} \right)$ $F^{1/2}$: funkciójellemző $2 \cdot \left(\frac{F \cdot \ell^5}{\Delta l} \right)^{1/2}$: geometriai jellemző $\frac{E^{1/2}}{\rho}$: komplex anyagjellemző m minimális, ha $\frac{E^{1/2}}{\rho}$ maximális!	$\sigma_y = \frac{M}{I} \cdot e = \frac{F \cdot \ell \cdot 12}{t^4} \cdot \frac{t}{2} =$ $= \frac{6 \cdot F \cdot \ell}{t^3} \rightarrow t^2 = \left(\frac{6 \cdot F \cdot \ell}{\sigma_y} \right)^{2/3}$ $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \ell \cdot t^2 =$ $= \rho \cdot \ell \cdot \left(\frac{6 \cdot F \cdot \ell}{\sigma_y} \right)^{2/3}$ $m = F^{2/3} \cdot \ell \cdot (6 \cdot \ell)^{2/3} \cdot \frac{\rho}{\sigma_y^{2/3}} =$ $= F^{2/3} \cdot \ell \cdot (6 \cdot \ell)^{2/3} \cdot \left(\frac{1}{\sigma_y^{2/3} \rho} \right)$ $F^{2/3}$: funkciójellemző $\ell \cdot (6 \cdot \ell)^{2/3}$: geometriai jellemző $\frac{\sigma_y^{2/3}}{\rho}$: komplex anyagjellemző m minimális, ha $\frac{\sigma_y^{2/3}}{\rho}$ maximális!
	Törésmechanikai méretezés konstans repedésméretet feltételezve: $K_{IC} = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \rightarrow \sigma = \frac{K_{IC}}{Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} = \frac{F}{S} \rightarrow S = \frac{F \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{K_{IC}}$ $m = \rho \cdot V = \rho \cdot \ell \cdot S = \rho \cdot \ell \cdot \frac{F \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{K_{IC}} =$ $F \cdot \ell \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \frac{\rho}{K_{IC}} = F \cdot \ell \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left(\frac{1}{\left(\frac{K_{IC}}{\rho} \right)} \right)$ F: funkciójellemző; $\ell \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$: geometriai jellemző $\frac{K_{IC}}{\rho}$: komplex anyagjellemző; m minimális, ha $\frac{K_{IC}}{\rho}$ maximális!	

5.3.b. ábra

Komplex anyagjellemzők származtatása

Azonos tömeg esetén a teherbírás növelése kedvező alakkal:

Ha egy tartó húzó igénybevétellel van terhelve, az egyenletes feszültségeloszlás miatt az adott terhelés esetén csak a keresztmetszet nagysága határozza meg a tartóban ébredő feszültséget, annak értéke a szelvény alakjától független. Hajlítás és csavarás esetén azonban az egyenlőtlen feszültségeloszlás miatt a keresztmetszet alakja azonos tömeg esetén is jelentősen módosíthatja a teherbírás. Előírt lehajlás esetére ugyanezek a megállapítások érvényesek. Hajlított tartóknál ezért gyakran alkalmaznak csöveket vagy zárt négyszögszelvényeket, máskor a nyitott alakok közül az úgynevezett I -tartókat.

Tömör rudat és csövet összehasonlítva hajlító igénybevétel szempontjából a hajlított tartóban ébredő feszültség a

$$\sigma = M_h / K_x \quad K_{x_{\text{rúd}}} = \frac{\pi}{32} \cdot d^3; \quad K_{x_{\text{cső}}} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_k^4 - d_b^4}{d_k}$$

összefüggéssel számítható, ahol M_h a hajlítónyomaték, K_x pedig a keresztmetszeti tényező. Ennek értéke tömör rúdra közelítően $0,1 \cdot d^3$, csőre pedig $0,1 \cdot (d_k^3 - d_b^3)$, ahol k , illetve b a külső, illetve a belső átmérőre utal.

Nyilván a tömör rúd és a cső akkor azonos tömegű, ha keresztmetszetük megegyezik. Ezt a feltételt a következő egyenlet fejezi ki (egyszerűsítés után):

$$d^2 = d_k^2 - d_b^2; \quad A_{\text{cső}} = \frac{\pi}{4} (d_k^2 - d_b^2) = \pi \cdot \frac{1}{2} (d_k - d_b) \cdot \frac{1}{2} (d_k + d_b) = \pi \cdot S \cdot d_{\text{köz}}.$$

Legyen a tartó $d = 10$ mm átmérőjű kör vagy azzal azonos keresztmetszetű cső, legyen az anyagának megengedett szilárdsága 500 MPa. Ekkor a megengedhető nyomaték nagysága tömör rúd esetében 49,3 Nm. Azonos feszültséget feltételezve a teherbírás növekedése különböző közepes átmérőjű csövek esetén a következők szerint alakul:

Közepes átmérő $d_{\text{köz}}$ [mm]	Falvastagság s [mm]	Teherbírás növekmény %
8,33	3	130
12,5	2	188
25,0	1	748

Látható, hogy a falvastagság csökkenése, ezzel együtt a közepes átmérő növekedése a teherbírás jelentősen növeli. A falvastagság csökkentésének a cső stabilitása, a vékony fal miatti sérülékenysége szab határt, így az optimalizálást a maximális teherbírásra való törekvés mellett ezek a tényezők korlátozzák.

Sok esetben a keresztmetszet alakja is viszonylag szabadon változtatható az igényeknek megfelelően. Például egy négyszög keresztmetszetű tartó oldalélei

lehetnek azonosak (négyzet) vagy különbözőek (téglalap). Minden geometriához más feszültség és lehajlás tartozik adott terhelés esetén, ezek felrajzolásával megkereshető az optimális alak.

Anyagkiválasztás összetett igénybevétel esetén:

A legtöbb anyagkiválasztási probléma nem olyan egyszerű, mint az előbb felsoroltak, hanem több követelménynek kell egyszerre megfelelni a kiválasztott anyagnak. Ugyanakkor az adott követelmények kielégítésére több anyag is rendelkezésre áll, ezek közül a legkedvezőbbet megtalálni nem egyszerű feladat. A döntést könnyítik meg azok a kiválasztási stratégiák, melyek közül néhányat a jelen fejezet rész ismertet.

Minden kiválasztási feladat előtt definiálni kell a tervezési követelményeket (lehetőség szerint rangsorolva), valamint a várható anyagköltséget is. A tervezési szempontokat a fontosság sorrendjében jelölje T1, T2 stb., a költséget K. Ezek ismeretében kiválasztható az anyagok közül néhány, melyek az adott feladatra alkalmasnak látszanak. Ezeket jelölje az A1, A2 stb. rövidítés.

Minden anyag minősíthető az adott követelménynek való megfelelés szerint például egy négyfokozatú sorrenddel: alkalmatlan (a), megfelelő (m), jó (j), kiváló (k). Ezeket felhasználva kitölthető a következő táblázat:

ANYAGOK	TERVEZÉSI KÖVETELMÉNYEK			KÖLTSÉG K
	T1	T2	T3	
A1	j	k	m	m
A2	j	m	a	j
A3	m	k	k	m
A4	m	m	j	m

A táblázat jó összehasonlítást kínál az egyes változatok között, például az A2 elvethető a T3 kritérium szerinti alkalmatlanság miatt, míg legkiválóbbnak az A3 tűnik.

Az összehasonlítás megkönnyítése érdekében a tulajdonságokat számszerűsíteni is lehet, a=0, m=1, j=2, k=3 kódolással. Ekkor a táblázat a következőképpen alakul:

ANYAGOK	TERVEZÉSI KÖVETELMÉNYEK			KÖLTSÉG K	ÖSSZEG
	T1	T2	T3		
A1	2	3	1	1	7
A2	2	1	0	2	5
A3	1	3	3	1	8
A4	1	1	2	1	5

5. Méretezés és anyagkiválasztás elvei

Ez az összehasonlítási mód már megkönnyíti a választást, és az előző sejtést igazolja, mely szerint az A3 anyag a legjobb.

Nem biztos azonban, hogy minden tervezési szempontot egyforma súlyozással kell figyelembe venni. Ha például a T1 kritérium nagyon lényeges, ez egy 5-ös szorzóval vehető figyelembe, a T2 szerepeljen 4-essel, míg a T3 nem túl lényeges, tehát szorzója 1. Ugyanakkor a költség figyelembevétele elsőrendű, ezért 5-ös súlyozású a termék szempontjából. Ezekkel kiegészítve a táblázatot:

Anyagok	Tervezési követelmények			Költség	Összeg
	T1	T2	T3		
Szorótényező	5	4	1	5	
A1	10	12	1	5	28
A2	10	4	0	10	24
A3	5	12	3	5	25
A4	5	4	2	5	16

Látható, hogy a követelmények súlyozásával a javasolt választási sorrend megfordul, az A1 anyag kevésbé jobbnak tűnik, mint az A3. Az A2-t alkalmatlanság miatt korábban el kellett vetni, de mivel a T3 szempont szorzója nagyon alacsony, esetleg megfontolandó annak az alkalmazhatósága is.

A vázlatosan bemutatott módszer a hatásmátrix-módszer. Egy gyakori gépelem, a fogaskerék egyszerűsített példáján keresztül – konkretizálva – az alábbi mátrixszerű táblázat mutatja be a hatásmátrix összeállítását és kiértékelését.

Szempont \ Alternatíva	fa	műanyag	nemesíthető acél	nitridálható acél	öntöttvas
terhelhetőség (mechanikai tulajdonságok)	1	2	4	5	3
megmunkálhatóság (jellemző technológiákkal)	3	4	2	1	5
károsodásállóság (rendeltetésszerű használat)	1	3	4	5	2
megbízhatóság (stabilitás, tartósság)	1	3	5	4	2
újrahasznosíthatóság (környezetterhelés)	2	1	5	4	3
anyagköltség	4	5	1	2	3
gyártási költség	4	5	2	1	3
méretkorlátozottság (gyártható nagyság)	4	1	2	5	3
Összpontszám	20	24	25	27	24
Rangsorbeli szám	IV.	III.	II.	I.	III.

Itt egy-egy szóba jöhető anyagot (alternatívát) az egyes oszlopokhoz rendeltünk hozzá. A táblázat soraihoz pedig egy-egy tervezési-kiválasztási követelményt (szempontot) kapcsoltunk, beleértve a gazdasági (költség) tényezőket is. Ezután soronként (szempontonként), egy alkalmasan megválasztott skála fokozatai szerint (pl. iskolai osztályzatoknak megfelelő 1-től 5-ig terjedő számskálán) minősítettük (értékeljük) az egyes anyagok (alternatívák) adott követelménynek való relatív megfelelőségét, és a minősítő adatot az illető anyag oszlopában rögzítettük.

Valamennyi szempont alapján elvégezve az értékelést, az egyes oszlopok számadatai összeadhatók, majd az összegek alapján kiválasztható(k) a legjobb (legnagyobb pontszámú) anyag(ok). A kiválasztási szempontok súlyozásától most eltekintettünk, azaz jelentőséget (fontosságot) kifejező szorzótényezőt nem rendeltünk hozzájuk, mellyel a minősítő skálaadatot meg kellett volna szorozni. Vannak esetek, amikor ez igen fontos, hogy jobban érvényesüljön a nagyon és a kevésbé lényeges jellemzők közötti megkülönböztetés.

Általánosságban megjegyezhető, hogy mind a minősítő szempontrendszer felállítása, mind a minősítés, illetve súlyozás kellő szakértelmet, „környezetismeretet” (a helyi adottságok, körülmények, lehetőségek átlátását) és elfogulatlanságot, objektivitást feltételez.

Anyagköltség-mutatók képzése és elemzése:

Az előző példában már szerepelt az anyagköltség mint a tervezés egyik kritériuma, de csak globális kiválasztási szempontként. A továbbiakban bemutatott módszer az optimális tömegre való méretezés már megismert logikája alapján mutat be egy példát a költség szempontjából kedvező anyagfajta kiválasztására.

