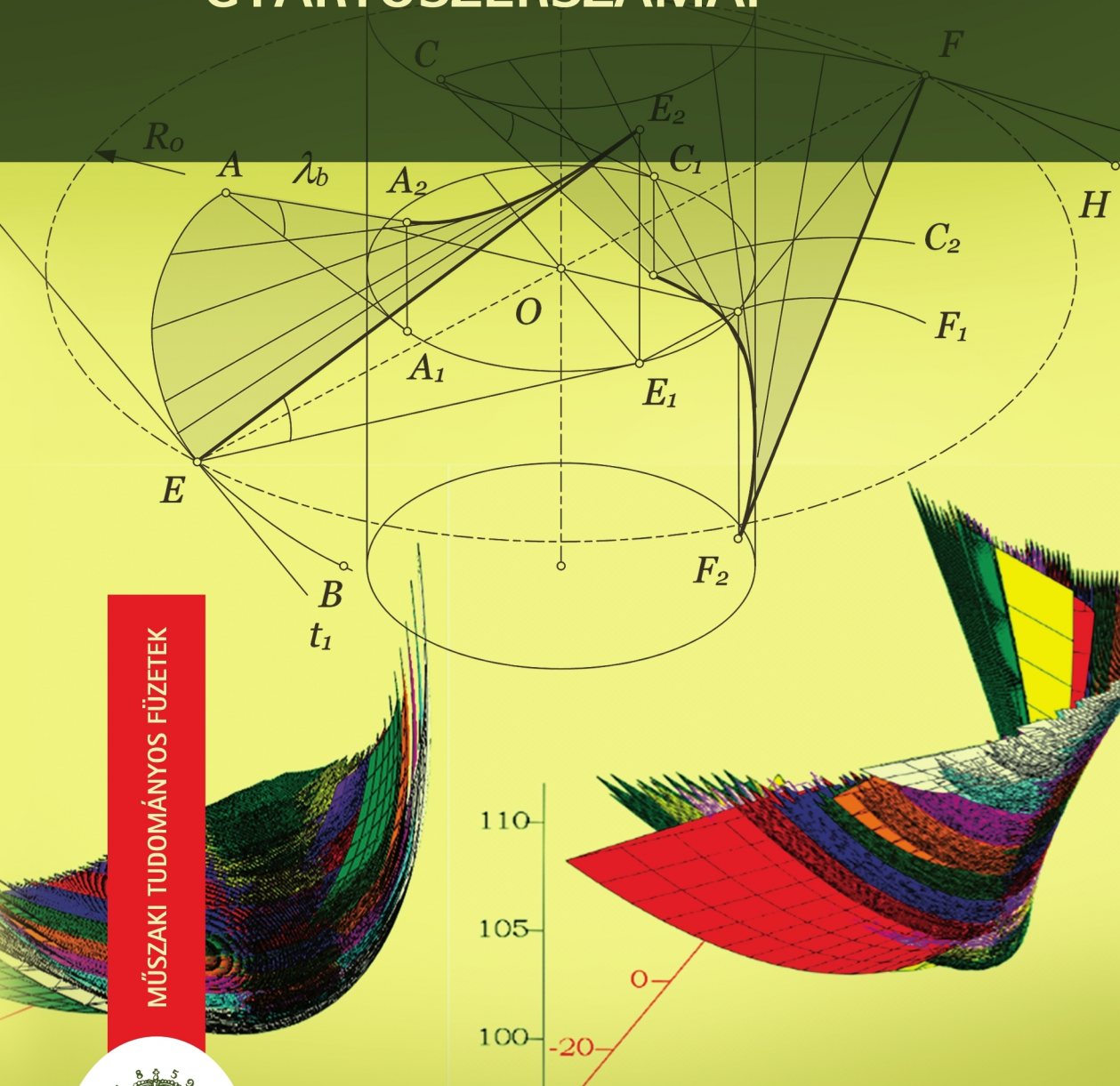


MÁTÉ MÁRTON

HENGERES FOGASKEREK GYÁRTÓSZERSZÁMAI



MŰSZAKI TUDOMÁNYOS FÜZETEK



ERDÉLYI MÚZEUM-EGYESÜLET

MÁTÉ MÁRTON

HENGERES FOGASKEREKEK GYÁRTÓSZERSZÁMAI

MŰSZAKI TUDOMÁNYOS FÜZETEK

12.

ISSN 2068 –3081

MŰSZAKI TUDOMÁNYOS FÜZETEK

12.

MÁTÉ MÁRTON

**HENGERES FOGASKEREKEK
GYÁRTÓSZERSZÁMAI**



ERDÉLYI MÚZEUM-EGYESÜLET

Kolozsvár

2016

A könyv megjelenését támogatta
a **Communitas Alapítvány**, a **Nemzeti Kulturális Alap**, a **Bethlen Gábor Alap** és a **Magyar Tudományos Akadémia**



Lektor:

Dr. Hollanda Dénes emeritus professzor

©Máté Márton 2016

Kiadja: Az Erdélyi Múzeum-Egyesület

Felelős kiadó: Biró Annamária

Sorozatszerkesztő: Bitay Enikő

Olvasószerkesztő: Sztranyiczki Mihály

Borítóterv: Könczey Elemér

Műszaki szerkesztő: Máté Márton

Nyomdai munkálatok:

F&F International Kft. Kiadó és Nyomda, Gyergyószentmiklós

Tel./Fax: +40-266-364171

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României MÁTÉ MÁRTON

Hengeres fogaskerek gyártószerszámai / Máté Márton. -
Cluj-Napoca:

Societatea Muzeului Ardelean, 2016

Conține bibliografie

ISBN: 978-606-739-070-4

621.833

Édesapám, Máté Béla emlékének

Tartalomjegyzék

Előszó

1. fejezet. Forgácsolószerszám anyagminőségek	13
1.1. Rövid történeti áttekintés	14
1.2. Szerszámanyagok rendszerezése	17
1.3. A gyorsacél	18
1.3.1. A gyorsacél felhasználási területei	18
1.3.2. A gyorsacél összetétele	18
1.3.3. Fontosabb gyorsacél-minőségek	20
1.3.4. A gyorsacél fizikai-mechanikai tulajdonságai	21
1.4. A karbid alapú keményfémek	24
1.5. Fémkerámiák	27
1.6. Kerámiák.	28
1.7. A köbös bórnitrid (CBN).	32
1.8. A polikristályos gyémánt (PCD)	34
1.9. Bevonatolt szerszámanyagok	35
1.9.1. A vékonyréteg-bevonatok létrehozásának elve	36
1.9.2. A leggyakrabban előforduló vékonyréteg-bevonatok	41
1.10. Kőszőrűszerszám- anyagok	46
1.10.1. A kőszőrűszerszámok felépítése	46
1.10.2. A kőszőrűszerszámok osztályozása	46
1.10.3. kőszőrűszerszám-anyagok és jellemzőik	47
1.10.4. A kőszőrűszemcsék alakja	50
1.10.5. A szemcsék kezelése	50
1.10.6. A kőszőrűszerszámok jelölése	51
1.10.7. A kőszőrűszerszám célirányos kiválasztása	53
2. fejezet. Hengeres fogaskerekek másolószerszámai	57
2.1. Az alakos modul tárcsamaró	58
2.1.1. A modul tárcsamarók elméleti profilja	58
2.1.2. A szerszámprofil analitikus leírása	59
2.1.3. Az alakos modul tárcsamaró konstruktív elemei	62
2.1.4. Az alakos modul tárcsamaró geometriája	68
2.1.5. A profil korrekciója	73
2.1.6. A hátrakőszőrült alakos tárcsamaró	74
2.1.7. A hátrakőszőrült alakos modul tárcsamaró profilkorrekciója	76
2.1.8. Alakos modul-tárcsamaró csoportok	86
2.1.9. Alakos modul tárcsamaró ferde fogazatra	87
2.1.10. Nem hátramunkált modul-tárcsamarók	92

2.1.11. Alakos lapkákkal szerelt modul-tárcsamarók	98
2.2. Az alakos modul szármaró	99
2.2.1. Nagyoló alakos modul szármarók	101
2.2.2. Simító alakos modul szármarók	102
3. fejezet. Klasszikus hengeres fogaskerek lefejtő szerszámai	109
3.1. A fésűskés	111
3.1.1. A Maag-féle egyenesfogú fésűskés	112
3.1.2. A Maag-féle ferdefogú fésűskés	126
3.2. A metszőkerék	133
3.2.1. A lefejtés elve	134
3.2.2. Az egyenes fogú metszőkerék	135
3.2.3. A Sykes-féle ferde fogú metszőkerék	158
3.2.4. A Fellows-féle ferde fogú metszőkerék	170
3.3. A csigamaró	187
3.3.1. A csigamarós lefejtés elve	188
3.3.2. A származtató csiga elemeinek kiszámítása	193
3.3.3. A származtató csiga gyártásparaméterei	196
3.3.4. A csigamaró élének egyenletei.	201
3.3.5. A csigamaró élének linearizálása	205
3.3.6. A csigamaró geometriája	209
3.3.7. A hátfelületek és ezek hátraköszörülése	221
3.3.8. A csigamaró geometriai és konstruktív elemeinek tervezése	230
3.3.9. Korrigált élű csigamarók	237
3.3.10. Csigakerék-csigamarók	239
3.3.11. Betétlapkás csigamarók	239
3.4. A hámozókerék	243
3.4.1. A fogaskerék hámozás elve	243
3.4.2. A hámozókerék felépítése	246
4. fejezet. Görbe fogú hengeres fogaskerek lefejtő szerszámai	249
4.1. A görbe fogú hengeres fogaskerék lefejtésének elve	250
4.1.1. A körív fogirányvonalú hengeres hajtópár lefejtésének elve	251
4.1.2. A spirális fogirányvonalú hengeres hajtópár lefejtésének elve	251
4.2. A fogfelületek és a származtató felületek összefüggései	259
4.2.1. Radiális előtolással történő lefejtés esete	259
4.2.2. Tangenciális előtolással történő lefejtés esete.	263
4.2.3. A kettős burkolás elmélete	264
4.3. A lefejtő marófej felépítése	271
4.3.1. A szerszám geometriája	274
4.4. Hordképlokalizáció	286
4.4.1. Radiális behatolással dolgozó szerszám esete	286
4.4.2. Tangenciális előtolással dolgozó szerszám esete	290
5. fejezet. Klasszikus hengeres fogaskerek simítószerszámai	299
5.1. A hántolótárcsa	300
5.1.1. A hántolás forgácsolási viszonyai	301
5.1.2. A hántolótárcsa méreteinek kiszámítása	303
5.2. A hántolócsiga	315
5.3. A hámozó csigamaró	316

5.3.1. A hámozó csigamaró felépítése	317
5.3.2. A hámozás jellemző forgácsolási paraméterei	318
5.3.3. A hámozó csigamaró geometriai felépítése	318
5.4. A fogköszörű-szerszámok	320
A függelék. A forgácsoló szerszámok geometriája	328
A.1. A szerszám konstruktív geometriája	329
A.1.1. Az alkalmazott koordináta-rendszerek	329
A.1.2. A konstruktív koordináta-rendszer bázisvektorai	331
A.1.3. A forgácsolóék és a konstruktív koordináta-rendszer kölcsönös helyzete	332
A.1.4. A konstruktív szögek számítási képletei	334
A.1.5. A konstruktív normál geometria számítási képletei	338
A.1.6. A konstruktív él-elhelyezési szög	340
A.2. A működő élgeometria	342
A.2.1. A működő koordináta-rendszer bázisvektorai	342
A.2.2. A működő élszögek vektorképletei	344
A.3. A konstruktív és a működő szerszámgeometria kapcsolata	345
A.3.1. A transzformációk mátrixai	345
A.3.2. A konstruktív és működő szögek közötti összefüggések	346
A.4. Következtetések	349
Irodalomjegyzék	351
Cylindrical Gear Cutting Tools (English Abstract and Table of Contents)	356
Zerspanungswerkzeuge für Zylindrische Zahnräder (Deutsches Vorwort und Inhalt)	361
Scule pentru danturarea roților dințate cilindrice (rezumat și cuprins)	366

Előszó

A fogaskerékgyártás – minden nehézségével és szépségével – a gépészmérnöki tudományterületnek markáns eleme, a napjainkban is vitaindító, provokatív és fejlődést kikényszerítő szellemi térfoglalásával. A járműipar, bányaipar, nehézgépipar és energetikai ipar, valamint a gazdasági infrastruktúra számtalan területén – a helyek mostoha körülményei miatt – más, a fogaskerék-hajtást kiváltó megoldás nehezen és főleg költségesen képzelhető el. Ilyen körülmények közepette a fogaskerék-hajtás és gyártás fejlődése szükségszerű marad. Új és újabb anyagok és technológiák, tökéletesedett gyártórendszerek egyre több követelménnyel lépnek elő, ezek pedig a fogaskerekek klasszikusnak és mára zártnak tűnő tudományterületét folytonos kihívások elé állítja, a megoldások pedig nem váratnak magukra. A megálmodott, majd laboratóriumban kikísérletezett hajtásokat a hatékony gyártási folyamatok teszik életképesé, amihez nem csak a pontos szerszámgépek, hanem a feladathoz illő forgácsolószerszámok is nélkülözhetetlenek. Ha figyelemmel kísérjük ez utóbbiak fejlődését az elmúlt negyedszázadban, többrétű haladást tapasztalunk: szerszámanyag, szerszámfelépítés és szerszámgeometria terén.

Jelen könyv fő célja a létező, korszerű hengeres fogaskerekek gyártását szolgáló szerszámok összefoglalása, jellemzése és sajátos elemeik meghatározási módjának matematikai modellbe való foglalása. A felsorakoztatott számítási modellek helyesek ugyan, de nem kizárólagosak: áttekintésük alkalmat adhat a további ötletelésre, kutatásra, új utak keresésére. Ennélfogva e könyvet nem csak gépészmérnök-hallgatóknak, hanem doktoranduszoknak és kutatóknak is bizalommal ajánlom.

A mű öt fejezetre és egy függelékre oszlik.

Az első fejezet a forgácsolószerszám-anyagokat sorakoztatja föl, különös hangsúllyal mutatva rá az anyagtudományok mai állapotát jellemző ugrásszerű és egyre gyorsuló fejlődésére. A '90-es évek közepétől kifejlesztett tömérdek forgácsolóanyag vázlatos, de ugyanakkor időrendi sorrendbe is szedett rendszerét, összetételét, főbb fizikai-mechanikai jellemzőit és alkalmazási területét ismeri meg itt az Olvasó.

A második fejezet a hengeres fogaskerekek másoló szerszámaint elemzi. A klasszikus megoldások számítási modelljeit a legnagyobb részletességgel dolgoztam ki, és kiegészítettem ezeket az új típusú, váltólapkás marók műszaki megoldásaihoz csatolt matematikai modellekkel. Elgondolkodtató az új tárcsamaró éleinek rendszere, aminek alapján egyaránt lehet ezt másoló, de ugyanakkor az evolvens-ívet hiperbolaszakaszokból létrehozó generáló szerszámnak is tekinteni.

A harmadik fejezet a klasszikus, lefejtés elvén dolgozó fogaskerékgyártó szerszámokat mutatja be. Helyet kapnak itt a fésűskések, a metszőkerekek, a csigamarók és a

hámozókerek. A szerszámok geometriáját a közelítés nélküli vektormódszerrel tárgyalom. Az empirikus, közelítéseken alapuló, grafikonokból leolvasandó konstruktív mérekszámítások helyett mindenütt analitikus módszereket javasolok. A kidolgozott geometriai modellek a szerszám optimális tervezését segítik elő.

A negyedik fejezet a görbe fogú hengeres fogaskerek gyártószerszámaikat mutatja be. A szóban forgó gépelem jelen esetben nem a jól ismert Novikov–Wildhaber fogazat, hanem a saját kutatásom eredményeként elkönnyvelhető Arkhimédész-féle spirális fogívű hengeres fogazat, melynek lényeges előnyét az egyenes élű szerszámmal való leképezhetőségben, az evolvens fogazatok geometriai sajátosságainak megöröklésében, valamint a hordkép lokalizálásának egyszerűségében látom. Ebben a fejezetben világítok rá a hajtás lefejtése során létrejött kapcsolódás geometriai összefüggésekre, melyre megoldást egy új, az úgynevezett kettős burkolás elméletének alkalmazásával találtam. Meg kell említeni, hogy ez a hagyományos egy, illetve kétparaméteres burkolástól elvileg különbözik. A fejezet a továbbiakban a lefejtő marófej felépítését, a betétkések alakját, geometriáját és alaktartását elemzi részletesen.

Az ötödik, és egyben utolsó fejezet a hengeres fogaskerek simítószerszámaikat rendszerezi, különös tekintettel a hántoló tárcsára.

A könyvet záró A. függelék a szerszámgeometria vektoriális matematikai modelljét tárja az érdeklődő elé. A könyv fejezeteiben fellelhető geometria-értékelő eloszlásokat bemutató grafikonok ennek alkalmazásával, Mathcad környezetben készültek.

Ezúton szeretném kifejezni köszönetemet és hálámat a Magyar Kormánynak a 4. fejezet teljes tartalmát eredményező kutatásom „Neumann János” ösztöndíjjal való támogatásáért.

Továbbá, hálásan köszönöm Hollanda Dénes professzor úrnak a könyv gondos lektorálását, a tartalommal és a formával kapcsolatos észrevételeit és megjegyzéseit, melyek lényegesen hozzájárultak könyv minőségének emeléséhez.

Reménykedem, hogy sikerül felkeltennem az Olvasóban a fogaskerek gyártása, szerszámai és a vektoriális geometria iránti érdeklődését.

Marosvásárhely, 2016. november 30.

Máté Márton

1. FEJEZET

Forgácsolószerszám anyagminőségek

A forgácsolószerszám bármelyik forgácsoló-gyártórendszernek a lehető legváltozatosabb módon igénybe vett eleme. A forgácsolási folyamatban a szerszám egyszerre mechanikai terhelésnek, hőigénybevételnek és vegyi hatásnak van kitéve.

A mechanikai terhelést a forgácsolóerőből és a kényszererőkből álló –időben sztochasztikusan változó– erőrendszer idézi elő, ami általában összetett hajlító-nyíró-húzó-nyomó terhelést eredményez. Ehhez hozzá kell rendelni az elmaradhatatlan abrazív hatást, amit a homlokfelületen végigcsúszó forgács, illetve a hátfelülethez súrlódó, rugalmasan visszaalakult forgácsolt felület okoz. A mechanikai hatásokkal szembeni ellenállást a megfelelő *szívósság*, *ekvivalens szakítószilárdság*, *merevség* és *keményiség* adja.

A hőigénybevételt tekintve, a forgácsolási művelet típusától függően, a hőhatás lehet folytonos (esztergálás) vagy löktető (vésés, marás, fogazás). A forgácsolás alatt keletkező hőforrás a forgácsolóélen helyezkedik el. Nagyoló műveletek esetén ez térbeli hőforrásnak tekinthető, mivel a forgácsolóél homlok- illetve hátfelületi környezetére is kiterjed. Simító megmunkálások esetében vonalszerűnek vagy akár pontszerűnek vehető. A hőforrás lokalizációja, a forgácsolási művelet sajátosságaitól függően, állandó, vagy változó. Esztergálás esetében az élcúcsra, alakos maráskor az élre illeszkedik, lefejtő fogazáskor a dolgozó él elméleti érintkezési pontjára épül. Ha a hőátadás matematikai modelljét akarjuk felállítani, igen körültekintőek kell lennünk a forgácsoló művelet geometriai sajátosságait tekintően. Bármely esetre érvényes azonban, hogy a forgácsolóék-geometriát úgy kell kialakítani, hogy a hőeloszlás az élektől eltávolodva rohamosan csökkenjen, mert így meggátolható a hőtágulásból adódó méreteltolódás. De bármilyen tökéletesre is tervezzük a szerszámot, a forgácsolóél környezetében a hőmérséklet értéke maximális. A szerszámanyag meg kell őrizze keménységét nagy hőmérsékleten is. Ezt a tulajdonságot *melegkeménységnek*¹ nevezzük. A szerszám többszöri használatának elengedhetetlen feltétele, hogy anyagának keménységét nem szabad befolyásolja a használat során bekövetkezett, ismételt felmelegedés-lehűlés– ezt az anyagtulajdonságot *termostabilitásnak* nevezzük.

¹ Ahhoz, hogy a forgácsolási folyamat megfelelő legyen, a szerszám keménysége szobahőmérsékleten legalább 20 ÷ 30 HRC-egységgel, más források szerint 2- 3- szor nagyobb kell legyen, mint a forgácsolt anyagé. Összevetve a két ajánlást, a forgácsolóék optimális keménysége szobahőmérsékleten 65-70 HRC egységnyinek tekinthető.

Intenzív forgácsleválasztási feltételek mellett kialakuló magas hőmérsékleten a szerszámanyag és a munkadarab anyaga között valamint a szerszámanyag ötvözőelemei között nemkívánatos vegyi reakció jöhet létre. Ezért a szerszámanyaggal szemben támasztott újabb követelmény a *kémiai passzivitás*.

Végző soron arra is figyelniünk kell, hogy az előállított szerszámanyag előállítási és megmunkálási költsége, vagyis a szerszám *költségvonzata*, a lehető legalacsonyabb legyen.

A fentebb kijelentett elvárások összevetéséből kiderül, hogy bizonyos elvárt tulajdonságok, mint például a szívósság és a keménység, a hőállóság és a keménység, valamint az összes, elvárt fizikai és vegyi tulajdonság és költségvonzat – ellentét. Következésképpen kijelenthetjük, hogy ideális forgácsolószerszámanyag nem létezik. A szerszámanyag-összetétel kidolgozása és előállítása olyan kompromisszumot feltételez, amelyben a megmunkált anyagnak és a megcélzott forgácsolási művelet sajátosságinak döntő szerepe van. Ezzel magyarázható a forgácsolószerszám anyagminőségek igen nagy változatossága.

1.1. RÖVID TÖRTÉNETI ÁTTEKINTÉS

A forgácsolószerszámok anyagának megválasztására és előállítására minden körülmények között nagy hangsúlyt fektettek, hiszen a forgácsolási művelet sikere nagyrészt a szerszám minőségén múlik. A fő mechanikai tulajdonság lévén a keménység, a törekvések minden körülmények között a kemény vegyi kompozitok (fémkarbidok, oxidok) előállítására és ötvözetbe helyezésére irányultak.

Az első szerszámacél közönséges, edzhető, nagy széntartalmú, ötvözetlen szénacél volt. Ma már egyáltalán nem használják a gépi forgácsolásban. Keménysége, kopásellenállósága csak alacsony hőmérsékleten volt megbízható, emiatt lehetetlen volt $v=25$ m/min forgácsolósebességet túllépni, ami igen leszorította a termelékenységet. Az ötvözetlen szerszámacél keménységét az edzés következtében keletkezett martenzit, illetve a cementit (Fe_3C)- vegyület adja. Jelenleg kézi szerszámokat állítanak elő ebből az anyagminőségből: reszelőket, menetfűrókat, menetmetszőket, ritkábban dörzsárapkat. Az ötvözetlen szerszámacél-minőségek az *ISO4957 – 1999-es EU-szabványban*² találhatók meg. Bár költségvonzatuk igen előnyös, a $200\text{ }^\circ\text{C}$ alatt jelentősen csökkenő melegkeménység miatt a korszerű forgácsolórendszerekben nem alkalmazhatók.

A közönséges szénacélok egyéb, fő hátrányát a hőkezelésre való érzékenység (repedések keletkezése), a növekvő széntartalommal arányosan növekvő reziduális ausztenitmennyiség, illetve az eléggé alacsony átédzhetőség jelenti. Az anyagkutatók törekvései ezen hátrányok ötvözés általi kiküszöbölésére irányultak. Így jelentek meg a szerszámacélok választékában legelőször az alacsonyan ötvözött szerszámacélok. Fő ötvözőelemeik a króm (Cr), molibdén (Mo), mangán (Mn), ritkábban és kis mértékben, a nikkel (Ni). Bár a keménységnövekedés, a termikus stabilitás, a kopásállóság a felsorolt ötvözőelemek bevezetésével növekedett, a $30 \div 35$ m/min forgácsolósebességet nem lehetett túllépni, ami –a sokkal nagyobb termelékenységi követelményeket támasztó, fejlődő ipar számára – nem volt elegendő.

²A szabvány az ötvözött hidegalakító és ötvözött melegalakító szerszámacél -minőségeket, illetve a gyorsacél-minőségeket is tárgyalja

Az egyre nagyobb termikus stabilitású szerszámacél előállítása ezért még sokáig a kutatások egyik fő irányvonala maradt. A gazdagon ötvözött acélok összetételében szereplő ötvözőelemek némelyike az úgynevezett eredendően nagy kristályszemcséjű szerkezet kialakulását váltja ki.³ A feladat sikeres megoldását, és egyben korszakalkotó áttörést a gyorsacél jelentette.

A korszerű gyorsacél tudományos jellegű kidolgozása a 19. század második felére tehető.⁴ 1868-ban az angol Robert Forrester Mushet kifejlesztette az úgynevezett Mushet-féle acélt, ami a mai gyorsacélok ősének tekinthető. Ennek összetételében 2% C, 2,5% Mn és 7% W volt.

1899-ben és 1900-ban Frederick Winslow Taylor és Maunsel White a Pennsylvania állambeli Bethlehem-ben, a Bethlehem Acélműveknél az akkoriban létező, magas minőségű acélmárkákon hőkezelési kísérleteket végeztek, amelyek lényege az volt, hogy a korabeli előírásokban megadottnál sokkal magasabb hőmérsékletekre hevítették ezeket. Eredményként olyan hőkezelést találtak, amely hatására a létező acélötvözetek sokkal magasabb termikus stabilitású ötvözzé alakultak. Taylor és White 1899 körül a visszaersztést is felfedezte (az angol szakirodalom ezt „Taylor-White process”-ként tartja számon), aminek alkalmazása a szerszámacéloknak úgy biztosította a szívósságát, hogy közben keménységük megmaradt.

Az első, gyorsacélként minősített ötvözetet a Crucible Steel Co. szabadalmaztatta, és 1910-ben került termelésbe, T1 néven az AISI⁵ nyilvántartás szerint. Az ezt követő időszakra eső kutatások során különböző ötvözőelemeket próbáltak ki. 1930-ra már az AISI M1-jelű molibdén gyorsacélt is kifejlesztették. A Második Világháború kirobbanása a kevésbé költséges acélötvözetek irányába terelte a kutatást, így értelmet kapott a wolfrám kiváltása. Ekkor mutatták ki, hogy az M2 AISI-jelű molibdén acél tulajdonságainak nagy része megegyezik a wolfrámtartalmú T1-márkáéval, és bizonyos esetekben előnyösebb a használata. Ez a felismerés indította el az M2 széleskörű alkalmazását. A gyorsacélok összetételének optimalizálása időszerű kutatási cél marad, mivel a gyorsacélnak igen jó a szívóssága, aminek következtében előszeretettel használják olyan forgácsolószerszámok építéséhez, amelyek ütő-igénybevételnek vannak kitéve (maró, fogazó szerszámok). A gyorsacél hőállóságát viszont nem lehet a végtelenségig fokozni, ezért újabb szerszámanyagot kellett keresni az egyre nagyobb forgácsolósebesség-igények kielégítésére. A megoldást a cementált karbidok előállítása hozta meg.

A cementált karbidok keményfémek, melyeket úgy hoznak létre, hogy fémkarbidokat (főleg wolfrám-karbidokat) ágyaznak bele cementált struktúrákba. Először az

³Az eredendően nagy kristályszemcséjű acélok az ES vonal (lásd a vas-szén ötvözet diagramot) fölé való hevítés során intenzív kristályszemcse-növekedést mutatnak és ezért könnyen képződhet az előnytelen Widmanstätten-féle struktúra. Ezen acélok esetében az ausztenitizálási hőmérsékleten való tartás idejének túllépése végzetes kimenetelű kristályszemcse-növekedést eredményez.

⁴Léteznek korábbi, gyorsacél-tulajdonságokkal rendelkező ötvözetek! Ide sorolhatók a Kr.e. XIII. században Kínában gyárt. e 350 körüli indiai „Wootz”-körüli indiai „Wootz” acél (vanádium és molibdéntartalmú vasércből készült), és a híres damaszkuszi kardok illetve a japán katanák acélötvözei. Ezek figyelemreméltó fizikai-mechanikai tulajdonságai a pusztán véletlennek köszönhetőek, mivel az adott földrajzi helyen talált vasérc a megfelelő ötvözőfémeket is tartalmazta.

⁵American Iron and Steel Institute

1800-as évek végén Henry Moisson francia vegyész állította elő a cementált wolfrám-karbidot. Mint annyi felfedezés, ez is részben a véletlen műve, ugyanis a tudós célja a mesterséges gyémánt előállítása volt, de „csak” ez lett az eredmény. Később, a berlini OSRAM gyár két kutatója, Karl Schroeter és Heinrich Baumhauer, miközben azt kutatták, hogyan válthatnák ki az izzólámpák wolfrám-izzószála előállítására használt húzószerszámok gyémántból készült aktív részeit, arra az érdekes felfedezésre bukkantak, hogy ha a wolfrám-karbidot fémbe (például kobaltban) oldják fel, olyan ötvözethez jutnak, mely keménysége mellett eléggé szívós marad ahhoz, hogy a megfelelő húzó- szerszámot lehessen belőle gyártani. Igen hamar rájöttek, hogy a kobaltban oldott wolfrámkarbid kiváló forgácsolószerszám-anyag egyúttal. A „Hartmetall” -nak (keményfémnek) nevezett anyag szabadalmát azonnal megvásárolta az esseni Friedrich Krupp Részvénytársaság, és alapos kutató-fejlesztőmunka után előállították a „Widia”-nak (Wie Diamant – akár a gyémánt) keresztelt keményfémeket, amely $5 \div 10\%$ -nyi kobaltban oldott, zömében wolfrám-karbid volt. A Krupp-művek eladták a szabadalmi jogokat az amerikai „General Electric”-nek, amely a termék fejlesztésére és forgalmazására létre is hozta a „Carboloy” nevű céget. Az amerikai piacra csak 1926 után került a keményfém. Mivel gyártási költsége igen magas volt – 1 font ára kb. 450 dollárra rúgott – gazdasági megfontolásból csak a szerszám dolgozó részét gyártották keményfémből. A keményfémeket Amerikában először a General Electric gyártelepén próbálták ki. 1928-ban. Németországban dr. Balke folytatott további kutatásokat, és a kráteres kopás megelőzésére bevezette az ötvözetbe a tantál-karbidot (TaC). A későbbiekben a titán -karbid is helyet kapott a keményfém összetevői között, így számos új összetételű lapka-anyag jelent meg. A további kutatások célirányát a keményfém előállítási technológiájának költségcsökkentése, valamint a keményfém forgácsoló tulajdonságainak javítása szabta meg.

A Második Világháború után az Egyesült Államokban világhosszá vált, hogy a gazdasági fejlődés számára elengedhetetlen a különlegesen magas hő- és kopásálló anyagok kifejlesztése. A háború alatt a német tudósok az oxid-alapú kerámiák fémbe való feloldásával létrehozták az első kompozit-anyagokat, melyek számára azonnali felhasználási területként adódott a turbinalapát-él, illetve a lökhajtásos motorok égéstere. Amerikában az első cermet⁶ kutatással-fejlesztéssel foglalkozó egyetemek az Illinoisi Egyetem, az Ohioi Állami Egyetem és a Rutgers Egyetem voltak. Az első cermet-típusú anyagok magnézium-oxid (MgO), berillium-oxid (BeO) illetve alumínium-oxid (Al₂O₃) tartalmúak voltak [65]. A fejlesztés első időszaka az '50-es évekre tehető, talán emiatt történt meg, hogy a gyakorlatban komoly nehézségeket okozott a technológiai paraméterek állandóságának biztosítása; a különböző, elméletileg azonos körülmények között legyártott anyagminták mért fizikai-mechanikai jellemzői olyannyira különböztek, hogy az anyag megbízhatatlannak bizonyult. A kutatások ezért majd tíz évre leálltak. A témát a szilícium-karbid (SiC) és szilícium-nitrid (Si₃N₄) behatódott tanulmányozása tette ismét aktuálissá, a '60-as években.

A hőállóság illetve a kopásállóság növelésében ugrásszerű fejlődést hozott a *vékonyréteg-technológiák* kifejlesztése. A vékonyréteg-fizika már 1920- körül a tudósok

⁶A szót az Egyesült Államok Légierője alkotta a „ceramic” és „metal” szavak összevonásával, utalva ezzel a kompozit-anyag szerkezetére.

érdeklődésének középpontjába került [38]. A vékonyréteg-fizika kezdetének a *Davison-Germer-féle kísérletet*, aminek célja a vékonyrétegeken végbemenő elektrondiffrakció tanulmányozása volt. A tudománytól a műszaki alkalmazásig tartó hosszú út sikeres megtételét a vákuumtechnika megfelelő fejlődése tette lehetővé. A vékonyréteg alkalmazása forgácsoló szerszámokon gyakorlatilag a XX. század '60-as éveinek végén kezdődött el.

A fémalapú szerszámanyagok kutatásával párhuzamosan igen nagy fejlődés tapasztalható a köszörűszerszám-anyagok fejlődésében. A természetben található alumínium-oxid (Al_2O_3) és szilícium-karbid (SiC) kiegészült a köbös bór-nitriddel, amelynek keménysége a gyémántét megközelíti, de a hőterhelhetősége a gyémánténál sokkal nagyobb. 2013 januárjában jelentették be az ultrakemény nano-ikerszerkezetű („nanotwinned”) köbös bórnitrid felfedezését, mely keménységben a mesterséges gyémántot túlhaladja, törési szívóssága pedig a fémkarbidokénál jóval nagyobb ($12 \text{ MPa m}^{1/2}$, $10 \text{ MPa m}^{1/2}$ helyett). A szuperkemény abrazív anyagokat sikeresen használják fel a kemény nanorétegek felépítésében is.

A kutatás és a műszaki alkalmazás a XXI. század elején –mondhatni– virágkorát éli. A forgácsolószerszámok anyagai mára már nem egyszerű cementált karbidok, vagy fémkerámiák, hanem egy- vagy többrétegű bevonattal ellátott gyorsacél vagy keményfém hordozók. A folyamatos gazdasági verseny megkövetelte kutatás eredményeképpen rengeteg új szerszámanyag-típus jött létre és ezek száma, változatossága folytonosan gyarapodik. A következőkben a forgácsolás jelenkorát meghatározó forgácsolószerszám-anyagokat próbáljuk meg rendszerbe foglalni.

1.2. SZERSZÁMANYAGOK RENDSZEREZÉSE

A szerszámanyagok rendszerezése bonyolult feladat. Tekintettel a szerszámanyagok folytonos fejlődésére, a rendszerezés többféleképpen építhető fel. Jelen könyvben az alábbi három fő kritériumot vesszük alapul:

- A.) a szerszám által végzett forgácsoló megmunkálás elvi jellemzői;
- B.) anyag-összetétel;
- C.) előállítási technológia.

Elvi szempontból a forgácsoló megmunkálásokat két csoportba soroljuk: az elsőbe kerülnek a nagyoló és félsimító, a másodikba pedig a simító megmunkálások. A nagyoló megmunkálásoknak az a célja, hogy a megmunkálási ráhagyást a lehető legrövidebb idő alatt, minimális költséggel távolítsák el. Ezzel szemben a simító megmunkálásoknak elsődleges célja az előírt pontosság és felületi érdesség elérése, minél alacsonyabb költségek mellett. A nagyoló és félsimító megmunkálások általában határozott élgeometriájú szerszámokat, a simító megmunkálások pedig köszörűszerszámokat igényelnek – utóbbiakra a sztochasztikusan változó *mikroélgeometria* és mikroforgácsolóél-szám a jellemző. A két csoport közötti átmenetet alkotják a rendhagyó, illetve korszerű megoldások jellegzetes szerszámai. Ezeket a szerszámanyagok forgácsolási tulajdonságainak folyamatos javítása tett lehetővé: vannak esetek, amikor nagyteljesítményű köszörüléssel váltják ki a félsimító –akár a nagyoló– megmunkálást, és vannak olyan esetek, amikor a köszörülést váltja ki a szuperkemény anyagokból készült szerszámmal végzett esztergálás illetve marás.

A szerszám által végzett forgácsoló megmunkálás elvi jellemzői szerint tehát

- A határozott élgeometriájú szerszámok anyagai a gyorsacél, a cementált keményfém, a cermet, a kemény fém-oxidok, illetve ezek egyrétegű, vagy több-rétegű bevonatolt változatai;
- A határozatlan élgeometriájú szerszámok a köszörűkorongok, melynek hagyományos anyagai az alumínium-oxid (Al_2O_3), a szilícium-karbid (SiC), a köbös bór-nitrid (CBN) illetve a gyémánt.

A szerszámanyagok összetételük szerint – a gyémánt kivételével – vegyületek, amelyek lehetnek:

- ötvözetek;
- egyszerű kompozit-anyagok;
- több-rétegű kompozit-anyagok;
- kristályos állapotú, természetes vagy mesterséges úton előállított vegyületek, és a mesterséges gyémánt.

Előállításuk szerint a forgácsolószerszámok anyagai

- hengerelt, majd kovácsolt gyorsacél;
- porkohászati gyorsacél;
- porkohászati keményfém, cermet, oxid;
- egyrétegű PVD- vagy CVD-eljárással bevonatolt hordozó;
- több-rétegű PVD- vagy CVD-eljárással bevonatolt hordozó;
- kemény kristályokkal burkolt vasöntvény vagy acél köszörűtárcsa;
- hagyományos, kötőanyagos köszörűtárcsa.

1.3. A GYORSACÉL

1.3.1. A gyorsacél felhasználási területei

A gyorsacél bármelyik meghatározott élgeometriájú szerszám elkészítésére alkalmas. Rugalmassága és szívóssága főleg azoknál a forgácsolási műveleteknél jelent előnyt, ahol a szerszámél -munkadarab kapcsolat nem folytonos. A fogaskerékgyártó szerszámok nélkülözhetetlen anyaga.

A klasszikus gyorsacél-szerszám húzott, majd kovácsolt gyorsacél-tömbből készül. Az ily módon gyártott szerszám lehet végleges, vagy csupán hordozó. A modern irányzatok a gyorsacél egyszeres, vagy többszörös vékonyréteg-bevonatolásával válnak véglegessé. Ezen szerszámok újraélezése különös gondossággal történik, és mindig csak az egyik élmeghatározó-felületen. Az újraélezés során számolnunk kell azzal, hogy vagy a homlok-, vagy a hátfelületről eltűnik a bevonat, viszont az újonnan létrejött forgácsolóél mikrogeometriájában szereplő fázisok (a gyorsacél-alap, illetve a vékonyréteg-összetevői) egyensúlyban kell legyenek. A bevonatolt és újraélezett gyorsacél szerszám éltartama, újraélezés után, valamivel kisebb, mint az új, mindkét aktív felületén bevonatolt, szerszám éltartama.