Az egyes anyagok költségét elég nehéz definiálni, mivel azok mindig valamilyen előgyártmány formájában állnak rendelkezésre (pl. cső, rúd, lemez), ezáltal az anyagköltség mellett változó mértékű feldolgozási költséget is tartalmaznak. Ezen hatásokat némileg elhanyagolva néhány szerkezeti anyag kilogrammonkénti relatív költsége, a lágyacélhoz viszonyítva:

Anyagfajta	Relatív ár/kg
lágycél	1
korrozíóálló acél	6
alumínium	7
nikkel	25
polietilén	3
epoxi gyanták	21
polisztirol	3

Az anyagok sűrűségében és szilárdságában mutatkozó különbségek miatt ezek a számok nem sokat mondanak, ezért célszerű a korábban megismert fajlagos mutatókhoz hasonlólt képezni az anyagok rangsorolása céljából. A „Méretezés minimális tömegre” című részben már szó volt arról, hogy például húzó-nyomó igény-

bevétel esetén teherbírás szempontjából legkedvezőbb az olyan anyag, melynek szilárdság/sűrűség hányadosa maximális, avagy megfordítva, sűrűség/szilárdság hányadosa minimális. Ez utóbbit használva kritériumként a számláló a fajlagos költséggel kiegészíthető:

$$\frac{\text{költség (€/kg)} \times \text{sűrűség (kg/dm}^3\text{)}}{\text{szakítószilárdság vagy folyáshatár (MPa)}}$$

A számlálóban lévő mennyiségek mértékegységeit összeszorozva egy €/térfogat mértékegységű fajlagos költség adódik, melyet a szilárdsággal elosztunk. A kapott tört értéke alkalmas a költség szerinti besorolásra, az adott terhelési esetben. Szokás ezen mutatószámot még a lágyacélra vonatkozó értékkel is elosztani, így az acélra vonatkoztatott relatív költséghányad jelenik meg. Példaként néhány anyagra ez a mutató a következő:

lágyacél	1
hőkezelt alumíniumötvözet	0,75
réz	7,7
polietilén	2,8

Látható, hogy a sorban a legkedvezőbb értéket költség és teherbírás szempontjából az alumínium mutatja. Visszatekintve az optimális tömeg szempontjából végzett elemzésre, a korábbi táblázatból látható, hogy ott is az alumínium tűnt a legkedvezőbbnek a szilárdság/sűrűség hányados alapján. A két mutató nem feltétlenül ad azonos rangsort, de ebben az esetben a vázlatos összehasonlítás mégis az alumíniumötvözeteket emelte ki. E mutatók is szerepelhetnek a tervezési feladat döntési algoritmusában a T1, T2 stb. kritériumok között.

5.4. Összefoglalás

A fejezetben bemutatott egyszerű példák jól szemléltetik, hogyan lehet az anyagokról rendelkezésre álló információkat minősíteni, számszerűsíteni, a tervezési szempontok fontossága szerint súlyozni, majd döntést hozni. A kvalitatív megállapítások a méretezés eredményeivel, valamint a gyárthatóság szempontjaival kiegészítve eredményezhetik a végleges kiválasztást.

A tervezés első fázisában globális ismérvek alapján a kiválasztandó anyag típusáról hoz döntést a tervező, majd a megismert választási stratégiák a tervezés második fázisában jutnak szerephez a döntés finomításában és a többoldalú elemzésben.

6. Anyagkiválasztás gyakorlata

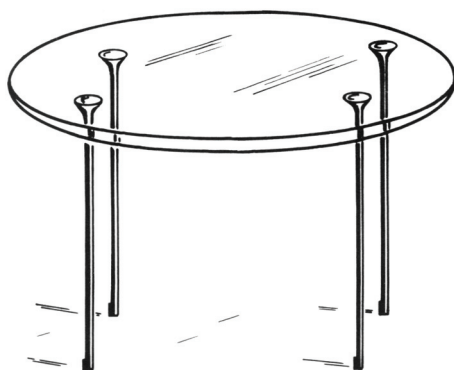
Az 5. fejezet foglalkozott az anyagkiválasztás globális stratégiáival és az optimalizálás lehetséges módszereivel. A jelen fejezetben bemutatott példák a konkrét gyakorlati alkalmazásokat szemléltetik, részben az előzőekben megismert módszerekre alapozva.

6.1. Anyagkiválasztás koncepcionális tervezés útján

A tervezés három fázisának bemutatott példái M. F. Ashby nevéhez fűződnek. Ashby a Cambridge University professzoraként meghatározó szerepet játszott a tématerület fejlesztésében.

Asztalláb anyagának kiválasztása:

A 6.1. ábra egy modern asztalt mutat, üveg asztallappal és rendkívül karcsú lábakkal. Feladat az asztalláb anyagának kiválasztása.



6.1. ábra
Modern asztal

Az asztal lábai nyomó igénybevételnek vannak kitéve, ugyanakkor a karcsúságuk miatt kihajlási veszélynek is. Az 5. fejezetben megismert levezetéssel igazolható, hogy ilyen esetben nagy rugalmassági modulusú (E), és nagy $E^{1/2}/\rho$ komplex anyagjellemzőkkel bíró anyagot kell keresni. A kereséshez az említett kutatók a 6.2. ábrán látható diagramot – ún. anyagszelekciós kártyát – szerkesztették meg,

melynek függőleges tengelyén a rugalmassági modulus logaritmus, vízszintes tengelyén a sűrűség van feltüntetve, szintén logaritmikus léptékben.

A korábbiakból ismert, hogy eltérő igénybevételi módok esetében a rugalmassági modulus különböző hatványai szerepelnek optimum kritériumként a minimális tömegre való méretezésben. Húzó-nyomó igénybevétel szempontjából a $p = 1$ kitevő a legkedvezőbb, hajlított rudakra, valamint kihajlásra a $p = 1/2$, más terhelési esetekben a $p = 1/3$ is kiadódik mint optimális kitevő.

Általánosan felírva az optimum kritériumot:

$$\frac{E^p}{\rho} = C \Rightarrow E^p = \rho \cdot C,$$

ahol C konstans maximális értéke adja a legkedvezőbb választást. Logaritmizálva az egyenlet mindkét oldalát:

$$p \cdot \lg E = \lg \rho + \lg C$$

p -vel osztva és az $m = 1/p$, valamint a $b = m \cdot \lg C$ jelölést bevezetve:

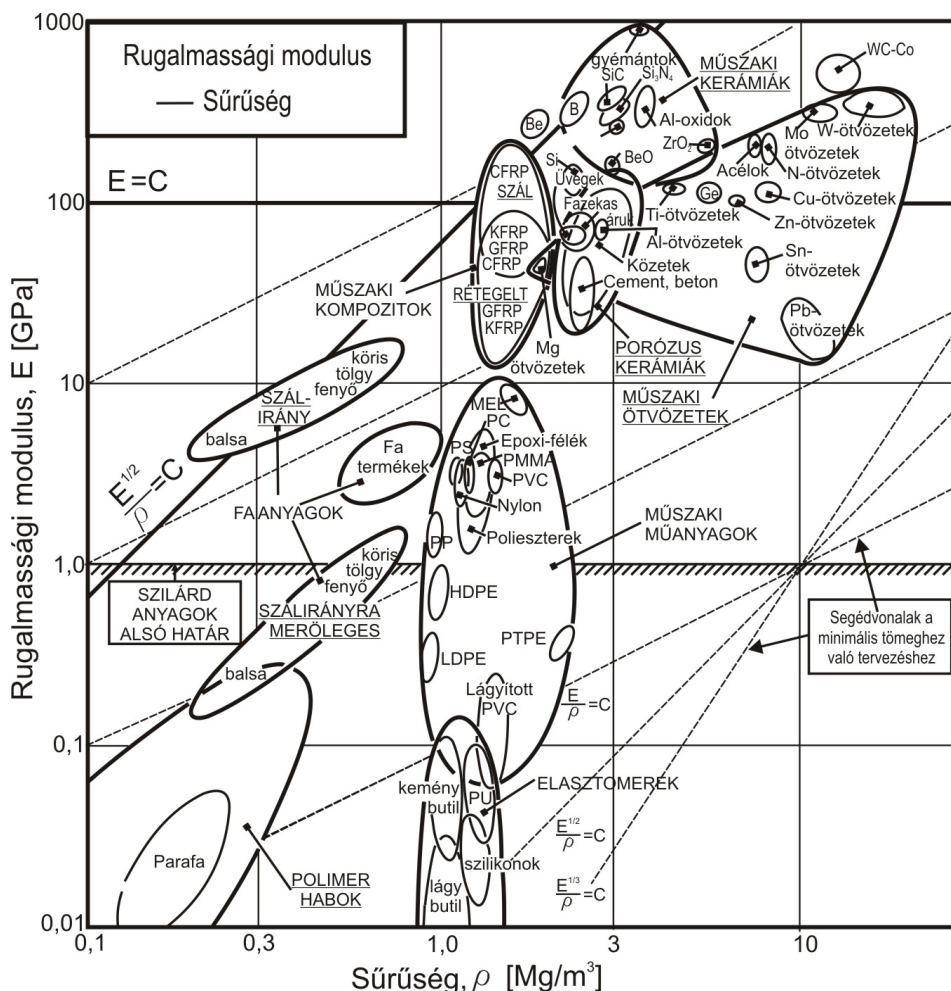
$$\lg E = m \cdot \lg \rho + b.$$

Az egyenlet a **6.2. ábrán** látható $\lg E - \lg \rho$ koordináta-rendszerben egyenest ad, melynek meredeksége $1/p$.

Visszatérve az asztalláb anyagának kiválasztásához, a **6.2. ábra** vastagon kihúzott vonala az $E^{1/2}/\rho$ egyenessel párhuzamos, tehát az optimum kritériumnak megfelel. A nagyobb C értékhez nyilván olyan egyenes tartozik, mely a koordináta-rendszer bal felső sarkához van közelebb, az egyenes által metszett területek azokat az anyagokat mutatják, melyek e kritérium alapján egyenértékűek. Az ábráról látszik, hogy a vastagon kihúzott egyenes a fafajtákat és a karbonszállal erősített polimereket (CFRP = Carbon Fiber Reinforced Polymer), azaz egy kompozitanyag-csoportot jelöli ki. A CFRP felett még belemetsz a mérnöki kerámiák mezejébe is, de ezek nyilvánvalóan nem jöhetnek számításba. A másik optimum kritérium az volt, hogy a kellő merevség és kihajlás elleni biztonság miatt E értéke is nagy legyen, ezt az $E = C$ vastag vonal jelzi. A vonal fölötti anyagok rugalmassági modulusa 100 GPa felett van, így e két kritérium együttesen eldönti, hogy az előzetes tervezés során a karbonszállal erősített kompozitanyag bizonyul a legkedvezőbbnek.

Amennyiben a rugalmassági modulussal kapcsolatos kritérium csak másodlagos tervezési szempontként szerepel, akkor a fa is jó választásnak tűnik. Ilyen esetben a döntés finomításához célszerű bevonni az elemzésbe az **5. fejezetben** bemutatott fajlagos költség mutatót, valamint az esztétikai és gyárthatósági köve-

telményeket is. Jelen példa további része azonban igazolni fogja, hogy itt a nagy rugalmassági modulusra való törekvés indokolt, és a falákkal kapcsolatban gyártási problémák is lennének.



6.2. ábra

A rugalmassági modulus és a sűrűség kapcsolata különböző anyagfajtákra

Az anyagcsoport kijelölése után kerül sor a második tervezési fázisra, mely már a méretezésre irányul. Ehhez a különböző típusú kompozitok adatbázisából kell kivenni a számításba vehető anyagfajtákat, valamint azok mechanikai jellemzőit. A következő összeállítás három kompozitanyag tulajdonságait mutatja, a jelölések pedig a következők:

6. Anyagkiválasztás gyakorlata

A – CFRP, 58% karbonszál egyirányú (irányított) elrendezésben, epoxigyanta hordozóanyagba ágyazva

B – CFRP, 50% üvegszál egyirányú (irányított) elrendezésben, poliészter hordozóanyagba ágyazva

C – KFRP (kevlar-epoxi), 60% kevlerszál egyirányú (irányított) elrendezésben, epoxigyanta hordozóanyagba ágyazva

További összehasonlítás céljából két fém adatait is tartalmazza a táblázat, ezek jelölése a következő:

D – nagyszilárdságú acél

E – ötvözött alumínium

Anyag	Sűrűség (t/m ³)	Rugalmassági modulus (GPa)	Szilárdság (MPa)	$E^{1/2}/\rho$	σ_y/ρ
A	1,5	189	1050	9	700
B	2,0	48	1240	3,5	620
C	1,4	76	1240	6,2	886
D	7,85	210	1000	1,8	128
E	2,8	70	500	3,0	179

A kiválasztási szempontként használt $E^{1/2}/\rho$ kritérium szerint a sorrend A—C—B—E—D. Az A anyagot választva először egy globális szilárdsági számítást kell végezni. $F = 3600$ N lábankénti terhelést feltételezve (800 N-os ember ráül az asztalra, biztonsági tényező 4,5) a minimális keresztmetszet:

$$S = F / \sigma_y = 3600 / 1050 = 3,43 \text{ mm}^2.$$

Ez természetesen nem fogadható el, mert a tervezésnek a kihajlási feltételt kell kielégíteni, és nyomóterhelésre csupán ellenőrizni kell. Ismert, hogy a kritikus törőerő számítására alkalmas összefüggés a következő alakú:

$$F_{kr} = \pi^2 \cdot n \cdot I_{\min} \cdot E / \ell^2, \text{ (Euler-képlet)}$$

ahol n a kihajlási félhullámhossz tényezője (mindkét végén csuklósan befogott tartóra $n = 1$), I a keresztmetszet másodrendű nyomatéka, ℓ pedig a tartó hossza ($\ell = 752$ mm). A képletből a geometriára jellemző másodrendű nyomaték minimális értékét kell kifejezni, ez a következő:

$$I_{\min} = \frac{F \cdot \ell^2}{\pi^2 \cdot n \cdot E} = \frac{3600 \cdot 752^2}{\pi^2 \cdot 1 \cdot 189000} = 1091 \text{ mm}^4$$

Ezen adat birtokában lehet az asztalláb geometriai méreteit kiszámítani. Tömör rudat feltételezve az

$$\ell = d^4 \cdot \pi / 64$$

képletből az átmérőre $d = 12,2$ mm adódik, ebből a keresztmetszet $A = 117,1$ mm², a láb tömege pedig $m = 132$ gramm.

Az 5. fejezetben megismertek szerint a tartó alakjának változtatása sok esetben további megtakarítást eredményezhet, ezért célszerű a cső alakú lábat is megvizsgálni. A cső külső átmérőjét D -vel, a belső d -vel, a falvastagságot s -el jelölve a megoldást szolgáltató egyenletek:

$$\ell = (D^4 - d^4) \cdot \pi / 64$$

$$D - d = 2 \cdot s$$

Ez az egyenletrendszer s felvételével zárt alakban is megoldható, de nem érdemes a kifejezéssel fáradozni, mert valamelyik egyenletmegoldó program így is meg tudja keresni a gyököket. Az eredmények a következők:

s , mm	d , mm	D , mm	A , mm ²	m , gramm
tömör	0	12,2	117,1	132
3	6,44	12,44	88,9	100
2	9,04	13,04	69,4	78
1	13,03	15,03	44,1	50
0.5	17,21	18,21	27,8	31

Látható, hogy legkedvezőtlenebb a tömör rúd, ezenkívül azonos másodrendű nyomaték esetén a falvastagság csökkenésével a tömeg egyre kisebb, tehát minimális falvastagságra kellene törekedni. Ilyen esetben további szempontokat kell bevonni a tervezésbe, nevezetesen a gyárthatóságot, valamint a cső ütés hatására bekövetkező helyi horpadását vagy törési veszélyét.

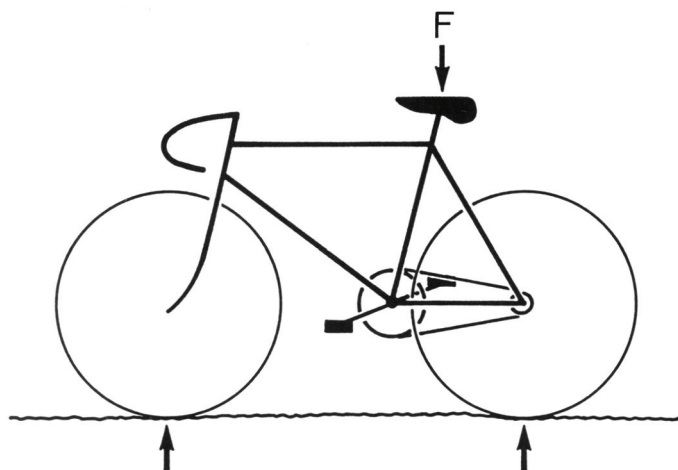
Adott technológia esetén egy minimális falvastagság alá nem lehet menni, tehát ez lehet az alsó korlát (csőláb esetében 1–2 mm-es falvastagság). Hasonló eredményre vezet az a korlát is, hogy a túl vékony fal esetében, ha valamilyen helyi ütés éri a lábat (pl. beleütközik oldalról valaki), akkor behorpad. Ezek alapján a végleges döntés az 1 mm-es falvastagság mellett szól. Ekkor a nyomóterhelés hatására ébredő feszültség a cső 44,1 mm²-es keresztmetszetében 82 MPa, tehát jóval kisebb az 1050 MPa szilárdságnál.

Ezzel a gondolatsorral zárul a tervezés második szakaszában a méretezési fázis. Ezután következik a gyárthatóság részletesebb vizsgálata, kitérve a talp és a felső tölcészerű rész elemzésére, valamint a költségekre.

Amennyiben a második fázisban a felvetett kérdésekre megnyugtató választ kap a tervező, akkor következik a konkrét elemzés, a harmadik tervezési fázis. Ennek során vizsgálni kell az asztalláb két végét, a földön nyugvó talpat, valamint a **6.1. ábrán** látható tölcse alakú végződést. Ennek feszültségi és alakváltozási viszonyait már csak végeselem módszerrel lehetne számítani, de erre jelen esetben nincs szükség. Inkább fizikai modellezéssel néhány végződést kell kísérletileg ellenőrizni és úgy meghatározni a végleges alakot. Tekintettel arra, hogy egy esztétikai igényt is kielégítő szerkezetről van szó, a szilárdsági méretezés mellett a formatervezés (design) is szerepet kap a végső kialakításnál.

Versenykerékpár-villa anyagának kiválasztása:

A kerékpár alakját vázlatosan a **6.3. ábra** mutatja. A villák elsősorban hajlító igénybevételt kapnak, tehát az **5.2. ábrán** bemutatott gondolatmenet szerint a szilárdsági kritérium alapján minimális tömeget azokkal az anyagokkal lehet elérni, melyeknél a $\sigma^{2/3} / \rho$ hányados maximális.

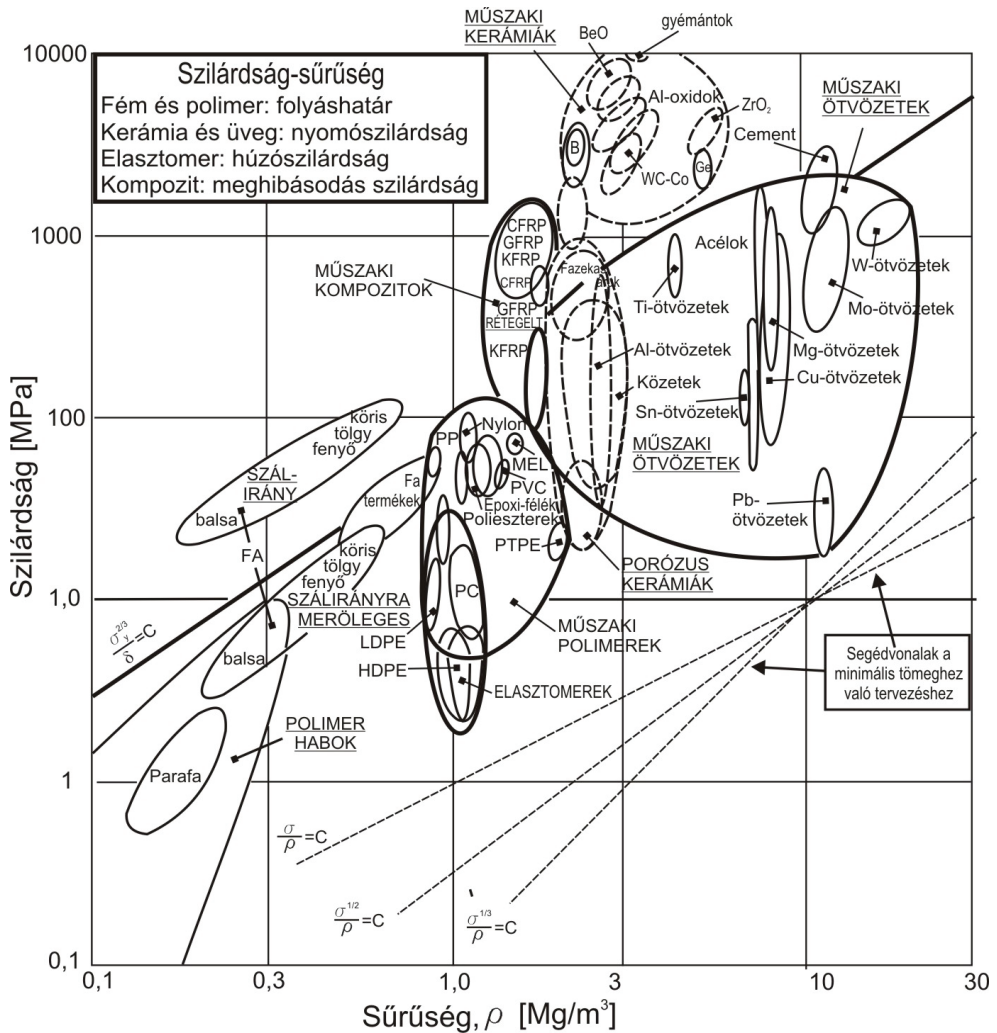


6.3. ábra
Kerékpár sematikus vázlata

A **6.2. ábrához** hasonló, szilárdság-sűrűség függvénykapcsolatot különböző anyagokra a **6.4. ábra** mutatja. A vastagon feltüntetett vonaltól balra és felfelé eső anyagok felelnek meg legjobban az optimum kritériumnak, ezek fentről lefelé haladva a következők: határesetben különleges nagyszilárdságú acél, ezt követi a titán-ötvözet, ötvöztött alumínium, karbonszálalás kompozit, esetleg a faanyagok. Ez utóbbiakat mindjárt el is lehet vetni, mert belül üreges villát fából gyártani nem lehet.

A négy anyagfajta közötti választás további kritériumok bevonásával lehetséges. Az előző példával (asztalláb) ellentétben itt nem csupán statikus terhelése van a villának, hanem ütésszerű, dinamikus terhelés is éri, emellett szerepe van a merevségnek is, amely nagy rugalmassági modulusú anyagok választásával növelhető. Ilyen esetben mindhárom számításba jöhető fémre és a karbonszálalás kompozitára el kell végezni a részletes tervezést (második fázis), és csak ott dől el a választás valamelyik anyag mellett.

A négy megoldás közül a kompozitanyag lenne a legköltségesebb, de egyedileg gyártott versenykerékpár esetén ez nem elsődleges tervezési szempont.