1.3.2. A gyorsacél összetétele

A gyorsacél-gyártás és fejlesztés folyamatát a gyártók közötti kíméletlen verseny, a saját ötvözet-receptek kifejlesztésének szándéka jellemezte (és jellemzi a mai napig), melynek következménye az, hogy jelenleg a világon, csak az ANSI szerint, mintegy 40

egyéni osztályozása létezik a közelítően 150 gyorsacél-minőségnek [39]. A legbővebb gyorsacél-minőséglistát az ASTM A600 - 92a(2010) amerikai szabvány nyújtja. (Meg kell jegyezni, hogy az ASTM A600 - 92a(2010) olyan összetételeket is tartalmaz, amelyeket már nem lehet megtalálni a gyártók termékkínálatában [1]).

Gyártótól és szabványtól függetlenül, a gyorsacélokat, vegyi összetételül alapján *molibdén alapú*, illetve *wolfrám alapú* gyorsacélokra osztjuk. Az ötvözet előállítása szerint megkülönböztetjük a hagyományos, hengerelt gyorsacélt, illetve a porkohászati gyorsacélt. Utóbbinak mechanikai és forgácsolási tulajdonságai természetesen főleg felsőbbrendűek a klasszikus, hengerelt, majd kovácsolt gyorsacél-szerszámokénál.

A gyorsacél ötvözőelemei a következők [39], [2]:

- *Szén (C)*. A gyorsacélok magas széntartalmú, úgynevezett hipereutektoid-acélok. Széntartalmuk $0,73 \div 1,55$ %. A szénkoncentráció szigorúan ellenőrzött, mivel adott összetétel esetében csekély módosulás jelentős mechanikai és forgácsolási tulajdonság-változásokat idéz elő. A kemény fémkarbidok képzésében játszik nélkülözhetetlen szerepet. A növekvő széntartalom növeli a keménységet és az edzhetőséget, de csökkenti a szívósságot és a megmunkálhatóságot.
- *Szilícium (Si)*. A szilícium dezoxidáló hatása miatt javallott elsősorban. Befolyása 1 %-os koncentráció alatt enyhe. A gyorsacélokból $0,28 \div 0,53$ %-ban van jelen. Elősegíti a grafitképződést, növeli a kopásállóságot, a melegekeménységet, a reveállóságot, erősen növeli a rugalmassági határt. Beszűkíti az ausztenit-mezőt és csökkenti az alakíthatóságot. A gyorsacélban betöltött szerepe a visszaeresztési keménység növelése, és a karbidok szerkezetének javítása. Jótékony befolyása minimum $0,15$ %-os koncentráció fölött észlelhető.
- *Króm (Cr)*. A króm a gyorsacélban az edzhetőséget illetve nemesíthetőséget javítja, mivel a martenzitképződéshez szükséges kritikus hűtési sebességet csökkenti. A gyorsacél ezáltal olaj- illetve lég-edzhetővé válik. Csökkenti az oxidációt, ezáltal a reveképződést a hőkezelés során. Karbidképző, karbidjai pedig növelik az éltartósságot, a kopásállóságot és a melegszilárdságot. A szívósságot azonban csökkenti. A gyorsacélokból $3,75 \div 4,13$ %-ban ötvözik, ez az optimális koncentráció a keménység és a szívósság közötti egyensúly megteremtéséhez. A γ -mezőt lezárja, viszont ennek megfelelően tágítja a ferritmezőt. Az acélok korrózióállóságához mintegy 13 % krómötvöztetés szükséges, tehát a gyorsacél nem korrózióálló! A króm csökkenti a hővezető képességet és a hőtágulási együtthatót.
- *Vanádium (V)*. $1 \div 5$ %-os koncentrációban alkalmazott ötvözőelem. Először azért alkalmazták, hogy csökkentsék az olvasztékban a szennyeződések, illetve a nitrogén szintet az olvaszték felszínén. Csakhamar rájöttek, hogy jó karbidképző. Átlagosan két rész vanádium egy rész wolframot válthat ki, ezáltal a gyorsacél-minőség előállítási költségei csökkennek, míg az élkeménység alig változik. Finomítja a primer szemcséket és ezáltal az öntési szerkezetet. Jelentősen javítja a megeresztés-állóságot, csökkenti a túlhevítési érzékenységet. Szűkíti a γ -mezőt.
- *Wolfrám (W)*. A wolfrám a gyorsacélok fő ötvözőeleme. Az AISI által szabványosított 23 különböző molibdén alapú minőségben is jelen van, három

kivételével (M10 regular C, M10 high C, M52a). Ötvözési aránya a többi minőségben $1,25 \div 19,75$ %-ban fordul elő. A kemény karbidok képződésében játszik kulcsfontosságú szerepet. Elősegíti a szekunder keményedést.⁷ Ezenkívül korlátozza a szemcsenövekedést, javítja a szívósságot és a reveállóságot. Beszűkíti a γ -mezőt.

- *Molibdén* (Mo). A molibdén, akárcsak a wolfrám, szintén erős karbidképző, de sűrűsége körülbelül a wolfrám sűrűségének a fele, így a molibdén gyorsacél-minőségek fajsúlya lényegesen kisebb a wolframós minőségekenél. A molibdén csökkenti az ötvözet olvadáspontját, erősen beszűkíti a gamma-mezőt, csökkenti az edzési-visszaeresztési hőmérsékletet, illetve szűkíti a hőkezelések hőmérséklet-intervallumát. A molibdén gyorsacélok szívóssága nagyobb a wolfrám alapú gyorsacél-minőségekenél, viszont a melegkeménység valamelyest kisebb. Ideális megoldást jelentenek a wolfrámot és vanádiumot is tartalmazó, molibdén gyorsacél-minőségek, mivel a fizikai mechanikai tulajdonságok alacsony előállítási költség mellett is javulnak.
- *Kobalt* (Co). A kobalt nem képez karbidokat, de megakadályozza a szemcsenövekedést magasabb hőmérsékleteken. Javítja a melegállóságot, növeli a melegkeménységet, ezért nagyoló megmunkálást végző, vagy nehezen forgácsolható, zárványos szerkezetű, kemény oxidokat tartalmazó anyagok forgácsolására készített szerszámokhoz ajánlott. Valamelyest csökkenti a szívósságot.

A gyorsacél-ötvözetek nemkívánatos kísérőelemei a foszfor (P), a kén (S) és a nitrogén (N). Ezen elemek koncentrációja az ötvözetben $0,03 \div 0,05$ % között található. A nitrogént nem csak ötvözetkárosító, hanem adott esetekben ötvözoelemként is használják. Bizonyított [39], hogy $0,04 \div 0,05$ %-os nitrogénadagolás az olvasztékba, megfelelő szilíciumkoncentráció-növeléssel, enyhén növeli a visszaeresztés után elért keménységet és javítja a karbidok szerkezetét.

1.3.3. Fontosabb gyorsacél-minőségek

Amint az előbbieken említettük, a gyorsacél-minőségek számtalan osztályozása és jelölése közül a következőkben az amerikai, illetve az európai szabványokra, illetve az ezek közötti ekvivalenciára összpontosítva mutatjuk be a legelterjedtebbeket.

Az amerikai AISI-szabvány [39] tartalmazza a legtöbb acélminőséget. A molibdén-alapú ötvözeteket M-mel, a wolfrám alapúakat pedig T-vel jelöli, amit számérték követ. A molibdén-alapú minőségek a következők (csak az M jel után következő számot írjuk ki): 1, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 15, 30, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 46, 48, 50(a), 52(a) és 62. A 2-es és 10-es jelűből két-két típus létezik: normál széntartalmú (Regular C) illetve a magas széntartalmú (High C). A 3-as jelöléshez a „Class 1” és „Class 2” minőség tartozik, melyeket a vanádium és széntartalom-különbségük különít el. Figyelemreméltó, hogy a létező 23 minőségből csak a 10-es és a 62-es nem tartalmaz egyáltalán wolfrámot. A 2, 3, 4, 15, 35, 36, 41, 48, és 62 jelűeknek 5 %-nál magasabb a wolfrámtartalmuk. Ezek képezik a gazdaságos szegmensét a gyorsacél-ötvözeteknek: éltartamban kevéssel maradnak el a wolfrám alapú gyorsacélok mögött, de egységáruk jóval alacsonyabb.

⁷ Az edzést követő két - háromszori megeresztés során kialakuló ötvöző karbidtöbbség növeli az edzés-kor elért keménységet.

A wolfrám-alapú gyorsacélok T-jelűek (T-tungsten). Az AISI a következő minőségeket jegyzi: 1, 4, 5, 6, 8 és 15-ös. Ezek közül a T1 nem tartalmaz egyáltalán molibdént.

Európában az egyik legjelentősebb gyorsacél-előállító a Böhler AG [15]. A továbbiakban a világon leggyakrabban előforduló gyorsacél-minőségek összetételének összefoglaló táblázatát adjuk. A [15], [16] és [39] összeolvasásával láthatóvá tettük az azonos, vagy nagyon hasonló összetétel különböző szabványok szerinti megnevezéseit.

1.3.4. A gyorsacél fizikai-mechanikai tulajdonságai

A gyorsacél fizikai-mechanikai tulajdonságainak ismerete lényeges a szerszámtervezés folyamatában. A gyártórendszer legdinamikusabban igénybe vett, legkülönlegesebb feszültség-állapotoknak kitett elemétől elvárjuk, hogy megfelelő merevsége, szívóssága, keménysége melegekeménysége és kopásállósága legyen. A szakirodalomban kimerítő adatok halmazából válogathat a szakember.

A leggyakrabban előforduló gyorsacél-minőségek fizikai-mechanikai tulajdonságai nem lényegesen különböznek. A 2. táblázatban, a [1], [15] és [2] alapján állítottuk össze.

A forgácsolószerszám szilárdsági-merevségi ellenőrzése megköveteli a szerszám-anyag húzó- nyomó- illetve hajlítófeszültségének ismeretét. Ha az előbbieken bemutatott fizikai és mechanikai tulajdonságok kifejező értékei stabilak, a húzó- nyomó-

1. TÁBLÁZAT. Fontosabb gyorsacél minőségek

Osztályozások			Vegyi összetétel, [%]						
EN	AISI	BOEHLER	C	Si	Cr	Mo	V	W	Co
1.3355	T1	S200	0,76	0,3	4,05	–	1,1	18	–
1.3348	M7	S400	1,02	0,38	3,75	8,6	1,9	1,75	–
1.3346	M1	S401	0,84	0,35	3,80	8,55	1,20	1,75	–
1.3326	M52	S404	0,89	0,40	3,80	4,30	1,80	1,00	–
1.3247	M42	S500	1,10	0,40	3,85	9,20	1,00	1,35	7,75
1.3343	~M2 Reg.C	S600	0,91	0,33	4,05	4,95	1,75	6,20	–
1.3339	~M2 Reg.C	S601	0,85	0,33	3,95	4,75	1,85	5,85	–
1.3344	~M3 Cls.2	S607	1,21	0,33	4,05	4,95	2,85	6,20	–
1,3243	~M35, M41	S705	0,92	0,33	4,05	4,95	1,85	6,20	4,75
„Microclean” porkohászati gyorsacélok									
Szbd ⁱ	–	S290	2,00	n.a. ⁱⁱ	3,75	2,45	5,05	14,30	11,00
–	–	S390	1,64	n.a.	4,75	2,00	4,80	10,40	8,00
1.3244	–	S590	1,29	n.a.	4,20	5,00	3,00	6,30	8,40
1.3351	~M4	S690	1,35	0,33	4,10	5,00	4,10	5,90	–
1.3345	~M3 Cls2.	S790	1,29	0,33	4,20	5,00	3,00	6,30	–

ⁱ szabadalom

ⁱⁱ nincs adat

2. TÁBLÁZAT. A gyorsacél fontosabb fizikai-mechanikai tulajdonságai

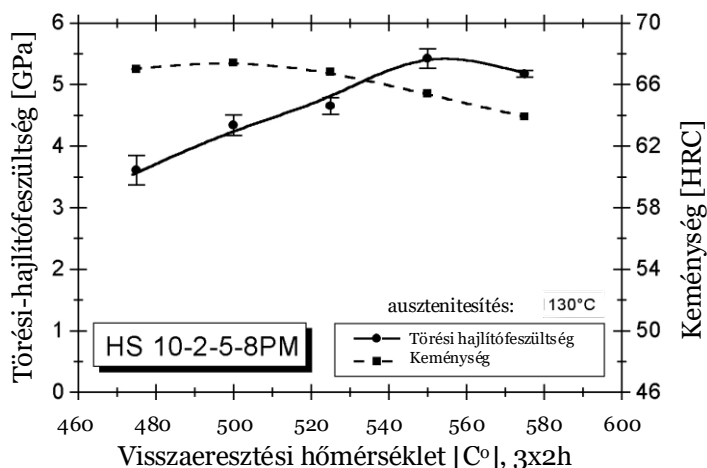
Jel Böhler	E GPa	ρ kg/dm ³	α^i 10 ⁻⁶ K ⁻¹	c J/kg K	HRC ⁱⁱ -	HB ⁱⁱⁱ -
S200	217	8,70	11,3	460	64–66	280
S400	217	8,30	12,4	460	64–66	28
S401	217	8,00	12,4	460	64–66	280
S404	217	7,90	12,7	460	63–65	280
S500	222	8,10	11,94	429	67–69	280
S600	219	8,10	12,31	433	64–66	280
S601	217	8,10	12,7	460	64–66	280
S607	217	8,10	12,7	460	64–66	280
"Microclean" porkohászati gyorsacéllok						
S290	242	8,30	10,88	408	66–70	350
S390	231	8,10	11,94	418	65–69	300
S590	229	8,00	11,63	450	65–67	300
S690	226	7,90	12,06	436	64–66	280
S790	223	8,00	12,40	450	64–66	280

ⁱ 20 ÷ 500°C-os tartományonⁱⁱ visszaeresztés utánⁱⁱⁱ kilágyítás után

illetve hajlítófeszültségekről elmondhatjuk, hogy értéküket igen befolyásolja a hőkezelés. A szakirodalomban fellelhető számértékek eltérők. A [12] 4 ÷ 8 % króm, 2 ÷ 8 % molibdén, 3 ÷ 9 % vanádium és 2 ÷ 8 % wolfrám összetétel-tartományban, a cég saját receptje szerint gyártott minőségekre a következő feszültség-értékeket jelöli meg:

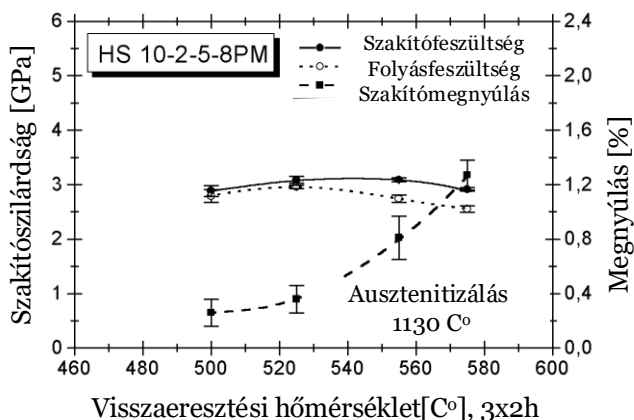
- szakítószilárdság: $\sigma_t = 900 \div 1000$ MPa;
- folyáshatári nyomófeszültség: $\sigma_{02} = 2000 \div 2200$ MPa;
- töréshatári nyomófeszültség: $3000 \div 3200$ MPa;
- hajlékonyság: 8 ÷ 10 %.

A gyorsacél minőségében jelentős ugrást idézett elő a porkohászat alkalmazása. A porkohászati gyorsacél szemcseszerkezete homogén, szemcsemérete kisebb, mint a hagyományos, hengerelt gyorsacélé. A szerszám gyártásakor nem szükséges a hengerelt előgyártmányt kovácsolni, mivel a porkohászat nem idéz elő hengerlés-irányú szálszerkezetet, amit szét kelljen tördelni. Európában a Böhler cég „Micro-Clean” márkanévvel látta el a porkohászattal előállított gyorsacél-minőségeket. Összehasonlítás végett érdemes megemlíteni, hogy a gyártó katalógusában [16] a Böhler S390-es, porkohászati acélminőségre 2800 ÷ 3900 MPa nyomófeszültséget szavatol, miközben a hagyományos, hengerelt gyorsacélra a 2700 ÷ 3300 MPa intervallumot jelöli meg. Ugyanaz a forrás hajlító törésfeszültség intervallumát 1600 ÷ 2800 MPa-ra becsüli. A hajlító törésfeszültség csökken a keménység növekedésével. A porkohászati S390-es minőségre végzett kísérletek 3800 ÷ 4800 MPa hajlító törésfeszültség intervallumot jelölik meg.



1.1. ÁBRA. A keménység és a hajlítófeszültség a visszaeresztési hőmérséklet függvényében

A visszaeresztési hőmérséklet befolyásának igazolására tekintsük az 1.1. ábrát [78]. A kísérleti eredmények igazolták, hogy alig 100 C°-os visszaeresztési hőmérséklet -intervallumon a törési hajlítózsilárdság 3500 ÷ 5500 MPa között változik. Ezzel párosul a keménység változása a 60 ÷ 67 HRC intervallumban. Megfigyelhető, hogy a maximális keménység és a maximális szívósság nem esnek egybe – amint ez várható is volt.



1.2. ÁBRA. A húzófeszültség és a relatív megnyúlás változása a visszaeresztési hőmérséklet függvényében

Ha az 1.2. ábrát szemléljük, akkor a visszaeresztett gyorsacél igen érdekes tulajdonságát fedezzük fel. Alig $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ szélességű visszaeresztési hőmérséklet-intervallumban, $500 \div 580\text{ }^{\circ}\text{C}$ között, a szakítófeszültség $2800 \div 3200\text{ MPa}$ között változik, $550\text{ }^{\circ}\text{C}$ körüli maximum-ponttal, enyhe csökkenéssel az intervallum határai felé. Ezzel szemben a folyáshatár $530\text{ }^{\circ}\text{C}$ körül éri el a maximum-értéket, majd efölött egyre jobban eltávolodik a szakítófeszültség-értéktől, ami arra enged következtetni, hogy az anyag képlékenysége növekedett. Valóban, ha a relatív megnyúlásgörbét vesszük figyelembe, ez közel parabolikusan növekszik $0,2\text{ }\%$ -ról $1,25\text{ }\%$ -ra.

Következésképpen, a gyorsacél-szerszámok tervezésekor igen körültekintően kell megválasztani a hőkezelés paramétereit. A hőkezelés technológiai paramétereit a gyártók igen részletesen teszik közzé a termékkatalógusokban [15], [2].

A gyorsacél hőállósága $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ig terjed. Efölött a hőmérséklet-érték fölött a szövetszerkezet keménysége akár $50 \div 52\text{ HRC}$ -re is csökkenhet, amikék következtében az abrazív kopás megengedhetetlenül növekszik [91], [95], [39]. Emiatt a gyorsacél-szerszám közönséges szénacélok, minőségi szénacélok és enyhén-közepesen ötvöztött acélok megmunkálására ajánlott [2], [16]. A megengedett vágósebesség nem haladhatja meg a hőállóság által megszabott $50 \div 55\text{ m/min}$ tartományt. Így, a gyorsacél-szerszámok fő előnye a szívósságukban és viszonylag könnyű megmunkálhatóságukban rejlik.

1.4. A KARBID ALAPÚ KEMÉNYFÉMEK

A karbid alapú keményfémek jelentették az első sikeres próbálkozást a gyorsacélnál jobb forgácsolóanyagok keresésében. Előállításuk kizárólag porkohászat alkalmazásával valósítható meg. A karbid alapú keményfémek átvöztetettek, amelyekben wolfrám-karbid, titán-karbid, tantál-karbid, újabban nióbium-karbid szemcsék alkotják a térfogat $88 \div 96\text{ }\%$ -át, míg a zsugorítást (angol eredetű szakszóval: szinterelést) a maradék $4 \div 12\text{ }\%$ kobalt – újabban vas és nikkel keverékkel elegyített kobalt – biztosítja.

A keményfém-lapka előállítása magas igényű technológiai környezetben történik. Miután a kompozíciót alkotó elemeket az előírt térfogat-arány betartásával összekeverték, következik a kréta-keménységre való, $20 \div 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ -on történő elősajtolás. Ezt követi a hevítés, és az utósajtolás, a kötőanyag olvadáspontjánál alacsonyabb hőmérsékleten ($1400\text{ }^{\circ}\text{C}$ körül), vákuumos vagy az oxidációt meggátolandó, védőgázos környezetben. Az olvadási állapothoz közel került fémbe, a magas hőmérsékleten könnyen diffundálnak a karbidszemcsék, így jó közelféréssel izotróp anyag jön létre.

A karbid alapú keményfémeket az ISO 513:2012-es szabvány foglalja rendszerbe. E szabvány szerint ma 6 keményfém-anyagcsoportot különböztetünk meg:

1. *P típus.* Ez a keményfém kimondottan szívós anyagok, elsősorban acélok forgácsolására ajánlott. Színjele a kék. A csoporton belül 11 minőséget különböztetünk meg, P01-től P50-ig, a számjel 5-tel növekszik. Minél kisebb a számjel, annál nagyobb a lapka keménysége, annál több benne a karbid, illetve annál kevesebb a kötőanyag. Így a keménység csökken a számjel növekedésével, viszont ezzel egyidejűleg növekszik a szívósság. Tehát a kisebb számjelű minőségek nagyobb vágósebességre képesek, de kisebb a terhelhetőségük, mert

ridegebbek, mint a csoport nagyobb számjelű elemei. A 20-as és ennél kisebb jelű minőségek igen kevésbé bírják a hajlítást és az ütést, így kizárólag simító esztergálásra ajánlottak. A többi minőség alkalmas fúrásra, marásra, metetvágásra. Ügyeljünk arra, hogy nagyoló megmunkáláshoz, vagy a művelet sajátosságából adódóan megszakított forgácsvétellel dolgozó szerszámokhoz – marók, metszőkerekek, csigamarók – nagy számjelű minőséget válasszunk. Ez az észrevétel minden keményfém-csoportra érvényes.

2. *M típus.* Ezt a típus „multifunkcionális” –acélöntvények, különböző műanyagok és rozsdamentes acélok, összegezve: nehezen forgácsolható anyagok megmunkálására használták. Színjele a sárga. A nehezen forgácsolható anyagokra illő keményfém-minőség. M01-től M40-ig 9 minőséget különböztetünk meg, a számjel 5-ös növekedésével.
3. *K típus.* A K típusú minőségek kobaltba ágyazott wolfrám-karbid összetételűek. Színjele a piros. Akárcsak az előbbi csoportban, itt is 9 minőséget különböztetünk meg, K01-től K40-ig. Temper-, szürke- illetve gömbrágitós öntvények megmunkálására ajánlott.
4. *N típus.* Ezt a minőséget a nem vas alapú ötvözetek –alumínium, réz- megmunkálására fejlesztették ki. Színjele a zöld. Hét minőséget különböztetünk meg, N01-től N30-ig.
5. *S típus.* Az S típusú keményfém nikkel és kobalt -alapú ötvözetek, titán-szuperötvözetek, hőálló ötvözetek forgácsolására ajánlott. Színjele a barna. Szintén 7 minőségben állítják elő, S01-től S30-ig.
6. *H típus* A H típusú keményfém edzett anyagok megmunkálására ajánlott. hét minőségben állítják elő, S01-től S30-ig.

A keményfémek a forgácsolás során létrejövő hőterhelést sokkal jobban bírják, mint a gyorsacél, viszont az összetett igénybevételre érzékenyebbek: a nyomást kiválóan viselik, de a hajlítást kevésbé. Ezért a keményfém-lapok tájolására és megtámasztására fokozottan kell figyelni. A keményfémek fontosabb fizikai-mechanikai tulajdonságait a [7] nyomán, az 3. táblázatban közöljük.

A karbid alapú keményfémek igen magas $\sim 900\text{ }^{\circ}\text{C}$ körüli hőmérsékleten is megőrzik keménységüket, ezáltal sokkal nagyobb forgácsolósebességet bírnak meg, mint a gyorsacélok. A világ számtalan szerszámanyag- illetve keményfém szerszámgyártóinak termékkatalógusában *pontos ajánlások vannak adott összetételű keményfém-lapka és anyagtípusra alkalmazandó forgácsolási paraméterekre*. Jelen fejezetben, a keményfémlapok forgácsolási paramétereinek nagyságrendjét próbáljuk szemléltetni, a 4. táblázatba rendezett értékekkel, amelyeket a [14] és [4] alapján. A példában szereplő értékek az Uddeholm cég által forgalmazott „Corax” márkanévű, korrozív hatású műanyagok fröccsöntésére kifejlesztett szerszámacél megmunkálására vonatkoznak. Kilággyított állapotban a „Corax”-fröccsöntő-szerszámacél keménysége $34 \div 36$ HRC, rugalmassági együtthatója $E = 200\text{ GPa}$, szakítószilárdsága $\sigma_r = 1100\text{ MPa}$.

A [16] az S390 jelű, Böhler porkohászati gyorsacél megmunkálására a fenti táblázatban található értékekhez közel álló értékeket javasol. Figyeljük meg, hogy gyorsacél a számára előírt vágósebességek jóval alacsonyabbak a keményfém-karbid lapoké,

3. TÁBLÁZAT. A keményfémek fontosabb fizikai-mechanikai tulajdonságai

Jel	Keménység HRA	σ_r MPa	E GPa	W $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}}$	σ_c MPa	α $10^{-6}/\text{K}$
P10	92,7	>1960	519,93	0,07	4510	6,5
P20	92,5	>2060	529,74	0,08	4708	6,0
P30	91,2	>2450	559,17	0,10	4708	5,5
M10	92,8	>1960	578,79	0,12	4905	5,5
M20	92,1	>2450	559,17	0,15	4807	5,5
M40	89,1	>3230	529,74	0,14	4315	5,5
K10	92,7	>2350	627,84	0,19	6080	4,7
K20	92,1	>2550	608,22	0,19	5190	5,0

σ_r –transzverzális szakítószilárdság; σ_c –folyáshatár;

W–fajlagos hővezetés

4. TÁBLÁZAT. A keményfémek forgácsolási paramétereit

Művelet típusa	Megmunk. típusa	Szerszám anyag	v [m/min]	s a.)	t [mm]
Esztergálás	nagyolás simítás	P20, P30	160 ÷ 110	0,2 ÷ 0,4	2 ÷ 4
		P10	210 ÷ 160	0,05 ÷ 0,2	0,5 ÷ 2
		HSS	13 ÷ 18	0,05 ÷ 0,25	0,5 ÷ 4
Homlokmarás	nagyolás simítás	P20, P30	90 ÷ 70	0,2 ÷ 0,4	2 ÷ 5
		P10	110 ÷ 90	0,1 ÷ 0,2	0,05 ÷ 2
Homlok- palástmarás	nagyolás simítás	P15 ÷ P40	130 ÷ 90	0,25 ÷ 0,3	0,1 D
			120 ÷ 80	0,1 ÷ 0,2	0,5 D
			110 ÷ 70	0,1 ÷ 0,15	1 D
Hornyalás		HSS	25 ÷ 20	0,01 ÷ 0,03	3 ÷ 40 c.)
		HSS*	45 ÷ 30	0,02 ÷ 0,1	3 ÷ 40
		monolit ke- ményfém	100 ÷ 60	0,006 ÷ 0,04	3 ÷ 20
		P20, P30 váltó- lapka	110 ÷ 70	0,06 ÷ 0,12	10 ÷ 40
Fúrás		HSS, HSS*	15 ÷ 13	0,05 ÷ 0,40	1 ÷ 40 d.)
		P20, P30 váltó- lapkás fúró	200 ÷ 180	0,03 ÷ 0,12	20 ÷ 40
		monolit ke- ményfém	70 ÷ 50	0,15 ÷ 0,40	10 ÷ 40

a.) –esztergálásra és fúrásra: [mm/ford.]; marásra: [mm/fog].

b.) – a radiális fogásmélység (a lemart lépcső szélessége a D átmérő függvényében);

c.) – a maró átmérője;

d.) – a fúró átmérője.

vagy tömör szerszámok számára javasoltakénál, az eltolások mértéke pedig nagyjából egyezik. Ennek oka, hogy a gyorsacél szívóssága sokkal nagyobb a keményfém szívósságánál, de a melegkeménysége sokkal alacsonyabb.

1.5. FÉMKERÁMIÁK

A fémkerámiák olyan kompozit anyagok, amelyeket kerámiák fém-kötőanyagba való keverésével állítanak elő. A fémkarbidok továbbfejlesztéseként hozták létre ezeket, abból a célból, hogy a vágósebességet növeljék. A fémkerámiák (cermetek) hőállósága magasabb, de szívóssága alacsonyabb a keményfémekénél. Következésképpen elsősorban simító megmunkálásra használják ezeket. A simító megmunkálás során képesek a klasszikus köszörülési felületi érdesség ($R_a \in (0,4 \div 3,2) \mu\text{m}$) megvalósítására, így, cermet-szerszámok használatával, bizonyos esetekben, a hagyományos köszörülés kiváltható. Ez a nagy hőállóságnak, a kis súrlódási tényezőnek és a kiemelt abrazív ellenállásuknak köszönhető. A kis súrlódási tényező hatására sokkal kedvezőbb szerszám-munkadarab érintkezési körülmények keletkeznek a vágóél hátfelület-határán, ezért a forgácsolás során létrejövő roncsolt felületi réteg gyakorlatilag eltűnik.

A cermetek összetétele titán-karbid, (TiC) titán-karbonitrid (TiCN) és titánnitrid (TiN), újabban nióbbium-karbid (NbC) – kobalt vagy molibdén fém-ötvezőben feloldva. Előállításuk – akár a keményfémeké – kizárólag porkohászati eljárással lehetséges.

A cermetek is a keményfémeknek megfelelő osztályozást követik: P, M, K, N, S, H. Az N, S, H osztályt azonban csak a bevonatolt cermetek tudják kiváltani. A bevonat nélküli cermetek a P, M és K osztályokat képesek ekvivalálni, így ugyanazon kompozíció szélesebb hatásspektrumú, mint a kiváltott keményfém-lapok. Ne feledjük, hogy cermettel csak simító megmunkálást szabad végezni!

A cermetek fizikai -mechanikai tulajdonságai nagy mértékben függenek a porkohászati anyagok szemcseméretétől. Ez $0,6 \div 3 \mu\text{m}$ között kell legyen, különben a lapka minimális szívóssága sem biztosított.

Jelen pillanatban a világon számos forgácsoló lapka illetve tömör keményfém gyártó létezik: Taegu-Tec, Iscar, Kennametal, Kyocera, Sandvik, Sumitomo, Tungaloy és sokan mások. Mindegyik cég a saját cermet termékét egyedi márkanevvel látja el. Így fölöttébb hasznosnak bizonyulnak a gyakorló mérnök számára közzétett ekvivalencia-táblázatok, amelyek az igen széles kínálatban[18] segítik az eligazodást.

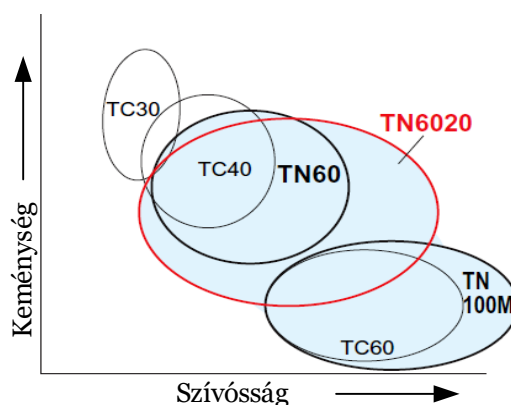
A cermetek mechanikai tulajdonságait az 5. táblázatban tesszük közre. Az értékeket a [10] katalógus alapján szelektáltuk.

A 5. táblázatban szereplő cermet-minőségek keménységének és szívósságának értéktárai az 1.3. ábrán láthatók. Észrevehető, hogy a TN100M minőség szívóssága erőteljesen jobbra tolódik a többi anyaghoz képest. Ez a fémkerámia TiCN és NbC alapú övözet, melyet a többi fémkerámiához viszonyított igen nagy szívóssága jellemez. A gyártó cég (Kyocera) a következő ajánlásokat fogalmazza meg a cermet-minőségekkel kapcsolatosan:

- TN60 –TiCN-alapú, ultrafinom szemcseméretű ($\sim 2 \mu\text{m}$) fémkerámia, magas nitrogéntartalommal. Különlegesen jó a szívóssága és a kopásállósága, így egyenlő mértékben alkalmas esztergálásra és marásra;

5. TÁBLÁZAT. Gyakrabban előforduló cermetek fizikai-mechanikai tulajdonságai

Minőség	Szín	Bevonat	Sűrűség g/cm ³	Keménység HV	E MPa	Törési szívósság MPa√m	Hajlító szívósság MPa
TN6020	szürke	nincs	6,4	1500	14,7	10,0	2500
TN60			6,6	1600	15,7	9,0	1760
TN100M			6,7	1520	14,9	10,5	1860
TC30			6,0	1650	16,2	8,5	1470
TC40			6,0	1650	16,2	9,0	1570
TC60			8,1	1500	14,7	10,5	1670



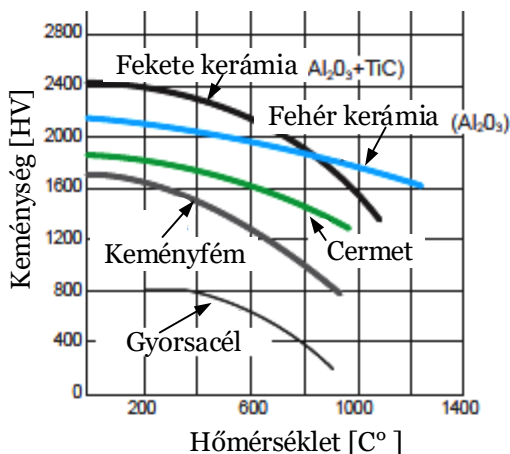
1.3. ÁBRA. Nitrid és karbonitrid alapú cermetek helye fizikai tulajdonságaik alapján

- TN100M– TiCN+NbC- alapú fémkerámia, általános rendeltetésű konstrukciós acél és rozsdamentes acél marására;
- TC40 – kiválóan alkalmas hornyolásra és menetvágásra;
- TC60 – általános rendeltetésű acélok marására, hornyolására és menetvágásra ajánlott.

A fémkerámiák hőállóságának általános jellemzése úgy fogalmazható meg, hogy a közelítőleg 20 ÷ 980 C° hőmérséklet-intervallumban a keménységük 1800 HV-ról 1200 HV-re csökken. Az 1.4. ábra illusztrálja a cermetek helyét a többi forgácsolószerszám-anyag között.

1.6. KERÁMIÁK.

A kerámiákat leggyakrabban nagysebességű, folytonos, külső vagy belső esztergálási műveletekben használják. Sikerrel alkalmazhatók azonban beszűrő- és leszűrő



1.4. ÁBRA. A forgácsolószerszám-anyagok hőállósága

esztergáláshoz, valamint maráshoz is. A kerámia anyagú forgácsolószerszámok kizárólag szerelt lapkás szerszámok. A kerámia igen nagy hőállósága és abrazív kopásállósága sokkal nagyobb forgácsolósebességeket enged meg, mint a gyorsacél és a keményfémek, még cermetknél is valamivel magasabbat. A kerámiának használatát azonban a ridegsége és a hősokra való csekély ellenállása jelentősen korlátozza. Bár a köszörüléssel egyenértékű pontosságú és érdességű felületek megmunkálását biztosítja, különös gonddal kell megválasztani a forgácsolt anyag minőségéhez, fizikai-kémiai jellemzőihez és mechanikai tulajdonságaihoz illő kerámia-anyagminőséget, mert ellenkező esetben a megmunkálás lehetetlenné válik, vagy igen rossz minőségű lesz a megmunkált felület.

A forgácsolóanyagként felhasznált kerámiákat, összetételük alapján, öt osztályba soroljuk.

Az oxid alapú kerámiák alumínium-oxid (Al_2O_3) alapanyagból készülnek, amelyet cirkónium-oxiddal (ZrO_2) dúsítanak, a repedések kialakulásának megelőzésére. Ez egy vegyileg igen stabil anyag, de sajnos nem ellenálló a hősokkal szemben.

A vegyes, fémkarbidokkal dúsított oxidkerámiák olyan Al_2O_3 kerámiák, amelyekhez köbös titánkarbidot (TiC) vagy titán-karbonitridet (TiCN) adagolnak. Ezáltal javul a szívósságuk és a hővezető képességük.

A whiskerrel erősített kerámiák szilícium karbid (SiC_w) tűkristályokat tartalmaznak [7]. Ezeknek köszönhetően jelentősen megnő a szívósság, ugyanakkor lehetővé válik a hűtő-kenő folyadékok használata is. (A kerámiákat általában szárazforgácsoló üzemmódban használják, ugyanis a hűtőfolyadék a felszíni szerkezetben repedéseket hozhat létre, ha a mikroszerkezet és az összetétel nem alkalmas hűtőfolyadékos forgácsolásra.)

A szilícium-nitrid kerámiák fő alkotóeleme a hosszú kristályszerkezetű, emiatt a szövet szerkezetet erősítő és a szívósságot növelő Si_3N_4 . Bár szívóssága az idáig felsorolt kerámiákénál jóval magasabb, mégsem használható bármilyen anyag forgácsolására, mivel vegyi stabilitása alacsony.

A *Sialon* szilícium-, oxigén-, nitrogén- és alumínium-atomokból összeálló szilárd oldat. Az alapvegyület a szilícium-nitrid, amelybe dúsítással juttatják az oxigénatomokat a nitrogénatomok, az alumínium-atomokat pedig a szilíciumatomok helyéébe, a vegyértékek betartása mellett. A *Sialon* az eredeti szilícium-nitridnél jóval stabillabb vegyileg, és a szívóssága is magas.

A kerámia lapkás szerszámokkal való forgácsolás különös gondosságot igényel, mivel a szívósságuk -a gyorsacélhoz és a keményfémekhez képest- igen alacsony. A szerszámlapkák rögzítése pontos és feszültségmentes kell legyen, a megmunkálórendszer pedig dinamikailag stabil. Ennek ellenére előfordulnak jellegzetes hibák, melyeket a [14] alapján a következőképpen lehet rendszerezni:

Az él-kitöredezés (chipping). Ez a fajta hiba általában akkor következik be, ha a forgácsoló rendszer merevsége nem elégséges – rossz szerszám- illetve munkadarab-rögzítés-, sorjás vagy hibás alátét-lapka, túl kis méretű él-letörés, keskeny forgácstörő, túl nagy hátszög, revés, zárványos munkadarab-felület, magas rezgésszint.