6.4. ábra

A szilárdság és a sűrűség kapcsolata különböző anyagfajtákra

A második tervezési fázisban először a szerkezet igénybevételét kell meghatározni. A hajlítónyomaték és a megengedett szilárdság ismeretében a számított geometriai méret a keresztmetszeti tényező lesz:

$$K_{x\min} = M/\sigma_y.$$

Ez a kerékpár síkjában működő terhelés elviseléséhez szükséges feltételt foglalja magában (a kerékpáros ül a járművön, és sima úton halad). Tekintettel arra, hogy a villát oldalirányú terhelések is érik, meg kell határozni az ezekből adódó minimális keresztmetszeti tényezőt is ($K_{x\min}$), majd az 5. fejezetben megismert módon – egy ellipszis keresztmetszetű csőformát felvéve – a geometriai méreteket optimalizálni. Ez a cső alakjának és falvastagságának megállapítását jelenti.

A tervezés harmadik fázisa itt is a bekötések és átmenetek meghatározására irányul. A tengely és a kormány csatlakozása a villához már nem szabályos geometriájú alakzat, ezért részletes elemzése végeselem technikával lehetséges.

Nyomástartó edény anyagának választása törési szívósság alapján:

A nyomástartó edényeket – az egyszerű aeroszolos palacktól a nagy gőzkazánokig – minden esetben úgy kell méretezni, hogy az anyag megfolyása előbb következzen be, mint a rideg törés. Ehhez a kisebb, vékony falú tartályok esetében más kritérium fogalmazható meg, mint a nagy nyomástartó edényeknél.

A vékony falú, pl. illatszert tartalmazó kis flakonok esetében a nyomás általában kicsi ahhoz, hogy továbbterjessze azt a repedést, melyet az edény tartalmazhat. Ilyen esetre a legmegfelelőbb az olyan anyag, melyre a K_{Ic}/ρ hányados maximális. Ez esetben a maximális repedés sem okoz törést az anyag megfolyása előtt.

A nagy nyomástartó edények esetében az a legkisebb repedés, amely instabilan terjedhetne tovább, legyen nagyobb, mint az edény falvastagsága. Ilyenkor az edény tönkremenetele esetén a képlékeny törés az edény átlukadását okozza, és a nyomás leesik, mielőtt a hirtelenszerű ridegtörés bekövetkezne. E kritérium szerint azok a legkedvezőbb anyagok, melyeknél a K_{Ic}^2/ρ értéke maximális. Ugyan-

akkor a nagy nyomás elviselése érdekében az anyag arányossági határának (szilárdságának) is a lehető legnagyobbnak kell lennie.

A nyomástartó edény keresztmetszetének jellemző méreteit (R sugár és s falvastagság), valamint a belső nyomást (p) és a falban ébredő feszültséget a 6.5. ábra mutatja. A 6.6. ábrán a korábbiakból már ismert típusú diagram látható, jelen esetben a tengelyeken a törési szívósság és a szilárdság van feltüntetve.

A vastag vonal által metszett területek az azonos teljesítőképességű anyagokat mutatják, ezeknél jobbak azok, melyek a vonal felett vannak. A kritériumnak leginkább az acélok, réz- és alumíniumötvözetek felelnek meg, a vonaltól jobbra és lefelé a kedvezőtlenebb zónában helyezkednek el a polimerek. A 100 MPa feletti szilárdsági kritérium alapján inkább az acélok kedvezőbbek, a nagyméretű nyomástartó edények ebből készülnek. A kicsi, vékony falú palackok lehetnek alumíniumból és műanyagból is, itt már a gyárthatóság erősen befolyásolja a döntést a rézzel és acéllal szemben.

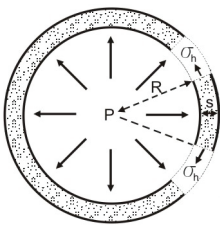
A tervezés második fázisában kerül sor a konkrét méretezésre. Az átmérőhöz képest „elhanyagolható” falvastagságú nyomástartó edények falában ébredő tangenciális feszültséget a közismert kazánformulával lehet számolni:

$$\sigma_t = \frac{p \cdot D}{2 \cdot s}$$

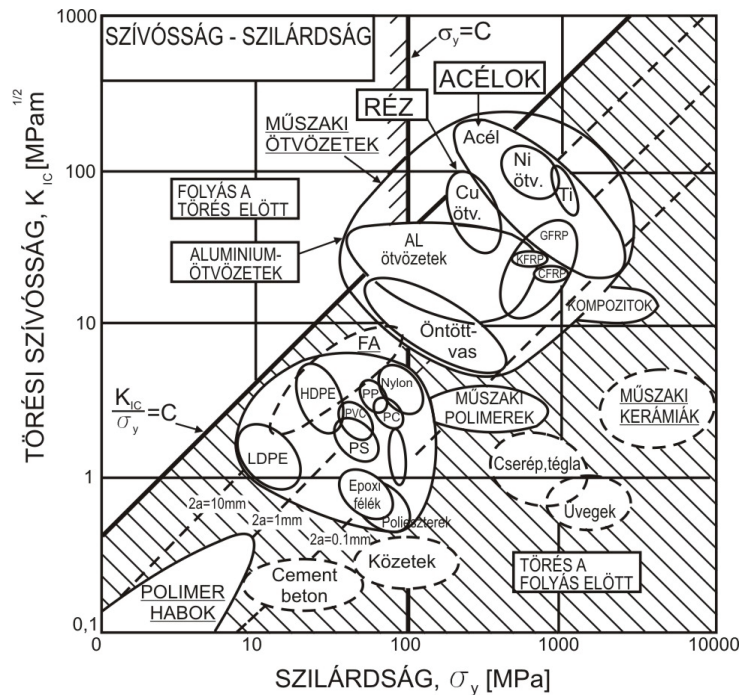
ahol p a belső nyomás, D az átmérő, s pedig a falvastagság. Vastag falú csövek esetében a cső külső falán ébredő tangenciális feszültség R külső és r belső sugár függvénye:

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot p \cdot r^2}{R^2 - r^2}$$

Az első formulát használva például egy 300 MPa szilárdságú alumíniumból készült, 40 mm átmérőjű, 0,1 mm falvastagságú sörösdoboz 1,5 MPa (15 bar) belső nyomást képes elviselni.



6.5. ábra
Belső nyomású cső
feszültségei



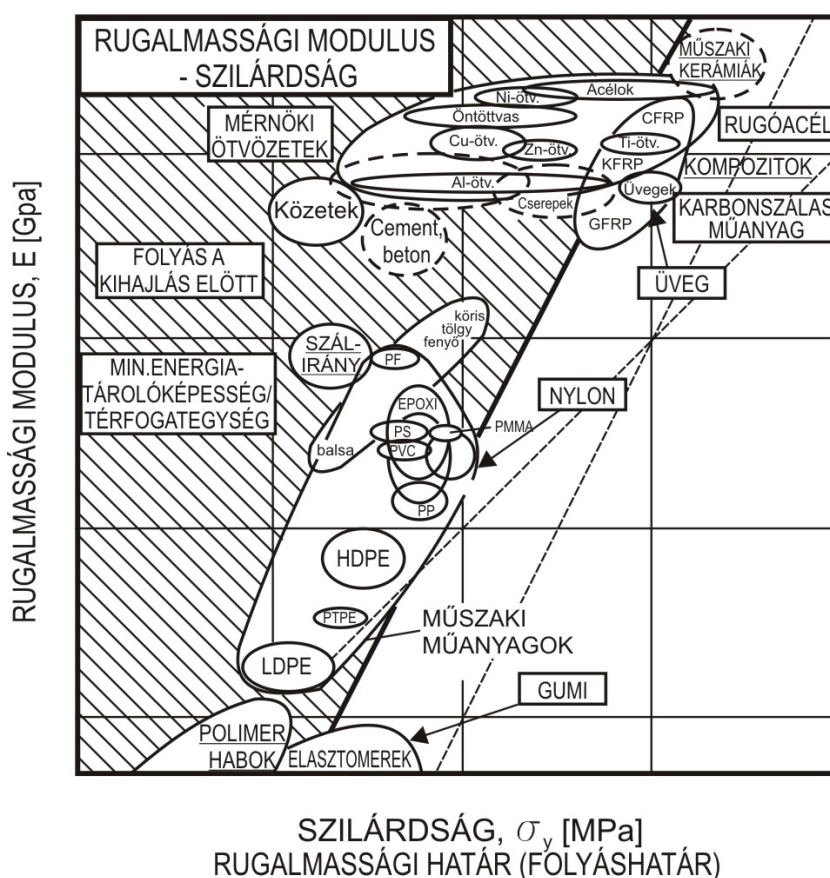
6.6. ábra
A törési szívósság és a szilárdság kapcsolata

A tervezés harmadik fázisában – különösen nagyméretű nyomástartó edények esetében – a csőcsonkok és fedelek környezetének részletes elemzését kell elvégezni. E geometriailag bonyolult alakú átmenetekre az előzőekben felírt egyszerű

képletek nem érvényesek, itt a hagyományos mechanika különféle alaktényezőket használ a feszültségcsúcsok meghatározására; a mai lehetőségek pedig a végeselemes technikát kínálják. Általában jellemző, hogy a nyomástartó edények legveszélyesebb részletei éppen ezek a hegesztett vagy erősen alakított bekötések.

Minimális tömegű rugók anyagának kiválasztása:

Könnyű belátni, hogy a rugók energiatároló képessége akkor maximális, ha anyagát tekintve a rugalmassági határ négyzetének és a rugalmassági modulusnak a hányadosa maximális. (A rugalmassági határ helyett $R_{p0.2}$ is elfogadható.) Az e célnak legjobban megfelelő anyagok a **6.7. ábrából** kereshetők ki.



6.7. ábra

A rugalmassági határ (folyáshatár) és a rugalmassági modulus kapcsolata

A korábban már megismert kiválasztási stratégia alapján a nagyszilárdságú acélok (rugóacélok), valamint a gumi és egyéb polimer származékok látszanak jó választásnak, de egyes titánötvözetek, karbonszállal erősített polimerek (CFRP), sőt az üvegek is számításba jöhetnek.

A rugók esetében azonban van egy igen fontos geometriai faktor is, nevezetesen a feszültségeloszlás a keresztmetszetben. A **4.4. ábra** szerinti igénybevételek közül azok, amelyek teljes keresztmetszetben azonos feszültséget létesítenek (húzás, nyomás), lényegesen kisebb tömegű rugót eredményeznek, mint a hajlított vagy csavart rugók. Emiatt is kerül előtérbe egyes területeken a nyomásra igénybe vett poliuretán vagy korábban a gumirugók alkalmazása.

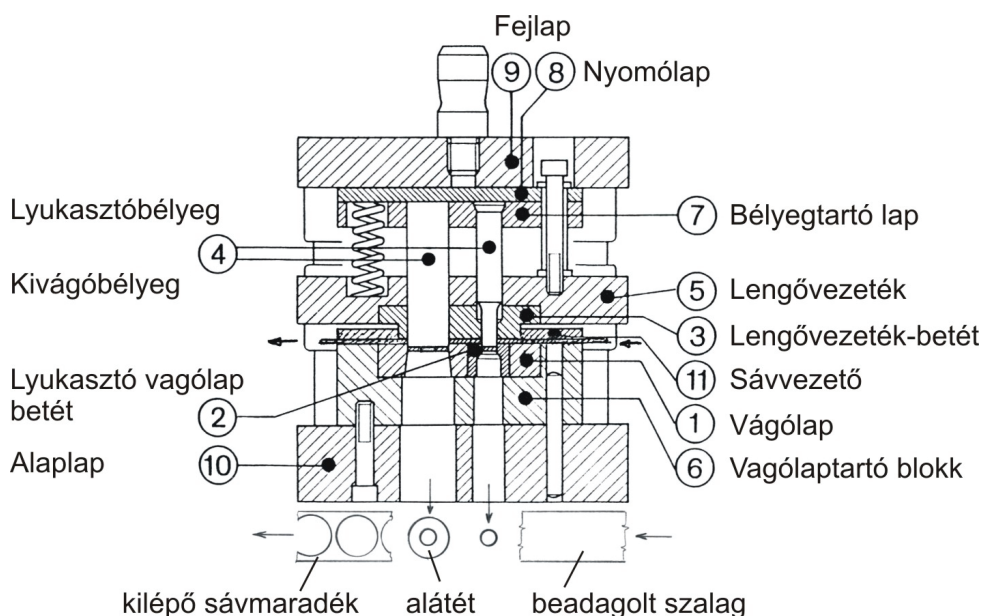
A tág variációs lehetőség miatt a rugók koncepcionális tervezése viszonylag rövid, az anyagkiválasztás és a geometriai méretek meghatározása a második fázisban történik. Itt különféle alakú rugókra a kézikönyvek tartalmaznak méretezési eljárásokat. A rugókra rendelkezésre álló sok tapasztalati adat miatt a harmadik fázis szerinti elemzés sem nagy jelentőségű, kivéve néhány különleges esetet.

6.2. Anyagkiválasztás elvi és gyakorlati megfontolások alapján

Számos esetben az anyagkiválasztás a mérnöki gyakorlatban összegyűlt tapasztalatok és korábbi példák alapján is megvalósítható. Ilyen esetben elegendő az alkatrész igénybevételének jellegét pontosan meghatározni és a rendelkezésre álló kínálatból, az anyag tulajdonságainak ismeretében a legkedvezőbbet kiválasztani. Sok esetben az anyagokat előállító cégek katalógusai nyújtják a legtöbb segítséget az anyagválasztáshoz, mivel piacaik megőrzése miatt érdekük, hogy a felhasználó elégedett legyen termékükkel. A következő példa egy termékkatalógusból történő kiválasztás folyamatát mutatja be.

Kivágó-lyukasztó szerszámok anyagának kiválasztása:

Egy szerszámacél-katalógusban a gyár által használt néven szerepelnek az acélok. Ahol magyar szabványos megfelelőjük van, ezt az összefoglaló táblázat feltünteti. Hasonlóan szerepel az USA-ban használatos AISI megnevezés is. Ez az acélszámok lemezek kivágásához és lyukasztásához készített szerszámokhoz használható elsősorban, illetve a feldolgozás e szempont szerinti alkalmasság megítélését szolgálja. Kivágás során sík lemezből nyírással történő anyagszétválasztással készül alkatrész. A szerszám rajzát a **6.8. ábra** mutatja, ennek jelölései alapján működése a következő:



6.8. ábra
Kivágó-lyukasztó szerszám

A szerszám a munkatérbe jobbról balra beadagolt szalagból készít körgyűrű alakú alátétet egy lyukasztó és egy kivágó művelettel. A szerszám aktív elemei az (1) vágólap és a (4) bélyegek. A jobb oldali, kisebb átmérőjű bélyeg végzi a lyukasztást, a bal oldali pedig a kivágást. Az (1) vágólap lyukasztófurata a (2) betéttel van bélelve, ez igény szerint más anyagból is készíthető, mint maga az egész vágólap. A bélyegeket a (7) bélyegtartó lap a (8) nyomólap közvetítésével rögzíti a (9) fejlethez. Kivágás után a bélyegekre szorult sávot az (5) lengővezeték távolítja el, és egyben ez vezeti a bélyegeket is (a lengővezeték szintén betétezett). A szerszám alsó fele a vágólapot tartó (6) blokkból, valamint a (10) alaplapból áll. A sávot a (11) sávvezető tájolja.

A szerszám leginkább igénybe vett alkatrészei az aktív elemek, az (1) vágólap, (2) vágólapbetét és a (4) bélyegek. A domináns igénybevétel a koptatóhatás, de járulékos igénybevételeként figyelembe kell venni a vágáskor fellépő nyomóerőt, valamint az esetleges vezetési hibákból származó oldalirányú erőket, melyek kellő szívósság meglétét igénylik. A megmunkálhatóság szempontjából fontos a jó forgácsolhatóság lágyított állapotban, az edzés során elérhető keménység, kedvező köszörülhetőség, minimális vetemedési hajlam, felületi kezelhetőség. Mindezen részben ellentétes követelményeket kielégítő acélt csak egy viszonylag széles skáláról lehet kiválasztani. Az acélválaszték megnevezését, kémiai összetételét, magyar megfelelőjét a **6.9. ábra** tartalmazza.

Gyári név	AISI jel	Jellemző kémiai összetétel [%]								Magyar megfelelő	
		C	Si	Mn	Cr	Ni	Mo	W	V		W.-Nr.
ARNE®	O1	0,95	0,3	1,1	0,6	-	-	0,6	0,1	M1	1.2510
RIGOR®	A2	1,00	0,2	0,8	5,3	-	1,1	-	0,2		1.2510
SVERKER 21®	D2	1,55	0,3	0,4	11,8	-	0,8	-	0,8	K8 (K11)	1.2379
SVERKER 3®	D6	2,05	0,3	0,8	12,7	-	-	1,1	-	K9	1.2436
GRANE®	(L6)	0,60	0,3	0,5	1,0	3,0	0,3	-	-	NK	1.2721
REGIN 3®	S1	0,50	0,8	0,3	1,3	-	-	2,5	-	W5, W6	
UHB 29®	M2	0,88	0,3	0,3	4,2	-	5,0	6,4	1,9	R6	
ASP 23®	M3:2	1,28	0,5	0,3	4,2	-	5,0	6,4	3,1		1.3344
FERMO®	-	0,48	0,4	0,9	1,5	-	-	-	-	Cr3	
CHIPPER®	-	0,50	1,0	0,5	8,0	-	1,5	-	0,5		1.2631
DOMEX 5®	-	0,20	0,8	1,6	-	-	-	-	-		
UHB 11®	1148	0,50	0,2	0,6	-	-	-	-	-	S45 (C45)	1.1730
PORTAX®	-	0,33	0,4	1,5	1,9	-	0,2	-	-		

6.9. ábra
Szerszámacél-kínálat

A megfelelő szerszámanyag kiválasztásához a felsorolt kémiai összetételen kívül még számos tulajdonságot kell ismerni, ezek közül néhányat a **6.10. ábra** tartalmaz. Itt az acélok jele mellett négy fontos követelmény szempontjából vannak minősítve az anyagok. Ezen követelmények a kopásállóság, szívósság, valamint két megmunkálhatósági jellemző, a lágyított állapotbeli forgácsolhatóság és a méretstabilitás.

Gyári név	AISI jel	Kopásállóság normál üzemi keménységnél	Szívósság	Forgácsolhatóság lágyított állapotban	Méretstabilitás hőkezeléskor
ARNE	O1				
RIGOR	A2				
SVERKER 21	D2				
SVERKER 3	D6				
GRANE	(L6)				
REGIN 3	S1				
ASP 23	M3:2				

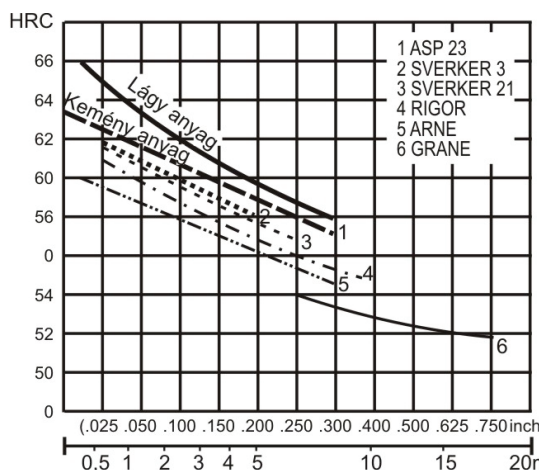
6.10. ábra
Néhány szerszámacél legfontosabb tulajdonságainak összehasonlítása

A kopással szembeni ellenállás megítélésében fontos szerepe van a kivágandó lemez tulajdonságainak. Növekvő szakítószilárdság, nagyobb alakíthatóság, illetve szívósság, valamint a kisebb lemezvastagság egyaránt növeli a kopást, csökkenti a szerszám élettartamát. Ugyanakkor a megmunkálendő lemez tulajdonságait a

6. Anyag kiválasztás gyakorlata

bélyeg és vágólap tulajdonságaival is összhangba kell hozni, mivel a szerszám-anyag nagyobb kopásállósága nagyobb keménységgel érhető el, ez viszont a szívósság csökkenésével jár együtt. Ezért azonos minőségű kivágandó lemez esetében is más szerszámanyagot kell választani a lemezvastagság függvényében, ahogy ezt a **6.11.b. ábra** mutatja.

Szerszám-alkatrész	Gyári minőség	HRC
Vágólap	ARNE, RIGOR, SVERKER21, SVERKER 3, ASP 23	54-63
Vágólap-betét	SVERKER21, SVERKER 3, ASP23	58-63
Lehúzó betét	UHB 11, finommegmunkált hengerelt szalag	-
Vágóbélyeg	mint 1., REGIN 3	54-62
Lehúzólap	UHB 11, PORTAX	-
Vágólaptartó	UHB 11, PORTAX	-
Bélyegtartó	ARNE hengerelt szalag	-
Nyomólap	ARNE	58-60
Fejlap	UHB 11, DOMEX 5	-
Alaplap	UHB 11, DOMEX 5	-
Sávvezető	UHB 11, finommegmunkált hengerelt szalag	-



a)

b)

6.11. ábra

Ajánlott acéltípusok különböző lemezvastagságokhoz

Az aktív elemekkel kapcsolódó alkatrészek anyagát annak függvényében kell megválasztani, hogy a koptatóhatás vagy inkább a szilárdsági, szívóssági igények a meghatározóak. A választás végeredményét a **6.11.a. ábra** tartalmazza ajánlás formájában. Látható, hogy például az (1) vágólap anyagául is több acélt ajánl a gyártó cég annak függvényében, hogy milyenek a megmunkálandó lemez anyagtulajdonságai és mérete. Az ajánlott választékon belül részben ezen szempontok, részben a megmunkálhatóság alapján lehet dönteni.

Műanyag-alakító szerszámok anyagának választása:

Az előző, elsősorban kvalitatív megfontolásokon alapuló kiválasztás mellett kvantitatív (számszerű) kritériumok alapján megvalósítható anyagkiválasztásra is van lehetőség. A módszer elve az 5. fejezetből már ismert, itt egy konkrét példa bemutatására kerül sor a cég egy másik katalógusa alapján.

A következő táblázat részben az előzőekben már megismert, részben újabb acélok legfontosabb tulajdonságait hasonlítja össze olyan szempontok szerint, melyek a műanyag-alakító szerszámok felhasználása szempontjából lényegesek:

Anyagminőségek Tulajdonságok	IMPAX SUPREME	GRANE	ORVAR M SUPREME	STAVAX ESU	RIGOR	ASP 23	FORMAX	UHB 11	HOLDAX
Átlagos üzemi keménység HRC (HB)	(~300)	54	54	56	60	62	(~120)	(~200)	(~300)
Kopásállóság *	2	6	6*	7*	9*	10*	1	1	2
Szívósság	9	6	6	4	3	4	10	9	8
Nyomószilárdság	4	7	7	7	9	10	1	2	4
Forgácsolhatóság *	5	6	7*	7*	7*	5*	10	8	8
Korrózióállóság *	2	2	3*	8*	3*	3*	1	1	2
Polírozhatóság *	9	7	9*	10*	7*	8*	5	5	4
Hegeszthetőség	4	3	4	4	2	2	8	5	4
Nitridálhatóság	7	3	10	6	8	10	2	2	5
Méretstabilitás *	-	8	8*	8*	9*	8*	-	-	-
Nagy keménység	3	6	5	6	9	10	1	2	3
Marathatóság	9	7	8	8	5	5	2	2	3
			33*	40*	35*	34*			
			IV.	I.	II.	III.			