A kráteres kopás. Bár a simító forgácsolásra egyáltalán nem jellemző, ha mégis előfordul, akkor valószínű, hogy a forgácstörő nem elég tágas, az él-lekerekítési sugár túl nagy, vagy a mellékvágóél elhelyezési szöge túl nagy.

Lapka repedése vagy törése. Ez végzetes hiba, előfordulása esetén a lapka használhatatlanná válik. A törést okozhatja az, hogy a lapka támasztófelületei, az alátétlapka felületei nem síkfelületek, a lapka rögzítése elégtelen, túl nagy az előtolás, túl kicsi az ékszög, túl nagy a szerszám konzolban levő része, vagy nem megfelelő a hűtő-kenőfolyadék irányítása és adagolása. Okozhatja a laza rögzítés, az alacsony vágósebesség, és az igen váltakozó fogásmélység is.

A megmunkálást visító zaj kíséri. A zaj oka általában a túl kicsi hátszög vagy a túl nagy homlokszög, a túl nagy előtolás, az elégtelen gépi teljesítmény-érték, illetve a kinematikai láncban történő esetleges csúszások, amelyek rezgéseket generálnak.

A megmunkált felület szakadozott. Ennek okai a megkopott szerszámél, a forgácsolórendszer elégtelen merevsége, illetve a túl alacsony értékű vágósebesség. Előfordul, hogy a forgácstörő túl keskeny és túl mély az adott forgácsolási paraméterek mellett a megmunkált anyaghoz.

Alacsony éltartam. Ez a hiba a forgácsolási paraméterek korrigálásával, illetve az él-lekerekítési sugár csökkentésével küszöbölhető ki.

A kerámia lapkák kiválasztása előtt alaposan tanulmányozzuk át a gyártó által kiadott katalógust. Ebben pontos utalásokat lehet találni a megmunkált anyagra, a megmunkálás típusára és az ajánlott szerszámgeometriára. Ekvivalencia-táblázatok segítenek a különböző gyártók által forgalmazott minőségek azonosítására. katalógusokban fellelhető információk, illetve az ekvivalencia-táblázatok. A kerámia-lapkák általános fizikai-mechanikai tulajdonságait a [7], [3], [10] alapján, a 6. táblázatban adjuk meg.

A kerámiák nagy forgácsolósebességet, de csak kis forgácsoló erőket képesek elviselni. Ezért nagyon fontos a fogásmélység, az előtolás és a vágósebesség összehangolása a forgácsolási művelet típusa (általában esztergálás, ritkábban marás) és a kívánt felületi érdesség szerint. Tájékoztatásul a 7. táblázatban közöljük adott lapkaminőséghez rendelt forgácsolási adatokat, illetve anyagjavallatokat ([7], [14], [10]).

6. TÁBLÁZAT. Gyakrabban előforduló kerámia minőségek fizikai-mechanikai tulajdonságai

Márka	Anyagminőségek						
Taegu-Tec	AW120	AB20	AB30	TC430	AS500	AS10	AS20
Kyocera	KA30	–	A65	–	–	KS6000	–
Sandvik	CC620	–	CC650	–	–	CC6090	–
Romay	CC10	–	CC20	CC30	–	CC510	–
Összetétel	Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ + +TiCN	Al ₂ O ₃ + +TiC	SiC _w	SiAlON	Si ₃ N ₄	Si ₃ N ₄ + +TiN
HRA	93,8- 94,3	94,5-95	94,5-65	95,0- 95,5	93,8- 94,3	93,5-94	93-93,5
Törési szívós- ság, MPa√m	3-3,5	3-3,5	3,2-3,7	4,5-5,5	5-6	5-6	5-6
Sajátos- ság	Vegyi stabilitás			Fizikai stabilitás			

7. TÁBLÁZAT. Kerámia-lapkákhoz javasolt forgácsolási paraméterek

Típus	Gyártó	Össze- tétel	Ajánlás	Anyag	v [m/min] [m/min]	s [mm/ford], [mm/min]	t [mm] [mm]
CC10 CC20	Romay Romay	Al ₂ O ₃ Al ₂ O ₃ +TiC	N, FN FS, S	<i>a</i>	90..700 180..1200	0,2..0,5 0,07..0,7	1,5 0,5
CC10 CC20	Romay Romay	Al ₂ O ₃ Al ₂ O ₃ +TiC	N, FN FS, S	<i>b</i>	60..600 180..1200	0,2..0,5 0,07..0,7	1,5 0,5
CC30	Romay	Al ₂ O ₃ +TiC	FS, S	<i>c</i>	60..210	0,07..0,25	0,5
CC5XX CC5xx, CC20	Romay Romay	Si ₃ N ₄	N, FN FS, S	<i>d</i>	150..1500 240..1500	0,25..0,63 0,07..0,63	6,3 1,27
CC5XX CC5xx, CC20	Romay Romay	Si ₃ N ₄	N, FN FS, S	<i>e</i>	150..600 240..1500	0,25..0,63 0,07..0,63	3,8 1,27

Folytatás a következő oldalon

táblázat 7 – folytatás az előző oldalról

Típus	Gyártó	Összetétel	Ajánlás	Anyag	v [m/min] [m/min]	s [mm/ford], [mm/min],	t [mm] [mm]
CC5477 CC5477, CC20	Romay	Si ₃ N ₄	N, FN FS, S	f.	150..260 150 .. 450	0,2..0,4 0,1..0,2	3,8 1
AW120	TaeguTec	Al ₂ O ₃	* *	d e	400..1000 300..600	0,1..0,5 0,1..0,2	
AB20	TaeguTec	Al ₂ O ₃ + TiCN	* * * *	d HB>400 c 40- 50HRC c >50 HRC HSS 40- 50HRC	50..200 100..400 50..250 50..100	0,05..0,2 0,1..0,2 0,05..0,2 0,2..0,5	
TC430 AS20	TaeguTec TaeguTec	SiC _w Si ₃ N ₄ - TiN	* *	Ni** Ni**	150..400 100..300	0,1..0,3 0,1..0,3	

N – nagyoló külső és belső esztergálás

FN – félnagyoló külső és belső esztergálás

FS – félsimító külső és belső esztergálás

S– simító külső és belső esztergálás

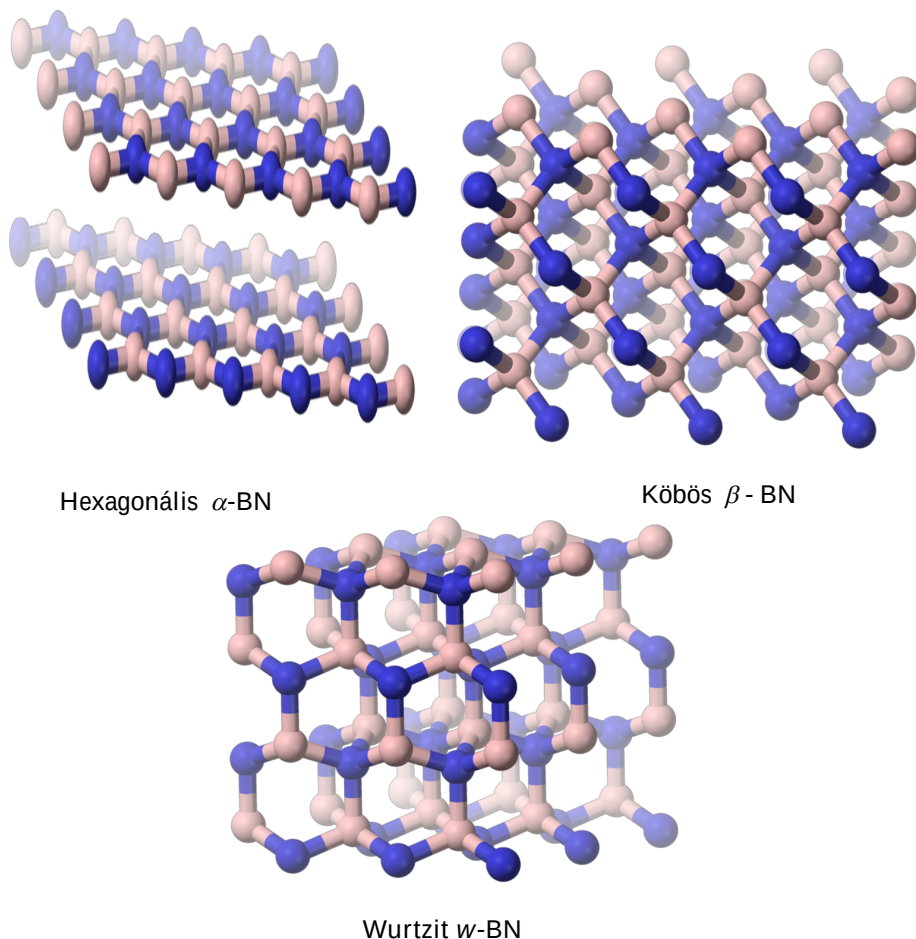
Ni**– nikkelt alapú szuperötvözetek: Inconel718, Waspaloy, Rene95 stb. [1]

a– Alacsony széntartalmú szénacél; b– Alacsony széntartalmú ötvözött acél; c– Edzett acél, 40-65 HRC; d– Szürkeöntvény; e– Gömbgrafitos szürkeöntvény; f– Nikkel-szuperötvözetek.

1.7. A KÖBÖS BÓRNITRID (CBN).

A köbös bór-nitrid igen kemény, ugyanakkor figyelemreméltó, a keményfém-karbidokéval egyenértékű szívóssággal rendelkezik. Hőállósága valamint a gyémánt-közi keménysége és vegyi stabilitása kiváló simítószerszám-anyaggá teszi. Szívóssága miatt alkalmas megszakított felületek forgácsolására is. Megszakított felületek forgácsolása kerámia szerszámok alkalmazása esetén igen körülményes művelet. A bór-nitrid (BN) kristályosodási formái közül a grafitéhez hasonló hexagonális síkrendszer a legstabilabb és a leggyakoribb előfordulású. A térrácsos bór-nitrid porkohászati, illetve vákuumtechnológiákkal állítható elő, megközelítőleg 4500 MPa nyomáson és 1200÷÷1500 C° hőmérsékleten. A köbös bór-nitrid keménysége a szintetikus gyémántéval vetekedik, bizonyos, igen ritka, wurtzit-rendszerű kristálya a szintetikus gyémántnál keményebb [60] (1.5. ábra).

A CBN kutatása már a XX.-ik század '60-as éveiben elkezdődött. Első gyakorlati alkalmazásként csiszolóport illetve köszörűkorongot gyártottak belőle. A határozott élgeometriájú forgácsolólapkákban kétféleképpen van jelen: tömör CBN lapkaként, vagy keményfém-karbid lapka sarokburkolataként ([3], [17]).



1.5. ÁBRA. A CBN kristályosodási alakjai

A CBN -lapkákat két változatban gyártják [3]: 40-60 %-os köbös bór-nitrid-szemcsetartalom, kerámia kötőanyagban, illetve emelt , 85-90 %- CBN-tartalmú lapka, fémes kötőanyagban, a szívósság növelése érdekében.

A CBN-lapkákkal való simító forgácsolás is köszörülésre jellemző méretpontosságot és felületi érdességet hoz létre. Edzett acélok, gömbgrafitos öntöttvas és nikkel szuper-ötvezetek (Inconel718, Waspaloy, Rene95) folytonos és megszakított forgácsolására kiválóan alkalmas, de nem ajánlott a 45HRC- értéknél alacsonyabb keménységű acélok forgácsolására, mivel a ferrit-tartalom hatására a kopás intenzívvé válik. A főbb anyagcsoportokra ajánlott forgácsolási paramétereket és lapkaminőségeket a 8. táblázatban tesszük közzé.

8. TÁBLÁZAT. Ajánlott CBN-lapkaminőségek és forgácsolási paraméterek

Lapka-típus	CBN[%]	Keménység HV	Törési szívósság $\text{Mpa}\sqrt{\text{m}}$	Anyag-típus *	v [m/min]	s [mm/ford]
TB610	40- 50	2800- 3000	5,0	<i>c</i>	150.. 350	0,05.. 0,2
TB650	50- 60	3100- 3300	5,7	<i>b</i>	80.. 150	0,1.. 0,2
				<i>c</i>	100.. 300	0,05.. 0,2
				<i>d</i>	100.. 300	0,05.. 0,2
				<i>e</i>	300.. 600	0,05.. 0,2
TB670	60- 70	3200- 3400	6,1	<i>b</i>	80.. 150	0,1.. 0,2
				<i>c</i>	100.. 300	0,1.. 0,3
				<i>d</i>	100.. 300	0,05.. 0,2
				<i>e</i>	200.. 500	0,05.. 0,2
TB730	90- 95	4000- 4200	6,8	<i>a</i>	500.. 1000	0,1.. 0,3
				<i>b</i>	80.. 150	0,1.. 0,3
				<i>d</i>	100.. 250	0,1.. 0,25
				<i>f</i>	100.. 300	0,05.. 0,2
KB90a	90- 95	3800- 4000	7,1	<i>a</i>	500.. 1000	0,1.. 0,3
				<i>b</i>	80.. 150	0,1.. 0,3
				<i>f</i>	100.. 300	0,05.. 0,2

Jelmagyarázat

a– Szürkeöntvény 180-230 HB; *b*– Edzett szürkeöntvény >400 HB; *c*– Edzett acél, 40-65 HRC; *d*– Porkohászati fém, 200-600 HV; *e*– Gömbgrafitos szürkeöntvény; *f*– Nikkel-szuperötvözetek.

1.8. A POLIKRISTÁLYOS GYÉMÁNT (PCD)

A gyémánt a legkeményebb, így a koptató hatásoknak leginkább ellenálló anyag. Forgácsoló szerszámként jó kopásállóságú, de hiányzik belőle a kémiai stabilitás nagy hőmérsékleteken, és könnyen oldódik ferritben. Emiatt a gyémánt- vagy gyémántbevonatú szerszámok használata a nem vastartalmú anyagokra korlátozódik: színesfém-ötvözetek, fémmátrixos kompozitok (MMC) és szénszállal erősített műanyagok (CFRP). A PCD, megfelelő hűtő-kenő folyadék adagolással, titán szuperötvözetek simító esztergálására is alkalmas.

A polikristályos gyémánt szemcsemérete $1 \div 25 \mu\text{m}$ között változik. A PCD szerszámok két változatban készülnek. Az egyik változat a gyémántkristályok fémbe való szinterelése, ahol a kötőanyag a kobalt. Minél kisebb a szemcseméret, és minél nagyobb a kötőanyag-mennyiség, annál szívósabb a lapka. A sok, apró kristályszemcséből álló polikristálynak a keménysége a kötőanyag jelenléte miatt kisebb, mint az egykristály keménysége, de a struktúra eloszlása egyenletesebb, ezért nem annyira törékeny. A második megoldás az amikor keményfém-hordozóra szinterelik a polikristályos gyémántot. Ilyen lapkák találhatók a Tungaloy termékínálatában [19]. Az ISO szerint a PCD-szerszámok az N osztályba sorolhatók. Különböző gyártócégek különböző szemcseméretű, összetételű és előállítású lapkákat forgalmaznak. A 9. táblázatban a TaeguTec és a Tungaloy cég termékeinek fizikai-mechanikai tulajdonságait,

9. TÁBLÁZAT. PCD-lapkaminőségek fizikai -mechanikai tulajdonságai és ajánlott forgácsolási paraméterei

Típus		Szemcse- méret	TRTF ⁽¹⁾	Kemény- ség	Anyagtípus	v	s
Taegu Tec	Tungaloy	μm	MPa	HV		[m/min]	mm/rot
KP100	DX110	1-2	1560- 1800	8500	Al-ötvözet, Si<12%	600..3000	0,1..0,3
	DX120	4,5	1800	9000			
KP300	DX140	10-12,5	1400- 1700	10000	Al-ötvözet, Si<12%	600..3000	0,1..0,3
					Al-ötvözet, Si>12%	300.. 600	0,1..0,3
					Cu-ötvözet	500.. 1000	0,1..0,3
					szálerősített műanyag	300.. 1000	0,1..0,4
					WC+Co keményfém	10.. 50	0,1..0,2
					Karbonszá- las műanyag	100.. 600	0,3..1
KP500	DX160	25-28	1100- 1600	11000	Al-ötvözet, Si>12%	300.. 800	0,1..0,3
	DX180	45	1500	12000	WC+Co keményfém	10.. 50	0,1..0,2

TRTF– transzverzális törési feszültség, a leggyakrabban alkalmazott lapkaszivósság- tesztelések eredménye

illetve a megmunkált anyagminőségekhez ajánlott forgácsolási paramétereket tesszük közzé.

1.9. BEVONATOLT SZERSZÁMANYAGOK

A gyorsacél-szerszámok, a fémkarbid-, cermet-, és kerámiapapkák forgácsolási teljesítményét, a forgáccsal és a forgácsolt felülettel érintkezésbe kerülő szerszámél-környezet fizikai-mechanikai tulajdonságait, kiemelten az abrazív kopásállóságot és a hőállóságot lényegesen lehet javítani a *vékonyréteg-bevonatok* felvitelével. Az eljárás a különleges és bonyolult alakú, lefejtő eljárással kivitelezhető, emiatt gyorsacélból gyártott forgácsoló szerszámok – főként fogaskerékgyártó szerszámok– esetében lényeges éltartam-növekedéshez vezet.

A forgácsolószerszámok bevonatolása az alábbi követelményeknek kell eleget tennie:

- a bevonat tapadása kiváló kell legyen, hogy a forgácsolt anyaggal és a forgáccsal való közvetlen érintkezés során ne váljon le;
- a bevonat anyaga a hordozó anyagánál felsőbbrendű fizikai-mechanikai illetve termikus tulajdonságokkal kell rendelkezzen;
- az eljárás során a hordozó nem veszítheti el keménységét, szívósságát, vagyis nem lágyulhat ki, mert ez a réteg felpikkelyesedéséhez vezet, a mechanikai igénybevétel okozta deformációk miatt;
- az előállítási költség akkora kell legyen, hogy az új eljárás képes legyen átlépni a laboratórium küszöbét.

A felületkezelés szerszámtechnológiai alkalmazásai a vékonyréteg-technológiákban csúcsosodtak ki. Vékonyréteg-technológiának, nevezzük azokat az eljárásokat, aminek során a hordozó felületére ellenőrzött összetételű, nanométer-nagyságrendben mérhető vastagságú, egyes vagy multiréteg anyagfelvitel történik. A vékonyréteg-felviteli eljárások, ezek elvi alapjai szerint, két csoportba sorolhatók [37], [94]:

- a bevonatot vegyi reakciókkal előállító CVD eljárás (CVD *ang.*: Chemical Vapour Deposition);
- a bevonatot fizikai jelenségek felhasználásával előállító PVD eljárás (PVD *ang.*: Physical Vapour Deposition).

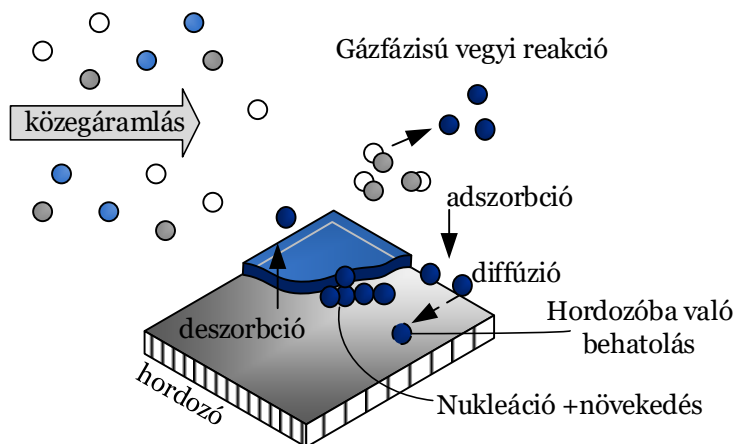
Mindkét elv alapján több, sajátos eljárás alakult ki, melyek a lehető legszélesebb alkalmazási területeket célozzák meg: korrózióvédelem, súrlódáscsökkentés, kopásállóság, hőállóság, vagy egyszerűen dekoratív célú bevonatok létrehozása. Jelen könyvben a szerszámbevonatokat tárgyaljuk részletesen.

1.9.1. A vékonyréteg-bevonatok létrehozásának elve

1.9.1.1. A CVD-eljárás. A CVD eljárás lényege, hogy két, vagy több, ellenőrzött összetételű, gőz- vagy gázállapotba hozott vegyületet *kémiai reakcióba hoznak*, mely reakció következtében, a bevonatolandó felületen *további termokémiai reakciók* játszódhatnak le, melynek végterméke lecsapódik a bevonatolandó felületre, részben beépül a hordozó felületbe és szilárd bevonatot képez. Az eljárás során keletkezhetnek szekunder reakciótermékek, amelyeket eltávolítanak. A CVD eljárás előnye, hogy jól tapadó, tömör bevonatot képez ami bonyolult alakú, üreges hordozón is biztonságos. Az eljárás által epitaxiális kristálynövesztés hozható létre. Legnagyobb hátrányát azonban a vegyi reakciók viszonylag magas hőmérséklettartománya okozza ($600 \div 1500\text{ }^{\circ}\text{C}$), mivel ebben a hordozók kilágyulhatnak. További hátránynak számít a reagensek magas ára, esetenként agresszív hatása (kloridok), mely különleges biztonsági intézkedések bevezetésére kötelez, ami a berendezés előállításával és működtetésével járó költségeket növeli.

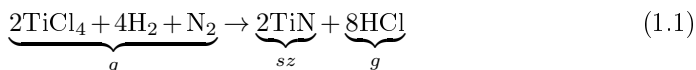
A CVD eljárást megvalósító felületközeli alapfolyamatokat az 1.6. ábrán szemléltettük. Az eljárás során biztosítani kell a reaktív gázkeverék összetételének állandóságát, valamint esetenként a hordozó fűtését, és a reakció melléktermékeiként jelentkező gázok elvezetését.

A CVD leggyakoribb szerszám-bevonatolási alkalmazásai a TiN, TiC, esetenként a TiCN, illetve a mesterséges gyémántrétegek felvitele.



1.6. ÁBRA. A CVD eljárás alapfolyamatai

A titánvegyületek felvitelére bonyolult vegyi reakciót kell előidézni. A kiindulási alapanyag a titán-klorid, amelyet hidrogénnel és nitrogénnel keverünk, argon-hajtógázos környezetben. A lejátszódó vegyi reakció egyenlete a következő:



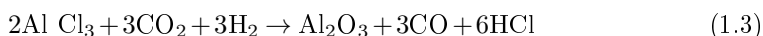
A titánvegyületek rétegfelviteli reakcióhője $800 \div 1100\text{ }^\circ\text{C}$ -s hőmérséklet-intervallumban történik, ezért elsősorban azok a hordozók jöhetnek számításba, amelyek az említett körülmények között nem lágyulnak ki, mint például a WC+Co keménymetall. Ha a hordozó kilágyul a bevonatolás következtében, akkor igen körülményes technológia alkalmazásával, de lehetséges (védőgázos környezetben vagy vákuumban) a visszakeményítő hőkezelés.

Egy másik, igen gyakran alkalmazott CVD-eljárás a szintetikus, polikristályos gyémántréteg (PCD) felvitele keménymetall vagy szilícium-hordozóra. A reagens közeg ebben az esetben a hidrogénnel dúsított metán, a szállítógáz pedig argon. A lejátszódó vegyi reakció a következő:



Az (1.2) reakció közel $1000\text{ }^\circ\text{C}$ -on, 40 torr nyomáson megy végbe, a rétegnövekedés sebessége átlagosan $1\text{ }\mu\text{m/h}$.

Az alumínium-oxid bevonat képzése keménymetall-lapkákon olyan szerszámokhoz vezet, amelyeknek abrazív kopásállósága lényegesen növekszik, ugyanakkor a szívóssága jelentősen nagyobb, mint a hagyományos kerámiáké. A CVD-eljárás ebben az esetben az alumínium-kloridot használja alapanyagként. A jelenség reakcióegyenlete a következő:



A reakcióhő $1100 \div 1500\text{ }^{\circ}\text{C}$. A számos hordozótípus meg bevonati anyag sajátos CVD-eljárások kifejlesztését követelte meg. Az egyes eljárásváltozatok megkülönböztetése a bevonati alkotóelemek gőzállapotba vitele szerint, illetve a reakció elindítási mechanizmusa szerint történik. A leggyakrabban alkalmazott eljárások a következők:

- izzószálas CVD-eljárás, amikor a reakcióhőt izzószál segítségével nyerjük. Többek között a polikristályos gyémántbevonat készítésénél használják.
- Plazma aktiválású CVD, amikor plazma, tipikusan 2,54 GHz frekvenciájú plazmahullám játssza az aktiváló szerepet.
- Plazmaszórású CVD, amikor a felhordandó anyagot plazma állapotba hozzák, vízzel hűtött réz anód és wolfrám katód között. Szállítógázként tiszta argont vagy nitrogént használnak, melyeket esetenként hidrogénnel illetve héliummal kevernek.
- Acetilén-oxigénlánggal segített CVD-eljárás

A plazmaszórású illetve az acetilén-oxigénlánggal segített CVD-eljárás esetében jelentősen megnövekedik a leválasztási sebesség, viszont a bevonat minősége gyengébb, mint az izzószállal illetve plazmával segített CVD-eljárások esetében. Ezért szerszám-bevonatok készítésére nem alkalmasak.

A CVD-eljárások legnagyobb hátránya, – mint ezt az előzőekben már említettük – a magas hőmérséklet. Az eljárás javítása érdekében elengedhetetlen a folyamati hő csökkentése. Bizonyos vegyületek rétegfelvitelét ilyen értelemben mátr megoldották (TaB_2 , TiB_2 , H-BN). A legutóbbi kutatások a reagens gázok aktiválásának nem termikus úton való növelését célozzák meg. Egy ilyen lehetőség a rádiófrekvenciás gerjesztés. Ebben az esetben viszont a CVD-eljárás a PVD-fele közeledik, és összetett eljárássá fejlődik.

1.9.1.2. A PVD- eljárás. A PVD eljárás, a CVD -eljárástól eltérően, a bevonat előállításához *kizárólag* fizikai folyamatokat használ fel. A PVD -folyamatok (gyakran vékonyréteg-folyamatoknak is nevezik) atomi rétegek lerakódási folyamata, aminek során a bevonat anyaga szilárd vagy folyékony halmazállapotból atomi vagy molekuláris gőz-halmazállapotba kerül, és előrehaladott vákuumban, vagy plazma-környezetben a céltárgyra irányított, ahol lerakódik és ezáltal vékonyréteg-bevonatot alkot [79]. A vékonyréteg lehet homogén, vagy összetett szerkezetű, illetve összetételű, a porlasztott anyagok kombinációjának függvényében. A fogadófelületek mérete is igen változatos: óraalkatrészekről az abalküveg-méretekig. A rétegvastagság pár nanométertől több ezer nanométerig terjedhet. A rétegeképződési sebesség $1 \div 10\text{ nm/s}$ tartományban van.

A PVD-eljárás, vegyi szempontból, lehet reakciómentes lerakódás, vagy reaktív lerakódás [41]. Reakciómentes lerakódás közben a párologtatott anyag átalakulás nélkül szerveződik bevonattá, míg a reaktív eljárás során a környezetgázzal reakcióba lép, és a reakciótermék lesz a bevonatképző (Például a TiN -bevonatok előállítása-kor). Átmeneti eljárás a kvázi-reaktív eljárás, amikor a bevonat-anyag a párologtatás

következtében bomlik, és ezt a bomlást parciális gázbevezetéssel kompenzálják. Tipikus példa erre az ITO⁸-bevonat készítése, aminek során a plazmába, kompenzáló elemként, oxigént viszünk be.

A PVD-eljárásnak négy fő kategóriáját különböztetjük meg [79], melyeknek elvi vázlatait az 1.7. ábrán láthatjuk:

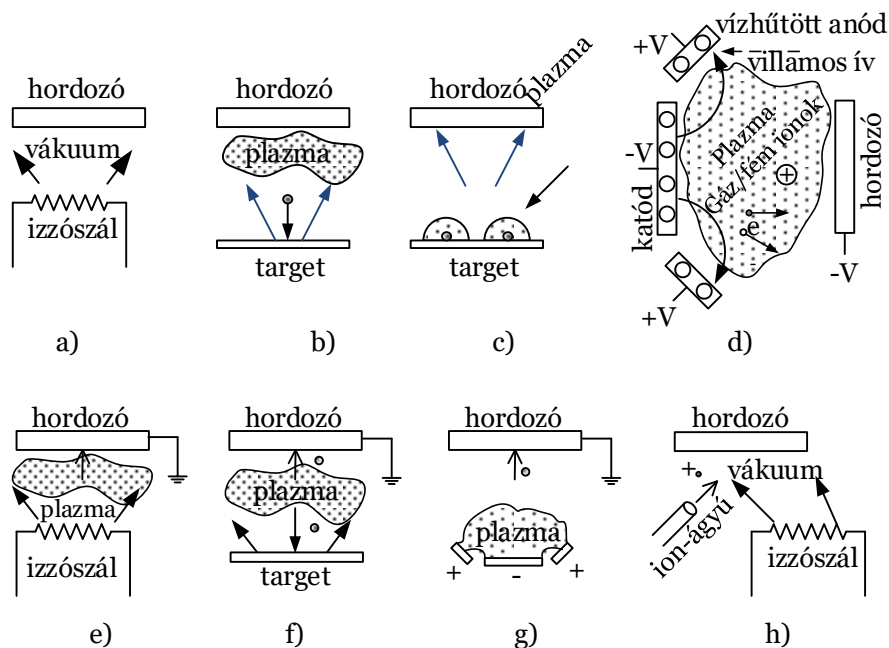
Vákuumban történő párologtatás. Ebben az esetben a bevonat-anyagot hevítéssel hozzák gáz állapotba (a) ábra). A hevítést termikus, vagy gyakrabban villamos úton érik el. A folyamathoz előrehaladott vákuum szükséges, $10^{-5} \div 10^{-9}$ torr intervallumban. A keletkezett bevonat a lehető legtisztább, mivel a rendszer légkörében nem tartózkodnak más gázatomok, csak a bevonatanyag-pára. Igen nagy a lerakódási, illetve a rétegépülési sebesség más eljárásokhoz viszonyítva. A forrásanyag magas hőmérsékletének az épülő rétegre káros hatását elkerülendő, a bevonatolandó felület és a forrás felülete között megfelelő távolságot kell biztosítani. A vákuumos párologtatással létrehozott vékonyréteg-felvitelt optikai célú, (lencsék, tükrök), permeabilitásgátló, elektromos vezető, korrózióálló, kopásálló vagy dekoratív bevonatok készítésére használják.

Vákuumporlasztásos eljárás. Ez a módszer a bevonat-anyag atomizált állapotát úgy hozza létre, hogy fizikai porlasztást alkalmaz. Ez úgy történik, hogy a bevonat-anyagból készített, szilárd halmazállapotú forrást (target-et (*ang.*)) nagyenergiájú, általában plazmából létrehozott, gáz-ionokkal bombázzák (b) és c) ábrák). Az ütköző ion kinetikai energiája elegendő ahhoz, hogy a target felületéről egy atomot kilőjön, ami utána – az elektromos térnek köszönhetően – a célfelület felé halad, és itt lerakódik. Az eljárásnak az a lényege, hogy a targetből kiemelt atomok és az őket kilövő ionok között számottevő, a bevonat-atomokat eltérítő ütközés ne, vagy kis valószínűséggel lépjen fel. Ezért a módszer sikeréhez itt is előrehaladott vákuumra van szükség. A porlasztás létrehozható szuper-előrehaladott vákuumban (< 5 mTorr), vagy ennél nagyobb ($< 5 \div 30$ mTorr) nyomáson. Utóbbi esetben a targetről visszavert porlasztó ionokat „be kell fogni”, hogy ne épüljenek bele a bevonat-rétegbe. A plazma-környezet a bevonatolandó felületek közvetlen közelére is korlátozható (c) ábra), de általában a target és a bevonatolandó felületek közötti teret foglalja el (b) ábra). A porlasztásos bevonatolást sikerrel használják félvezetők metallizációjához, dekoratív üvegek előállításához, keményréteg-felvitelhez forgácsolószerszámok esetében, CD-lemezek fényvisszaverő rétegének előállítására, valamint dekoratív célú bevonatok készítésére. Egyik leggyakrabban alkalmazott megoldás a plazma előállítására a villamos ív, katód-targettel (d) ábra).

Ionos bevonatolás. Az ionos bevonatolást (IAD, IVD)⁹ úgy valósítják meg, hogy a lerakódott réteget, lerakódás közben, nagy energiájú ionokkal bombázzák azért, hogy a réteg fizikai mechanikai tulajdonságait módosítsák (e), f), g) ábrák). Ebben az eljárás-változatban a réteganyag/ bombázó ionanyag -arány, valamint a bombázó ionok sűrűsége és energiája igen fontos rendszerparaméterek. A bombázó ionok lehetnek semlegesek, reaktívak, vagy éppenséggel az épülő réteg anyagából származók. Az ionbombázással kísért bevonatolás kétféleképpen valósítható meg: úgy, hogy az

⁸ Ón-oxidral szennyezett Indium-oxid, 90 % indium-oxid tartalommal.

⁹IAD– Ion Assisted Deposition, ion-asszisztált lerakódás; IVD– Ion Vapor Deposition, iongőzből való lerakódás



1.7. ÁBRA. A PVD eljárás változatai

ionokat plazmából különítjük el, vagy előállításuk elkülönített ion-ágyúval történik. Ez utóbbit ionsugár-kíséretű bevonatolásnak nevezzük (IBAD¹⁰, d) ábra). A bevonatanyagot párologtatással, porlasztással, villamos ívvel vagy gőzbontással állítják elő. Nagy sűrűségű, összetett szerkezetű kemény bevonatok előállítására alkalmas módszer.

Villamos íves bevonatolás. A eljárásnak az a lényege, hogy alacsonyfeszültségű, nagy áramerősségű villamos ívet hoz létre a target bevonásával, amely a keletkezett hő hatására gázállapotba kerül. A polarizáció előjelétől függően létezik katódíves eljárás (a target a katód) illetve anódíves eljárás. A keletkezett gőz igen magas mértékben ionizált, ezért általában a fogadófelületet elektromosan terhelik, az ionok felületre irányítása és gyorsítása céljából. Kemény bevonatok készítésére alkalmas eljárás.

A PVD-eljárásoknak az az előnye, hogy a bevonatolás hőmérséklete nem haladja meg az 550 C°-ot, ezért problémamentesen alkalmazható edzett és megeresztett gyorsacél szerszámokra, vagy keményfém hordozókra.

¹⁰Ion Beam Assisted Deposition

1.9.2. A leggyakrabban előforduló vékonyréteg-bevonatok

1.9.2.1. CVD-bevonatok. Jóllehet az első vékonyréteg-bevonatok [92] a XX.-ik század '70-es éveiben jelentek meg (TiC-bevonat acélhordozón), és utána multiréteg-felvitelt is sikeresen valósítottak meg, az elmúlt évtizedben vitathatatlanul a PVD-eljárások kutatására összpontosítottak. A CVD-eljárás kevéssel 1990 után a polikristályos gyémántbevonat létrehozásában ünnepelhette legnagyobb sikerét. Eközben a PVD-technológia szétágazott. 1985-1990 között megjelenik a TiN réteg megvalósítása mellett a TiCN és a TiAlN rétegfelvitel. 1995 után kísérletezték ki a váltakozó keménységű és összetételű mikrorétegeket, amiből a bevonatréteg fel- helyesebben mondvá: összeépült. Meg kell jegyezni, hogy CVD-eljárással is lehetséges többfajta réteg felvitele. A 2000. év a TiAlN illetve az AlTiN nanorétegek megvalósítását jelentette. 2005 után indultak a kísérletek az AlCrN illetve az Al_2O_3 rétegek felvitelére, melyek sikerrel zárultak.

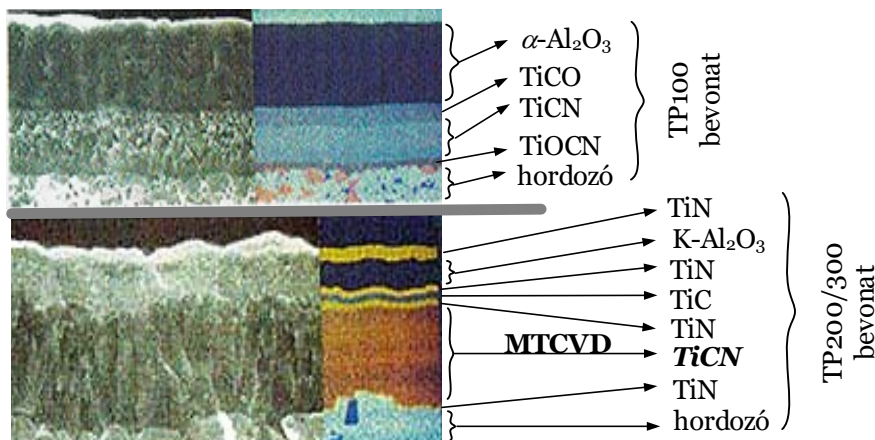
CVD-eljárással általában keményfém-hordozót szoktak bevonatolni. Az egyrétegű bevonatot a múlt század '70-es éveinek végétől nem alkalmazzák. A leggyakoribb CVD-bevonatok TiC, TiCN, TiCO, TiCN illetve Al_2O_3 rétegből épülnek fel [55]. A CVD-eljárás legújabb változata, az úgynevezett MTCVD¹¹, azaz közepes hőmérsékleten előállított CVD-folyamat. Az alacsonyabb hőmérséklet meggátolja a lerakódási folyamatban a rétegek repedését, így mindenik réteg ép, összefüggő, sima és szívós rétegre épül. A két eljárás közötti különbség eredményét szemlélteti az 1.8. ábra. A baloldali réteg hagyományos CVD-eljárással készült. De az alacsonyabb hőmérsékleten előidézett lerakódásban nem jelennek meg azok a hagyományos CVD-eljárásra jellemző repedések, melyek a magasabb hőmérsékletről való lehűlés és az egyes rétegek hőtágulási tényezőjének különbségéből ered. Az alsó rétegfelvételen jól látszik, hogy több réteget lehetett felvinni, a TiN és TiC rétegek váltakoznak, az alumíniumoxid réteg és a közvetlenül alatta levő réteg átmenetében nincsenek mikropredések. Következésképpen az MTCVD technológiával készült bevonaton sokkal nagyobb előtolást lehetett megvalósítani. A kísérletek [55] azt mutatják, hogy a 0,006 inch/ford. előtolás mellett még egyformán viselkedik a kétfajta bevonat, de utána a CVD-eljárással készült rohamosan megy tönkre. A 0,012 inch/ford. előtolás mellett a CVD-burkolatú lapkák egyike sem éli túl a tesztforgácsolást, míg az MTCVD-bevonatúak közül 3 a 10-ből túléli. 0,016 inch/ford felett már nem folytatták a kísérleteket. Világosan kitűnik, hogy a CVD-eljárás során fellépő magas hőmérséklet, bárhogy is tökéletesítjük a folyamatot, mindig korlátozni fogja a fejlődő rétegek minőségét, a rétegfínomságot és a szívósságot, mivel a reziduális feszültségeket nem lehet adott határ alá csökkenteni.