6.12. ábra

Hatásmátrix alakító szerszámacél kiválasztásához

Az első négy tulajdonság: a kopásállóság, a szívósság, a nyomószilárdság, a forgácsolhatóság korábbról már ismert. Ezek egészülnek ki a korrózióállósággal, a polírozhatósággal, a hegeszthetőséggel, a nitridálhatósággal, a méretstabilitással, a nagy keménységgel, valamint a marathatósággal. A korrózióállóság elsősorban a PVC-alapanyagok megmunkálásakor fontos, mivel itt sósav szabadulhat fel, a polírozhatóság a jó felületi simaságot garantálja, míg a marathatóság éppen a szerszámfelületek érdesítését garantálja. Ugyanis egyes műanyag alkatrészek felületét matta kell alakítani a súrlódás növelése vagy a tetszetősebb megjelenés miatt, és ezt érdes felületű szerszámmal lehet elérni. A nitridálhatóság a nagyobb felületi keménység elérése szempontjából fontos, a hegeszthetőség pedig az olcsóbb szerszámgyártás érdekeit szolgálja. A méretstabilitás, jó keményíthetőség minden szerszámanyag fontos tulajdonsága.

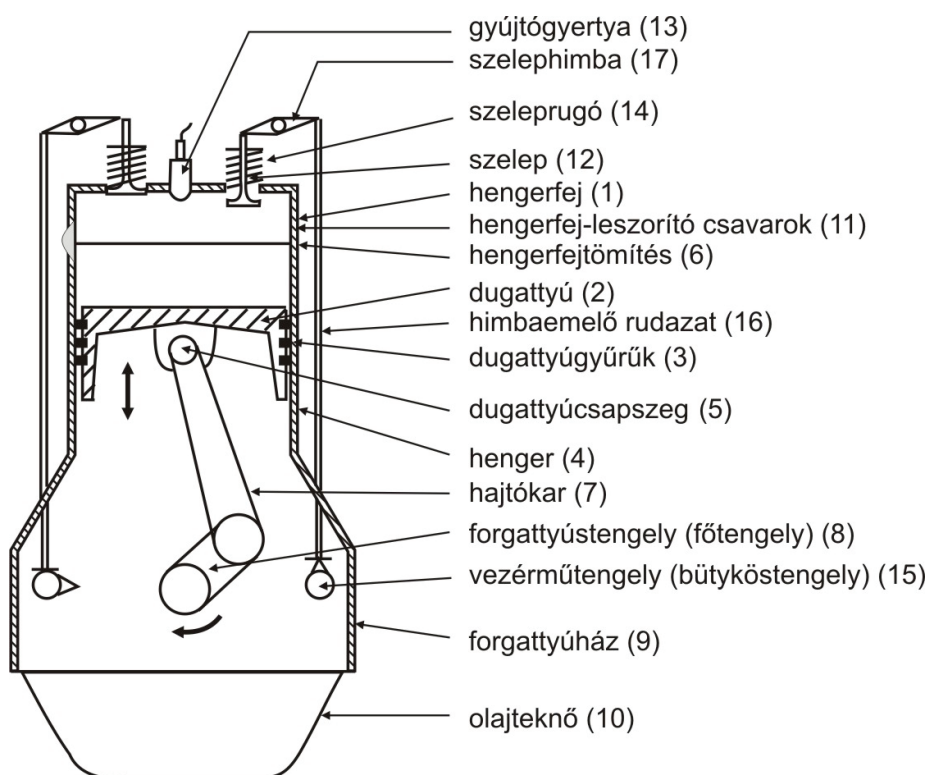
A vázolt szempontoknak a különböző szerszámanyagok eltérő mértékben felelnek meg, a jóságot 1-től 10-ig terjedő skála fejezi ki a **6.12. ábra** szerinti hatásmátrixban. Ennek alapján a kiválasztás a következő stratégia szerint valósul meg.

Egy PVC-alkatrész extrudáló szerszámával szemben támasztott főbb követelmények a következők: kopásállóság, jó forgácsolhatóság, korrózióállóság, polírozhatóság, méretstabilitás. E szempontokat a táblázatban * jelöli. Az egyes anyagokhoz és szempontokhoz rendelt számokat összegezve legjobbnak (40 ponttal) a

STAVAX ESU bizonyult, ezt követi 35 ponttal a RIGOR, 34-gyel az ASP23, majd a többiek következnek, tehát a legjobb választás a STAVAX ESU, melyet a katalógus más helyeken is ajánl erre a célra.

Belső égésű motor alkatrészek anyagainak választása:

A hagyományos belső égésű motorok a hengerbe szívott, komprimált üzemanyag–levegő keverék elégetésének (robbanás) tágulási munkáját alakítják át mechanikai munkává. A motor vázlatos rajzát a **6.13. ábra** mutatja; a tételszámokra való hivatkozás szerint az egyes alkatrészek anyagai részben a korábbi tapasztalatok, részben műszaki megfontolások alapján választhatók ki.



6.13. ábra

Belső égésű motor vázlata

A motor működése a következő: A (2) dugattyú egyenes vonalú elmozdulása az (5) csapszeg és a (6) hajtókar közvetítésével a (8) forgattyústengelyt forgómozgásra kényszeríti. Egy henger esetén a lendítőkerékekkel és ellensúlyokkal kiegyensúlyozott rendszer tehetetlensége fedezi a beszívás és komprimálás munkaszükség-

letét. Minél több, fázisban eltolt henger dolgozik közös forgattyústengelyre, annál kisebb tehetetlenségi nyomatékú lendítőkerékre van szükség.

Dízelmotoroknál a kompresszió miatti „önrobbanás”, benzinmotoroknál a (13) gyertya szikrája biztosítja a gyújtást.

A szívás, illetve kipufogás a (14) rugókkal előfeszített (12) szelepeken történik, melyeket a (17) himbák és (16) emelőrudazat segítségével a (15) vezérműtengely bütykei nyitnak, illetve zárnak. A vezérműtengelyt és a gyújtást a forgattyústengely szöghelyzete vezérli.

A szelepek és a gyertya az (1) hengerfejben foglal helyet, ez tömítéssel csatlakozik a (4) hengerhez; a hengert alulról a (9) forgattyúház és a (10) olajteknő zárja. A hengerfej és henger hűtését léghűtés esetén hűtőbordák, vízhűtés esetén az üreges falukon belül keringtetett hűtőfolyadék biztosítja.

A henger (4) anyagválasztása:

A hűtőbordák, illetve hűtőcsatornák miatt a motorblokk igen bonyolult alakú, ezért csak öntvényként gyártható. Szilárdsági szempontból nagy merevségre és kopásállóságra, termikus szempontból pedig jó hővezető képességre és kedvező hőtágulási együtthatóra van szükség. Ellenállónak kell lennie továbbá a hűtő oldali vízkorrózióval és a belső oldali termikus korrózióval szemben is. A kopásállóságról csak anyagpárok esetén lehet beszélni, ezért a henger anyagának illeszkednie kell a dugattyú és a tömítést biztosító dugattyúgyűrűk anyagához. Ugyancsak illeszteni kell a beszorulás elkerülése végett a csatlakozó alkatrészek hőtágulási együtthatóját is.

A felsoroltakat figyelembe véve a motorblokk legelterjedtebb anyaga a finomlemez perlités öntöttvas, mely 30 mm átmérőjű öntött próbarúdon legalább 250 MPa szilárdságú. Kisebb, rövid élettartamú motorok (pl. kerti fűnyíró) esetén – főleg a kis tömeg és olcsó tömeggyártás igényeihez alkalmazkodva – alumínium kokillaöntvényekből összeillesztett blokkok alkalmazhatók.

Míg azonban az öntöttvas blokkok öntöttvas dugattyúkkal és csökkentett hőtágulási együtthatójú alumíniumöntvözet dugattyúkkal is párosíthatók, az alumínium blokk – alumínium dugattyú párosítása speciális anyagot vagy konstrukciót igényel.

Kopás szempontjából célszerű az egymáson sikló anyagokat eltérő keménységűre választani. Ezért vagy a dugattyúnak, vagy a hengernek kell keményebbnek lennie. Szokásos megoldás az alumíniumöntvözet dugattyú esetén szerelt (perselyezett) blokkokat alkalmazni kokillaöntésű alumíniumöntvény blokk és keményebb anyagú forgásszimmetrikus hengerpersely összeszerelésével.

A dugattyú (2) anyagválasztása:

A dugattyú üzemmódjából következik, hogy tetejére hőigénybevétel, palástjára koptató igénybevétel hat, a beszorulási veszély miatt pedig a hő(ki)tágulási együtthatóra kell figyelmet fordítani. Az egyszerűbb dugattyúk egyanyagúak, az erősebb-

ben igénybe vett vagy nagyobb dugattyúk azonban több anyag kombinációjával elégítik ki a követelményeket.

Az egyanyagú dugattyúk öntöttvasból vagy a kis alternáló tömegekre törekedve eutektikus (kb. 12% Si-tartalmú), illetve hipereutektikus Al-Si öntvényekből, illetve sajtoltt, kovácsolt Al-ötvözetekből készülnek. (A siklási, tömítési feladatokat az egyanyagú dugattyúknál is más anyagú dugattyúgyűrűk biztosítják, melyek rugósan illeszkednek a dugattyúkon kialakított hornyokba). Az eutektikus alumíniumötvözetek két tulajdonsága biztosítja alkalmazhatóságukat.

⇒ Az eutektikum lágy szilárd oldat alapanyagában kemény primer Si-szemcsék helyezkednek el. Az ilyen anyagszerkezetek elég nagy szilárdságúak, jó a kopásállóságuk és a kenőanyagfilmet megtartó képességük. (A siklócsapágynál alkalmazott csapágyfémek hasonló szerkezetűek.)

⇒ Az öntöttvasak hőtágulási együtthatója kb. $11 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, ezzel szemben a gyengén ötvözött alumíniumötvözeteké $25 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$. Utóbbi Si-ötvözéssel csökkenthető, pl. 10–12% Si-tartalmú eutektikus szilumin hőtágulási együtthatója kb. $19,10 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, az erősen hipereutektikus 22–25% Si-tartalmú szilumeneké pedig $16,5 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$.

A dugattyúbeszorulás veszélyének az elkerülése tehát a dugattyú anyagának megválasztásával is szabályozható. Az erősen hipereutektikus sziluminnek azonban ridegek, és nehéz elkerülni a nagyméretű káros primer Si-szemcsék képződését. Ezért a dugattyúbeszorulást speciális esetben konstrukcióval is igyekeznek megelőzni. A kör keresztmetszetű dugattyú a csapszegtámaszok tömör környezete miatt elliptikussá tágu. Ezt úgy kompenzálják, hogy a dugattyúkat elliptikusra forgácsolják. A körszelvény keresztmetszet hőtáguláskor, a motor üzemi hőmérsékletének elérésekor áll be.

A többanyagú dugattyúk fő változatai a következők:

- ⇒ A dugattyútető részleges megolvadását erősen igénybe vett dugattyúknál felületi hőálló rétegekkel, a felületbe illesztett acél, illetve keramikus sapkákkal stb. igyekeznek meggátolni.
- ⇒ Az öntött alumíniumötvözet dugattyú hőtágulását acélmagokkal gátolják.
- ⇒ Nagyméretű hajó-dízelmotorok öntöttvas dugattyúinak szoknyarészét kovácsolt, 0,3% C-tartalom körüli acélból készítik. Ez vékony falvastagsága miatt nehezen önthető, egy öntöttvas esetén igen sérülékeny is lenne.

A dugattyúgyűrű (3) anyagválasztása:

A dugattyúgyűrű feladata a tömítés és a kenőanyagfilm kialakítása a dugattyú falán. A dugattyúgyűrűvel szembeni követelmény tehát a kopásállóság, nagy szilárdság (rugózás) és a jó kenőanyag-tároló képesség. Ezeket a részben ellentmondásos követelményeket úgy elégítik ki, hogy speciális finomlemez grafitot tartalmazó csöveket öntenek centrifugális öntéssel. A csöveket nemesítik, vagy izotermá-

san bénítetik, majd belőlük a gyűrűket leszűrő esztergálással állítják elő. A gyűrűk egy részét keménykrómozzák, a krómozott és natúr gyűrűket felváltva szerelik. A krómozott gyűrűk igen kopásállóak, lévén hogy még nagy hengerkopás esetén is biztosítják a kompressziót. A natúr gyűrűk grafitjai pedig „olajtárolók” lévén gondoskodnak a henger kenéséről. Az igen nagyméretű dugattyúk gyűrűi egyedi öntésűek.