A gyártó cégek CVD-eljárással bevonatolt lapkái között levő technológiai elvi különbségek elenyészőek: ugyanazok a bevonatok, majdnem ugyanabban a sorrendben, és közel azonos vastagságokban. A különbség a technológiai rendszer beállítási paramétereiben, valamint a hordozó állapotában van. (Természetesen, a cégek gondosan zárolják a gyártásparamétereket tartalmazó információkat). Tájékoztatásul a 10. táblázatban összesítettük a legjellemzőbb CVD- illetve MTCVD bevonatú lapkák összetételét és ajánlott felhasználási területeit [11].

¹¹MTCVD=Medium Temperature Chemical Vapor Deposition

10. TÁBLÁZAT. CVD- MTCVD eljárással bevonatolt lapkaminőségek és felhasználási ajánlások.

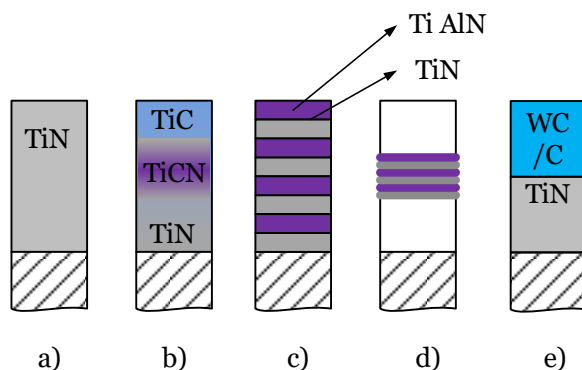
Típus	Összetétel és felhasználás
ISCAR/ SUMOTEC	
IC428/ IC5005	Egy TiCN-TiC-Al ₂ O ₃ multilayer, CVD bevonatolt minőség. Szürke és gömbgrafitos öntöttvas hornyolására és esztergálására ajánlott. Közepes nagy vágósebességeket elvisel. Megszakított felületek megmunkálására, illetve intenzív forgácsolásra is használható. ISO besorolása K10 –K25
IC428/ IC5005	Keményfém-hordozóra, MTCVD eljárással felvitt TiCN és vastag Al ₂ O ₃ bevonatú minőség. Főleg gömbgrafitos öntöttvas leszűrő (korlátozottan), hornyoló, hosszanti illetve homlokesztergálására ajánlott. Közepes és nagy vágósebességeket bír meg stabil és enyhén csökkentett merevségű forgácsolórendszerekben. ISO besorolása: K05-K20, P05-P15, H15-H25.
IC4028/ IC5010	Szívós hordozóra MTCVD eljárással felvitt TiCN és vastag Al ₂ O ₃ bevonatú minőség. Szürkeöntvény esztergálására ajánlott. Közepes és nagy vágósebességeket bír meg stabil és enyhén csökkentett merevségű forgácsolórendszerekben. ISO besorolása: K05-K20.
IC8048/ –	TiCN-TiC-Al ₂ O ₃ multilayer, CVD bevonatú minőség. Öntöttvas és acél esztergálására ajánlott, közepes és nagy forgácsolósebességeken. ISO besorolása P05-P30, K05-K20.
IC9007/ –	TiCN-Al ₂ O ₃ /TiN multilayer, CVD bevonatú minőség. Öntöttvas és acél esztergálására ajánlott, magas forgácsolósebességeken. ISO besorolása K10-K20, P10-P20.
IC9150/ IC8150	Igen kemény hordozóra, MTCVD- technológiával felvitt TiCN réteg, erre CVD eljárással telepített vastag Al ₂ O ₃ réteg, TiN védőbevonattal. Acél és gömbgrafitos öntöttvas nagysebességű forgácsolására (esztergálás, marás) ajánlott, megszakításos forgácsvétel esetére. rozsdamentes acélok forgácsolására is használható, alacsony, esetleg közepes forgácsolási sebességeken. ISO besorolása P01-P35, K01- K15
IC9250/ IC8250	Szívós hordozóra, MTCVD- technológiával felvitt TiCN réteg, erre CVD eljárással telepített vastag Al ₂ O ₃ réteg, TiN védőbevonattal. Kiváló hőállóságú és keménységű minőség. Ötvözött és rozsdamentes acélok általános forgácsolására, igen széles paraméterek és feltételek között ajánlott. ISO besorolása P10-P35, M05-M20
IC9350/ IC8350	Emelt szívósságú hordozóra, MTCVD- technológiával felvitt TiCN réteg, erre CVD eljárással telepített vastag Al ₂ O ₃ réteg, TiN védőbevonattal. Kiváló szívósságú bevonat, és jó kopásállóságú. Ötvözött és rozsdamentes acélok megszakításos forgácsolására, kis merevségű forgácsolórendszerekben ajánlott, közepes és nagy forgácsolósebességek mellett. ISO besorolása P20-P45, M15-M30.
IC9054/ –	TiCN- Al ₂ O ₃ -TiN multilayer, CVD bevonatú minőség. Szívóssága megfelelő. Szén- ötvözött- és rozsdamentes acélok hornyolására és esztergálására ajánlott, közepes és nagy forgácsolósebességek mellett. ISO besorolása P15-P40, M15-M30.
IC9080/ IC8080	Kemény, finomszemcsés TiCN- Al ₂ O ₃ -TiN multilayer, MTCVD bevonatú minőség. Kiváló az élkítőredezéssel és abrazív kopással szembeni ellenállása. Öntöttvas és acél nagysebességű fűrésére alkalmas. Lapkás fűrők külső betétjének ajánlott. ISO besorolása K01-K20, P05-P20



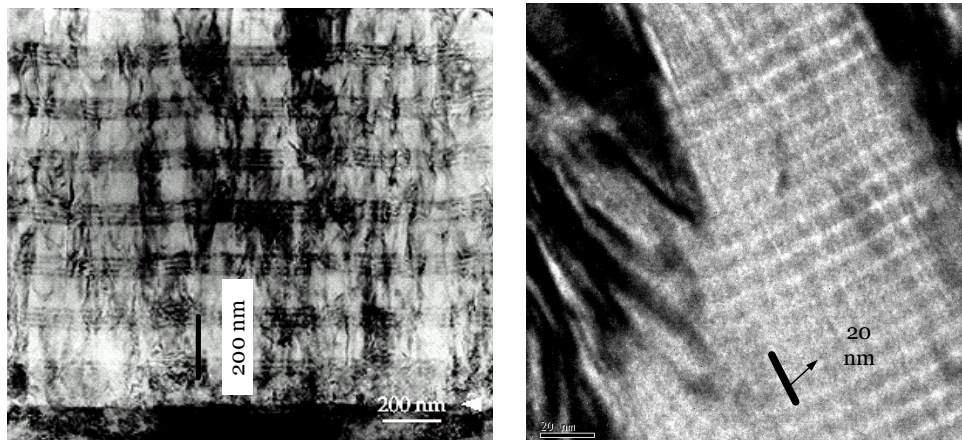
1.8. ÁBRA. A CVD és MCVD eljárással felvitt multiréteg-bevonatok strukturális különbségei [55] pásztázó elektronmikroszkópos felvételen

A Kyocera-cég majdnem hasonló minőségeket gyárt [10]. A CA-sorozatban multilayer kivitelezésű minőségek szerepelnek, míg az egyetlen egyréteg-bevonat a CR 9025, amelyet vastag TiCN bevonattal láttak el, többcélú felhasználásra.

1.9.2.2. PVD-bevonatok. A PVD-bevonatok korszerűbb technológiát jelképeznek, mint a CVD-bevonatok. Mint már említettük, a relatív alacsony (550 C°)-on megvalósított (kristály)rétegnövesztés sokkal finomabb struktúrák fejlődését teszi lehetővé, mint a CVD-eljárás. Akár a CVD-eljárásoknál, itt is előbb az egyrétegű bevonat jelent meg. Az előrehaladott vákuumban sikerült azonban, a rendszer paramétereinek megfelelő változtatásával, különleges rétegösszetételeket elérni. A PVD-eljárással létrehozható rétegszervezés elvi felépítését az 1.9. ábrán szemléltettük.



1.9. ÁBRA. A PVD eljárással létrehozható bevonatrétegek szerkezeti felépítése [92]



TiAlN/TiN multilayer
Ti/Al=70/30

TiAlN/TiN¹ és AlTiN/TiN² nanolayer-ek
¹Ti/Al=60/40 ²Ti/Al=40/60

1.10. ÁBRA. *Ti, Al, N szerkezetű mikro-és nanorétegek elektronmikroszkópos felvétele [92]*

Az *a)* felépítés az első próbálkozások eredményét tükrözi. Keményfémre, gyorsacél-szerszámmra felvitt TiN -réteg. A TiN keménysége és kopásállósága sokkal nagyobb, mint a hordozóé, ezért a rétegfelvitel áttörést hozott. A TiN keménységét és kopásállóságát a TiCN felülmúlja. Ahhoz, hogy a karbonitridet be lehessen hozni a rétegbe, a következő lépés a gradiens felépítésű egyréteg létrehozása kellett legyen (*b)* ábra). Megfigyelhető, hogy a hordozóhoz közvetlenül TiN kapcsolódik, majd ez átmegy TiCN-be, és a felső, burkolóréteg már a TiC. A gradiens szerkezetű réteget úgy építik fel, hogy időben vezérlik a bevonatolókamra gázösszetételét.

A *c)* megoldás szerkezetileg áttörést jelent, ugyanis az egyréteg-bevonat helyett elemi, ismétlődő mikrorétegek egymásra építésével létrehozott, úgynevezett mikro-multiréteg bevonat lett megvalósítva. A mikro-multiréteg egyes elemeinek vastagsága 70-110 nm. Ábránkon a TiN és a TiAlN rétegek elvi váltakozását látjuk. A multiréteget azért alkották meg, hogy a bevonati rétegfeszültség-értékeket irányítani lehessen, és ezáltal a bevonatnak a kopásállóságát és hőállóságát az egyrétegű bevonathoz képest növelni lehessen – ugyanakkor a réteg szívóssága lényegesen javuljon.

A nanoréteg a mikroréteg továbbfejlesztése. A nanoréteg vastagsága 4-10 nm nagyságrendű. A nanoréteg létrehozása feltételezi az anyagadagolási és kristálynövekedési folyamat teljes ellenőrzését. A nanorétegek felépítése igen változatos lehet. A klasszikus nanoréteg- multilayer szerkezetet a *d)* ábra szemlélteti. A nanoréteges és a mikroréteges bevonat-szerkezetek közötti különbséget az 1.10. ábrán igen könnyen fel lehet ismerni. Figyeljük meg, hogy atomi szinten szinte bármilyen arányban lehet kombinálni a tiszta elemeket! Ez CVD- technológiával nem lehetséges.

Az utóbbi évtizedben számos új, nanoréteg-építő anyagtípus jelent meg [13], [80], [44]. A klasszikusnak számító, titán, alumínium és nitrogén hármas kibővült a vanádium, a króm és yttrium, valamint ezek nitridjeinek beépítésével. Az nanoréteg-felvitel lehetővé teszi az úgynevezett szuperrács-szerkezet kialakítását. A szuperrács [13], [80], [44] két, teljesen különböző fizikai tulajdonságú nanoréteg alternált egymásra építése. A bevonat, mint ezen rétegek összessége, egyesti az alkotóelemek fizikai-mechanikai tulajdonságait.

Az anyagkutatások jelen állása szerint az alábbi szuperrács- nanoszerkezeteket kutatják [13]:

- *TiAlCrN/TiAlYN nanoréteg pszeudo-szuperrács szerkezet.* A hordozó anyagába krómatom-beültetés előzi meg az első, közelítőleg 2 nm vastagságú TiAlCrN- réteget. Erre épülnek a TiAlCrN/ TiAlYN nanoréteg-párok melyek vastagsága közelítőleg 1,7 μm . Melegalakító, hidegalakító és fröccsöntő szerszámacélok száraz, nagysebességű forgácsolására, alumínium és titánöt-vözetek száraz forgácsolására, Inconel-ötvözet forgácsolására ajánlott. Nem forgácsolási alkalmazásai a repüléstechnikai titánöt-vözetek bevonatolása, ab-razív hatású anyagok fröccsöntő szerszámainak védőbevonata, melegmegmunkáló szerszámok bevonata.
- *TiAlN/VN nanoréteg szuperrács szerkezet.* Az első közel 2nm vastag VN réteg, a hordozó felületébe vanádium-atomokat ültetnek. A VN/TiAlN nanorétegpár közelítőleg 3,5 nm vastagságú, azaz közel kétszerese a TiAlCrN/ TiAlYN rétegpárnak. Gyorsacél-szerszámok bevonatolására, Inconel, Hastaloy, René és más, gazdagon ötvözött acélok forgácsolására alkalmas keményfém-lapok bevonatolására ajánlott.
- *CrN/NbN nanoréteg szuperrács ötvözet.* Nb-beültetéssel előkészített hordozófelületre épül CrN alapréteg, erre az alternatív CrN/NbN nanorétegek. A parciális rétegvastagságok a TiAlN/VN bevonat hasonló méreteivel egyeznek. Turbinalapátok, élelmiszeripari gépek, kések, orvosi eszközök, szikék, láncfűrész-fogak, kőolajipari berendezések elemeinek bevonatolására ajánlott. Alacsony, 250 $^{\circ}\text{C}$ alatti alkalmazásokra használható, tehát fémforgácsolásra nem alkalmas.
- *C/Cr nanoréteg szuperrács szerkezet.* Alacsony surlódási együtthatója miatt ($\mu \in (0,15 \div 0,2)$) szilárd kenőanyag-burkolatként használható, főleg autóalkatrészek, csapágys, élelmiszeripari gépalkatrészek, orvosi műszerek bevonatoló anyagaként. A súrlódás csökkentése érdekében az előbbi bevonatokra fedő-bevonatként alkalmazható. Ilyen formában ajánlott a magas kobalttartalmú nikkelöt-vözetek forgácsolására.

Végül, az 1.9. ábra utolsó képe a WC/C nanoréteg súrlódáscsökkentő burkolat. Ezt szárazforgácsoló fűrők forgácshornyának bevonatolására fejlesztették ki, mivel magas mikrokeménysége (1000 HV) és alacsony súrlódási együtthatója. Az amorf szén- wolframkarbid bevonat a szerszámok forgácselvezető felületei számára ideális bevonat. Főleg a belső megmunkálások szerszámai esetében javallott.

1.10. KÖSZÖRŰSZERSZÁM- ANYAGOK

A köszörűszerszámok felépítésükben, működésükben és forgácsolási paramétereikben lényegesen különböznek a köszörülést megelőző forgácsolási műveletek szerszámaiktól. Az esztérgálás, marás, vésés, gyalulás, fogazás szerszámai *szabályos élgeometriával rendelkező szerszámok*: a forgácsolóék szögeit a felhasználásnak megfelelően alakítjuk ki. Ezzel ellentétben, a köszörűszerszámok *meghatározhatatlan élgeometriát* mutatnak – ez felépítésükből adódik. Pontosan előállíthatjuk a köszörűszerszám alakját és összetételét, de ezen belül a forgácsolóék elhelyezkedését nem tudjuk befolyásolni. Ez okból kifolyólag a köszörűszerszám-anyagok alfejezetben a köszörűszerszámok is helyet kapnak.

1.10.1. A köszörűszerszámok felépítése

A köszörűszerszám szuperkemény forgácsolószemcsékből és kötőanyagból álló, szabályos forgástest vagy hasáb. Ha forgástest-alakú, akkor befogószárral vagy -furattal ellátott. A hasáb alakú köszörűkövek nagyobb, összetett köszörűszerszámok betételei (síkköszörű-fej vagy hónolófej-elem). A köszörűszerszámok forgácsoló részének szerkezetét az 1.11. ábrán szemléltetjük. Megfigyelhető, hogy a kemény, illetve szuperkemény szemcsék kötőanyagba ágyazottak, de a szerszám tömegében pórusok is találhatóak. A pórusok mértékének függvényében megkülönböztetünk tömör, féltömör és laza szerkezetű köszörűszerszámokat.

A szemcse forgácsoló geometriáját a saját alakja, illetve a szerszámtestben való elhelyezkedése határozza meg. Általában negatív homlokszögű forgácsolóék alakul ki. Idővel a szemcse tompul, és többé nem képes a forgácsleválasztásra. Ekkor a tompa szemcse és a megmunkált felület között igen nagy felületi nyomás keletkezik, a megoszló súrlódási erőrendszer nyomatéka pedig kiszakítja a tompa szemcsét a kötőanyagból. Ily módon új szemcse szabadul fel és kerül forgácslőhelyzetbe. Ezt a folyamatot önéleződésnek is nevezzük. A fent elmondottak alapján belátható, hogy a köszörűszemcsék méretszórása adott szerszámon belül a lehető legkisebb kell legyen, hogy az önéleződés a lehető legegyszerűbben történjen. Másrészt a szemcse anyagát, méretét és a kötőanyag minőségét a köszörült anyag jellemzőivel összefüggésben kell megválasztanunk. Erre részletesen később kitérünk.

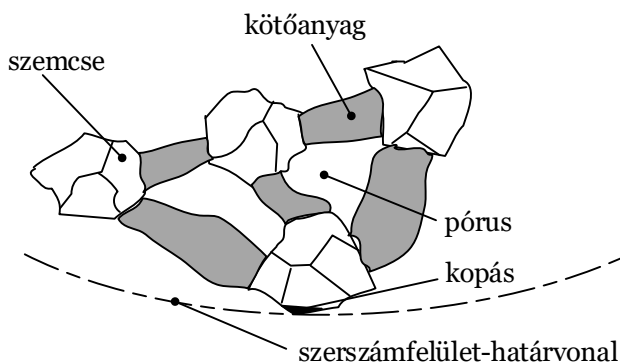
1.10.2. A köszörűszerszámok osztályozása

A köszörűszerszámok osztályozását több szempont szerint végezzük el. A köszörűszemcse anyaga szerint megkülönböztetjük az

- alumínium-oxid,
- szilícium-karbid,
- köbös bór-nitrid és
- gyémánt

köszörűszerszámokat. Kivitelezés szempontjából vizsgálva léteznek

- kötött szerkezetű, merev forgástestek;
- köszörűszalagok;
- egy- két- vagy többbrétegű, ragasztott CBN- vagy gyémántburkolatú, fém- vagy műanyaghordozóra épített köszörűszerszámok.



1.11. ÁBRA. Kőszőrűszerszám szerkezeti felépítésének elvi vázlata

Az utóbbi csoport a legújabb fejlesztések eredményeként jött létre, és alkalmazása igen hatásos, főleg olyan kőszőrűlési műveletek esetében ahol a szerszám alaktartásával szemben fokozott igényeket támasztunk. A kőszőrűszerszámok alakja, valamint összetevő elemei (szemcse, kötőanyag, szalaganyag, hordozó, ragasztó) illetve az ezek bevizsgálása mind Európában, mind Amerikában szigorú szabványrendszerbe vannak foglalva. A kőszőrűszerszámok üzemsebessége a meghatározott élgeometriával rendelkező szerszámokénál nagyságrendekkel nagyobb, összetétele pedig messze heterogénebb, így használatuk fokozott megelőző munkavédelmi intézkedéseket követel meg.

A kőszőrűszerszámokkal kapcsolatos európai szabványrendszer főként kőszőrűszerszám-anyagokkal kapcsolatos részeit a 11. táblázatban foglaltuk össze. Az amerikai szabványrendszerben a kőszőrűléssel és szerszámaival kapcsolatos információt a B7, illetve B74 jelű ANSI szabványtörzsek tartalmazzák. A világ neves kőszőrűszerszámgyártói lényegében az európai (ISO), az amerikai (ANSI) és a japán (JIS) szabványrendszer szerint dolgoznak. A modern, megosztáson alapuló termelés szükségessé tette azt kommunikációt, amely megvalósíthatja a különböző szabványrendszerek anyagra és szerszámra vonatkozó minőségi előírások közötti átjárhatóságot: jórészt ez ma még egy igen nehéz feladat, de már születtek ekvivalencia-kimutatások. Az UAMA (United Abrasives Manufacturer's Association) neves amerikai cégek és az Európai Kőszőrűszerszám-készítők Egyesülete (FEPA=Federation of European Producers of Abrasives) lényeges összehasonlító elemzéseket közöl honlapján, ami megkönnyíti az egyes gyártók termékeivel kapcsolatos tájékozódást.

1.10.3. kőszőrűszerszám-anyagok és jellemzőik

A kőszőrűszerszám-anyagokat keménységük és ebből fakadó abrazív hatásuk alapján azonosították. A természetben megtalálható anyagok közül a gránát, cérium-oxid, korund, kovakő(flint) és a természetes gyémánt azok, amelyek a kezdetleges kőszőrűszerszámok (vagy csak egyszerűen koptató-csiszolószerszámok) anyagát alkották. A természetben talált abrazív anyagok vegyi és mechanikai tulajdonságai, lelőhelyüktől

11. TÁBLÁZAT. A köszörülésre és szerszámaira vonatkozó ISO-szabványrendszer

Szabványjel	Vonatkozás
ISO 525:2013	Kötőanyagos köszörűszerszámok általános követelményei
ISO 525:2013	Kötőanyagos köszörűszerszámok általános követelményei
ISO 603-1:1999 ÷ ÷ ISO 603-18:1999	Kötőanyagos köszörűszerszámok alakja és előírásai különböző műveletekre
ISO 666:2012	Köszörűszerszámok központosító karimás szerelési előírásai
ISO 2421:2003	Szemcsebevonatú hengeres köszörűrudak
ISO 2976:2005	Köszörűszalagok; A szalagszélesség és szalaghossz helyes arányának megválasztása
ISO 3366:1999	Köszörűszalagtekercsek
ISO 3919:2005	Szemcsebevonatú száras köszörűtárcsák
ISO 5429:2012	Szemcsebevonatú központosítókárimás köszörűtárcsák
ISO 6103:2005	Kötőanyagos köszörűszerszámok statikus kiegyensúlyozására vonatkozó előírások
ISO 6104:2005	Gyémánt illetve CBN- alapú szuper-köszörű anyagok: általános áttekintés, rendeltetés és nemzetközi megnevezések
ISO 6106:2013	Köszörűszemcse méretének meghatározása
ISO 6344-1:1998 ÷ ÷ ISO 6344-4:1998	A köszörűszemcse-méret és mikroszemcse-méret eloszlásának meghatározása
ISO 9136-1, 9136-2: 2004	normál- illetve mikroméretű köszörűszemcsék tömegsűrűségének meghatározása
ISO 9138:2013	Köszörűszemcsék mintavételezése és méretalapú szétválogatása
ISO 9285:1997	Köszörűszemcse és nyersanyag- Olvasztott alumínium-oxid vegyi elemzése
ISO 9286:1997	Köszörűszemcse és nyersanyag- Szilícium-karbid vegyi elemzése

függően, igen eltérők. A mai köszörűszerszám-gyártástechnológia ezen anyagok mesterségesen előállított változatait alkalmazza az esetek nagy többségében, mivel a vegyi összetétel és a mechanikai jellemzők szórása sokkal kisebb. A továbbiakban a felsorolt anyagok legfontosabb sajátosságait, vegyi összetételük függvényében részletezzük [25].

1.10.3.1. Alumínium-alapú vegyületek. mint az előbbieken is említettük, az alumínium-alapú abrazív vegyületek alapanyaga az alumínium-oxid. Igen jelentős vegyület, keménysége 9,0 a Mohs -féle skálán. Előfordulási illetve előállítási változatai a következők:

- a. *Fehér olvasztott alumínium-oxid.* Magas, 99 %-os, vegytisztaságú Al_2O_3 . Elsősorban a magas vegytisztaság-igényű alkalmazásokban használatos, mint

- orvosi, fogászati, illetve más, sajátos ipari alkalmazások. Általában kemény-sége kisebb és törékenysége nagyobb más abrazív anyagokénál. A szemcsék tömbös alakúak, alakmutatójuk 1:1, 1:3 ¹²értékek között ingadozik.
- b. *Fehér, kalcinált alumínium-oxid.* Igen magas, 99,5 %-os, vegytisztaságú Al_2O_3 . Magas hőmérsékleten, magkristályról való növesztés útján állítják elő. Kristályai lemezes hatlap-rendszerűek, alakmutatójuk 5:1. Leginkább leppelésre, csiszolásra és fényezésre használják. Rudakba vagy különböző alakú betétekbe tömörítik, de alkalmazzák a kerámiák összetevőjeként is.
 - c. *Krómozott alumínium-oxid.* A fehér alumínium -oxid és a króm-oxid (Cr_2O_3) elegyítésével létrehozott, rózsaszín kőszőrűanyag, melynek szívóssága enyhén nagyobb, mint az olvasztott, fehér alumínium-oxidé. Szívósabb kőszőrűszerszámot igénylő műveletek esetében használatos.
 - d. *Barna olvasztott alumínium-oxid* 2-4 % titán-oxidot (TiO_2) tartalmazó olvasztott alumínium-oxid kőszőrűanyag. A jelenlegi kőszőrűszerszám-ipar leginkább alkalmazott anyaga, melyet a kőszőrülési eljárások igen széles skáláján alkalmaznak. Kötöttszemcsés kőszőrűszerszámok, bevonatolt kőszőrűszerszámok, valamint tűzálló elemek építésére is alkalmas.
 - e. *Alacsony titántartalmú barna olvasztott alumínium-oxid* Az előbbi változatnál jóval alacsonyabb, csupán 1-2 % titán-oxidot tartalmaz, a szemcse szívósságának növelése érdekében. Ragasztott kőszőrűkorongok, vagy bevonatolt kőszőrűszerszámok készítésére használják, fokozott szívósságú kőszőrűszemcsét igénylő alkalmazásokban.
 - f. *cirkónium-alumínium oxid* Az alumínium-alapú kőszőrűanyagok legszívósabbika. Kötöttszemcsés kőszőrűkorongok, bevonatolt kőszőrűkorongok gyártásához, illetve fűvások csiszoló eljárásokban abrazív közegként használják.
 - g. *Hidratált alumínium-oxid* 1 mm vagy ennél is kisebb méretű, kristályvizet is tartalmazó kristályokból álló igen puha abrazív anyag, melyeket finom csiszolásra, vagy kerámiák nyersanyagaként hasznosítanak.
 - i. *Alumínium-kerámia* Diszperzált kolloidális alumínium-oxid szinterelése útján előállított nagy vegytisztaságú és fokozott szemcsefinomságú anyag. Szívóssága alkalmassá teszi acélok és kemény ötvözetek precíziós kőszőrülésére. Mind kötöttszemcsés, mind bevonatolt szerszámok előállítására alkalmas.

1.10.3.2. Szilícium-alapú vegyületek. A szilícium-karbid (SiC) , vagy ipari nevén *karborundum* 9,3 Mohs keménységű, mesterségesen előállított anyag. A karborundum az Acheson¹³ -féle eljárással készül, úgy, hogy egy szemcsés szénmagot 60 %-ban kvarchomokból (SiO_2) és 40 %-ban szénporból álló keverékkel vesznek körül és a magon keresztül áramot vezetnek (Elektrotechnika, XX. évf., 5-6. szám, Budapest, 1927. március 15.). A magas hőmérsékleten (1800-2000 °C) végbemenő gőzfázisú reakció következtében létrejön az α – SiC karborundum. Különleges keménysége igen magas

¹²Az alakmutató a szemcse legkisebb és legnagyobb méretének aránya.

¹³Edward Goodrich Acheson (1856-1931) pennsylvaniai származású amerikai vegyész, aki egy ideig Edisonsnak munkatársa volt. Hamarosan saját, igen sikeres vállalkozásba kezd, figyelmét főként az elektrotechnikai és vegyi ipari alkalmazások keresésére összpontosítja. 1894-ben alapítja meg a Carborundum Company-t Mongohela Cityben (Pennsylvania). A későbbi években a mesterséges grafit előállítási eljárását dolgozta ki. Az általa alapított cégek ma is élnek.

hőállósággal is párosul, aminek következtében nemcsak a köszörűszerszámok, hanem a hőálló berendezések gyártásában is hasznosítják. Két típusa létezik.

- Zöld karborundum, mely 99 % tisztaságú. Kötött szemcsés és bevonatolt köszörűszerszámok előállítására egyaránt alkalmas, bár az utóbbira, magas tisztasága miatt, érdemesebb. Törékenyebb, mint a fekete karborundum.
- Fekete karborundum, 95-98 %-os tisztaságú. Egyaránt alkalmas kötött szemcsés és bevonatolt szerszámok előállítására, valamint hőálló burkolatok előállítására. A szemcséje szívósabb, mint a zöld változaté.

A mesterségesen előállított köszörűszerszám-anyagok közé sorolható a köbös bór-nitrid, illetve a szintetikus gyémánt. Ezekről korábban szoltunk.

1.10.4. A köszörűszemcsék alakja

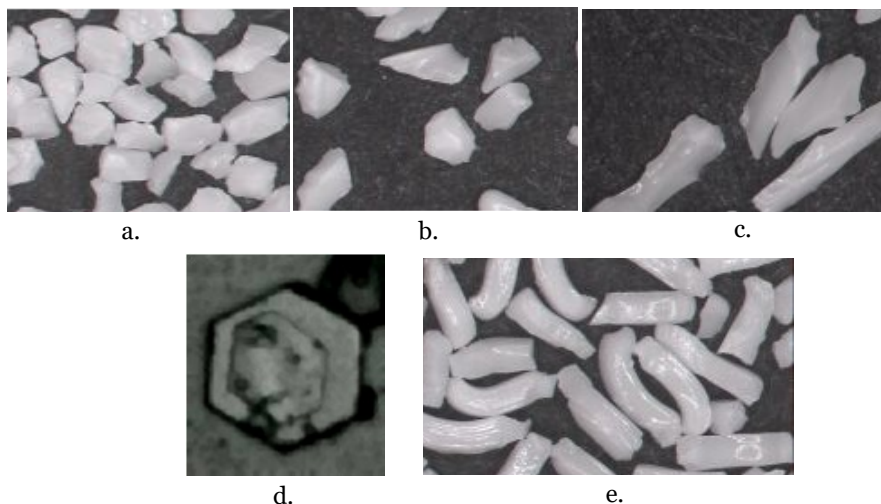
A köszörűszemcse alakja sokféleképpen befolyásolhatja a szerszám forgácsleválasztó teljesítményét, hatékonyságát, illetve a köszörült felület alatti anyagrétegben ébredő feszültséget. Adott megmunkálási esetek sajátos szemcsealakú kristályokból álló szerszámot igényelnek. Az olvasztott alumínium-oxid és karborundum szerszámok esetében a szemcse alakmutatója az elsődlegesen figyelembe vett paraméter. A CBN illetve a mesterséges gyémánt számára a szemcse alakmutatója irreleváns vagy félrevezető is lehet. A gyakorlatban az alábbi szemcsetípusokkal találkozunk a leggyakrabban:

- a. Zömök tömbös alak (1.12a. ábra). Alakmutatója közelítőleg 1. Koptatással állítják elő, hogy az igen éles, de törékeny szemcsék eltűnjenek. Lekerekített vagy éles, tömbös alakban állítható elő, a koptatási eljárás paramétereinek szabályozásával. Zömök alakja miatt szívóssága kiváló. Intenzív köszörülési vagy fúvásos abrazív eljárásokhoz ajánlott.
- b. Hosszúakasan tömbös alak (1.12b. ábra). Alakmutatója 1:1,5. Alacsony szívósságú lapos vagy tűszerű szemcséket nem tartalmaz. Változatos köszörülési, fúvásos abrazív vagy hőálló alkalmazásokhoz javallott.
- c. Éles, szálkás alak (1.12c. ábra). Különleges eljárással előállított zúzott szemcse, amelynek lényege az igen éles geometria. Alakmutatója 1,5:1 ... 3:1 között váltakozó. Főleg köszörűszerszám-bevonatok készítésére alkalmas, valamint speciális esetekben kötött szemcséjű köszörűkorong előállítására is használják. Jellemzően intenzív forgácsleválasztást biztosít.
- d. Lapos alak (1.12d. ábra). Általában a kalcinált alumínium-oxidok esetében fordul elő
- e. Extrudált alak (1.12e. ábra). Különleges extrúziós eljárásokkal előállított szemcse. Forgácsleválasztása, de szívóssága is kiváló.

1.10.5. A szemcsék kezelése

A köszörűszemcséket a kötőanyaghoz való jobb tapadás, illetve a szívósságuk növelése érdekében vetik alá különböző hő- illetve felületkezeléseknek.

A hőkezelést főleg a barna alumínium oxidok (2-4 % TiO_2 -t tartalmazó Al_2O_3) szívósságának növelése érdekében alkalmazzák. Két változata alakult ki: a magas, illetve alacsony hőfokon történő feszültségmentesítő eljárás, melyek következtében a



1.12. ÁBRA. *Kőszőrűszemcsék leggyakrabban előforduló alakjai*

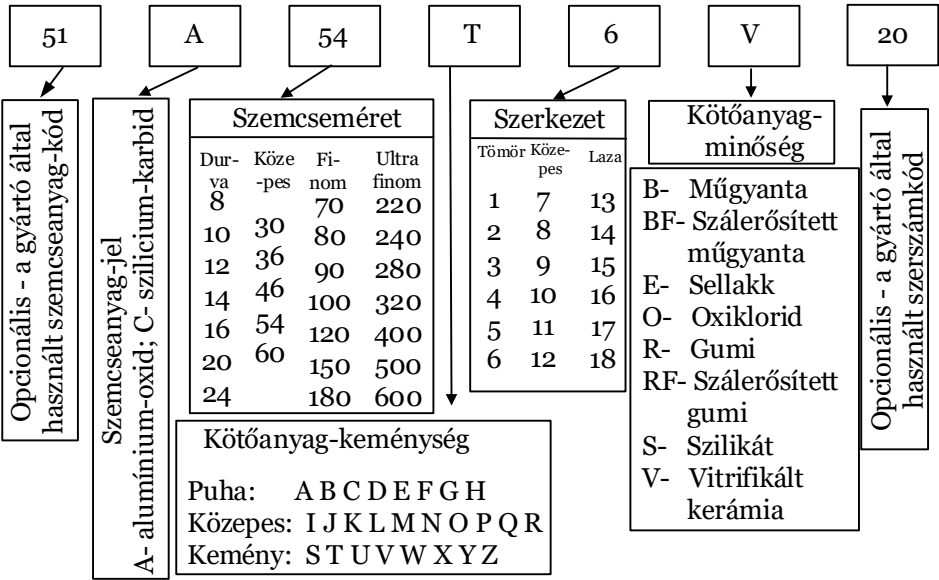
szemcse szívóssága növekedik. A magas hőfokon történő hőkezeléssel nagyobb szívósságot lehet elérni. A hőkezelés után a szemcse kékes színűvé válik.

A felületkezeléseket a jobb tapadás érdekében alkalmazzák. A szilánnal (SiH_4) való kezelés következtében a szemcsék tapadása a szerves vagy szervetlen kötőanyagokhoz javul, így az ezekből előállított kőszőrűkorong nagyobb terhelést bír ki, így intenzívebb forgácsolásra is alkalmassá válik.

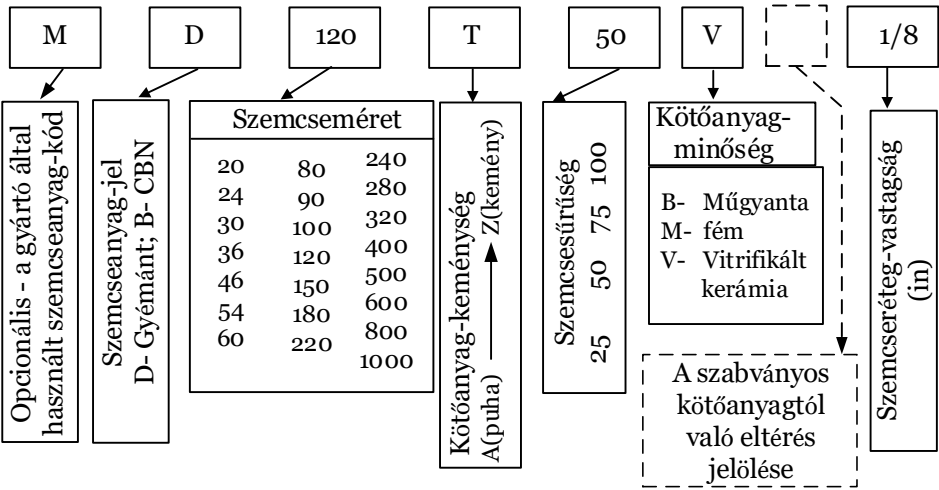
Gyakori –főleg a kőszőrűszalagok gyártására jelölt szemcsékre– az elektrosztatikus feltöltődést elősegítő bevonatok felvitele. Ez jelentős segítséget nyújt a szemcsék irányának „beállítására” a ragasztás előtt. (A szemcsék futószalagon érkeznek, amely elektrosztatikus téren halad át. A szemcsék feltöltődnek, és a hossz tengelyen illeszkedő hegyekkel tapadnak a ragasztóval bekent szalagra. Így a kőszőrűszalag élessége növekszik.) A vas-oxid bevonat a kötőanyaghoz való jobb tapadást biztosítja. A vízben vagy olajban szuszpendált szemcse a leppelés elengedhetetlen abrazív környezetét alkotja. Ezeket a szemcséket olyan kezelésnek kell alávetni, hogy a csomósodást elkerüljük, tehát olyan bevonatot alkalmaznak, amely az adhéziós erők növekedését eredményezi.

1.10.6. A kőszőrűszerszámok jelölése

A kőszőrűszerszámok jelölése –némi eltérések ellenére is– mind az európai, mind az amerikai szabvány-előírások szerint, ugyanazon elvek szerint történik. A jelölésben megtalálható információ a szemcse anyagára, méretére, minőségére, valamint a kötőanyag minőségére utal. A bevonatolt kőszőrűkorongokon a bevonat vastagsága is fel kell legyen tüntetve. A kötött szemcsés kőszőrűkorongok jelölését az 1.13. ábrán, a bevonatolt korongok jelölését pedig a 1.14. táblázatban szemléltettük. Megfigyelhető, hogy a jelölési adattömbben vannak a gyártó számára fenntartott mezők is. Ezek a gyártó sajátos információit tartalmazzák, és értelmük a megfelelő katalógusokból könnyen kinyerhető.



1.13. ÁBRA. Kötött szemcsés köszörűkorongok jelölése



1.14. ÁBRA. Bevonatolt köszörűszerszámok jelölése

1.10.7. A kőszőrűszerszám célirányos kiválasztása

A kőszőrűszerszám- piacon az utóbbi évtizedben rengeteg új szemcseanyag, kötőanyag, illetve hordozó-szemcseanyag-kötőanyag kombináció jelent meg. A fejlesztések annyira előrehaladtak, hogy a korszerű gyártástechnológiához már nem szabad kizárólagosan általános ismeretekre alapozva kiválasztani a kőszőrűszerszámot. A kőszőrűszerszám-gyártó nagy cégek honlapjaikon is közzétett katalógusaikban igen pontosan szűkítik le azon alkalmazások határait, amelyek sikeresen végrehajthatók egy bizonyos felépítésű és anyagú szerszámmal. Emiatt a kőszőrűszerszámot mindig az adott gyártási folyamat (munkadarab sajátosságai, előző megmunkálások) pontos ismeretében kell elvégezni. Nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy a kőszőrülési folyamatban a sztochasztikus események sokkal nagyobb mértékben jelentkeznek, mint a határozott élgeometriájú forgácsolószerszámokkal végzett műveletek során. Emiatt tanácsos próbálkozni a célnak megfelelően legjobbnak tartott szerszám mellett olyan szemcseanyag-kötőanyag-szemcsehordozó kombinációkkal is, amelyek a kijelölthöz közel állnak. Ne feledjük, hogy dinamikusan stabil kőszőrülési művelet paramétereinek optimális beállítása kizárólag próbálkozások útján lehetséges!

A kőszőrűszerszám helyes kiválasztását a kőszőrülési művelet sajátosságai alapján javasolják a szerszámgyártó cégek, ez utóbbiakat pedig változó számú tényező alapján döntenek el – saját termékeikkel kapcsolatos kutatásaik eredményei alapján. A „Norton Abrasives” cég például az alábbi tényezőket jelöli meg [30]:

1. A kőszőrülésnek kitett munkadarab anyaga és keménysége;
2. A megmunkálási ráhagyás mértéke és a kőszőrülési művelet pontossága szerint;
3. Hűtő-kenő közeg használata – száraz vagy nedves a kőszőrülés;
4. A forgácsolási sebesség értéke;
5. A kőszőrülési felület nagysága;
6. A kőszőrülési művelet intenzitása (a fogásmélység és az előtolás(ok) értéke);

A „Pacific Grinding Wheels” a fenti tényezők mellé még kettőt besorol, és pedig (folytatván az előbbi felsorolást)[27]:

7. A munkadarab geometriai sajátosságai;
8. A kőszőrűgép típusa és teljesítménye;

A fenti tényezők függvényében a szerszám kiválasztás irányelvei a következőképpen alakulnak.

A *munkadarab anyagának* kőszőrülés szemszögéből tekintve, a szívósság a fő tulajdonsága. A klasszikus szemlélet szerint a szívós anyagokat –főleg az acélokat– alumíniumoxid-alapú, a rideg anyagokat pedig (vasöntvények, kő, nemfémek) szilíciumkarbid -alapú kőszőrűszerszámmal munkáljuk meg.

A gyémánt és a CBN alapú kőszőrűszerszámok használatáról bővebb információt találunk az „Asahi Diamond” katalógusában, illetve honlapján [26]:

- *gyémántszemcsés kőszőrűszerszámmal* munkáljuk meg a cementált karbidokat, titánötvözeteket, üveget, kristályt, kerámiát, szilíciumot, ferritet, kvarcot, követ, betont, bitument, valamint a polikristályos gyémántot (PCD) és a polikristályos kőbős bór-nitridet (PCBN);

- *CBN, illetve PCBN szemcsés köszörűszerszámmal* munkáljuk meg az összes acéltípusokat (szén-, gyors-, edzhető-, szerszám-, kovácsszerszám-, rozsdamentes- valamint csapágyacélok), hőálló ötvözeteket és -szuperötvözeteket, vas- illetve más fém alapú porkohászati ötvözeteket és rézütvözeteket;
- *mind PCD, mind PCBN köszörűszerszámmal megmunkálhatók* a vasöntvények, az alumínium-ötvözetek, a wolfrám, a lángszórással lerakott fémrétegek és a mágneses anyagok.

A köszörülendő anyag keménysége döntő szerepet játszik a helyes szemcseanyag-kötőanyag kombináció kiválasztásában. A kemény anyagokat általában finomabb szemcsézetű, ridegebb, élesebb, keményebb szemcséjű és puha kötőanyagú köszörűszerszámmal munkáljuk meg. A kevésbé kemény felületeket ezzel ellentétben durvább szemcsézetű, keményebb kötőanyagú szerszámmal köszörülük, a szemcseanyaggal szemben viszont nem szükséges különösebb követelményeket támasztani.

A megmunkálási ráhagyás mértéke a köszörűszerszám kopás- és hőviszonyait befolyásolja. Nagy ráhagyáshoz nagyobb fogásmélységet tanácsos választani, ebben az esetben viszont a palástnyomás-értékek nagyobbak. Emiatt szívósabb, durvább szemcsézetű és keményebb kötőanyagú köszörűszerszám javallott. A szerszám alak- és mérettartása, a szemcsék rögzítésének szilárdsága fontosabb, mint a keletkezett felület minősége. Ezzel ellentétben, ha kisebb a megmunkálási ráhagyás és a fogásmélység, a palástnyomás is kisebb, emiatt ridegebb, finomabb szemcsézetű, puhább kötőanyagú köszörűszerszámot is választhatunk.

Simító köszörülés esetében kevésbé rideg, finom szemcsézetű, és kemény kötőanyagú szerszámot választunk. A kis fogásmélység kis palástnyomást és kevésbé intenzív kopást eredményez, ezért a keményebb kötőanyag a szerszám méretét hosszú ideig biztosítja.

A hűtő-kenőanyag használatával kapcsolatosan különböző, elsősorban gazdasági és környezetvédelmi indoklású szemléletek alakultak ki. Véleményünk szerint a nedves vagy száraz köszörülés alkalmassága elsősorban anyag- másodsorban pedig szerszám-függő. Általános elv, hogy hűtőfolyadék használata esetében a keményebb kötőanyagú, szívósabb szemcsézetű, lazább szerkezetű szerszámok javasoltak. A laza szerkezet lehetővé teszi a hűtő-kenőfolyadék behatolását a pórusokba, ahonnan a köszörűport eltávolítja ezáltal meggátolva a leválasztott forgács beékelődését és munkadarab-felülettel való újraérintkezését. A száraz köszörülés esetében lágyabb kötőanyagú, ridegebb szemcsézetű és sűrűbb szerkezetű szerszámokat javasolják a gyártók. Ennek oka abban áll, hogy a szerszám újraéleződését, a hűtőfolyadékos köszörüléssel szemben, meg kell könnyíteni.

A forgácsolási sebesség értéke a kötőanyag megválasztását befolyásolja: ha nagyobb, akkor lágyabb kötőanyagú szerszámmal, ha pedig kisebb, akkor keményebb kötőanyagú szerszámmal érdemes próbálkozni. A köszörülési sebesség csökkenése a köszörűkorong nagyobb mértékű morzsolódását idézi elő.

A köszörülési felület nagysága alatt a köszörűszerszám felületén a forgácsolt felületrész által kimetszett felület nagyságát értjük. Ez a fogásmélységgel és a köszörűkorong szélességével arányosan növekszik (nem minden esetben lineárisan). Ha a köszörülési felület nagyobb kiterjedésű, akkor a leváló köszörűszemcsék feltorlódnak,

és ez a felület összekarcolását eredményezné; emiatt ilyen esetben ridegebb szemcsézetű, a célintervallumból választott ¹⁴ nagyobb szemcseméretű és lazább kötőanyagú szerszám a javasolt. Ezzel ellentétben, ha a köszörülési felület kisebb, akkor kisebb szemcseméretű, szívósabb és ridegebb kötőanyagú szerszámot javasolnak a gyártók.

A *köszörülési művelet intenzitása* az időegység alatt eltávolított forgácstérfogattal mérhető. Az intenzív forgácsolás a nagyolásnak, a kevésbé intenzív pedig a félsimításnak és a simításnak a jellemzője. Az intenzív forgácsleválasztás jellemzője a nagy fogásmélység- és a nagy előtolás-értékek beállítása, aminek következtében jelentősen növekedik a köszörülési palástnyomás. A szerszám stabilitását, ebben az esetben a szívósabb anyagú, nagyobb méretű szemcse és a keményebb kötőanyag biztosítja. Ha a forgácsleválasztás nem annyira intenzív, vagyis az előtolás és a fogásmélység-értékek kisebbek, akkor ridegebb, apróbb szemcseméretű és puhább kötőanyagú szerszám a megfelelőbb.

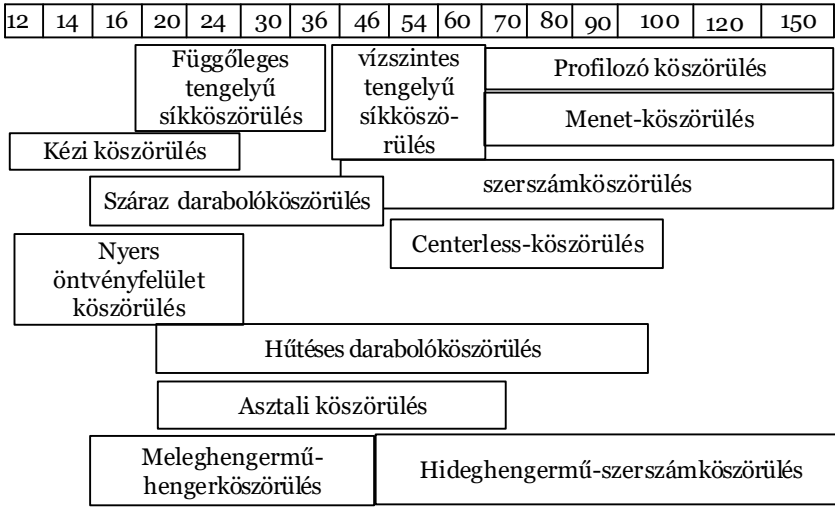
A *köszörült felület geometriája* alapján, sík, vagy megszakítások nélküli felület esetében finomabb szemcseméretű, puhább kötőanyagú és nyitottabb, lazább struktúrájú szerszám a javallott; ezzel ellentétben, ha a köszörült felület alakos felület, vagy megszakításokkal bonyolított, akkor a köszörűszerszám méretének illetve profiljának tartása kerül veszélybe: ez ellen durvább szemcsézetű, keményebb kötőanyagú és tömörebb szerkezetű szerszám megválasztásával védekezünk.

A *szerszámgép teljesítménye* a megfelelő köszörűszerszám kiválasztását a következőképpen befolyásolja: ha a teljesítmény nagy, akkor keményebb kötőanyagú és szívósabb szemcsézetű, ha pedig kisebb, akkor puhább kötőanyagú és ridegebb szemcsézetű szerszám javasolt.

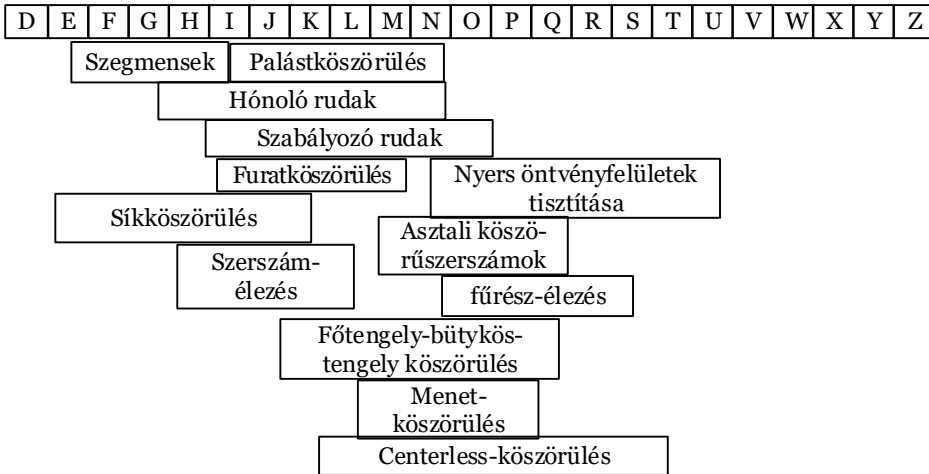
Végezetül, a könnyebb és gyorsabb tájékozódás valamint összehasonlítás céljából közöljük az 1.15 és az 1.16 ábrát. Az első a különböző alkatrészek megmunkálására köszörülési művelettípusokra javasolt szemcseméretéről¹⁵, a második pedig a kötőanyag-keménységről nyújt világosan átlátható információt.

¹⁴A szemcseméret-intervallumot a megmunkálás típusa szerint értjük: nagyolás, félsimítás vagy simítás.

¹⁵A szemcseméretet az amerikai szabvány szerinti egy négyzethüvelykre eső szitaszemek száma [27].



1.15. ÁBRA. Ajánlott szemcseméreték



1.16. ÁBRA. Ajánlott kötőanyag-keménységek

2. FEJEZET

Hengeres fogaskerek másolószerszámai

A hengeres fogaskerek másolószerszámaikat a mai precíziós fogaskerékgyártásban leginkább nagyoló (előfogazó) szerszámként használják. adott helyzetben, kevésbé nagy pontosság-igényű fogaskerek és egyedi darabok vagy kis sorozatok esetében a gyártás másolószerszámok beiktatásával gazdaságos lehet. A 8-ik vagy ennél nagyobb ISO pontossági osztálynak megfelelő műszaki előírások esetében simítószerszámként is alkalmazható. A másolószerszám nagyolószerszámként való használata lehetővé teszi – főleg nagy modulok esetében – hogy a simítási ráhagyás alakja (eloszlása) a lehető legkedvezőbb legyen. A hengeres fogaskerek másolószerszámai a következők:

- alakos modulkés;
- modul üregelő túske;
- alakos modul tárcsamaró;
- alakos modul szármáró.

Az alakos modulkés a legegyszerűbb másolószerszám, amelynek kivitelezése az alakos kések elméletének megfelelően egyszerű száras gyalukés, alakos körkés vagy alakos hasábkés formájában állítható elő. A kések az alakos kések családjába tartoznak, tehát nem fogazó célszerszámok, annak ellenére, hogy fogazatot is lehet velük gyártani. E késekkel a megmunkálás harántgyalugépeken, egytetemes vésőgépeken vagy pedig szármárógépeken a vésőfej beiktatásával történik, osztófejbe fogott munkadarabbal. A forgácsolás során egy-egy fogárok jön létre.

A fő-forgácsolómozgás váltakozó egyenes vonalú, véséskor függőleges, gyalulás-kor pedig vízszintes irányú mozgás. Az előtolás vésésnél vízszintes, gyalulás esetében függőleges, de a gyártott kerékhez képest a fogárok szimmetriatengelye mentén megvalósuló, úgynevezett beszűrő előtolás. Megfelelő kialakítású szerszámokat használva, ugyanolyan idő- és költségbefektetéssel munkálhatók meg mind a külső, mind pedig a belső fogazatok. Megjegyezzük, hogy alakos modulkésekkel egyenes fogak munkálhatók meg!

Az üregelő túske külön figyelmet érdemel, mivel ez a szerszám egyetlen húzásból munkálja meg a darabot. E szerszám kizárólag a belső fogazatok gyártására van kifejlesztve. A szerszám igen precíz hőkezelést igényel, ugyanis a hőtágulással majd pedig az azt követő gyors összehúzóddással létrejövő deformációk jelentős alakhibát hozhatnak létre a szerszámon. Elvileg mind egyenes, mind pedig ferde fogazatok megmunkálására is alkalmas, $\beta \in (10^\circ \div 15^\circ)$ intervallumban. Ennél nagyobb fogferdeségek

esetében nem ajánlott, mivel a profil meredek részein¹ az oldalhátszög veszélyesen csökken és nagy súrlódás áll elő.

Jelen könyvben az alakos modul-kés, illetve a modul- üregelőszerszám tervezésének lépéseivel illetve a szerszámok elemzésével nem foglalkozunk. Ezeknek leírása igen sok műben részletesen megtalálható [95],[62], [40], [54]. A következőkben az alakos modul tárcsa- illetve szármárók geometria és tervezési sajátosságait fejtjük ki részletesen.

2.1. AZ ALAKOS MODUL TÁRCSAMARÓ

Az alakos modul tárcsamaró mind egyenes, mind pedig ferde, külső hengeres fogazatok megmunkálására szolgál. Rendeltetése szerint az alakos modul tárcsamaró:

- előfogazó vagy nagyolószerszám, amit lefejtéses simító fogazás előtt használnak;
- simítószerszám, amit a fogárok végleges megmunkálására használnak.

Felépítésük szerint az alakos modul tárcsamarók:

- monolit-gyorsacél kivitelezésű, hátramunkált, alaktartó szerszámok;
- lapkás szerszámok – az alaktartás ez esetben a lapkák cseréje és igen pontos tájolása során valósul meg.

Mivel a mai forgácsolószerszám-felépítésekben a váltólapkás műszaki megoldások az uralkodók, az alakos modul tárcsamarók konstruktív paraméterei nem szabványosak. Legtöbb ilyen szerszám egyedi megrendelésre készül, következésképpen a vásárló felhasználási lehetőségeinek megfelelően kell a konstruktív méreteket kialakítani. Az A marók rendeltetését, a száras és furatos, monolit vagy lapkás marók általános paramétereit az ISO- szabványrendszer 11529:2013-as szabványa írja le. Nem létezik külön ISO-szabvány az alakos modul tárcsamarókra. Romániában a az alakos tárcsamarók konstruktív méreteit a STAS 2762/3-as szabvány írja le.

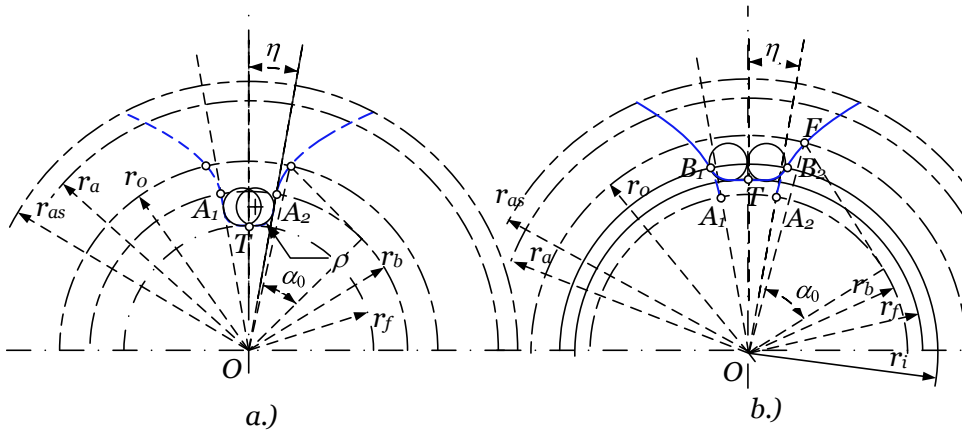
2.1.1. A modul tárcsamarók elméleti profilja

Az egyenes fogazat kialakítása esetében az alakos tárcsamaró élei olyan forgásfelületre kell illeszkedjenek, amelynek tengelyszelvénye azonos a fogárok-profillal. A fogárok-profil a működő fogfelületből és a fogláb-csatlakoztató felületből áll.

A fogárok-profil a 2.1 ábrán szemléltetjük, ahol az a.) ábra a kis fogszámú fogaskerekre, míg a b.) ábra a nagy fogszámú fogaskerekre vonatkozik. Pontosabban, az első esetben a lábkör az alapkörnél kisebb, míg a második esetben nagyobb annál. Ha a fog az alapkör alá benyúlik, az alapkör és a lábkör közötti fogprofil-szakaszt sugárirányú egyenes szakaszokkal helyettesítjük, amelyek az evolvensíveket az A_1 és A_2 pontokban érintik. A lábkörhöz a fogárok szimmetriatengelyére merőleges érintőt húzunk (T -ben), majd pedig a három egyenes szakaszt két ρ sugarú körívvel csatlakoztatjuk; általában $\rho \in (0,27 \div 0,38)m$. Amennyiben a modul kicsi ($m \leq 2$ mm), a két fogárok- oldalt egyetlen körívvel kapcsoljuk össze.

A nagy fogszámok esetében a profil a b.) ábrán figyelhető meg. Akárcsak az előbbi esetben, a lábkör érintőjét csatlakoztatjuk, de ez esetben az evolvens fogoldalakhoz.

¹A profil meredek részei azok a részek, amelyekben a profil érintője a forgácsoló csavarmozgás forgómozgás-összetevőjének tangenciális sebességével 70° -nál nagyobb szöget zár be.



2.1. ÁBRA. A fogárok profilja kis- és nagy fogszám esetén

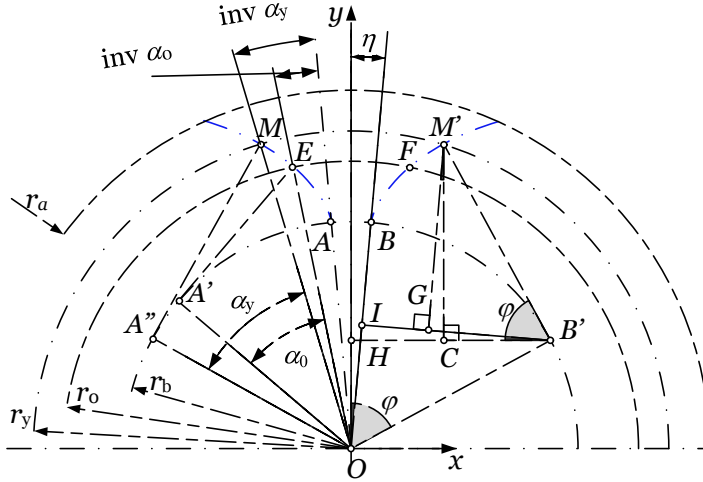
A foglábgörbe körív profilú lesz, tehát eltér a lefejtéses eljárással létrehozott fogaskerek hurkolt epicikloid vagy hurkolt evolvens profiljától. Az ellenkerék fogfejének beakadása miatt arra kell törekedni, hogy a lábkör és a belső kör közötti teljes profilrész legyen körív. Ebben az esetben az r_i sugarú belső körön illeszkedő B_1 illetve a B_2 evolvenspontokhoz érintőket húzunk, és a csatlakoztató körív sugarát úgy választjuk meg, hogy az evolvensíveket a belső körön csatlakoztassa. A csatlakoztatási körív legnagyobb lehetséges sugara abból a feltételből számítható ki, hogy a körív és az evolvens érintési pontja a B_1 illetve a B_2 legyen, de a fogárok-fenéken levő érintési pont ne haladja meg a T pontot. Az evolvenstrigonometria felhasználásával [97] és elemi geometriai számítással a csatlakoztató sugár könnyűszerrel kiszámítható. Ezt gyakorlatképpen az olvasóra bízunk.

Nem csak az alakos modul tárcsamarók, hanem az összes fogazószerszám sajátossága, hogy profilja *terjedelmesebb* a megmunkálendő profilnál. Alakos modul tárcsamaró esetében a szerszám profiljának r_{as} sugarú fejköre nagyobb, mint a fogaskerék fejköre. Általában kijelenthető, hogy $r_{as} = r_a + 1.2[\text{mm}]$. A profil tehát a szerszám-fejkör és a lábkör között található. A profil működő része az evolvens, a foglábgörbe pedig körív.

2.1.2. A szerszámprofil analitikus leírása

A szerszám profiljának analitikus egyenleteit a 2.2. ábra alapján vezetjük le. A fogárok szimmetriatengelye az xOy koordináta-rendszer y tengelye. A profil analitikus egyenleteit kétféleképpen írjuk fel.

Ha a jobboldali profilt tekintjük, akkor az evolvenst generáló, az alapkörön csúszásmentesen legördülő egyenes tetszőleges helyzetéből indulunk ki. Feltételezzük, hogy az egyenes kezdetben az r_b sugarú alapkört B -ben érintette. Egy φ központi szögnek megfelelő legördülés után az egyenes az alapkört B' -ben érinti, míg a kezdeti B érintkezési pont M' -be vándorol. Az B' -ből az OB -re bocsájtott merőleges talppontja I , az y tengelyre bocsájtott merőleges talppontja pedig H . Továbbá M' -ből is két merőlegest bocsájtunk $B'I$ -re illetve $B'H$ -ra: $M'G \perp B'I$ illetve $M'C \perp B'H$. A



2.2. ÁBRA. A fogárok-profil geometriai elemei

csúszásmentes legördülésből következik, hogy $B'M' = BB' = r_b \varphi$. Másrészt a merőleges szárú szögek egyenlőségéből következik, hogy $\angle yOB = \angle IB'H = \eta$, és $\angle BOB' = \angle M'B'I = \varphi$. Az $M'B'C$ és $OB'H$ háromszögek segítségével felírhatjuk az M' futó evolvenspont koordinátáit:

$$x_{M'} = \overline{B'H} - \overline{B'C}; \quad y_{M'} = \overline{OH} + \overline{CM'}$$

Az oldalak szögek és alapkörsugár szerinti kifejezésével a fenti egyenletek a következő alakot öltik:

$$\begin{cases} x(\varphi) = r_b (\sin(\varphi + \eta) - \varphi \cos(\varphi + \eta)) \\ y(\varphi) = r_b (\cos(\varphi + \eta) + \varphi \sin(\varphi + \eta)) \end{cases} \quad (2.1)$$

Az η szöget az evolvenstrigonometria segítségével fejezzük ki. Ha a fogaskerék ξ profilettolással készült, akkor az osztóköri fogárok-vastagságot a

$$EF = \frac{\pi m}{2} - 2m\xi \operatorname{tg} \alpha_0 + 2j \quad (2.2)$$

képlettel számoljuk ki, ahol α_0 az evolvens osztóköri profil-kapcsolószöge, azaz a lefejtő fogasléc profilszöge, j pedig a működési foghézag. Másrészt, az y -szimmetria alapján $\angle EOA = \angle FOB = \operatorname{inv} \alpha_0$. Ebből következik, hogy az evolvens kezdőpontjának (alapköri pontjának) polársugara és az y szimmetriatengely által közrezárt η szög értéke

$$\eta = \frac{EF}{2r_0} - \operatorname{inv} \alpha_0 = \frac{\frac{\pi m}{2} - 2m\xi \operatorname{tg} \alpha_0 + 2j}{mz} - \operatorname{inv} \alpha_0 = \frac{\pi}{2z} - \left(1 + \frac{2\xi}{z}\right) \operatorname{tg} \alpha_0 + \alpha_0 + \frac{2j}{mz}. \quad (2.3)$$

A (2.3) képlettel kiszámított η szög értékét behelyettesítjük a (2.1) egyenletekbe, és ezzel a profilpontokat kiszámíthatjuk.

A(2.1) egyenletek igen könnyen kezelhetők, de amennyiben egyenletesen pontos, profilpont-hatalmaz való közelítést óhajtunk, figyelembe kell vennünk az evolvensgörbe igen figyelemreméltó sajátosságát, miszerint a legördülési szög egyenletes növekedése a szögeérték-felosztásnak megfelelő ívhosszaknak nem egyenletes, hanem számtani haladvány szerinti növekedését vonja maga után. A (2.1) felhasználásával az evolvens elemi ívhosszának kifejezése a következő lesz:

$$ds = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} d\varphi = r_b \varphi d\varphi \quad (2.4)$$

Ennek megfelelően, a φ_1 és φ_2 tetszőleges legördülési szögek közé eső evolvens ívhossz értéke:

$$\mathcal{L}(\varphi_1, \varphi_2) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r_b \varphi d\varphi = \frac{r_b}{2} (\varphi_2^2 - \varphi_1^2) \quad (2.5)$$

Ha a (2.1) egyenleteket négyzetre emeljük és összeadjuk, majd a kapott egyenletből gyököt vonunk, akkor az evolvensgörbe polársugarának hosszát kapjuk, a legördülési paraméter függvényében:

$$\sqrt{x^2(\varphi) + y^2(\varphi)} = \rho(\varphi) = r_b \sqrt{1 + \varphi^2} \quad (2.6)$$

A (2.6) képletből kifejezzük a legördülési paraméternek az r_{as} szerszámfejkör- sugarra mutató értékét:

$$\varphi_{as} = \varphi(r_{as}) = \sqrt{\left(\frac{r_{as}}{r_b}\right)^2 - 1} \quad (2.7)$$

Az evolvens-profil N pontra való diskretizálásához N szögeértéket kell megállapítani: $0 = \varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_i, \varphi_{i+1}, \dots, \varphi_{N-1} = \varphi_{as}$. Amennyiben ezek a szögek számtani haladványt képeznek, a haladvány differenciája $\Delta_\varphi = (\varphi_{as}/(N-1))$. Két egymás után következő legördülési szögeértéknek megfelelő evolvens ívszakasz hosszát a (2.5) képletből kapjuk:

$$\mathcal{L}_{i,i+1} = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} r_b \varphi d\varphi = \frac{r_b}{2} (2i+1) \Delta_\varphi^2 \quad (2.8)$$

A következő evolvensszakasz hosszát akkor kapjuk meg, ha a (2.8) képletbe i helyett $i+1$ -et helyettesítünk:

$$\mathcal{L}_{i+1,i+2} = \int_{\varphi_{i+1}}^{\varphi_{i+2}} r_b \varphi d\varphi = \frac{r_b}{2} (2(i+1)+1) \Delta_\varphi^2 \quad (2.9)$$

Ha a (2.9)-ből kivonjuk a (2.8)-at, akkor a két egymás után következő evolvensszakasz különbségét kapjuk:

$$\Delta \mathcal{L}_{i,i+1} = \frac{r_b}{2} (2(i+1)+1) \Delta_\varphi^2 - \frac{r_b}{2} (2i+1) \Delta_\varphi^2 = r_b \Delta_\varphi^2 \quad (2.10)$$

A (2.10) képlet segítségével bizonyítottuk az evolvensnek fentebb említett tulajdonságát: az alapkörön legördülő egyenes állandó Δ_φ mennyiséggel növekedő szögparaméter-értékeire számtani haladvány szerint, $r_b \Delta_\varphi^2$ különbséggel növekvő evolvens-ívszakaszok

jönnek létre. Ez azt jelenti, egyenletes szögparamétersorra az alapkörhöz közeli evolvenspontok túl sűrűn, míg ettől távolodva egyre ritkábban illeszkednek. Szeniczey [97] e levezetésnek azt a formáját adta, miszerint a legördülési paraméter nulla értéktől induló növekedésével a generált evolvensív hossza a legördülési paraméter értékének négyzetével növekedik. Ez az előbbieken bizonyított tulajdonsággal ekvivalens, és azonnal levezethető, ha a (2.1)-ben a φ_1 értékét nullának vesszük.

A továbbiakban feltételezzük, hogy az alapkör és a fejkör közötti evolvensívet N egyenlő ívtávolságra levő ponttal közelítjük meg. Legyen a (2.1) ívhossz-képlet és a (2.7) maximális legördülési szögérték segítségével az ívszakaszok hossza:

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{2(N-1)} r_b \varphi_{as}^2 = \frac{1}{N-1} \frac{r_{as}^2 - r_b^2}{2r_b} \quad (2.11)$$

Ha a kijelölt ívhosszt két egymás után következő φ_i, φ_{i+1} szögre írjuk fel, a (2.5) felhasználásával az alábbi rekurzív képletet kapjuk:

$$\varphi_{i+1} = \sqrt{\frac{2\Delta\mathcal{L}}{r_b} + \varphi_i^2} \quad (2.12)$$

Tudván, hogy a legördülési paraméter kezdőértéke, az alapköri ponttól kezdődő felépítésre, $\varphi_0 = 0$, a (2.12) felhasználásával a legördülési szögértékek rekurzív sorozatként állíthatók elő.

Abban az esetben, ha a fogszám nagy, és a lábkör az alapkörnél nagyobb, a számítást ugyanúgy végezzük el, mint ahogyan azt az előzőekben felvezettük, azzal a különbséggel, hogy a (2.5) képlet használatakor a kezdő szögérték nem nulla, hanem a lábkörnek megfelelő, a (2.6) képlettel kiszámítható φ_f érték.

A 2.2. ábrán szemléltetett baloldali profilra, az ábrázolt segédszerkesztésekkel, könnyedén fel lehet írni egy, az előbbinél egyszerűbb parametrikus megközelítést. A profil M futópontja az r_y sugarú körön illeszkedik, $\angle M0y = \eta + \text{inv } \alpha_y$. Az evolvens-trigonometriából ismert, hogy az r_y profilpontban ébredő kapcsolószög értéke $\alpha_y = \arccos(r_b/r_y)$, és ezzel, sugár szerinti parametrizálással, az evolvensprofil parametrikus egyenletei a következők lesznek:

$$\begin{cases} x(\rho) = -\rho \sin(\eta + \text{inv}(\arccos \frac{r_b}{\rho})) \\ y(\rho) = \rho \cos(\eta + \text{inv}(\arccos \frac{r_b}{\rho})) \end{cases} \quad (2.13)$$

2.1.3. Az alakos modul tárcsamaró konstruktív elemei

Az alakos modul tárcsamaró konstruktív elemei a hátramunkált tárcsamaróéval azonosak. A klasszikus, monolit kivitelezésű nagyoló- és a simítószerszám felépítéseikben megegyeznek. A különbség abban áll, hogy a simítószerszám hátfelületét is köszörülik, ezért a kialakításakor kétszeres hátraesztergálást alkalmaznak. Az alakos modul tárcsamaró konstruktív elemeit a 2.3. ábrán szemléltettük.

A tárcsamaró kötelező szabványosított elemei a ϕd belső átmérő és az ehhez tartozó reteszhorony. A tárcsamarót egyetemes marógépen használják, így a belső átmérő

vagy ha a fogszám megtartása mellett a maró átmérőjét növeljük. Az előbbi gondolatmenetből világosan látszik, hogy a maró fogának magasságát a fogszámtól nem lehet elválasztani. Ezenkívül számolnunk kell a hátraesztégálással és a forgácshorony-fenék csatlakoztató sugarával is. A tárcsamaró tervezése esetében a fogmagasság megfelelő előírása a legnehezebb feladat, amit két lépésben végzünk el: először a fogat előméretezzük, majd pedig geometriai ellenőrzésnek vetjük alá, és amennyiben nem megfelelő, fogszám és külső átmérő korrekciót alkalmazunk.

A gyártandó profil magassága kisebb, mint a gyártott fogazat fogmagassága. Ennek az oka, hogy a szerszámprofil a szerszámtengelyre merőlegesen mérjük. A fogárok fejkörpontjai által meghatározott körív és húr közötti anyagrészt a maró amúgy is elhordja, tehát ez nem számít bele a maró hasznos profilmagasságába. A 2.2. ábra valamint az ennek alapján levezetett (2.1) és (2.3) vagy (2.3) és (2.13) fogprofil-egyenletek segítségével a keresett profilmagasság könnyen felírható:

$$h_p = y(r_{as}) - y(r_f) \quad \text{vagy} \quad h_p = y(\varphi_{as}) - \min y \quad (2.14)$$

A hátramunkálás a tárcsamarónak az a műszaki paramétere, amely az Arkhimédész-féle spirális vezérgörbe meredekségét mutatja. A definíció értelmében a hátramunkálás az Arkhimédész-féle spirális polársugarának a polárszög egyetlen szögosztásnyi változására előálló csökkenésével egyenlő. Következésképpen a spirális a paramétere és a hátramunkálás közötti összefüggés lineáris:

$$k = \tau a = \frac{2\pi}{z} a \quad (2.15)$$

A fogárok-fenék r sugarú hengerfelület, amelyik a fog határfelületét és a következő fog homloklfelületét csatlakoztatja. Növelésével a fogtőszilárdság növekszik, viszont a fogmagasság is nagyobb lesz.

A maró fogmagasságának elemeit együttesen vizsgálva a 2.3. ábra alapján felírható a H magasság:

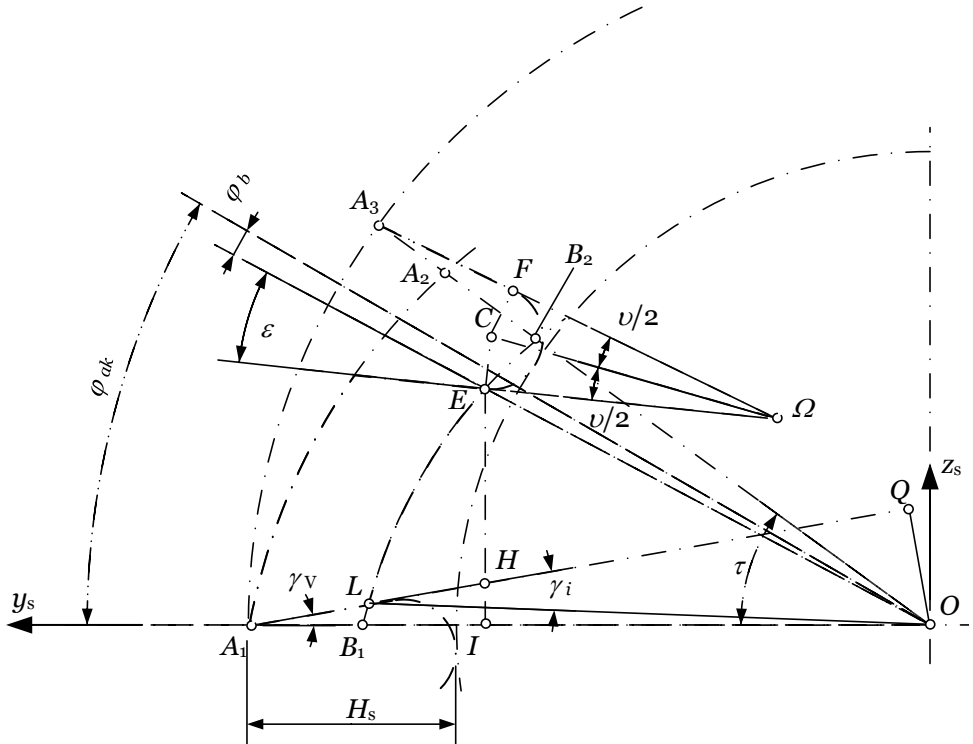
$$H \approx h_p + k + r \quad (2.16)$$

A (2.16) felírásakor azt feltételeztük, hogy a csúcshomlokszög értéke $\gamma_V = 0$ valamint a forgácshorony nyílásmérete nulla. Pontosabb számítást a 2.4. ábra alapján végzünk. Az ábrát pozitív csúcshomlokszögű tárcsamaróra készítettük, és figyelembe vesszük a szögosztás pontos kitöltését is.