A csapszeg (5) anyagválasztása:

A csapszeg általában acélcső, az alternáló tömegek csökkentése céljából terjedőben van a speciális nitriderámia alkalmazása is. A tömeggyártmányokban az acélcsapszeg a meghatározó. Tűgörgős csapszegcsapágó esetén 60–63 HRC keménységű csapszegfelületre van szükség. Ilyenkor betétedzett csapszeget alkalmaznak. Az átedződés miatt a cső belső felületét megvédi a cementálódástól. Siklócsapágó esetén 54–56 HRC körüli felületi keménység is elegendő, így a betétedzésű csapszegeken kívül 0,4% C-tartalom körüli, indukciósan edzett felületű csapszegek is számításba jöhetnek.

A hajtókar (7) anyagválasztása:

A hajtókar két végén csapágytartó szemmel ellátott *I*-szelvényű rúd. A csapszeg oldali szem zárt, a forgattyústengelyi szem pedig szerelt tengely esetén zárt, egy darabból álló tengelyek esetén nyitott (osztott siklócsapágó befoglalására alkalmas), csavarokkal rögzített ívvel zárható. A hajtókar alakjából következően öntéssel, illetve képlékenyalakítással gyártható. Hagyományos megoldás a nemesíthető acél süllyesztékes kovácsdarabból való gyártás, kb. 800–1000 MPa szilárdságot elérve. Kis teljesítményű és kis élettartamra méretezett motoroknál súlycsökkentés céljából öntött vagy kovácsolt alumíniumötvözetek alkalmazása is szóba jöhet, bár ezek kis rugalmassági modulusa kedvezőtlen a kihajlásra igénybe vett rúd esetében.

A forgattyústengely (8) anyagválasztása:

A forgattyústengelyek igen bonyolult alakja miatt nehezen kerülhetők el a kifáradáshoz vezető feszültségkoncentrációs helyek. Bonyolítja a viszonyokat a csapok helyi indukciós edzésének követelménye, ami metallurgiai bemetszésként szerepel. Gyengítő tényezőt jelentenek a csapok olajozását szolgáló furatok is. Mindezeket figyelembe véve a forgattyústengelyek hagyományosan kovácsolt (süllyesztékben kovácsolt) nemesíthető acélból készülnek nemesített és a siklócsapággal szerelt csapokon indukciósan edzett kivitelben. Tűgörgős csapágók esetén általában szerelt főtengeleket alkalmaznak, a betétedzett csapokra a csapok közötti „sonkákat” zsugorillesztéssel rögzítik. Szereléskor a csapok és – ha nem osztott – a hajtókar is helyére kerül. A betétedzésű csapokon a tűgörgők miatti 60–63 HRC felületi keménységet kell elérni.

Kis teljesítményű motoroknál, illetve a kifáradási repedés kiinduló helyének konstrukciós és technológiai semlegesítése révén lehetőség nyílik öntött forgattyústengelyek alkalmazására is. Erre kifáradási szempontból kedvező gömbgrafitos öntöttvasak jöhetnek szóba, melyek az acélokhöz hasonlóan nemesíthetők és indukciósan edzhetők.

Mivel a tengelyméretek igen különbözőek, és a nagy hajógépeknél a csapok átmérője a 400–500 mm-t is meghaladja, az acélminőség választásánál az átedzhetőséget is figyelembe kell venni. A forgattyústengelyek anyaga ezért az ötvöztelen acéltól kezdve az erősen ötvözött, nemesíthető acélokig terjed.

A hengerfej (1) anyagválasztása:

A hengerfej igen bonyolult alakja miatt öntöttvas vagy alumíniumöntvény (bonyolultsága miatt többnyire homoköntvény). A hengerfej kritikus helye a szelepülés. Az erős kopásnak kitett szelepülést hőálló és kopásálló acélbetéttel, kerámiabetéttel, hegesztéssel felrakott vagy felszórt rétegekkel, illetve indukciós helyi edzéssel alakítják ki.

A forgattyúház (9) anyagválasztása:

A forgattyúház készülhet a motorblokkal egy öntvényből, de ahhoz csatlakoztatható is. A szilárdsági és merevségi követelmény alumíniumötvözetekkel kielégíthető. Szokásos az öntöttvas motorblokkhoz nemesíthető AlMgSi-öntvény forgattyúházat csatlakoztatni. A ház egyszerű alakú, mivel sem hűtőbordákat, sem hűtőcsatornákat nem igényel.

Az olajteknő (10) anyagválasztása:

Szerepe csak az olaj tárolása, ezért készülhet acéllemezéből képlékeny alakítással vagy merevséget, illetve hűtést (hőcserét) biztosító bordázással bármilyen alumíniumöntvényből.

A vezérműtengely (15), a szelepemelő rudazat (16) és a himbák (17) anyagválasztása:

A felsorolt – bőséges kenésben részesülő – alkatrészek igénybevétele csak az egymással történő érintkezési felületeken jelentős. A kopással szembeni ellenállást különbözőképpen lehet fokozni: betétedzéssel, indukciós vagy lángedzéssel, felrakó hegesztéssel, kemény anyag betétezésével, öntöttvas esetén pedig ledeburitos kéreggel.

A himba öntött vagy süllyesztékben kovácsolt, kopó felületén helyileg edzett, betétedzett vagy hegesztéssel felrakott kivitelű.

Az emelőrúd két végén helyileg edzett vagy felrakott darab. A vezérműtengely pedig öntött vagy kovácsolt kivitelű, ledeburitos kéreggel, avagy lehet betétedzett, illetve indukciósan edzett felületű is.

A szelepek (12) anyagválasztása:

A szelepek anyagválasztása igen kritikus. A szelepek himbával érintkező vége és felfekvő felülete kopásra van igénybe véve. Ehhez adódik a hő- és a korróziós hatás. Ez ugyan a szívószelepeknél csekély, de a kipufogószelepeknél igen jelentős.

A szívószelepek készülhetnek nemesíthető acélból, a himbával érintkező kergükön indukciósan edzve. A felfekvő felületeket különböző felrakott rétegekkel tesszük kopásállóvá.

A kipufogószelepek anyagai a hőigénybevételtől függően a nemesíthető acélok-tól kezdve (600 °C-ig) az ausztenites-karbidos erősen ötvözött acélok (800 °C-ig) keresztül a szegregációsan nemesített Ni-bázisú szuperötvözetekig (1000 °C-ig) és a nitridkerámiákig (1500 °C-ig) terjednek (zárójelben a megengedhető helyi hőmérséklet-maximumok szerepelnek). A felsorolt anyagokon is kialakítanak különböző kopásálló rétegeket. Külön problémát jelent a himbával érintkező felület kopásállósága, ezért a nem edzhető ausztenites acélok és Ni-bázisú szuperötvözetek végeit felrakóhegesztéssel vagy kemény darab betétezésével lehet ellenállóvá tenni.

A szeleprugók (14) anyagválasztása:

A szeleprugók – méretüket tekintve – tekercselhetők patentírozott rugóacél huzalokból, vagy készíthetők nemesített kivitelben is. Problémát jelent a hőigénybevétel. A patentírozott huzalok már 180 °C-on lágyulni kezdenek. A nemesíthető acélok viszont a megeresztésükhöz közeli 400 °C-ot is elviselhetik, bár 300 °C fölött már gyorsan relaxálnak. A kiemelkedően nagy szilárdságú és ezért kedvező patentírozott huzalok csak akkor alkalmazhatók, ha a hőigénybevétel garantáltan 150 °C alatt marad.

A hengerfej-leszorító csavarok (11) anyagválasztása:

Míg az olajteknőt a forgattyúházzal vagy a forgattyúházat a motorblokkal összefogó csavarok kommersz kereskedelmi áruk is lehetnek, addig a hengerfej-leszorító csavaroknak komoly szerepe van. A hengerfej a motor termikusan leginkább igénybe vett része, mely tömítésen keresztül érintkezik a motorblokkal; a hűtőfolyadék a hengerfej és blokk közös csatornáiban folyik. Tökéletlen tömítés esetén a motor kifújhat, illetve hűtőfolyadék kerülhet a hengertérbe, ami indításkor „vízütés” révén tönkreteszi a motort. A tömítést a hengerfej-leszorító csavarok egyenletes meghúzásával kell biztosítani. Ez nyomatékmérő szerszámmal is történhet. A legbiztosabb megoldás azonban a magméret alá gyengített szárú nemesített csavarok alkalmazása. A gyengítést úgy kell megtervezni, hogy a csavarok a náluk jóval kisebb szelvényű blokk anyagából téphessék ki a menetet, és folyáshatárra húzva elegendő tömítőerőt biztosítsanak. Szokás a blokkba kettős (külső-belső) menetes betéteket is alkalmazni, hogy nagyobb terhelhetőségű menetek keletkezzenek.

6.3. Összefoglalás

Az anyagkiválasztás a tervezéssel szoros kapcsolatban levő tevékenység. A kiválasztási stratégiára több módszer alakult ki, ezek közül egy lehetséges megoldást kínál az Ashby által kidolgozott rendszer, melynek alkalmazása során három lépésben történik meg a legkedvezőbb anyag kiválasztása. Jelen fejezet azokat a szakirodalomból vett iskolapéldákat mutatja be, melyeken az egész folyamat tanulmányozható.

A másik lehetőség a kvalitatív értékítéleten és tapasztalatokon nyugvó anyagkiválasztás. Erre több esettanulmány ismert a szakirodalomból, melyek közül a szerző a számacélok kiválasztása szerepelt itt példaként. A teljesen tapasztalati alapokra helyezett anyagkiválasztás szemléltetése belső égésű motor alkatrészek anyagválasztásának bemutatásával valósult meg.

Szakirodalom

1. Ashby, Michael F. – Jones, David R. H.: *Engineering Materials 2., An introduction to Microstructures processing and Design*. International Series on Materials Science and Technology, Volume 39., Pergamon Press Ltd, Headington Hill Hall, Oxford OX3 0BW, 1986.
2. Ashby, Michael F.: *Materials Selection in Mechanical Design*. Pergamon Press Ltd., Headington Hill hall, Oxford OX3 0BW, England, 1992.
3. Ashby, Michael F. – David R. H. Jones: *Engineering Materials 1., An introduction to their Proprieties and Applications*. International Series on Materials Science and Technology, Pergamon Press Ltd, Headington Hill Hall, Oxford OX3 0BW, 1993.
4. Bagyinszki Gyula: *Anyagismeret és minősítés*. (Főiskolai jegyzet 1. kiadás – 260 oldal, 2. javított kiadás – 272 oldal, 3. átdolgozott kiadás – 320 oldal.) Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1996, 1998, 2004.
5. Bagyinszki Gyula – Réti Tamás – Felde Imre: *Edzett acél felületi keménység-eloszlásának becslése*. (I-II. rész). Bányászati és Kohászati Lapok – Kohászat 132. évfolyam, 2. szám, 1999. február, 78–80. - 3. szám, 1999. március 119–123.
6. Bagyinszki Gyula – Felde Imre – Réti Tamás: *Keménységbecslési eljárás acélok lézeres felületedzésének tervezéséhez*. Proceedings of the Jubilee International Conference, p. 235–240. Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1999. szeptember 1–2.
7. Bagyinszki Gyula – Kovács Mihály: *Gépipari alapanyagok és félkész gyártmányok – Anyagismeret*. Nemzeti Tankönyvkiadó – Tankönyvmester Kiadó, Budapest, 2001.
8. Bagyinszki Gyula – Kovács Mihály: *Gépipari alapanyagok és félkész gyártmányok – Gyártásismeret*. Nemzeti Tankönyvkiadó – Tankönyvmester Kiadó, Budapest, 2002.
9. Bagyinszki Gyula – Réti Tamás – Felde Imre: *3-dimenziós mikroszerkezet topológiai jellemzése cella-modell alkalmazásával*. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, Kolozsvár, 2004. március 26–27.; 215–224.
10. Bagyinszki Gyula: *Forgácsnélküli anyagtechnológiák*. (Főiskolai jegyzet 1. kiadás – 240 oldal, 2. javított kiadás – 256 oldal.) Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1997, 1999.; 3. átdolgozott kiadás: *Gyártásismeret és technológia*. (240 oldal) Budapesti Műszaki Főiskola, Budapest, 2004.
11. Bagyinszki Gyula – Bitay Enikő: *Lézeres anyagtechnológiák energiasűrűségi jellemzői*. X. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, Kolozsvár, 2005. március 18–19., 75–80.
12. Bagyinszki Gyula – Bitay Enikő – Kovács Tünde: *Alakító szerszámacélok károsodásállóságának javítása felületkezeléssel*. XI. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, Kolozsvár, 2006. március 24–25., 9–14.