A hasznos élpontok a külső $OA_1 = R$ és a belső $OL = R - h_p$ sugarú körök között illeszkednek, $h_p = OA_1 - OL$. Az LB_1 görbe ívszakasz spirális, azt mutatván, hogy a nulla homlokszögű összerszámmal való hátramunkálás esetében az élpontok generálása nem egyidejűleg történik, hanem késéssel a profilcsúctól a profiltő irányában. Erre a megállapításra a profilkorrekció során lesz szükség. A $\triangle A_1QO$ és $\triangle LQO$ derékszögű háromszögekből felírható, hogy

$$OQ = OA_1 \sin \gamma_V = OL \sin \gamma_i \Leftrightarrow R \sin \gamma_V = (R - h_p) \sin \gamma_i$$

$$\gamma_i = \arcsin \left(\frac{R}{R - h_p} \sin \gamma_V \right)$$



2.4. ÁBRA. Az alakos modul tárcsamaró fogmagasságának pontos számítása

Innen pedig

$$\angle LOB_1 = \Delta_\gamma = \gamma_i - \gamma_v \quad (2.17)$$

A szögosztás-tartományt a hátramunkálás sajátosságainak megfelelően fel kell tagolnunk. A szögosztást a maró foga és a forgácshorony tölti ki. Elméletileg az a célunk, hogy a maró fogának a terjedelme minél nagyobb legyen, ezt azonban korlátozza egyrészt a fogárok minimális szükséges térfogata, másrészt a hátraesztergáló bütyök és a hátraesztergáló pad felépítése. Mivel a forgácshorony nyílt, a térfogata nem annyira a lényeges, mint az üregelő szerszámok esetében. A hátraesztergáló bütyök beosztása $360^\circ - \vartheta$ aktív rész, és ϑ központi szögnek megfelelő visszahúzó rész. A bütyök egyetlen teljes fordulatára viszont a marónak egyetlen szögosztásnyi fordulatot kell végeznie ahhoz, hogy a következő fog megmunkálásra kerüljön. Elméletileg tehát a szögosztásnak is a legterjedelmesebb fogat eredményező felosztása nem lehet nagyobb mint $\vartheta / (360^\circ - \vartheta)$. Ehhez hozzájárul az a tény, hogy a hátraesztergáló-szánt rugók húzzák vissza, vagyis a bütykös mechanizmus erőzárással működik. A tehetetlenség folytán viszont a görgő nem követi pontosan a leszálló polinomiális bütyökprofil, hanem leugrik róla, és az aktív profilrészén érintkezik, a pálya egy részét kontaktus nélkül teszi meg. Emiatt elkerülhetetlen a lökéstompítók beiktatása. A lökéstompítók viszont lassítják a szán

A (2.23) egyenletrendszer megoldását jelöljük (y_Ω, z_Ω) -val. A fogárok profil szögfelező egyenesének y_s tengellyel zárt szöge $\tau - \gamma_V - v/2$. Az E pontból kiinduló, a foghát-profil egyenesre merőleges egyenes és az y_s tengely szöge $\pi/2 + \vartheta$. A csatlakoztató körív C középpontja az ΩC szögfelező és az EC merőleges metszéspontja, tehát koordinátái az alábbi egyenletrendszer megoldása:

$$\begin{cases} z_s + y_s \operatorname{ctg} \vartheta = R_1 (\sin(\psi\tau - \varphi_b) + \operatorname{ctg} \vartheta \cos(\psi\tau - \varphi_b)) \\ z_s - y_s \operatorname{tg}(\tau - \gamma_V - v/2) = z_\Omega - y_\Omega \operatorname{tg}(\tau - \gamma_V - v/2) \end{cases} \quad (2.24)$$

Jelöljük a (2.24) egyenlet megoldását (y_C, z_C) -vel. A csatlakoztató körív sugara az EC távolság:

$$r = EF = \sqrt{(y_C - y_E)^2 + (z_C - z_E)^2} \quad (2.25)$$

A kapott eredmények birtokában kiszámíthatjuk a fogárok-fenek érintőkörének sugarát:

$$r_f = OC - r = \sqrt{y_C^2 + z_C^2} - r \quad (2.26)$$

A (2.26) alapján a maró fogának teljes magassága *közelítés nélkül* a következő lesz:

$$H_s = R - OC + r = R - \sqrt{y_C^2 + z_C^2} + \sqrt{(y_C - y_E)^2 + (z_C - z_E)^2} \quad (2.27)$$

A maró teljes fogmagasságának ismeretében ki tudjuk számítani a fog ζ szilárdsági tényezőjét, ami a fogtóméret (EH szakasz, 2.4. ábra) és a H_s teljes fogmagasság aránya:

$$\zeta = \frac{EH}{H_s} = \frac{r_i (\sin(\psi\tau - \varphi_b) + \operatorname{tg} \gamma_V \cos(\psi\tau - \varphi_b)) - R \operatorname{tg} \gamma_V}{H_s} \quad (2.28)$$

A fog szilárdsága akkor lesz kielégítő, ha teljesül az alábbi feltétel:

$$0,8 \leq \zeta \leq 1,1 \quad (2.29)$$

A fenti feltétel tapasztalati jellegű. Azt is figyelembe veszi, hogy az alakos tárcsamarót a homlokfelületen élezi újra, és ezáltal a fogtóméret csökkenni fog. A tárcsamarók általánosan elfogadott élezési határa a szögosztás felénél húzódik. Ha az utánélezést előlött az érték fölött is folytatjuk, a fogtő annyira meggyengül, hogy a forgácsolás alatt nem kívánt rezgések jelennek meg, amelyeknek a következménye a fogtörés.

A (2.28) képlettel kiszámított értéket a (2.29) feltétellel ellenőrizzük. Amennyiben a feltétel nem teljesül, a maró konstruktív elemeit újra kell számítani. Ha $\zeta < 0,8$, akkor a fog alulméretezett. A fogtóméret növekedését a fogszám csökkentésével illetve az átmérő növelésével érjük el. Ha $\zeta > 0,8$, a fogtő a kellőnél robusztusabb. Ilyen esetben a fogszám növelésével kell próbálkozni, akár a külső átmérő megtartása mellett, akár ennek enyhe növelésével. Természetesen itt is, mint a mérnöki munka bármely területén, mérlegelni kell a kiírt tervezési feladat körülményeit, és a szerszámmal szemben

támasztott pontossági és teljesítmény-követelmények szellemében kell a korrekciót elvégezni.

Az alakos tárcsamaró, a gyártástechnológia egyszerűsítése miatt, páros fogszámú. A fogszámot a $z \in (6, 16)$ intervallumból választjuk.

A (2.17) ..(2.27) képletek segítségével kiszámított teljes fogmagasság ismeretében a maró külső átmérője a következő lesz:

$$D = 2R = 2(H_s + q) + d \quad (2.30)$$

2.1.4. Az alakos modul tárcsamaró geometriája

2.1.4.1. A radiálgeometria. A tárcsamarók konstruktív és működő élgeometriája közötti eltérés oly csekély, az eltolási sebesség és a fő forgácsoló sebesség közötti nagyságrendbeli különbségek miatt, hogy általánosan elfogadottá vált a működő élgeometriának a jóval egyszerűbb konstruktív geometriával való közelítése [62]. Ha matematikailag pontosan szeretnénk kiszámítani a működő élgeometriát, akkor azt is tekintetbe kellene vennünk, hogy a forgácsolás során az eltolási sebesség-vektor és a fő forgácsolósebesség-vektor által bezárt szög folyamatosan változik, így minden helyzetre létrejönne egy élszögérték-eloszlás, ami értelmetlen adathalmazt eredményezne.

A tárcsamaró egyszerűsített konstruktív élgeometriáját a vizsgált élpontot tartalmazó, a maró tengelyére merőleges síkban, az úgynevezett *radiálszelvényben* lehet könnyen tárgyalni (2.5. ábra).

A geometriát az él tetszőlegesen választott M pontjában tárgyaljuk. A maró forgástengelyére merőleges nézetben a konstruktív alapsík (jele: $P_b[M]$) merőleges a nézet síkjára, nyoma pedig OM . A radiálgeometriának az alapja azon közelítés, mely szerint *minden élpont környezetét egy olyan elemi egyenes szakasszal helyettesítjük be, amelyik párhuzamos a forgástengellyel*. Az említett közelítés alapján az alakos tárcsamarót végtelenül sok, elemi szélességű és adott profilgörbe szerint rendezett – vagy adott forgástestbe illesztett – hengeres tárcsamarók rendezett halmazaként foghatunk fel. A közelítés elfogadása alapján következik, hogy az érintősík (jele: $P_t[M]$) párhuzamos a maró forgástegelyével és merőleges az alapsíkra, nyoma Ma . A főnézet, vagyis a vázlat síkja pontosan a konstruktív ortogonális sík ($P_o[M]$).

Az *OEA* és *OEM* derékszögű háromszögek *OE* közös befogójának kifejezéséből kapjuk a (2.17) képletsorban levezetett képlettel egyenértékű összefüggést a γ_V és a γ_y radiál-homlokszögek között:

$$\gamma_y = \arcsin \left(\frac{R}{R_y} \sin \gamma_V \right) \quad (2.31)$$

Az *AOM* háromszög $\angle AMO$ tompaszöge az *OEM* háromszög külső szöge, tehát felírható, hogy

$$\varphi_y = \gamma_y - \gamma_V \quad (2.32)$$

A radiálhátszög számításához a differenciálgeometria ismert képletét használjuk fel, miszerint a síkgörbe tetszőleges pontjába húzott $\rho(\vartheta)$ polársugara és érintője által bezárt ν szögre érvényes a $\tan \nu = \rho/\dot{\rho}$ összefüggés. Az M pontban definiált radiálhátszög az *OM* polársugar és az idetartozó spirális-ív érintője által bezárt szög pótszöge, tehát

$$\kappa_y = \eta + \varphi = \eta + \sqrt{\frac{r_y^2}{r_b^2} - 1} \quad (2.35)$$

A helyes konstruktív homlok- és hátszöget oldalhomlokszögnek és oldalhátszögnek nevezik. Az oldalhomlokszög értékét a 2.5. ábrán feltüntetett Mce , $a'i'c'$ és $M''i''j''$ háromszögekből számítjuk ki. A szerkesztés alapján $Mc \equiv ab \equiv a'c'$, $ce \equiv i''j''$ és $a'i' \equiv M''i''$. A kijelölt háromszögekből következik, hogy:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_{ly} &= \frac{i''j''}{M''i''}; & \operatorname{tg} \gamma_y &= \frac{ce}{cM}; & \sin \kappa_y &= \frac{a'c'}{a'i'}; \\ & & & & \Downarrow \\ \operatorname{tg} \gamma_{ly} &= \operatorname{tg} \gamma_y \sin \kappa_y \end{aligned} \quad (2.36)$$

Az oldalhátszöget hasonló geometriai szerkesztés alapján számítjuk ki. A vizsgált M'' élpont környezetében az Arkhimédész-féle spirális vezérgörbéjű hátfelületet ennek érintősíkjával *majdnem megegyező síkkal* helyettesítjük. Azért majdnem megegyező, mert az ezt kifeszítő egyik irány valóban a spirálishoz M'' -ben húzott érintő, a másik viszont a (2.35) közelítő képlettel kiszámított szög segítségével van meghatározva. Az Mab , $a'qc'$ és az $M''a'q''$ háromszögeket használjuk fel. A szerkesztés alapján $Ma \equiv M''a''$, $a'q \equiv a''q''$ és $ab \equiv a'c'$. A kijelölt háromszögekből felírhatjuk, hogy:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{ly} &= \frac{a''q''}{a''M''}; & \operatorname{tg} \alpha_y &= \frac{ab}{aM}; & \sin \kappa_y &= \frac{a'q}{a'c'}; \\ & & & & \Downarrow \\ \operatorname{tg} \alpha_{ly} &= \operatorname{tg} \alpha_y \sin \kappa_y \end{aligned} \quad (2.37)$$

A (2.36) és a (2.37) képletekből látszik, hogy az "oldalszögek" – vagyis a valós konstruktív élszögek – a profil meredek részein erősen csökkennek. Minél nagyobb a γ_V csúchomlokszög és az α_V csúchátszög értéke, annál nagyobbak lesznek az oldalszögek, de a fog szilárdsága és merevsége ennek következtében csökken. Alakos szerkesztésmódnál elfogadható, hogy az oldalhátszög minimális értéke $1^\circ \div 2^\circ$ között legyen. A csúcs geometriáját úgy kell megválasztanunk, hogy a lehető legmerevebb felépítésű fogat kapjuk úgy, hogy az oldalhátszög értéke is kielégítő legyen ⁴

2.1.4.3. A pontos konstruktív élgeometria vektormodellje. A pontos élgeometria kiszámítására az A. függelékben ismertetett matematikai modellt használjuk fel. A modellnek az előnye abban áll, hogy függvnyszerűen számítja a konstruktív és működő élgeometriát, és ezáltal lehetőséget ad arra, hogy adott forgácsolási folyamatra optimalizált élgeometriát állítsunk elő. Az alakos tárcsamaró esetében szükséges sajátosságokat a 2.6. ábrán tüntettük fel.

⁴Alakos modul tárcsamarók esetében nem létezik olyan profilszakasz, ahol $\kappa_y = 0$, így az előírt minimum oldalhátszög-érték feltétele radiális (beszűrő) hátramunkálással is elérhető. Alakos tárcsamarók esetében ferde vagy tengelyirányú hátramunkálást kell alkalmazni, hogy a maró tengelyére merőleges profilszakaszokra is kielégítő élgeometriát biztosítsunk.

A keresett szerszámél parametrikus egyenleteit a (2.38) és a (2.39) egyenletek együttes vizsgálatából kapjuk. Behelyettesítve a (2.38) parametrikus függvényeket a (2.39) -be, a következő, paraméterek közötti, összefüggést kapjuk⁵:

$$v = \arcsin \left(\frac{R \sin \gamma_V}{A - y(\varphi)} \right) - \gamma_V \quad (2.40)$$

A számítások elvégzése után az él egyenletei a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_s(\varphi) = x(\varphi) \\ y_s(\varphi) = \sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V} \cos \gamma_V + R \sin^2 \gamma_V \\ z_s(\varphi) = R \sin \gamma_V \cos \gamma_V - \sin \gamma_V \sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V} \end{cases} \quad (2.41)$$

A (2.40) egyenlet geometriai igazolását látjuk a 2.6. ábrán, mivel $R_y = A - y(\varphi)$, és az O_sME , O_sAE és O_sAM háromszögek együttes vizsgálatából azonnal látszik, hogy $\varphi_y \equiv v(\varphi)$

A következőkben az élszögek vektorszámításához szükséges elemeket határozzuk meg, a szerszám koordináta-rendszerében.

A konstruktív alapsík $\mathbf{k}$ normál-egységvektorát a 2.6. ábra alapján azonnal felírhatjuk:

$$\underline{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi_y \\ -\cos \varphi_y \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Az él $\boldsymbol{\tau}$ érintővektorát a (2.41) egyenletek φ szerinti deriválásából kapjuk:

$$\underline{\boldsymbol{\tau}} = \begin{pmatrix} r_b \varphi \sin(\varphi + \eta) \\ -r_b \varphi \cos(\varphi + \eta) \frac{A - y(\varphi)}{\sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V}} \cos \gamma_V \\ r_b \varphi \cos(\varphi + \eta) \frac{A - y(\varphi)}{\sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V}} \sin \gamma_V \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

A $\boldsymbol{\tau}$ vektorral azonos irányú, de egyszerűbb alakú $\boldsymbol{\tau}^*$ vektort állíthatunk elő, ha a (2.43) vektorkoordinátákat $r_b \varphi \cos(\varphi + \eta)$ -val osztjuk:

$$\underline{\boldsymbol{\tau}^*} = \begin{pmatrix} \text{tg}(\varphi + \eta) \\ -\frac{A - y(\varphi)}{\sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V}} \cos \gamma_V \\ \frac{A - y(\varphi)}{\sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V}} \sin \gamma_V \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

A $\mathbf{k}$ és $\boldsymbol{\tau}^*$ vektorokkal felírjuk a konstruktív koordináta-rendszer hiányzó két bázisvektorát:

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \frac{\mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}^*}{|\mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}^*|} \\ \mathbf{i} &= \mathbf{j} \times \mathbf{k} \end{aligned} \quad (2.45)$$

⁵csak a feladat szempontjából hasznos megoldást írtuk fel

A további két vektor, amelyre szükség van, a homlok- és a hátfelület $\mathbf{n}_\gamma$ illetve $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektorai a vizsgált élpontban. A sík homlokfelület normálvektora élponttól független felírású:

$$\mathbf{n}_\gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \gamma_V \\ -\cos \gamma_V \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

A hátfelület M vizsgált élpontbeli normálvektorát a $\boldsymbol{\tau}^*$ és a $\boldsymbol{\tau}_a$ – az Arkhimédész-féle spirális érintővektorának vektorszorzata adja:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_\alpha = \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_a \boldsymbol{\tau}^* &= \begin{pmatrix} 0 & -\cos(\alpha_y + \varphi_y) & -\sin(\alpha_y + \varphi_y) \\ \cos(\alpha_y + \varphi_y) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha_y + \varphi_y) & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \\ &\cdot \begin{pmatrix} \operatorname{tg}(\varphi + \eta) \\ -\frac{A-y(\varphi)}{\sqrt{(A-y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V}} \cos \gamma_V \\ \frac{A-y(\varphi)}{\sqrt{(A-y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V}} \sin \gamma_V \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{(A-y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V} \cos(\alpha_y + \varphi_y + \gamma_V) \\ \operatorname{tg}(\varphi + \eta) \cos(\alpha_y + \varphi_y) \\ \operatorname{tg}(\varphi + \eta) \sin(\alpha_y + \varphi_y) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.47)$$

A (2.47) képletben szereplő φ_y , amint az előbbieken említettük, nem más, mint a $v(\varphi)$ függvény, az α_y szöget pedig a (2.33) képlet adja, ahol $R_y = A - y(\varphi)$. Az A. függelékben felsorakoztatott képletek alapján most már számítható a *matematikailag pontos* élgeometria.

2.1.5. A profil korrekciója

Az alakos modul tárcsamaró profilkorrekcióját a 2.7. ábra alapján végezzük el.

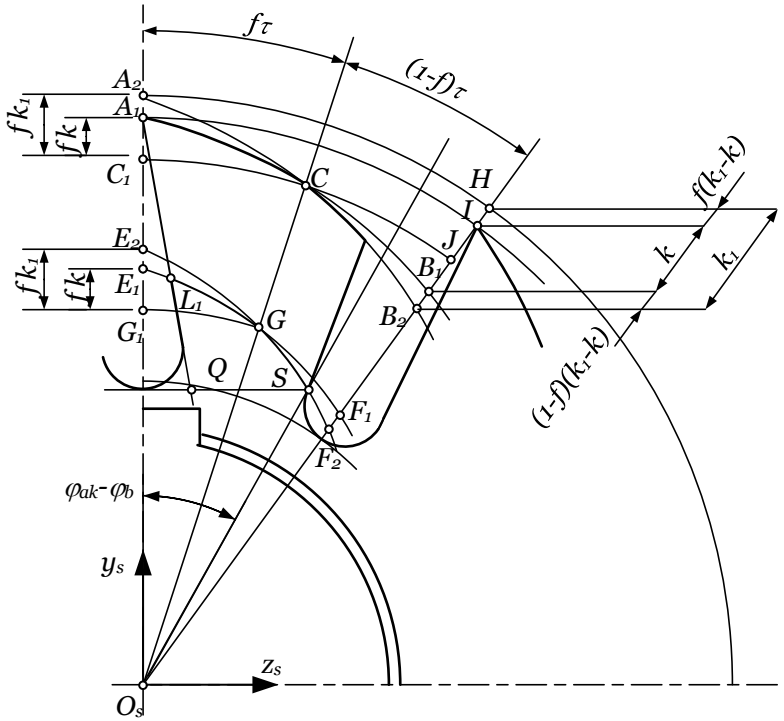
Az ábrán három profilt figyelhetünk meg: az előző pontban meghatározott homlokprofilt, azaz a torzítatlan élprofilt, a gyártandó fogárok-profilt, és közvetlenül alatta, az összszerszám profilját. Jelen szakaszban az összszerszám alatt nulla homlokszögű, sík homlokfelületű hátraesztarga-kést értünk.

A hátramunkálás során az összszerszám élpontjai a megmunkált maróhoz viszonyítva relatív Arkhimédész-féle spirális pályákat írnak le. A tetszőleges M élpontból indított spirális Q -ban metszi a tengelysík $O_s A$ nyomvonalát, míg ugyanez az élpont, a maró működése közben köríven mozog, tehát a tengelysík nyomvonalát P -ben fogja metszeni. Világos, hogy az összszerszám élpontja a Q pont, és a PQ szakasz hossza pontosan a profilkorrekciót teszi ki. A maró tengelyének irányában az élpont, a generált profilpont és az összszerszám élpontja ugyanazon, a tengelyre merőleges (radiál) síkba illeszkednek, tehát egyértelmű, hogy a profil *szélességében nem torzul* a korrekció során. Az is megfigyelhető, hogy a korrigált profil *zömökebb* a gyártandó profilnál.

A (2.40) képlet és a $\varphi_y \equiv v(\varphi)$ felismerés alapján a korrekció mértéke a tetszőleges M élpontra azonnal felírható:

$$\Delta(\varphi) = \frac{kz}{2\pi} \varphi_y = \frac{kz}{2\pi} v(\varphi) \quad (2.48)$$

Az összszerszám profilegyenletei a maró koordináta-rendszerében:



2.8. ÁBRA. A kétszeres hátraesztergálás geometriai elemei

nagyobb teret foglal el, mint a hátraeszterga-kés, emiatt nem lehet a fogat egész terjedelmében hátramunkálni ⁶. A fognak csupán részleges hátraköszörülése nem jelent hátrányt, figyelembe véve, hogy a tárcsamaró fogát maximum a szögosztás feléig lehet élezni – előlött a fog igen meggyengül. A hátraköszörülésre a fogat elő kell készíteni. Annak érdekében, hogy az interferenciát meggátoljuk, a maró fogának hátsó, nem hátraköszörülendő része fölött a köszörűkorongnak *el kell suhannia*. Ez csakis akkor lehetséges, ha a maró fogának nem hátraköszörülendő része meredekebb Arkhimédész-féle vezérgörbével generált, mint a fog hasznos része. Emiatt a fogat két különböző hátraesztergálási beállítással munkálják meg, mégpedig úgy, hogy a meredekebb hátraesztergálás általában másfélszer nagyobb, mint a fő-hátraesztergálás: $k_1 \approx 1,5k$. A beállítások geometriai vázlatát a 2.8. ábrán szemléltettük.

A τ szögosztást az $f\tau$, $f \in [0,3, \quad 0,5]$ hátraköszörült és $(1-f)\tau$ maradék részre osztjuk, melyben megtalálható a fogárok és a köszörületlen fogrész. Másrészt érvényben marad a 2.5. ábrán feltüntetett gyártási szögosztás is, következésképpen a fog utolsó Arkhimédész-féle spirálison illeszkedő pontja $\varphi_{ak} - \varphi_b$ szög $O_s S$ szárán található.

⁶Szárköszörűvel lehetséges, viszont ez lassú és költséges művelet, pontosabb szerszámok esetében alkalmazzák

Az A élcúcsból induló A_1CB_1 spirális-ív hátramunkálási paramétere k . Ezt a meredekebb, $k_1 \approx 1,5k$ jellemzőjű A_2CB_2 spirális metszi C -ben. Ennek a spirálisnak csak a Cb_2 ívrésze másolódik rá a fogra, ugyanis az ezt megvalósító szerszám C -ben lép be a fogba, így az A_1CB_1 spirálisnak a hasznos A_1C ívét érintetlenül hagyja. A legmélyebb fekvésű L_1 élpont az E_1GF_1 spirálison található, amelyet G -ben metsz a meredekebb E_2GF_2 spirális. Az OGC sugár választja el a hátraköszörülendő fogrészt a hátsó, támasztó résztől. A spirális polársugara a polárszög növekedésével lineárisan csökken, tehát megfigyelhető, hogy a teljes fogmagasságot a hátramunkálások közelítőleg a $fk + (1-f)k_1$ mennyiséggel növelik, emiatt a fog teljes magasságának közelítő képlete

$$H \approx h_s + fk + (1-f)k_1 + r \quad (2.51)$$

lesz. A fogtőszilárdság vizsgálatához szükséges számításokat a 2.2. ábrához kapcsolódó képletek segítségével végezzük el, figyelembe véve, hogy az S jellegzetes fogárok-pont sugara:

$$\begin{aligned} \rho_S &= R - h_p - (f\tau - \angle E_1OL_1) \frac{kz}{2\pi} - (\varphi_{ak} - \varphi_b - f\tau) \frac{k_1z}{2\pi} = \\ &= R - h_p + f\tau \frac{(k_1 - k)z}{2\pi} + \arcsin \frac{R}{R - h_p} \frac{kz}{2\pi} - (\varphi_{ak} - \varphi_b) \frac{k_1z}{2\pi} \end{aligned} \quad (2.52)$$

A második hátraesztérgálás késbeállításakor számolni kell a δ_R késkihúzással, azért, hogy az élcúcsához tartozó spirális a hátfelülettel ténylegesen a C pontban ütközzön. A késkihúzás mértéke $A_1A_2 = E_1E_2$:

$$\delta_R = \frac{(k_1 - k)z}{2\pi} f\tau \quad (2.53)$$

2.1.7. A hátraköszörült alakos modul tárcsamaró profilkorrekciója

A hátraköszörült alakos tárcsamaró profilkorrekciójának két eleme van:

- a köszörűkorong átmérőjének meghatározása;
- a köszörűkorong tengelyszelvény-profiljának kiszámítása.

A számíthoz feltételezzük, hogy a maró foghátfelületét egyetlen fogásból munkáljuk meg, tehát a jelen esetben alkalmazott beszúró hátramunkálás során a köszörűkorong tengelye párhuzamos kell legyen a maró tengelyével, és merőleges a hátramunkálás irányára. A számításokat a 2.9. ábra alapján végezzük el, legegyszerűbben a maróhoz csatolt $x_sy_s z_s$ koordináta-rendszerben.

2.1.7.1. A köszörűkorong legnagyobb átmérőjének meghatározása. A legnagyobb alkalmazható köszörűkorong-átmérőt abból a feltételből számítjuk ki, hogy az $f\tau$ szögtartományban elhelyezkedő spirális hátfelületet végig lehessen köszörűlni [56]. A 2.9. ábráról leolvasható, hogy a köszörűkorong O_k középpontjának határhelyzetét a belső spirális G pontbeli normálisa szabja meg:

$$\begin{cases} y_s^{O_k} = y_s^G + R_k \cos(f\tau + \angle CGO_k) \\ z_s^{O_k} = z_s^G + R_k \sin(f\tau + \angle CGO_k) \end{cases} \quad (2.54)$$

A G -ben a hátfelület belső spirálisára húzott merőleges és az $O_s G$ polársugár által bezárt szöget a (2.33) alapján számítjuk ki:

$$\angle CGO_k = \arctg \left. \frac{\dot{\rho}}{\rho} \right|_{f\tau - \varphi_y} = \arctg \left(\frac{kz}{2\pi} \frac{1}{R - h_p - (f\tau - \varphi_y) \frac{kz}{2\pi}} \right) \quad (2.57)$$

A köszörűkorong középpontjának koordinátáit a (2.54) képletekkel számoljuk, miután behelyettesítettük a (2.55) és a (2.57) képleteket

Továbbá felírjuk a köszörűkorong O_k középpontjából a következő fog homlokfelületének nyomvonalára bocsátott merőleges egyenest, melynek iránytényezője, figyelembe véve a homlokfelület-nyomvonal iránytényezőjét, $m_1 = -\operatorname{ctg}(\tau - \gamma_V)$:

$$z_s \operatorname{tg}(\tau - \gamma_V) + y_s = z_s^{O_k} \operatorname{tg}(\tau - \gamma_V) + y_s^{O_k} \quad (2.58)$$

A (2.56) és (2.58) egyenletekből alkotott lineáris egyenletrendszer megoldása az I_1 pont koordinátái:

$$\begin{cases} y_s^{I_1} = y_s^{O_k} \cos^2(\tau - \gamma_V) + z_s^{O_k} \sin(\tau - \gamma_V) \cos(\tau - \gamma_V) - R \sin(\tau - \gamma_V) \sin \gamma_V \\ z_s^{I_1} = (R \sin \gamma_V + y_s^{O_k} \sin(\tau - \gamma_V)) \cos(\tau - \gamma_V) - z_s^{O_k} \sin^2(\tau - \gamma_V) \end{cases} \quad (2.59)$$

A (2.54), (2.55), (2.57) és (2.59) képletek segítségével fel lehet írni az ütközés elkerülésének a feltételét, ami azt fejezi ki, hogy a köszörűkorong legnagyobb sugara kisebb klegyen, mint a középpontja és a következő fog homlokfelülete közti távolság, az aktuális fog hátramunkálásának végső fázisában:

$$\sqrt{(y_s^{O_k} - y_s^{I_1})^2 + (z_s^{O_k} - z_s^{I_1})^2} \geq R_k + \delta_b \quad (2.60)$$

A (2.60) feltétel egy ellenőrző összefüggés, amely a köszörűkorong lehetséges maximális sugara, a hátraköszörülési szög terjedelme, a szögosztás, a maró legnagyobb sugara és a profil mélysége között teremt kapcsolatot, amelyet a következőképpen kell értelmeznünk:

$$F_1(R, R_k, \tau, f, h_p) \leq 0 \quad (2.61)$$

A levezetett összefüggés segítségével ki lehet számítani, adott szerszámméretek ismeretében, a köszörűkorong legnagyobb átmérőjét. Ha az átmérő nem elegendő, akkor a maró külső átmérőjének növelésével, a fogak ritkításával lehet elfogadható érték-kombinációhoz jutni.

Az említett feltételt ki kell egészíteni a köszörűkorong minimális sugarának kiszámításával. A feltételünk a köszörűkorong és a hátfelület között fennálló kölcsönös burkolás. A 2.9. ábrán szemléltetett köszörűkorong r_k sugarú köre az A pontból induló spirális ívet kell érintse egy u paraméterű pontban. Az érintési pont és a köszörűkorong középpontját összekötő szakasz a spirális normálisára illeszkedik, és hossza r_k . Ezt a sajátosságot a normális egyenletének az O_k pontra való felírásával kamatoztatjuk, az r_k sugár kiszámítása céljából.

Az A pontból induló spirális parametrikus egyenletei a következők:

$$\begin{cases} y_s(u) = (R - au) \cos u \\ z_s(u) = (R - au) \sin u \end{cases}, a = \frac{kz}{2\pi} \quad (2.62)$$

A spirális tetszőleges pontjába húzott normál-egységvektor koordinátáit a (2.62) parametrikus koordináták deriválásával és megfelelően alkalmazott előjel-változtatással számítjuk úgy, hogy a normál-egységvektor irányítása a köszörűkorong középpontja felé tartson:

$$\underline{\mathbf{e}} = \begin{pmatrix} \frac{(R-au) \cos u - a \sin u}{\sqrt{(R-au)^2 + a^2}} \\ \frac{(R-au) \sin u + a \cos u}{\sqrt{(R-au)^2 + a^2}} \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

Ezzel a tetszőleges M pontra felírt normálegyenes parametrikus mátrixegyenlete a következő:

$$\underline{\mathbf{r}}_n = \underline{\mathbf{r}}_M + \lambda \underline{\mathbf{e}} \quad (2.64)$$

A köszörűkorong középpontja r_k távolságra található a normális és a spirális középpontjától, tehát a $\lambda = r_k$ értékre a (2.64) mátrixegyenlet az O_k középpont koordinátáit kell adja. A számítások elvégzése után az előbb említett egyenlet kétismeretlenes egyenletrendszerre alakul, r_k és λ ismeretlenekben:

$$\begin{cases} \Lambda y_s^{O_k} = \Lambda(R-au) \cos u + r_k((R-au) \cos u - a \sin u) \\ \Lambda z_s^{O_k} = \Lambda(R-au) \sin u + r_k((R-au) \sin u + a \cos u) \\ \Lambda = \sqrt{(R-au)^2 + a^2} \end{cases} \quad (2.65)$$

A (2.65) egyenletrendszer egyszerűsítése érdekében a következőképpen járunk el: először az első egyenletet $\cos u$ -val, a másodikat $\sin u$ -val szorozzuk és ezeket összeadjuk. Másodszor a másodikat $\cos u$ -val, az első pedig $\sin u$ -val szorozzuk, majd a másodikból kivonjuk az első. A talált egyenértékű egyenletrendszer a következő lesz:

$$\begin{cases} \Lambda (y_s^{O_k} \cos u + z_s^{O_k} \sin u) = \Lambda(R-au) + r_k(R-au) \\ \Lambda (z_s^{O_k} \cos u - y_s^{O_k} \sin u) = r_k a \end{cases} \quad (2.66)$$

A második egyenletet behelyettesítjük az elsőbe, és ezáltal egy olyan transzcendens egyenletet kapunk, amelynek u gyöke a külső spirális és a köszörűkorong érintkezési pontjának a paramétere:

$$y_s^{O_k} \cos u + z_s^{O_k} \sin u = (R-au) \left(1 + \frac{z_s^{O_k} \cos u - y_s^{O_k} \sin u}{a} \right) \quad (2.67)$$

A (2.67) megoldása után ellenőrizni kell, hogy az $R_k - r_k$ profilmélységű köszörűkorong megfelelő e. Az első feltétel az r_k legkisebb sugár ellenőrzése. Ismert, hogy a köszörült felületi minőség elérése érdekében a köszörűkorongnak legkevesebb $v_{min} = 10 \div 12$ m/s-os vágósebességet kell biztosítanunk. Ehhez a hátraesztergapad köszörűkészüléke legkevesebb $n_{min} = \frac{30000 v_{min}}{\pi r_k}$ fordulatszámon kell pörögjön. Ha ez nem valósítható meg, akkor a külső sugarat (átmérőt) kell növelnünk, ami az f paraméter csökkentésével, a fogárok növelésével, a maró külső átmérőjének a növelésével illetve a fogszám csökkentésével oldható meg. A legkisebb D_{kmin} köszörűkorong-átmérő kb. $2 \div 2,5$ -ször nagyobb kell legyen, mint a tüske átmérője. Ha ez utóbbi feltétel

nem teljesül, és a szerszám konstruktív méreteinek újratervezése sem hoz elfogadható eredményt, akkor köszörűszáras hátramunkálásban kell tovább gondolkodnunk.

2.1.7.2. A köszörűkorong profilkorrekciója. A számítást a (2.9) ábra alapján végezzük el. Feltételezzük, hogy a köszörűkorong legnagyobb sugarát már kiszámítottuk. A következőkben szükségünk lesz a maró hátfelületének parametrikus egyenleteire. Ezt úgy kapjuk, hogy a (2.41) egyenletű élgörbét a maró K_s koordináta-rendszerével egybeeső K_2 él-koordináta-rendszerbe helyezzük, majd ez utóbbit a hátraesztérgálás Arkhimédész-féle spirális vezérgörbéje mentén elmozdítjuk, legyenek e mozgás paraméterei v és av [61]. Jelöljük át a (2.41) élkoordinátákat x_2, y_2, z_2 - vel, és ezzel írjuk fel a transzformáció mátrixegyenletét, akár a [61]-ben:

$$\mathbf{r}_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos v & -\sin v & -av \cos v \\ 0 & \sin v & \cos v & -av \sin v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{r}_2 \quad (2.68)$$

A (2.41) koordináta-függvényekkel a (2.68) a hátfelület parametrikus egyenleteit adja:

$$\begin{cases} x_s^{(\alpha)}(\varphi, v) = r_b(\sin(\varphi + \eta) - \varphi \cos(\varphi + \eta)) \\ y_s^{(\alpha)}(\varphi, v) = \varrho(\varphi) \cos(\gamma_V - v) + R \sin \gamma_V \sin(\gamma_V - v) - av \cos v \\ z_s^{(\alpha)}(\varphi, v) = -\varrho(\varphi) \sin(\gamma_V - v) + R \sin \gamma_V \cos(\gamma_V - v) - av \sin v \\ \varrho(\varphi) = \sqrt{(A - y(\varphi))^2 - R^2 \sin^2 \gamma_V} \end{cases} \quad (2.69)$$

A hátfelület $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektorát a (φ, v) paraméterek szerint írjuk fel. Megfigyelhető, hogy $(x_s^{(\alpha)})'_v = 0$, emiatt a normálvektor koordinátái egyszerűsödnek:

$$\mathbf{n}_\alpha = \left(\frac{\partial \mathbf{r}_s^{(\alpha)}}{\partial \varphi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_s^{(\alpha)}}{\partial v} \right) = \begin{pmatrix} -(z_s^{(\alpha)})'_\varphi (y_s^{(\alpha)})'_v + (y_s^{(\alpha)})'_\varphi (z_s^{(\alpha)})'_v \\ -(x_s^{(\alpha)})'_\varphi (z_s^{(\alpha)})'_v \\ (x_s^{(\alpha)})'_\varphi (y_s^{(\alpha)})'_v \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

Az $O_k(y_s^{O_k}, s_s^{O_k})$ központú köszörűkorong és a hátfelület érintkezési görbéjét abból a feltételből kapjuk, hogy a hátfelület tetszőleges pontjába húzott normálegyenes metszi a köszörűkorong tengelyét [70], [47]. Jelöljük rendre $n_{\alpha x}, n_{\alpha y}, n_{\alpha z}$ -vel a normálvektor koordinátáit, és $x_s^{(\alpha)}, y_s^{(\alpha)}, z_s^{(\alpha)}$ -sel a hátfelület tetszőleges, (φ, v) paraméterkoordinátájú pontját. Ebben az esetben a köszörűkorong-tengely és a normálegyenes

2-2 egyenletéből alkotott, háromismeretlenes, lineáris, négy egyenletből álló egyenlet-rendszer a következő lesz:

$$\begin{cases} y_s = y_s^{O_k} \\ z_s = z_s^{O_k} \\ x_s n_{\alpha y} - y_s n_{\alpha x} = x_s^{(\alpha)} n_{\alpha y} - y_s^{(\alpha)} n_{\alpha x} \\ y_s n_{\alpha z} - z_s n_{\alpha y} = y_s^{(\alpha)} n_{\alpha z} - y_s^{(\alpha)} n_{\alpha y} \end{cases} \quad (2.71)$$

Jelöljük a két utolsó egyenlet jobboldalait $E_1(\varphi, v)$ illetve $E_2(\varphi, v)$ -vel. A felületi φ, v paraméterek közötti kapcsolat a rendszer megoldhatósági feltételéből ered, vagyis

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & y_s^{O_k} \\ 0 & 0 & 1 & z_s^{O_k} \\ n_{\alpha y} & -n_{\alpha x} & 0 & E_1(\varphi, v) \\ 0 & n_{\alpha z} & -n_{\alpha y} & E_2(\varphi, v) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.72)$$

A determináns kifejtése és a parciális deriváltak kiszámolása után a következő, mint φ -ben, mint v -ben transzcendens egyenletre jutunk:

$$\begin{aligned} & z_s^{O_k} y_s^{(\alpha)}(\varphi, v) - y_s^{O_k} z_s^{(\alpha)}(\varphi, v) - a(y_s^{O_k} \cos v + z_s^{O_k} \sin v) - \\ & - a(y_s^{(\alpha)}(\varphi, v) \cos v + z_s^{(\alpha)}(\varphi, v) \sin v) = 0 \end{aligned} \quad (2.73)$$

Az egyenletet numerikusan oldjuk meg, a következőképpen:

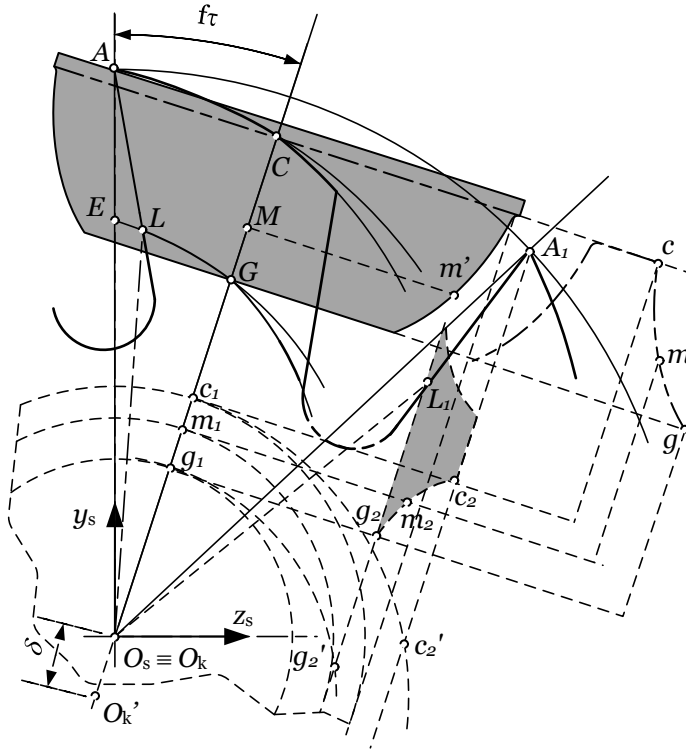
- a (2.6) ÷ (2.12) képletek segítségével elkészítjük a φ paraméter felosztását, és kiszámítjuk az $x_s^{(\alpha)}$ koordináta és a $\varrho(\varphi)$ kifejezés értékeit, létrehozva ezáltal egy, a maró tengelyére merőleges, párhuzamos síksereget, amelyben a köszörűkorong megfelelő körseletei jelennek meg;
- minden $\varphi_i, i \in \overline{0, N-1}$ értékre megoldjuk a (2.73) egyenletet, és előállítjuk a $(\varphi_i, v_i), i \in \overline{0, N-1}$ értékpár-sorozatot;
- Kiszámítjuk a (2.69) felületegyenletek segítségével az érintkezési pontok koordinátáit a hátfelületen;
- kiszámítjuk a

$$r_{ki} = \sqrt{(y_s^{O_k} - y_s^{(\alpha)}(\varphi_i, v_i))^2 + (z_s^{O_k} - z_s^{(\alpha)}(\varphi_i, v_i))^2}, \quad i \in \overline{0, N-1} \quad (2.74)$$

köszörűkorong-sugarakat.

A fentebb leírt módszerrel kapott sugarak a köszörűkorong tengelyére merőleges profilkoordináták, egy olyan koordináta-rendszerben amelynek x tengelye a forgástengely.

Az előbbiekben leírt profilkorrekció közelítő módszer, ugyanis elméleti geometriai hibával terhelt. Ahhoz, hogy a köszörűkorong az Arkhimédész-féle spirális vezérgörbék hátfelületét burkolja, az alakját attól függően kéne változtatnia, hogy a hátfelület legbelső spirálisának mely pontjára húzott normálisra illesztjük a korong középpontját. Ezt a megállapítást támasztja alá a tény, miszerint a profilkorrekció egyenletébe az $y_s^{O_k}, z_s^{O_k}$ középpont-koordináták paraméterként vesznek részt, és nem egyszerűsödnek. Másrészt, kinematikai számítások segítségével igazolható, hogy amennyiben a



2.10. ÁBRA. A kőszőrűszár és az alakos tárcsamaró relatív helyzete;
az ütközés elkerülésének feltételei

jelen levezetésben a kőszőrűkorong középpontjának tájolására felhasznált belső spirálist kell érintenie minden pillanatban a kőszőrűkorong legnagyobb átmérőjű körének, akkor ennek a középpontja nem Arkhimédész-féle spirálison kell mozogjon. A kőszőrülést hátraeszterga-padon valósítják meg, ennél fogva, a munkadarabhoz viszonyítva, a kőszőrűkorong egyenletes forgó mozgás és ennek tengelyére merőleges irányú, az előbbivel összehangolt, egyenletes haladó mozgás szuperponálásából keletkezett síkmozgást végez. Innen az, hogy a kőszőrűkorongnak csak azok a pontjai írnak le forgástengely- központú Arkhimédész-féle spirálist, amelyeknek a beszűrő előtolásbeli pályája a forgástengelyt metszi [61]. Meg kell jegyezni, hogy az elméleti hibák értéke elhanyagolhatóan kicsi, ezért a hátrakőszőrülés kielégítő pontosságú megmunkálásnak tekinthető.

2.1.7.3. Kőszőrűszárral való hátrakőszőrülés. A kőszőrűszárral való hátrakőszőrülés geometriai beállítása ugyanaz, mint a hátraesztergálás esetében. A kőszőrűkorong tengelyszelvénye egybe kell essen a korrigált profilal, ami a maró tengelyén áthaladó síkban található. A beállítás során ügyelni kell arra, hogy a kőszőrűszár tengelye és a hátraesztergapad főorsójának tengelye metsszék egymást, és az általuk kifeszített

sík tartalmazza a hátramunkáló sugárirányú beszúrás pályáját (vagyis a köszörűszár legyen megfelelően központosítva). A következő foggal való ütközés elkerülésének geometriai feltételeit a 2.10. ábrán szemléltettük. A jobb szemléltetés érdekében a köszörűszerszám méretét eltűzöttük. A köszörűszár olyan alakos forgástest, melynek tengelye metszi a tárcsamaró x forgástengelyét (Ox merőleges az ábra síkjára a köszörűszár tengelye pedig az O_sC sugárra esik). A köszörűszárat a hátramunkálás végső helyzetében ábrázoltuk. A köszörűszár tengelyszelvénye elméletileg megegyezik az $AE=CG$ szakaszokkal kifejezett magasságú korrigált profillal, amelyet jobbra kivetítettünk, és a jobboldali íven felvettük a c, m, g pontokat.

A főnézet alatti vetület a köszörűszár tengelyére merőleges, így ebben a profil jellegzetes köreit látjuk. A vázlat bonyolításának elkerülése céljából a tengelyt az O_s origóba vettük fel, de ennek nincsen jelentősége a számítások szempontjából. A köszörűszár tengelye a vetület síkját az O_sC vonal mentén dőfi át. A c, m, g profilpontok megfelelői a köszörűszár tengelyszelvényében rendre c_1, m_1, g_1 . E pontok közötti távolság a profil szélességének irányában megegyezik az x -koordináták közötti különbséggel; a profil $O_s y_s$ szimmetria tengelye párhuzamos az $O_s y_s z_s$ koordinátasíkkal. Hangsúlyozzuk, hogy a köszörűszár tengelye párhuzamos az $O_s y_s z_s$ koordinátasíkkal.

A c_2, m_2, g_2 pontok a következő fog élén illeszkedő azon pontok, amelyeknek x_s koordinátái megegyeznek rendre a c, m, g pontok koordinátáival. A z említett pontokat tartalmazó homlokfelületet torzult, a köszörűszerszám tengelyére merőleges vetületben ábrázoltuk.

A köszörűszár legnagyobb sugarú köre a profil c csúcspontjából induló spirálison érintkezik a hátfelülettel. Az ábrából azonnal leolvasható, hogy a következő foggal való ütközés nem következik be, mivel a megfelelő távolságok rendre $c_1 c_2, m_1 m_2, g_1 g_2$ nagyobbak, mint a köszörűszerszám sugara. Ha a köszörűszerszám mindegyik sugarát δ értékkel növeljük, és ezáltal a tengelyt O_k -ból O'_k -be visszük, akkor észrevehető, hogy a kollízióveszély oldalirányból érkezik: a $c_2 c'_2$ illetve a $g_2 g'_2$ szakaszok egyre kisebbé válnak. A tapasztalat azt mutatja, hogy a kollízió legvalószínűbb a köszörűkorong legkisebb átmérőjén, azaz a köszörűlendő profil legszélesebb részén. A számítást erre végezzük el.

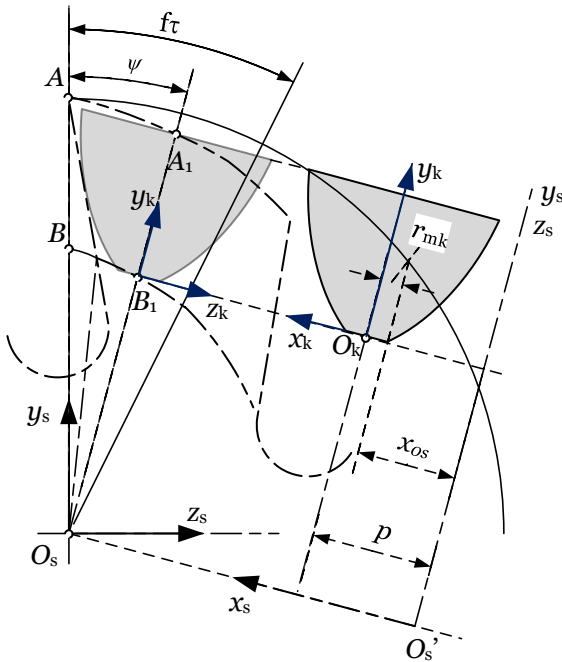
A következő fog legmélyebben fekvő L_1 élpontjának a köszörűszár-tengely O_sC vonalától való távolsága, a (2.17) képletsor felhasználásával:

$$\Delta_{L_1} = g_1 g_2 = OL_1 \sin \angle L_1 O_k C = (R - h_p) \sin \left((1 - f)\tau + \arcsin \left(\frac{R}{R - h_p} \sin \gamma_V \right) - \gamma_V \right) \quad (2.75)$$

Legyen a legkisebb köszörűszár- sugár értéke r_{mk} . Egyszerű síkmértani összefüggésekből azonnal felírható, hogy az ütközési távolság a legkisebb sugár szintjén

$$q_{mk} = g'_2 g_2 = r_{mk} - \sqrt{r_{mk}^2 - \Delta_{L_1}^2} \quad (2.76)$$

A következőkben a profil tetszőleges pontját generáló, $R_y = y_s(\varphi) = A - y(\varphi)$ sugáron illeszkedő élpont köszörülését vizsgáljuk meg. Ez a pont a következő fog homlokfelületétől megközelítőleg $\Delta_y = m_1 m_2$ távolságra van, ahol



2.11. ÁBRA. A köszörűszár profilkorrekciója

$$\Delta_y = m_1 m_2 \approx R_y \sin \left((1-f)\tau + \arcsin \left(\frac{R}{R_y} \sin \gamma_V \right) - \gamma_V \right) \quad (2.77)$$

A köszörűszár sugara viszont a $\delta_{ry} = |x_s^{(L_1)} - x_s(\varphi)|$ értékkel kell növekedjen, tehát felírható, hogy $r_{yk} = r_{mk} + \delta_{ry}$. Ezzel a (2.76) képlet a következőképpen alakul:

$$q_y = m'_2 m_2 = r_{yk} - \sqrt{r_{yk}^2 - \Delta_y^2} \quad (2.78)$$

A profilpontok interferencia-vizsgálata során megállapítható a köszörűszár csúcs-sugarának a lehetséges legnagyobb értéke. Ha ez az érték túlságosan nagy, akkor meg lehet növelni a hátraekszőrült rész szögterjedelmét, az f töredék-érték növelésével. Pontos ellenőrzést a köszörűszár profiljának számítása után végezhetünk.

2.1.7.4. A köszörűszár profilkorrekciója. A köszörűszár profilkorrekcióját a felület-burkolás elmélete alapján végezzük el ([47, 70]). Az alkalmazott koordináta-rendszerek a 2.11. ábrán láthatók.

A lefejtés adott pillanatában jelölje a köszörűszár tengelyének helyzetét a ψ szög. A hátraesztérgálásnak megfelelő összerszám-profil magassága $AB = A_1 B_1$. Ezt a h_p profilmagasságból számítjuk ki a csúchomlokszög, a csúchátszög és a maximális

marósugár ismeretében, a (2.17) képletsor alkalmazásával:

$$\overline{AB} = h_{II} = h_p - \frac{kz}{2\pi} \left(\arcsin \left(\frac{R}{R-h_p} \sin \gamma_V \right) - \gamma_V \right) \quad (2.79)$$

A h_{II} korrigált profilmagassággal, a (2.11) alapján kiszámítjuk a köszörűszár O_k origójának koordinátáit:

$$\begin{cases} x_s^{O_k} = r_{mk} + x_{0s} = p \\ y_s^{O_k} = R_y(\psi) \cos \psi \\ z_s^{O_k} = R_y(\psi) \sin \psi \\ R_y(\psi) = (R - h_{II} - \frac{kz}{2\pi} \psi) \end{cases} \quad (2.80)$$

Felírjuk a köszörűszár és a maró koordináta-rendszerei közötti transzformációs egyenletet:

$$\underline{\mathbf{r}}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -p \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi & -R_y(\psi) \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{\mathbf{r}}_s \quad (2.81)$$

Akár a köszörűtárcsával való hátramunkálás esetében ((2.71) egyenletrendszer), a hátfelület (φ, v) paraméterei közötti összefüggést itt is a köszörűszár-tengely és a hátfelület adott pontbeli normálegyenese-egyenleteinek együttes vizsgálatából kapjuk. Emlékezzünk, hogy a négy egyenletből álló, x_s, y_s, z_s -ben háromismeretlenes lineáris egyenletrendszernek akkor és csakis akkor lehet megoldása, ha a felület normálegyenese metszi a köszörűszár tengelyét, ezáltal azokat a felületi pontokat jelölve meg, amelyek a köszörűszár és a hátfelület érintkezési görbéjéhez tartoznak. A feltétel a

$$\begin{cases} x_s = p \\ y_s \operatorname{tg} \psi - z_s = 0 \\ x_s n_{\alpha y} - y_s n_{\alpha x} = x_s^{(\alpha)} n_{\alpha y} - y_s^{(\alpha)} n_{\alpha x} \\ y_s n_{\alpha z} - z_s n_{\alpha y} = y_s^{(\alpha)} n_{\alpha z} - z_s^{(\alpha)} n_{\alpha y} \end{cases} \quad (2.82)$$

egyenletrendszer összeférhetősége, vagyis

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & \operatorname{tg} \psi & -1 & 0 \\ n_{\alpha y} & -n_{\alpha x} & 0 & E_1 \\ 0 & n_{\alpha z} & -n_{\alpha y} & E_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.83)$$

A (2.83) kifejtése és a hátfelület-normálvektor koordinátáinak a (2.70) szerinti parciális deriváltakal való kifejezéseinek behelyettesítésével meglehetősen bonyolult egyenlethez jutunk:

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \psi \left((x_s^{(\alpha)} - p)(x_s^{(\alpha)})'_{\varphi} (z_s^{(\alpha)})'_v + y_s^{(\alpha)} (-(z_s^{(\alpha)})'_{\varphi} (y_s^{(\alpha)})'_v + (y_s^{(\alpha)})'_{\varphi} (z_s^{(\alpha)})'_v) \right) + \\ & + (x_s^{(\alpha)} - p)(x_s^{(\alpha)})'_{\varphi} (y_s^{(\alpha)})'_v - z_s^{(\alpha)} (-(z_s^{(\alpha)})'_{\varphi} (y_s^{(\alpha)})'_v + (y_s^{(\alpha)})'_{\varphi} (z_s^{(\alpha)})'_v) = 0 \end{aligned} \quad (2.84)$$

számítani, hogy melyek azok a fogszámok, amelyek előállítására egyetlen tárcsamaróval lehetséges, úgy, hogy a megmunkált fogprofil a tűrésmezőben maradjon. Kevésbé szigorú pontossági előírások esetében a csoport meglehetősen tág, míg szigorú pontossági előírások esetében szűkül. Minél kisebb a megengedett profiltűrés, annál több maróra van szükség, hogy a gyártás szempontjából szignifikáns fogszám-intervallumot lefedje. A gyártók ([95, 62]) három típusú marókészletet ajánlanak:

- I. 8 elemből álló készlet. Ez a legpontosabb. $m = 7$ mm alatt ajánlott. A marók számozása és a gyártható fogszámok a következők:

$$\left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 12-13 & 14-16 & 17-20 & 21-25 & 26-34 & 35-54 & 55-134 & 135++ \end{array} \right)$$

- II. 15 elemből álló készlet. $m = 8$ mm felett ajánlott. A marók számozása és a gyártható fogszámok a következők:

$$\left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 1\ 1/2 & 2 & 2\ 1/2 & 3 & 3\ 1/2 & 4 & 4\ 1/2 \\ 12 & 13 & 14 & 15-16 & 17-18 & 19-20 & 21-22 & 23-25 \\ 5 & 5\ 1/2 & 6 & 6\ 1/2 & 7 & 7\ 1/2 & 8 & \\ 26-29 & 30-34 & 35-41 & 42-54 & 55-79 & 80-134 & 135++ & \end{array} \right)$$

- III. 26 elemből álló készlet. Pontosabb fogazatok készítésére ajánlott. A marók számozása és a gyártható fogszámok a következők:

$$\left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 1\ 1/2 & 2 & 2\ 1/2 & 2\ 3/4 & 3 & 3\ 1/4 & 3\ 1/2 \\ 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 \\ 3\ 3/4 & 4 & 4\ 1/4 & 4\ 1/2 & 4\ 3/4 & 5 & 5\ 1/4 & 5\ 1/2 \\ 20 & 21 & 22 & 23 & 24-25 & 26-27 & 28-29 & 30-31 \\ 5\ 3/4 & 6 & 6\ 1/4 & 6\ 1/2 & 6\ 3/4 & 7 & 7\ 1/4 & 7\ 1/2 \\ 32-34 & 35-37 & 38-41 & 42-46 & 47-54 & 55-65 & 66-79 & 80-102 \\ 7\ 3/4 & 8 & & & & & & \\ 103-134 & 135++ & & & & & & \end{array} \right)$$

A fenti táblázatokból egyértelműen kitűnik, hogy a maró számát a megmunkált fogazat fogszámának függvényében választjuk ki. Ha a maró egy bizonyos fogszám-intervallumra ajánlott, akkor a referencia-profilját (2.1. ábra) a legkisebb fogszámú kerék fogárok profilja adja. Emiatt a 32 alatti fogszámú fogaskerek megmunkálásakor enyhe alámetszés léphet fel.

2.1.9. Alakos modul tárcsamaró ferde fogazatra

Az egyenes fogak másoló maróit ferde fogazatok gyártására is használhatjuk. Itt azonban tekintetbe kell vennünk azt a tényt, hogy nem a maró tengelyszelvénye másolódik rá a gyártott fogárokra, mint egyenes fogazat marása esetében, hanem a fogárok felületi burkolással jön létre. Így a fogárok mérete a maró átmérőjével és a fogazat dőlésszögével arányosan *nagyobb lesz*, mint a maró tengelyszelvénye. Elfogadható, a másolásnak megfelelő pontosságú profil gyárthatunk $\beta_0 \in (5^\circ \div 15^\circ)$ osztóköri fogferdeségi szögintervallumban. Nagyobb fogferdeség esetében a profil jelentősen torzul, ebben az esetben tanácsos lefejtéssel előállítani a fogazatot, vagy a gyártandó alkatrésznek megfelelő egyedi célszerszámot tervezni.

Amennyiben a fogferdeségi szög az előbb megjelölt intervallumban található, akkor a marót az egyenértékű fogszám alapján választjuk ki, a

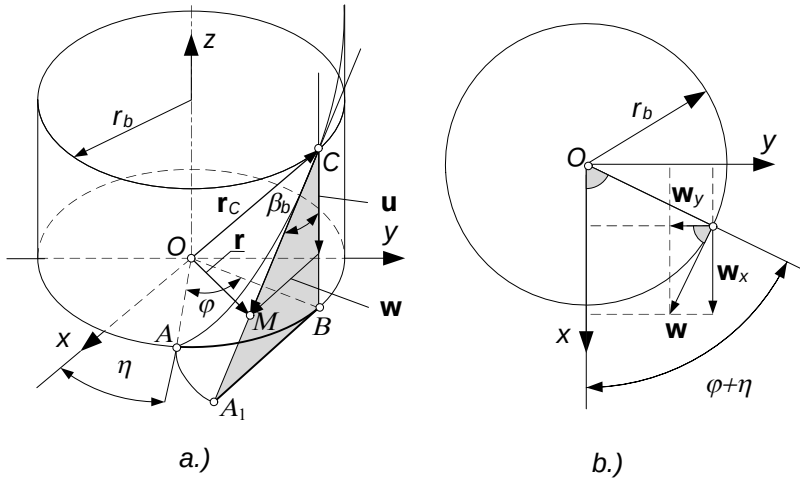
$$z_{ekv} = \frac{z}{\cos^3 \beta_0} \quad (2.86)$$

képlet segítségével [101].

Nagyobb fogferdeségi szög esetében a fogazat a 2.1. ábrán szemléltetett geometriai elemeit újraszámoljuk a homlokmetszetre ([97, 101]), az m_n szabványos normálmodul és az α_{0n} normál-kapcsolószög segítségével:

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{m_n}{\cos \beta_0} \\ \operatorname{tg} \alpha_{0t} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0t}}{\cos \beta_0} \\ m_n \xi_n &= m_t \xi_t \quad \Longleftrightarrow \quad \xi_t = \frac{\xi_n}{\cos \beta_0} \\ m_t h^*_{0at} &= m_n h^*_{0an} \quad \Longleftrightarrow \quad h^*_{0at} = h^*_{0an} \cos \beta_0 \end{aligned} \quad (2.87)$$

Ezek után ki kell számítanunk a maró éleinek illeszkedő forgástestét, amely a ferde – csavarevolvens – fogárokkal kölcsönös burkolásban van a szerszám-munkadarab relatív csavarmozgása alatt. A számítást a fogárok-csavarfelület egyenletek felírásával indítjuk. A 2.12. ábra az evolvens csavarfelület geometriai származtatását mutatja be. Mint az közismert, evolvens csavarfelületet úgy származtatunk, hogy az r_b sugarú alaphengeren csúszásmentesen gördítünk le egy síkot, amelynek egy, a henger alkotójával β_b szöget záró, egyenese generálja az evolvens csavarfelületet. Matematikai szempontból nézve, a teljes geometriai megoldás két, egymással szembe forduló, az alaphengeren egymást az alaphengeri csavarvonal mentén érintő két evolvens csavarfelület. Ezekből viszont csak a műszaki szempontból szignifikáns megoldást –



2.12. ÁBRA. Az evolvens csavarfelület geometriai származtatása

a fogárok-határfelületet – írjuk fel. Másrészt vegyük észre, hogy a henger és a sík gördülő relatív mozgását úgy is lehet értelmezni, hogy végtelen számú, párhuzamos síkban illeszkedő r_b sugarú körön (ez a henger!) gördül le csúszásmentesen szintén végtelen számú, a legördülő síkba illeszkedő és a henger tengelyére merőleges, párhuzamos egyenesnyaláb. Azonnal észrevehető, hogy minden tengelyre merőleges síkban evolvens származtatás történik, az evolvensgörbék pedig az alaphengeri csavarvonalra illeszkednek – innen az evolvens csavarfelület megnevezés. A csúszásmentes legördülés értelmében felírható, hogy

$$AB = A_1B = r_b\varphi$$

Az indulás pillanatában a gördülő CBA_1 sík az alaphengert ennek A pontbeli generátora mentén érinti, és ugyanezen ponton halad át a származtató egyenes. A φ központi szög alatti legördülés után a sík az alaphengert a BC generátor mentén fogja érinteni, a származtató egyenes pedig a C ponton halad keresztül, és új helyzetének a felület-származtatás szempontjából értékelhető alkalmazza a C -ből CA_1 irányba induló félegyenes amely az xy alapsíkot ez A_1 pontban dőfi át. A felületet az AC alapsavarvonalról induló, a megfelelő alaphenger-alkotókkal β_b szöget záró félegyenesek burkolják, így a parametrikus ábrázolás szempontjából rendkívül előnyös paraméterpárost választjuk: a legördülés φ szögét, és a C ből induló félegyenesen felvett CM szakasz λ hosszát.

Az $\triangle OMC$ vektorháromszögből azonnal fel lehet írni a felület vektoregyenletét:

$$\mathbf{r}(\varphi, \lambda) = \mathbf{r}_c(\varphi) + \mathbf{CM}(\lambda) = \mathbf{r}_c(\varphi) + \mathbf{u}(\lambda) + \mathbf{w}(\lambda) \quad (2.88)$$

A 2.12b. ábrán látható az $\mathbf{u}, \mathbf{w}$ vektorok felbontása az xyz koordináta-rendszer tengelyei szerint. Az ábra alapján azonnal fel tudjuk írni a (2.88) vektoregyenlet kifejtett oszlopmátrixos változatát:

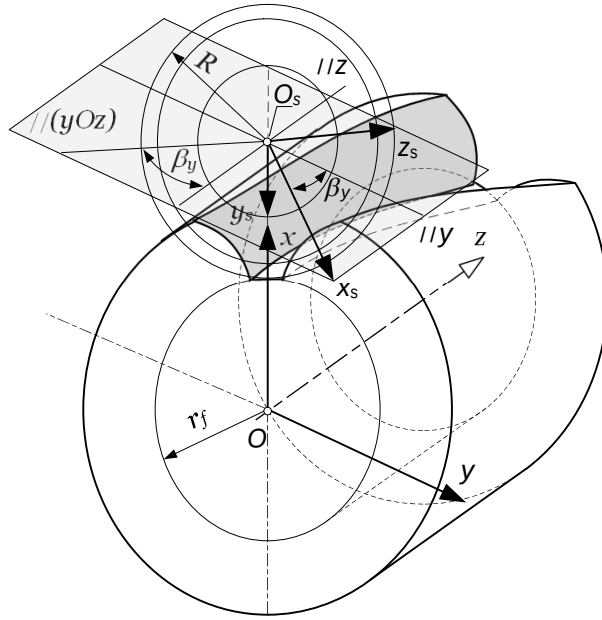
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_b \cos(\varphi + \eta) \\ r_b \sin(\varphi + \eta) \\ r_b \varphi / \operatorname{tg} \beta_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda \sin \beta_b \sin(\varphi + \eta) \\ -\lambda \sin \beta_b \cos(\varphi + \eta) \\ -\lambda \cos \beta_b \end{pmatrix} \quad (2.89)$$

A (2.89) egyenletbe, a (2.12) ábrán látható $\triangle(\mathbf{u}, \mathbf{w}, \mathbf{MC})$ derékszögű vektorháromszöget és az egyenletek alakját megfigyelve a következő, lineáris transzformációval elérhető változcserét alkalmazzuk:

$$v = \frac{\lambda \sin \beta_b}{r_b} \quad (2.90)$$

A v paraméter geometriai értelmezése az a φ -vel egyenlő irányítású (jelen esetben az óramutató járásával ellentétes) legördülési szög, amelynek a $\mathbf{w}$ hosszával megegyező alapköri ívhossz felel meg. A (2.90) kifejezést behelyettesítjük a (2.89) mátrixegyenletbe és elvégezzük a számításokat, figyelembe véve, hogy az alaphengeri csavarvonal csavarparamétere $p = r_b / \operatorname{tg} \beta_b$:

$$\begin{cases} x(\varphi, v) = r_b (\cos(\varphi + \eta) + v \sin(\varphi + \eta)) \\ y(\varphi, v) = r_b (\sin(\varphi + \eta) - v \cos(\varphi + \eta)) \\ z(\varphi, v) = \frac{r_b}{\operatorname{tg} \beta_b} (\varphi - v) = p(\varphi - v) \end{cases} \quad (2.91)$$



2.13. ÁBRA. Az evolvens csavarfelület és a tácsamaró relatív helyzete

A relatív csavarmozgás során a maró éleit burkoló forgásfelület felületsereget generál, amelynek burkolója az evolvens csavarfelület. A kölcsönös burkolás elvének megfelelően az érintkezési pontokban közös normális húzható a két felületre ([70, 47]). Ezt kihasználva, előbb felírjuk a csavarevolvens és a maró éleit burkoló forgásfelület érintkezési görbéjét abból a feltételből, hogy a normálegyeneseznek és a maró tengelyének legyen metszéspontja, majd ezek után a kapott görbét a maró tengelye körül megforgatjuk. A burkolás modelljét és a hozzátartozó koordináta-rendszereket a 2.13. ábrán tüntettük fel.

A maró forgástengelye az $O_s x_s$ tengely, melynek egyenletei a csavarevolvens (a gyártott kerék) koordináta-rendszerében a következők:

$$\begin{cases} x = A = r_f + R \\ y \operatorname{tg} \beta_y + z = 0 \end{cases} \quad (2.92)$$

Az ábrának megfelelően, a maró forgásfelületének szimmetriasíkjá a gyártandó fogárok vezércsavarvonalának érintőjét magába foglalja. A vezércsavarvonal nem feltétlenül kell az osztóköri csavarvonal legyen! El lehet gondolkodni azon, hogy a szerszámkészletből az ekvivalens fogszám ((2.86) képlet alapján) kiválasztott marót milyen β_y szög alatt állítsuk a fogárokra, hogy a kijelölt csoportmaró esetében a lehető legkisebb legyen a maróhoz tartozó fogszámú fogaskerek elméleti profilhibája. A feladatot igen elegánsan lehet beprogramozni és megoldani valamely CAD-környezetben.

Az evolvens csavarfelület normálvektorát a (2.91) paraméterfüggvények parciális deriválásával, a $\mathbf{r}'_\varphi \times \mathbf{r}'_v$ vektorszorzat kifejtésével és a p csavarparaméter, az r_b alaphengersugár valamint az alaphengeri β_b dőlésszög közötti, a 2.12. ábrán is szemléltetett összefüggésből kapjuk:

$$\underline{\mathbf{n}} = \tilde{\mathbf{r}}'_v \underline{\mathbf{r}}'_\varphi = \begin{pmatrix} \sin(\varphi + \eta) \cos \beta_b \\ -\cos(\varphi + \eta) \cos \beta_b \\ \sin \beta_b \end{pmatrix} \quad (2.93)$$

Figyeljük meg, hogy a normál-egységvektor koordinátái v -től függetlenek. Ennek oka, hogy az evolvens csavarfelület vonalfelület tehát a normálisnak a burkoló egyenesre merőlegesnek kell lennie. Másrészt vegyük észre, hogy az alaphengeren legördülő sík az abszolút xyz koordináta-rendszerben síkmozgást végez, a pillanatnyi forgástengely pedig a BC alkotó. Innen következik, hogy a generáló A_1C egyenesnek minden egyes pontjához rendelt pillanatnyi sebességvektor tartóegyenese merőleges lesz a forgástengely és a generálóegyenest által kifeszített A_1BC síkra. A generálás kinematikájából egyértelműen következik, hogy az előbb említett sebességvektorok tartóegyenesei a felületet érintik. Az elmondottak szerint a generált felület tetszőleges M pontján áthaladó két koordináta-görbe közül az egyik maga a lefejtő BC egyenes, a másik pedig az M ponton áthaladó evolvensgörbe, melynek érintője merőleges az A_1BC síkra. Az M pontbeli felületi normális mindkét görbére merőleges kell legyen, emiatt az A_1BC síkba illeszkedik és M -ben merőleges A_1C -re. A felsorakoztatott sajátos geometriai tulajdonságok alapján a normális irány-egységvektora közvetlenül, a 2.12. ábrából felírható. A maró tengelyének egyenleteiből és a tetszőleges (φ, v) parametrikus koordinátákkal lokalizált felületi ponton áthaladó normálegyenest egyenleteiből alkotott egyenletrendszer a következő lesz:

$$\begin{cases} x = A \\ \operatorname{tg} \beta_y y + z = 0 \\ \cos(\varphi + \eta)x + \sin(\varphi + \eta)y = r_b \\ \operatorname{tg} \beta_b y + \cos(\varphi + \eta)z = p (\operatorname{tg}^2 \beta_b \sin(\varphi + \eta) + \varphi \cos(\varphi + \eta)) - \\ \quad - pv (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_b) \cos(\varphi + \eta) \end{cases} \quad (2.94)$$

Az összeférhetőség feltétele egyben a kapcsolódás feltétele is: a φ és v paraméterek közötti kapcsolatot az egyetlen karakterisztikus determináns nulla értékének feltételéből kapjuk:

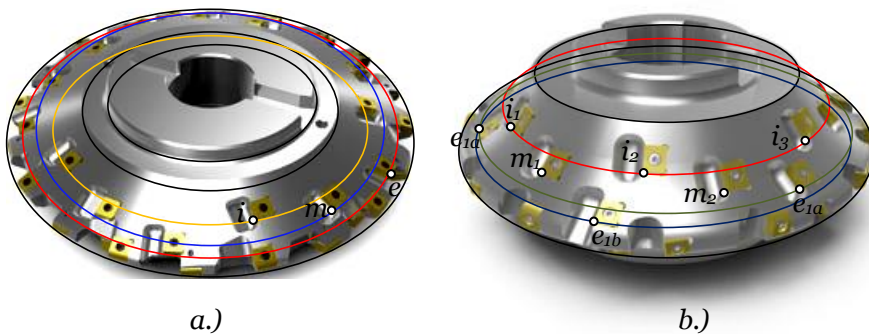
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & \operatorname{tg} \beta_y & 1 & 0 \\ \cos(\varphi + \eta) & \sin(\varphi + \eta) & 0 & r_b \\ 0 & \operatorname{tg} \beta_b & \cos(\varphi + \eta) & p (\operatorname{tg}^2 \beta_b \sin(\varphi + \eta) + \varphi \cos(\varphi + \eta)) - \\ & & & -pv (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_b) \cos(\varphi + \eta) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.95)$$

nagyobb forgácsoló teljesítménnyel⁸ rendelkezik, mint a monolit szerkezetű gyorsacél modulmaró, a másolással gyártott fogazatok pontossági előírását tartani képes, és gyártási költsége is alacsony.

A fenti elvárásoknak eleget tevő szerszámfelépítés szerelt keményfém-lapkás; nagyoló és simító változatban is készül. Számos szerszámgyártó cég készíti ezeket a változatokat – az eltérés a lapkák minőségében és elrendezésében, a szerelési és konstruktív méreteken valamint a felhasználási előírásokban található. A konstrukciók elve azonban mindegyik változat esetében ugyanaz: a lapkák egyenes fővágóélei a forgástengelyhez viszonyítva kitérők, így az általuk generált forgástest egyköpenyű hiperboloid; a lapkák elrendezése egy adott, a szerszám tengelyére merőleges referencia-síkra szimmetrikus, így két szimmetrikus hiperboloidfelület képződik, amely a fogárok evolvens profilját közelíti. A kis fogszámú kerek marására, vagy a nagy modulú kerek marására készített nagyolószerszámok esetében több sor, különböző szögbeállítású lapkát szerelnek, amelyek különböző hiperboloidokat generálnak, és ezek egyesítése közelíti az elméleti fogárok-felületet. Az egyik legjellemzőbb megoldást a 2.14. ábrán mutatjuk be ([21]).

A 2.14a.) ábra nagyobb fogszámú (az ábrával kapcsolatosan: a megmunkált fogszámról nincs említés, de belátható, hogy a burkolt fogárok profiljának görbülete csekély) fogaskerekek nagyolására szolgál. Látható, hogy a lapkák *tangenciális* elhelyezése igen robusztus beékelést és rögzítést eredményez, ami nagy forgácsolási teljesítményről árulkodik. Ugyanakkor lényeges a megmunkálási ráhagyás felosztása: a fogaldalt megmunkáló lapkák három vezérkörön illeszkednek (i, m, e referencia-csúcsok), a fogárok fenekét kiképző lapkasor pedig a szerszám csúcskörén, a legnagyobb átmérőn illeszkedik. A nagyteljesítményű szerszámok esetében lényeges a rezgések csökkentése végett a szimmetriatörés – lehetőség szerint a szögosztás változtatása, a lapkaminőségek alternálása, illetve a szerszám két oldalán ugyanazon a körön a lapkák eltolása (akár a marószervények esetében az egymás melletti marók egymáshoz viszonyított elforgatása, ugyancsak a rezgések csökkentése miatt).

⁸(A forgácsoló teljesítmény az időegység alatt elhordott elméleti forgácstérfogattal egyenlő, mértékegysége mm^3/s)



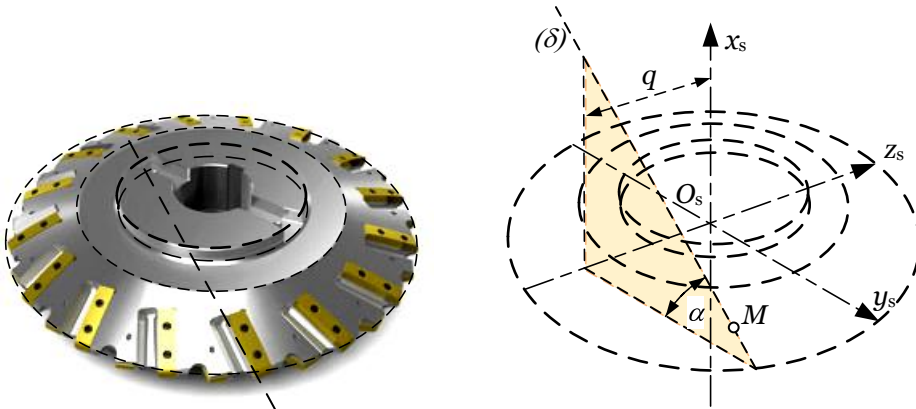
2.14. ÁBRA. Szerelt lapkás nagyoló modul-tárcsamarók [21]

A szerszám jellegzetes elemeinek igen lényegesen módosult változatával találkozunk: A hagyományos fogazott, fog-forgácshorony alternációval készített marót felváltja a majdnem tömör testű szerszám, amiben a lapka elé forgácsgödört képeztek ki. A forgácsgödör képes a lapka által egy átmenetben kitermelt forgácsmennyiség többszörösének is a befogadására; ahogy a lapka elhagyja a marási mélységet, a forgácsgödör megnyílik, és a forgács kihull, így az új forgácsvételkor a folyamat ismétlődik, forgácsbeszorulás nem fordulhat elő.