13. Balla Mihály: *Kétdimenziós stacionárius és tranziens hővezetési feladatok megoldása végeselemes módszerrel*. Gép XXXIX. évfolyam, 1987. 6. szám, június, 212–216.
14. Benkő Tiborné – Hegedűs András – Benkő László: *IBM programozása Turbo pascal nyelven*. Példatár I., Budapesti Műszaki Egyetem Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest, 1991.
15. Bitay Enikő: *Reducerea cheltuielilor de materii prime cu ajutorul programului de optimizare*. Raport de Cercetare, Tehnofrig SA, Cluj/Kolozsvár, 1990.
16. Bitay Enikő – Kárpát Júlia – Szilágyi Júlia: *Számítógépes adatbázis műszaki rajzokhoz*. VIIIth International Conference and Exhibition on Tools, Miskolci Egyetem – Technical University of Magdeburg, Miskolc, 642–647, 1993.
17. Bitay Enikő: *Utilizarea calculatorului în proiectare*, AMPL. MTem 95, 3rd International Scientific Conference, Modern Machines and Technologies, Cugir, Romania, 15–18, 1995.
18. Bitay Enikő – Botiza Sebastian: *Mérések alkalmazása a termékfejlesztésben*. International Conference, microCAD '97, Miskoc, 233–239., 1997.
19. Bitay Enikő – Orbán György: *Computation Model for Monitoring of Manufacturing Interference on Derived Surfaces*. International Conference, microCAD '98, Miskoc, 87–90, 1998.
20. Bitay Enikő – Reza Rowshan: *Simulation of laser surface melting*. European Conference, Junior EUROMAT '98, Lausanne, 7–11. 09. 1998.
21. Bitay Enikő – Rowshan Reza: *Laser Surface Treatment Modelling with Continues Parameters Changing*. International Conference, microCAD, Miskolc, 2005.
22. Blumenauer, Horst – Pusch, Gerhard: *Műszaki törésmechanika*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
23. Breuer, Hans: *Informatika*. Springer Hungarica Kiadó, Budapest, 1995.
24. Buchmayer, Bruno: *Computer in der Werkstoff- und Schweißtechnik Anwendung von mathematischen Modellen*. Deutscher Verlag für Schweißtechnik DVS-Verlag, Düsseldorf, 1991.
25. Callister Jr., William D.: *Materials Science and Engineering (An Introduction)*. John Wiley & Sons, Inc., USA, Second edition, 1991.
26. Csengeri Pintér Péter: *Mennyiségek Mértékegységek Számok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.
27. Courtney, Thomas H.: *Mechanical Behavior of Materials*. McGraw-Hill Publishing Company, Singapore, 1990.
28. Czichos, Horst és társai (szerk.): *A mérnöki tudományok kézikönyve*. Springer Hungarica Kiadó Kft., Budapest, 1993.
29. Dévényi György – Geleji Sándor – Kiss Ervin – Széki Pálma: *Az acél képlékeny alakítása*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1964.
30. Felde, I. – Kohlheb, R. – Búza, G. – Verő, B. – Réti, T.: *Microstructure and Hardness Prediction in Laser Heat-Treated Steels Using Computer Simulation*. Surface Modification Technologies XI (Edited by T. S. Sudarsham), The Institute of Materials, London, 1998.

31. Flinn, Richard A. – Trojan, Paul K.: *Engineering Materials and Their Application*. Houghton Mifflin Company, Boston, Third Edition, 1986.
32. Frank, G.: *BASIC-Programme zur Berechnung von Schweißdaten (12 Programme mit 48 Anwendungsbeispielen)*. Deutscher Verlag für Schweißtechnik DVS-Verlag, Düsseldorf, 1988.
33. Gáti József József – Horváth László – Kisfaludy Antal – Kovács Mihály – Ráger Mihály – Tóth László: *Anyagtechnológia II*. Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1998. Gáti József (szerk.): *Hegesztési zsebkönyv*. COKOM Mérnökkiadó Kft., Miskolc, 2003.
35. Geleji Sándor (főszerkesztő): *Vaskohászat enciklopédiája*. XII/1, Akadémiai Kiadó, 1964.
36. Gergely Márton – Konkoly Tibor: *Számítástechnika alkalmazása szerkezeti acélok és hőkezelési technológiák kiválasztásához*. Országos Műszaki Információs Központ és Könyvtár, Budapest, 1987.
37. Gyombolai Márton – Kindler József: *Döntésmódszertan*. GATE KVA, Budapest, 1993.
38. Harmath József (szerk.): *Mérési gyakorlatok*. (Középiskolai tankönyv) 3. fejezet: *Anyagvizsgálati alpmérések (84–140.)*. Szerzők: Bagyinszki Gyula – Tóth László; KIT Képzőművészeti Kiadó és Nyomda Kft., Budapest, 1999.
39. Harmath József (szerk.): *Minőségbiztosítás a gépíparban*. (Phare TDQM HU 9305 program gépípari szakmodul kiadványa. 2.3.2. fejezet: *Anyagválasztás (78–90.)*), Szerző: Bagyinszki Gyula; Budapest, 1997
40. Kemény Sándor – Deák András: *Mérések tervezése és eredményeik kiértékelése*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1990.
41. Kindler József – Papp Ottó: *Komplex rendszerek vizsgálata – összemérési módszerek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
42. Kisfaludy Antal – Réti Tamás – Tóth László: *Anyagtechnológia I*. Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1994.
43. Kisfaludy Antal – Réger Mihály – Tóth László: *Szerkezeti anyagok I*. Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1994.
44. Kisfaludy Antal – Réger Mihály – Tóth László: *Szerkezeti anyagok II*. Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1994.
45. Kisfaludy Antal – Réger Mihály – Tóth László: *Szerkezeti anyagok III*. Bánki Donát Műszaki Főiskola, Budapest, 1994.
46. Komócsin Mihály: *Gépípari anyagismeret*. COKOM Mérnökkiadó Kft., Miskolc, 1997.
47. Kreyszig, Erwin: *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc., 1993.
48. Mihejev, M. A.: *A hőátadás gyakorlati számításának alapjai*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1987.
49. Miser, H. J. – Quade, E. S.: *A rendszerelemzés kézikönyve*. OMFB – SKV, Budapest, 1986.
50. Mohácsi István: *Szakrajzi és rajzolvasási példatár* (Géplakatos és autószerelő). Műszaki Könyvkiadó, 2. kiadás, Budapest, 1969.

51. Mryka, J. – Lasowski, E.: *Matematikai módszerek alkalmazása a hegesztéstechnikában Lengyelországban*. ZIS-Mitteilungen. 22. (12.) p. 1340–1350. 1980.
52. Orbán György – Bitay Enikő: *Kitérő tengelyű kúpkerekhajtások egymást burkoló fogfelületeinek meghatározása a főpont figyelembevételével*. II. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, FMTÜ'97, Cluj/Kolozsvár, 105–108. 1997.
53. Palotás Béla: *Hegesztési technológiák tervezése számítógéppel*. Mechatroninfo'88, Budapest, 1988. november 15–17. 398–420.
54. Palotás Béla – Gyura László: *A hegesztési hőbevitel meghatározása ötvözetlen és gyengénötvözött acélok esetében a hidegrepedés elkerülésére*. Hegesztés-technika, III. évfolyam, 1992/4. szám.
55. Palotás Béla: *Információ a kandidátusi dolgozatról: „Szakértői rendszer az ívhegesztési technológiák tervezéséhez”*. Hegesztéstechnika, VI. évfolyam, 1995/1. szám.
56. Palotás Béla – Borhy István: *Hegesztési folyamatok matematikai modellezése, Hegesztéstechnika*. VII. évfolyam, 1996/2.
57. Páczelt István: *A végeelem módszer szerepe a gépészmérnök munkájában*. Gép XXXVIII. évfolyam, 1986. 7. szám, július, 254–257.
58. Rappaz, Michel – Bellet, Michel – Deville, Michel: *Traité des Matériaux. 10. Modélisation numérique en Science et Génie des Matériaux*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1998.
59. Reinhardt, Fritz – Soeder, Heinrich: *SH Atlasz – Matematika*. Springer-Verlag Budapest, 1995.
60. Réti, T. – Horváth, L. – Bagyinszki, Gy.: *Prediction of Hardness Decrease Occuring during Non-isothermal Tempering*. 1st International Induction Heat Treating Symposium, Indianapolis, 16-18 September, 1997.
61. Réti, T. – Bagyinszki, Gy. – Felde, I.: *Modeling of Multiphase Austenite Decomposition during Quenching of Steels*. Achievements in the Mechanical and Materials Engineering, AMME '97, Miskolc-Tapolca, 1-3 December, 1997.
62. Réti, T. – Bagyinszki, Gy. – Felde, I.: *Prediction of Steel Hardness after Rapid Austenitization and Quenching*. Achievements in the Mechanical and Materials Engineering, AMME '97, Miskolc-Tapolca, 1-3 December, 1997.
63. Réti Tamás – Bagyinszki Gyula: *Application of Generalized Time-Temperature Parameters for the Prediction of Rapid Austenitization Processes*. 11th Congress of the International Federation for Heat Treatment and Surface Engineering; 4th ASM Heat Treatment and Surface Engineering Conference in Europe, Florence, Italy, 19-21 October 1998, Proceeding - Vol. II., pp. 293–300.
64. Réti Tamás – Bagyinszki Gyula – Felde Imre – Verő Balázs – Bell Tom: *Prediction of as Quenched Hardness after Rapid Austenitization and Cooling of Surface Hardened Steels*. Computational Materials Science 15 101–112. 1999.
65. Szűcs Ervin: *Hasonlóság és modell*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
66. Váradi Károly: *A CAD numerikus módszerei*. Budapesti Műszaki Egyetem Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest, 1989.

67. Ziaja György: *Példatár „A képlékeny alakítás technológiája” c. tankönyvhöz.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966.
68. EQUIST GOLD ACÉLKALAUZ. Felhasználói kézikönyv, SACIT Acéltanácsadó Kft., Budapest, 2005.
69. *Heat Treating.* Volume 4., ASM International, The Materials Information Society, Materials Park, USA, 1991.
70. *Metals Handbook.* Ninth Edition. Volum 14, Forming and Forging, ASM International, Metals Park, Ohio, 1988.
71. *Surface Engineering.* Volume 5., ASM International, The Materials Information Society, Materials Park, USA, 1994.

A mérnöki tervezőmunka során a konstrukciós méretezés, illetve a dizájn mellett alapvető feladat az anyag kiválasztás és a hozzá kapcsolódó technológiai tervezés. Ma már ezek sem nélkülözhetik a számítógépes adatbázisok és szoftverek igénybe vételét. Ahhoz, hogy ezeket helyesen értelmezzük és hatékonyan alkalmazzuk, szükség van olyan anyagtechnológiai háttérismeretekre, amelyek az anyagok szóba jöhető választékára, tulajdonságaira, illetve azokat számszerűsítő vizsgálatokra és numerikus módszerekre, valamint a gyártási eljárások, folyamatok jellemzőire, leírására vonatkoznak. Ez a könyv a felsorolt témakörök informatikai szempontú áttekintésével és feldolgozásával foglalkozik.