A 2.14b.) ábrán látható szerelt lapkás kivitelezés abban különbözik az előbbtől, hogy láthatóan nagyobb görbületű, tehát kisebb fogszámú kerek marására alkalmas. A működő profil lábrészét kialakító lapkák két különböző átmérőjű körre illeszkednek (e_1 és e_2 lapkacsúcok). A gyártó ([21]) az $R_a=0,2\ \mu\text{m}$ felületi érdesség megvalósítását szavatolja, és állítja, hogy a nagyoló fogazást biztonságosan követheti a hőkezelés majd a köszörülés.

A betétlapkás modul tárcsamaró simításra ajánlott változatát a 2.15. ábrán szemlélítettük. Az élek a forgástengelyhez képest kitérők. Az élek beállításának egy lehetséges változata az evolvens fogárok-alaktól való eltérés minimalizálását tekinti kötelezőnek. A geometriai modellt a 2.15. ábra jobboldalán láthatjuk. A forgásfelület alkotóegyenese a , melynek része a szerszámél. A δ egyenes helyzetét a szerszámhoz csatolt $(x_s y_s z_s)$ koordináta-rendszerben az $O_s x_s$ forgástengelytől való q távolsággal, az $y_s z_s$ szimmetriasíkra való α dőlésszöggel és az M karakterisztikus profilpont ρ sugarával adunk meg. Az alkotóegyenes irány-egységvektora $\mathbf{e}^T = (\sin \alpha \ -\cos \alpha \ 0)$, a karakterisztikus M pont koordinátái pedig $(b, \sqrt{\rho^2 - q^2}, -q)$, ahol b Az $x_s y_s$ szimmetriasíktól való távolság, azaz a fogárok-profilon illeszkedő pont x -koordinátája. Ezzel a generálóegyenes parametrikus egyenletei a következők lesznek:

$$(\delta :) \begin{cases} x_s(u) = b + u \sin \alpha \\ y_s(u) = \sqrt{\rho^2 - q^2} - u \cos \alpha \\ z_s(u) = -q \end{cases} \quad (2.99)$$



2.15. ÁBRA. Szerelt lapkás simító modul-tárcsamaró [21]

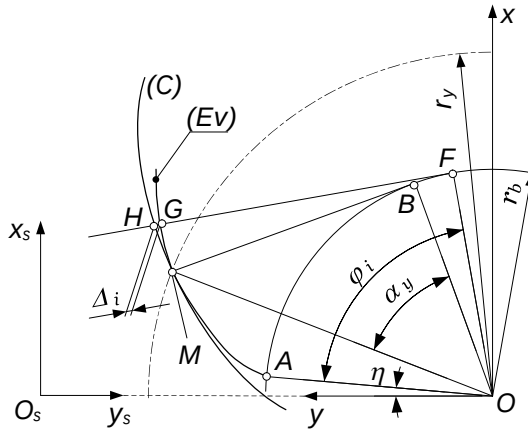
A generálóegyenest az x_s tengely körül megforgatván kapjuk az egyköpenyű hiperboloid parametrikus egyenleteit:

$$\begin{cases} x_s(u, v) = b + u \sin \alpha \\ y_s(u, v) = (\sqrt{\rho^2 - q^2} - u \cos \alpha) \cos v + q \sin v \\ z_s(u, v) = (\sqrt{\rho^2 - q^2} - u \cos \alpha) \sin v - q \cos v \end{cases} \quad (2.100)$$

A maró által generált profilgörbét megkapjuk, ha a (2.100) utolsó paraméterfüggvényéhez csatolt $z(u, v) = 0$ egyenletet megoldjuk és a kapott $v = v(u)$ függvényt visszahelyettesítjük a felület egyenleteibe:

$$\begin{cases} x_s(u) = b + u \sin \alpha \\ y_s(u) = \sqrt{(\sqrt{\rho^2 - q^2} - u \cos \alpha)^2 + q^2} \\ z_s(u) = 0 \end{cases} \quad (2.101)$$

A (2.101) profilegyenletek a b, ρ, q, α paraméternégyestől függenek. A paraméterek értékét a legkisebb négyzetek módszerét követve, optimalizálás útján számítjuk ki. A számítás a hibafüggvény felállításával kezdődik, melynek vázlatát a 2.16. ábrán láthatjuk.



2.16. ÁBRA. A hibafüggvény felállítása

Figyeljük meg, hogy a b paraméter értéke *meghatározza, hogy melyik evolvens-ponton haladjon át a hiperbolaív!* Az (2.1) első egyenletét felhasználva következik, hogy

$$x(\varphi) = r_b (\sin(\varphi + \eta) - \varphi \cos(\varphi + \eta)) - b = 0 \quad (2.102)$$

érinti az alapkört, irány-egységvektor-koordinátái pedig $\mathbf{e}^T = (-\cos(\eta + \varphi_i), \sin(\eta + \varphi_i))$, így az F -ből indított normálegyenes egyenletei a következők lesznek:

$$\begin{cases} x(u_1) = r_b \sin(\eta + \varphi_i) - u_1 \cos(\eta + \varphi_i) \\ y(u_1) = r_b \cos(\eta + \varphi_i) + u_1 \sin(\eta + \varphi_i) \end{cases} \quad (2.108)$$

A normálegyenes és a hiperbolaív H metszéspontjának számítására a (2.108) és (2.104) egyenleteket összevetjük:

$$\begin{cases} b + u \sin \alpha = r_b \sin(\eta + \varphi_i) - u_1 \cos(\eta + \varphi_i) \\ A - \sqrt{(\sqrt{\rho^2 - q^2} - u \cos \alpha)^2 + q^2} = r_b \cos(\eta + \varphi_i) + u_1 \sin(\eta + \varphi_i) \end{cases} \quad (2.109)$$

A (2.109) egyenletrendszerből kiejtjük az u_1 paramétert, melynek következtében u -ban másodfokú egyenletet kapunk, melynek *pozitív* megoldása $u_i = u(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha)$ pontosan a HF szakasz hossza. A $\Delta_i = HG$ hibaszakaszt az evolvenstrigonometria felhasználásával fejezzük ki:

$$\Delta_i(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha) = u(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha) - r_b \varphi_i \quad (2.110)$$

A φ paramétert N evolvenspontra diszkrétizáljuk, egyelőre a gyártott fogazatnak megfelelő teljes evolvensgörbe-hosszon, és létrehozuk a (2.11) és (2.12) képletek segítségével a $\varphi_i, i = \overline{0, N-1}$ értékkészletet. Ennek segítségével felírjuk a célfüggvényt, ami az eltérés-szakaszok négyzetösszege:

$$S(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha) = \sum_{i=0}^{N-1} (u(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha) - r_b \varphi_i)^2 \quad (2.111)$$

A (2.111) szigorúan pozitív függvényhez feltételes szélsőérték-feladatot rendelünk, úgy, hogy a (2.102), (2.106) és (2.107) egyenleteket rendre $\Phi_i(b, \rho, q, \alpha, \varphi_0) = 0, \quad i \in \overline{1, 3}$ alakra hozzuk, majd ezzel felírjuk a parciális deriváltak nullázásával alkotott egyenletrendszert:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = S(\varphi_i, b, \rho, q, \alpha) + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \Phi_j \\ \frac{\partial S}{\partial b} + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \rho} + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial \rho} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial q} + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial q} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial \alpha} + \sum_{j=1}^3 \lambda_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial \alpha} = 0 \\ \Phi_j(b, \rho, q, \alpha, \varphi_0) = 0, \quad j = \overline{1, 3} \end{array} \right. \quad (2.112)$$

A (2.112) egyenletrendszer megoldása a b, ρ, q, α paramétereknek azon érték-kombinációja, amelyre az egyenes élű betétlapkás maró éleihez rendelt forgásfelület tengelyszelvénye és az evolvens fogárok-profil közötti eltérés a lehető legkisebb. A számítások alapján észre lehet venni, hogy a hiperbolaív csak az adott pont környezetében közelít $\delta \leq 0,01$ pontossággal. Emiatt az evolvenst több hiperbolaívvval lehet csak megfelelő pontossággal megközelíteni, ami azt jelenti, hogy az optimalizálás modelljét több evolvens-sarokpontra érdemes felállítani, melyek között az osztóköri pont feltétlenül szerepel. A numerikus elemzések alapján azt is kijelenthetjük, hogy a hiperbolaív görbülete mindig kisebb, mint az evolvens ívé, ezért a fogfej illetve a fogláb környezetében fogfej-lenyesést, illetve enyhe alámetszést fog végezni a tárcsamaró, ami elfogadható a hajtás működése szempontjából.

2.1.11. Alakos lapkákkal szerelt modul-tárcsamarók

Az alakos lapkákkal szerelt modul-tárcsamarók az egyenes élű lapkákkal szereltekől abban különböznek, hogy a lapka éle korrigált evolvensprofil. Amennyiben a γ_V csúshomlokszög nulla értékű (keményfém lapkás szerelvények esetében elég gyakori megoldás), a lapka profilja a fogárokkal egybevág. A lapkák számítása azonos az alakos modulkés számításával, erre jelen könyvben nem térünk ki. Általában kétfajta alakos lapkát használnak: háromszög-alapú, három profilt tartalmazó elforgatható, vagy aszimmetrikus, egyszeri használatú lapkát. A szerelvényekben a lapkák radiálisan vannak elhelyezve, és a furaton át csavarral rögzítettek. A lapkák alapját a 2.17. ábrán szemléltettük.

A keményfémlapka- hordozók (a szerszámtestek) száras, moduláris vagy klasszikus tárcsa kivitelezésűek. A sülyesztékes hengeres szárú (Weldon-szárú) marókat kis modulok esetében használják, ott, ahol a hozzáférés szűkös (2.18. ábra).

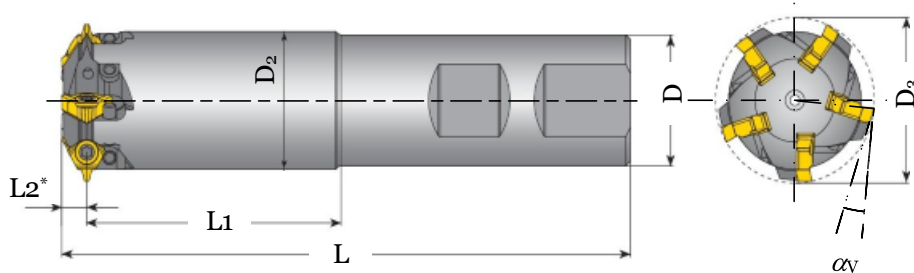
A moduláris tárcsának az a jellemző tulajdonsága, hogy különböző szerszámozási rendszerű gyártórendszerbe szerelhető fel; a tájolás a belső hengerfelületen történik,



2.17. ÁBRA. Alakos modul-lapkatípusok [6]

a nyomaték átadása pedig a tengelyre rögzített homlokkarmok segítségével, amelyek beékelődnek a moduláris testszár sülyesztékébe (2.19. ábra).

A szerelt lapkás tárcsamaronak előnye abban áll, hogy több lapkája van, mint az előző két típusnak, ezért intenzívebb forgácsolásra képes. A 2.20. ábrán szemléltettük.



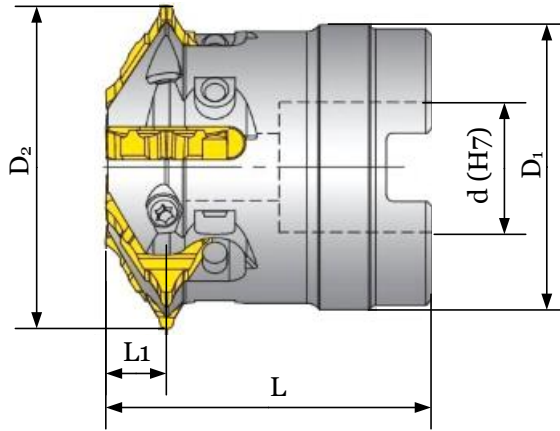
2.18. ÁBRA. Alakos modul Weldon-száras betétlapkás marók [6]

2.2. AZ ALAKOS MODUL SZÁRMARÓ

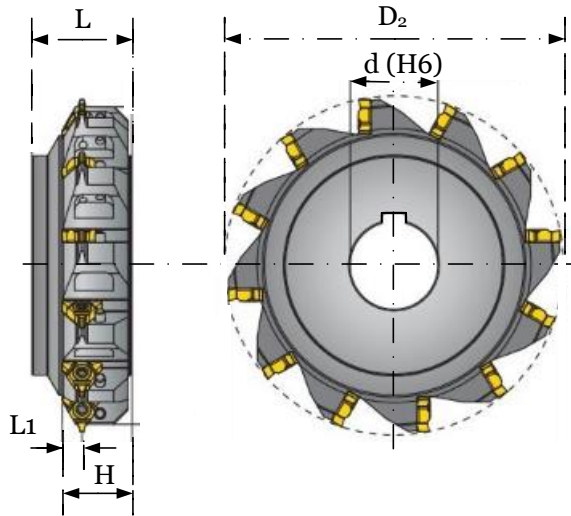
Az alakos modul szármarót $m = 10$ mm -nél nagyobb modulú egyenes, ferde de leginkább nyíl fogazatú evolvens hengeres fogaskerekek megmunkálására – főként nagyolásra – használják. Az alakos modul tárcsamaróhoz hasonlóan, kétféle felépítésben gyártják:

- monolit szerkezetű, gyorsacél alakos modul-szármaró;
- keményfém lapkás alakos modul-szármaró.

Rendeltetésétől függően nagyoló és simító modul-szármarókat különböztetünk meg. A szármaró használata akkor gazdaságos ha nagy modulú fogaskerekeket kell megmunkálni; ebben az esetben célszerű az előgyártmányt a végső fogazat alakjához és méretéhez úgy igazítani, hogy a majd lefejtéssel (csigamarós, metszőkerekes megmunkálás vagy akár hőkezelés utáni köszörülés) történő végső megmunkálás számára a ráhagyás eloszlása optimális legyen. A szerszám előnye a megmunkált modulhoz



2.19. ÁBRA. *Alakos modul betétlapkás moduláris marók* [6]

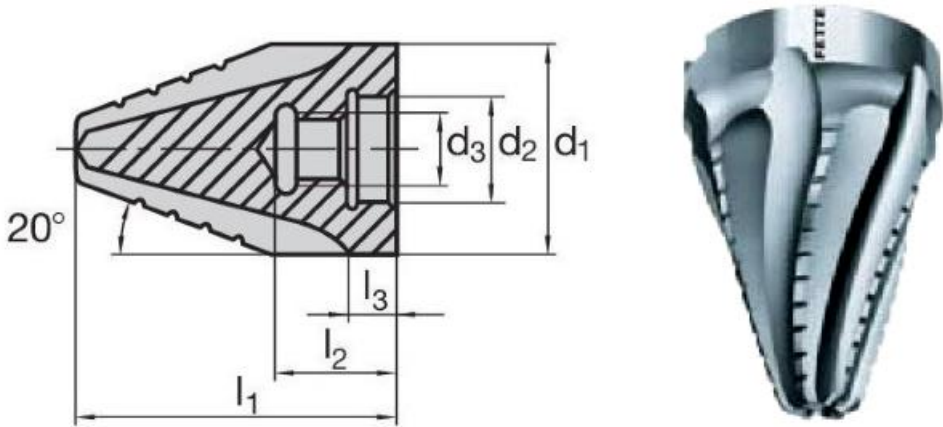


2.20. ÁBRA. *Alakos modul betétlapkás tárcsamarók* [6]

viszonyított rendkívül kis térfogatában áll. Hátránya azonban ott mutatkozik meg, hogy akár a hátramunkált fogazatú simító, akár a mart fogú nagyolószerző újra-élezésekor a maró mérete csökken, így egyre kisebb fogárok-méreteket alakít ki. A fogazószerző-gyártó cégek kínálatában *mára már elég ritkán fordul elő*. Európában a több precíziós szerzőt gyártó „LMT” konszernbeli Fette-gmbh kínálatában találunk alakos modul szármarót (www.lmt-fette.com), [5].

2.2.1. Nagyoló alakos modul szármarók

A nagyolásra kialakított alakos modul szármaró lényeges tulajdonsága a termelékenység, nem a profilpontosság. A szerszám fog- és forgácshorony alakja úgy van kialakítva, hogy biztosítsa az optimális forgácsképződést és a forgácskihordást. Nagyolószerszámok esetében érdemes arra is gondolni – főként olyan esetekben, ahol a vágóél menti sebességeloszlás lényeges – hogy az él mentén különböző hőmérsékletű zónák alakulnak ki, és a munkadarabban emiatt a lehűlés után zsugorodási deformációk lépnek fel, amelyeknek profilmódosító hatása akár számottevő is lehet. A [5] katalógusban ajánlott nagyoló modul szármaró élei elméletileg $\sigma = 20^\circ$ félszögű kúp-ra illeszkedő, alternatív elrendezéssel beiktatott forgácstörővel megszakított élek. A forgácshoronyok térfogata biztosítja a könnyű forgácselhordást (2.21. ábra).

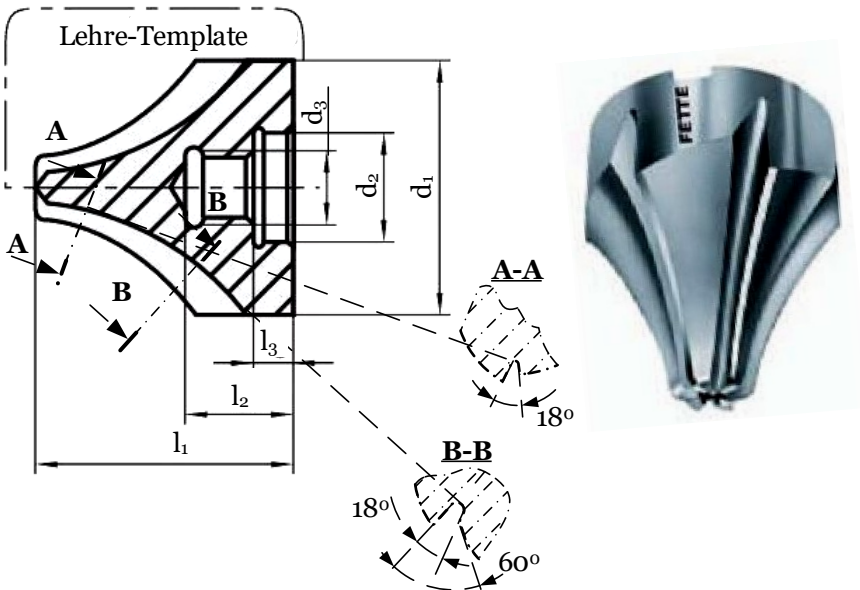


2.21. ÁBRA. Alakos modul nagyoló szármaró [5]

Az él elméleti forgástestének tengelyszelvénye a generáló fogasléc profiljával megegyező, de méretei ennél kisebbek, a simítási ráhagyás miatt. A maró csavarmentes marószárba való rögzítésére szolgál a d_3 átmérőjű menetes furat és a d_2 átmérőjű, igen pontos (H6- os) kivitelezésű d_2 átmérőjű tájolófurat. A d_1 átmérőjű hengeres részben villáskulcs-süllyeszték, az újabb szerelvények esetében pedig csapos kulcs számára mart süllyeszték található. Megfigyelhető, hogy a szerszámmagasságnak közelítőleg a felénél a forgácshorony ki van szélesítve.

A szerszám legnagyobb d_1 átmérőjét úgy számítjuk ki, hogy $\Delta_{ga} = 3 \div 10$ mm-rel nagyobb legyen, mint a fejköri fogárok szélessége. Nagyolószerszám esetében felírjuk a fejköri fogárok által kifizetett húr hosszát a 2.2. ábra alapján és hozzáadjuk a kiegészítő méretet. Ezzel a szerszám D_{as} legnagyobb átmérője a következő lesz:

$$D_{as} = \Delta_a + \bar{c}_a = \Delta_a + 2r_a \sin(\eta + \text{inv } \alpha_a) \quad (2.113)$$



2.22. ÁBRA. Alakos modul simító szármaró konstruktív elemei [5]

A legnagyobb átmérőtől a szerszám hengeresen folytatódik, a szerszám összhossza kétszerese lehet a profil magasságának. A szerszám l_1 összhosszát úgy adjuk meg, hogy a szabványos marószár menete és a tájolócsap-rész elférjen.

2.2.2. Simító alakos modul szármarók

A simító alakos modul szármarók gyorsacélból készülnek, és hátraesztorgált fogazattal rendelkeznek. A maró konstruktív elemeit a 2.22. ábrán ([5]) láthatjuk. A marónak minden esetben páros fogszáma van: $z = 4; 6$, nagyobb modulok esetében akár $z = 8$ foga is lehet.

A maró fogának homlokfelülete a forgástengelyt tartalmazó síkfelület, tehát minden élpontra a konstruktív homlokszög nulla értékű.

A fogárok $\nu = 18^\circ$ szögű; a fog profilmagasságának a felétől ki van szélesítve, egy $\nu_1 = 60^\circ$ profilú szögmaróval, így a fogárok felső része tört vonalú, a két sík a fogárok magasságának a felénél találkozik. A fogárok feneke a régebbi konstrukciók esetében egyenes vonalú, iránya $\vartheta = 20^\circ$ -os szöget zár be a maró tengelyével. A [5] katalógusban ajánlott konstrukció fogárok-fenékvonala görbe, a fogprofil követő.

A simító modul-szármaró fogának hátfelülete hátramunkált. Ahhoz, hogy elméletileg tökéletes hátraesztorgált szerszámot gyártsunk, a homlokfelületen való újraélezéssel a maró vastagsága nem szabadna változzon; ez csak a tengelyirányú hátramunkálás alkalmazásával lenne lehetséges, viszont ez –figyelembe véve a profil méreteloszlását – nagyon nehezen lenne kivitelezhető, és a hátramunkálási k paraméter igen nagy

értékére lehetne megfelelő értékű ortogonális hátszöget (oldalhátszöget) megvalósítani. A tiszta radiális (beszűrő) hátraesztorgálás a lehető legnagyobb méretű átmérőcsökkenést idézné elő – ilyen megfontolások alapján a hátfelületet $\chi = 20^\circ \div 25^\circ$ szögferdeségű, *sablonkövetéses, hossz-előtölös ferde hátramunkálással* állítják elő.

Az alakos modul szármáró forgástengelye a mart fogaskerek tengelyére merőleges – a lábkörön dolgozó élreszen a vágósebesség alacsony, a forgásképződés körülményei kedvezőtlenek. Emiatt arra kell ügyelni, hogy megfelelő hátszög-értéket biztosítsunk. Egy lehetséges megoldás erre az él csúcscrészének tengelyirányú, vagy legalább $\chi = 55^\circ \div 60^\circ$ szögferdeségű hátramunkálása.

Az alakos modul szármárót a homlokfelületen élezik újra. Ennek következtében a maró profilja nem változik, de közeledik a forgástengelyhez, tehát az élpontok köreinek sugara csökken. Adott (elég kis) számú újraélezés után a maró átmérője annyira csökkennek, hogy a gyártott fogárok-profil a tűrésmezőn kívülre esik; ebben az állapotban a marót tovább lehet újraélezni, és *előnagyoló maróként* használni. Az újraélezéseket addig lehet folytatni, ameddig a megmunkálási ráhagyás nem haladja meg a maximális előírt méretet.

2.2.2.1. A simító alakos modul szármáró profilja. A simító alakos szármáró profilja, egyenes fogazat gyártása esetében megegyezik a gyártandó fogárok profiljával, amelyeket kis- és nagy fogszám esetére a 2.1. ábrán szemléltettünk, az evolvenstrigonometriai összefüggések megvilágítására pedig a 2.2. ábrát alkalmaztuk. Nem lévén nullától eltérő homlokszög, az élgörbe illetve az összerszám (hátraesztorga-kés) élprofilja egybevágók, és parametrikus egyenletei a (2.1) $\div$ (2.3) egyenletek. A profil határait a nagyolószer számnál említett módon állapítjuk meg, azzal a különbséggel, hogy az él evolvens. A feltétel alapján a következő transzcendens egyenletet kapjuk:

$$2r_y \sin(\eta + \text{inv } \alpha_y) = \Delta_a + 2r_a \sin(\eta + \text{inv } \alpha_a)$$

Ha az r_y sugarú körön ébredő profilnyomásszög involut- függvényét a sugár függvényében kifejezzük, az alábbi egyenletre jutunk:

$$2r_y \sin\left(\eta + \frac{\sqrt{r_y^2 - r_b^2}}{r_b} - \arccos \frac{r_b}{r_y}\right) = \Delta_a + 2r_a \sin(\eta + \text{inv } \alpha_a) \quad (2.114)$$

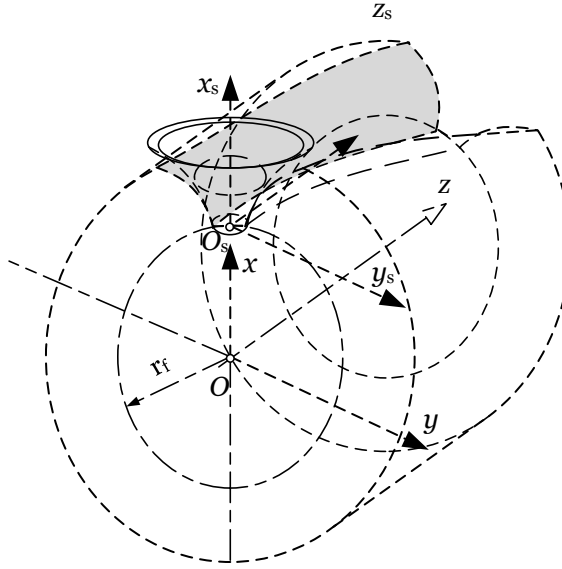
Az r_y sugár ismeretében kiszámítjuk a szerszámprofil magasságát:

$$H_s = r_y \cos\left(\eta + \text{inv}\left(\arccos \frac{r_b}{r_y}\right)\right) - r_f \cos(\eta + \zeta \text{ inv } \alpha_f), \quad (2.115)$$

$$\zeta = \begin{cases} 0 & \text{ha } r_f \leq r_b \\ 1 & \text{ha } r_f > r_b \end{cases}$$

Ezek után a szerszám l_1 teljes magasságát a befogószár szabványos méretei alapján számítjuk ki, $l_1 \approx 2H_s$.

2.2.2.2. Alakos modul szármáró profilja ferde fogazatra. $\beta \leq 15^\circ$ -os fogferdeségi szög alatt az egyenes fogazatra számított és gyártott szármárókat a csoportból az ekviválens fogszám alapján (2.86) választjuk ki. Nagyobb fogferdeség esetében tanácsos a



2.23. ÁBRA. Alakos modul simító szármaró és a fogárok kapcsolódása

fogferdeségi szögnek megfelelő alakos modul szármarót tervezni és kivitelezni – főleg nyíl fogazatú kerek előállítására. A feladatot a 2.23. ábra alapján oldjuk meg, a kölcsönös felületburkolás elméletének alkalmazásával.

A fogárok-felület normálegyeneseinek és a szármaró forgástengelyének parametrikus egyenleteiből alkotott háromismeretlenes, négy egyenletből álló lineáris rendszer az (2.94) rendszerből származtatható, ha az utolsó két egyenletet átvesszük, a szármaró forgástengelyét pedig az x tengely egyenleteivel helyettesítjük:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ z = 0 \\ \cos(\varphi + \eta) x + \sin(\varphi + \eta) y = r_b \\ \operatorname{tg} \beta_b y + \cos(\varphi + \eta) z = p (\operatorname{tg}^2 \beta_b \sin(\varphi + \eta) + \varphi \cos(\varphi + \eta)) - \\ \quad - p v (1 + \operatorname{tg}^2 \beta_b) \cos(\varphi + \eta) \end{array} \right. \quad (2.116)$$

Az összeférhetőségi feltételből vezetjük le a felületi paraméterek közötti kapcsolatot, vagyis:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos(\varphi+\eta) & \sin(\varphi+\eta)y & 0 & r_b \\ 0 & \operatorname{tg} \beta_b & \cos(\varphi+\eta) & p(\operatorname{tg}^2 \beta_b \sin(\varphi+\eta) + \varphi \cos(\varphi+\eta)) - \\ & & & -pv(1+\operatorname{tg}^2 \beta_b) \cos(\varphi+\eta) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.117)$$

Figyeljük meg a (2.117) összeférhetőségi feltétel determinánsának alakját! Mind az első, mind a második sornak 3 eleme nulla és egy eleme 1, ennél fogva az e két sor menti kifejtés után másodrendű determinánssá egyszerűsödik a feltétel. Egyszerű számításokkal és átrendezéssel kapjuk a paraméterek közötti kapcsolatot:

$$v(\varphi) = \varphi \cos^2 \beta_b + \operatorname{tg}(\varphi + \eta) \sin^2 \beta_b \quad (2.118)$$

A kapott $v = v(\varphi)$ összefüggést visszahelyettesítjük a (2.91) felületegyenletekbe, és megkapjuk a szármáró forgásfelülete és a fogárok jobboldali felülete közötti érintkezési görbét. A 2.23. ábrából megfigyelhető, hogy a szerszám koordináta-rendszere a munkadarab koordináta-rendszerének x tengelye menti elcsúsztatásával lokalizálható, így az y és z -koordináták nem azonosak. A profil x_s^{pr}, y_s^{pr} koordinátái a szerszám rendszerében, a (2.94) egyenletek felhasználásával és a (2.118) figyelembevételével a következők:

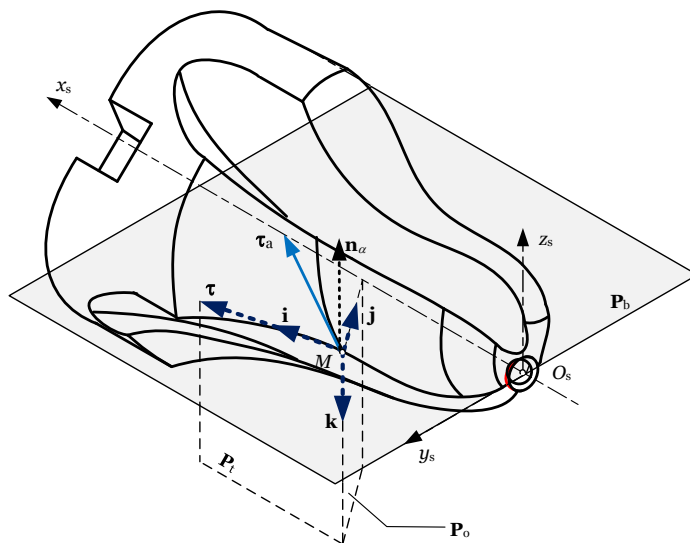
$$\begin{cases} x_s^{pr}(\varphi) = r_b(\cos(\varphi + \eta) + v(\varphi) \sin(\varphi + \eta)) - r_f \\ y_s^{pr}(\varphi) = \sqrt{r_b^2(\sin(\varphi + \eta) - v(\varphi) \cos(\varphi + \eta))^2 + p^2(\varphi - v(\varphi))^2} \end{cases} \quad (2.119)$$

2.2.2.3. Az alakos modul szármáró konstruktív geometriája. Mint ahogy azt az előzőekben is említettük, az alakos modul szármárót nulla homlokszöggel gyártják. Mivel a homlokfelület a szerszám forgástengelyét tartalmazó síkfelület, a homlokszög identikusan nulla. A hátszöget a 2.24. ábra alapján, vektormódszerrel számítjuk ki. A vektorkoordinátákat a szerszámhoz csatolt $(x_s y_s z_s)$ koordináta-rendszerben írjuk fel.

Az élsíkok koordináta-rendszerének bázisvektorai az $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ egységvektorok. A homlokfelület sajátos elhelyezése alapján kapjuk, hogy bármely élpontra a $\mathbf{P}_b$ alapsík egybeesik a homloksíkkal, ennél fogva normál-egységvektorának koordinátái:

$$\underline{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2.120)$$

A $\mathbf{P}_t$ érintősík az él M pontbeli $\boldsymbol{\tau}$ érintővektora és a $\mathbf{k}$ egységvektor által kifeszített sík, melynek normális egységvektora $\mathbf{j}$. A $\boldsymbol{\tau}$ érintővektort az él parametrikus koordinátafüggvényeinek deriválásával állítjuk elő. Ha a szerszám egyenes fogazatra van tervezve, akkor a 2.2. ábra alapján levezetett (2.1) parametrikus koordinátafüggvényeket *felcseréljük*, hogy megfeleljenek a 2.24. ábrán szemléltetett koordináta-rendszerrel. Amennyiben a szármárót ferde fogazatra terveztük, a (2.119) koordinátafüggvényeket deriváljuk. Megjegyezzük, ha az előbbi függvényekbe a β_b szögnek nulla értéket adunk, akkor az egyenes fogazat fogárok-profil egyenleteit kapjuk. Ebben a sajátos

2.24. ÁBRA. *Alakos modul simító szármaró konstruktív hátszőge*

esetben, amikor az él evolvens-alakú, az érintő koordinátáit a 2.2. ábráról egyszerűen leolvassuk: az evolvens lefejtéséből adódik, hogy $\tau \parallel OB'$. A koordinátáknak a 2.24. ábrához való igazításával:

$$\underline{\tau} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi + \eta) \\ \sin(\varphi + \eta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.121)$$

Figyeljük meg, hogy az élgörbe síkgörbe, és az alapsíkba illeszkedik, következésképpen $\boldsymbol{\tau} \perp \mathbf{k}$, a $\mathbf{j}$ érintősíknormál-egységvektor ezzel:

$$\underline{\mathbf{j}} = \underline{\tilde{\mathbf{k}}} \underline{\boldsymbol{\tau}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi + \eta) \\ \sin(\varphi + \eta) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\varphi + \eta) \\ -\cos(\varphi + \eta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.122)$$

Az ortogonális konstruktív mérőszám $\mathbf{i}$ normál-egységvektora egybeesik a $\boldsymbol{\tau}$ érintő-egységvektorral, tehát a terelőszög értéke nulla.

Az $\mathbf{n}_\alpha$ hátfelület-normálist a ferde hátraesztergálásra jellemző kúpos csavarvonal vezérgörbe-érintő és az élgörbe-érintő vektoriális szorzataként írjuk fel. Ennek érdekében fel kell írjuk a kúpos csavarvonal érintőjét.

A ferde hátraesztergálás alatt a hátraesztergáló szán löketének iránya ν szögét zár be a forgástengely merőlegesével. Ezért figyelniünk kell arra, hogy a radiálhátszög (2.33) képletében szereplő k hátramunkálási paraméter a beállított k_{th} technológiai hátramunkálás vetülete. A ferde hátraesztergálás geometriai viszonyait a 2.25. ábrán szemléltettük. Az érintővektor kollineáris a hátramunkáló összszám (esztergakés) az él $M(x_s^{pr}, y_s^{pr}, 0)$ pontját megmunkáló pontjának a maró éléhez viszonyított relatív sebességvektorával – jelöljük a sebességvektor koordinátáit $\mathbf{V}^T = (V_x, V_u, V_z)$ -vel.

akkor a számítások elvégzése után, és figyelembe véve a szinusz és tangens szögfüggvények kapcsolatát, kapjuk, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha_0|_{\nu=0} = \frac{kz}{2\pi y_s^{pr}(\varphi_M)} \cos(\varphi + \eta) \quad (2.126)$$

Figyeljük meg (2.2. ábra), hogy az él adott pontbeli érintője $\varphi + \eta$ szöget zár be a maró forgástengelyével. Innen következik, hogy az él-elhelyezési szög (az élhez húzott érintősík és a munkasík alapsíkban zárt szöge – jelen esetben az él érintője és a maró forgástengelyére húzott merőleges által közrezárt szög) a $\varphi + \eta$ pótszöge. Ezáltal igazolást nyer a tény, hogy a (2.126) képlet és a geometriai megfontolások alapján levezetett (2.37) képlet egyenértékűek.

3. FEJEZET

Klasszikus hengeres fogaskerek lefejtő szerszámai

Lefejtésnek nevezzük azt a gyakorlati eljárást, amelynek során a fogaskerékgyártó szerszám és a munkadarab egymáshoz e viszonyított mozgása valós fogaskerékpár tagjainak relatív mozgását utánozza, és ezáltal virtuális vagy technológiai hajtópárt hoz létre. A lefejtés ilyen szempontból lényegesen különbözik az előző fejezetben bemutatott másolástól. Másolás esetében is a fogárok-felület a maró éleinek hordozó forgásfelületét fogja burkolni, de ez a relatív mozgás csakis a forgácsleválasztást szolgálja, és nem jellemző sem a valós, sem pedig a virtuális működő hajtásra.

A fogaskerek lefejtéses megmunkálása elvileg olyan, akár egy geometriai szerkesztési feladat: feltételezzük, hogy az adott szerkesztés *létezik*, és ennek következtében feltárjuk az egyes geometriai elemek egymáshoz való viszonyából fakadó sajátosságokat (szögek, párhuzamosság, merőlegesség, kongruencia), amiből majd következtetést vonunk le a szerkesztésről. Fogaskerék-lefejtés esetében a gyártmányt kész fogaskeréknek tekintjük, és *arra kényszerítjük, hogy kapcsoljon a szerszám által létrehozott ellenkerékkel, egy virtuális hajtópárban*. A műveleti ráhagyást az élek elhordják a relatív mozgás során, és ennek következtében az anyagból kiemelkedik a kapcsolódó fogfelület.

A fogaskerék-lefejtés elvi módszereit a [47, 70]-ben részletes leírással megtalálhatjuk; jelen könyv nem tér ki az összes lefejtési módszer és elv összehasonlító vizsgálatára, csak azokra, amelyek a hengeres klasszikus fogaskerek lefejtését alapozzák meg. A klasszikus hengeres fogaskerek lefejtése az „Olivier első módszerének” nevezett fogazási elv szerint valósul meg. Az elv a kapcsolódó fogazatok olyan felépítését alapozza meg, miszerint a szerszám közös, Σ_s származtatófelülete egyidőben, vonalmenti érintkezéssel burkolja a hajtópár eközben egymással is kapcsolódó fogfelületeit. A hengeres fogaskerek alapvetően párhuzamos tengelyű fogaskerékhajtások elemeként jelennek meg¹ – ennél fogva a hajtás mindkét eleme, az ellenkerékhez viszonyítva, síkmozgást végez. A kapcsolódó fogazat lefejtésének feltétele [70] geometriailag úgy fogalmazható meg, hogy a valós hajtás tagjaihoz csatolt axoid felületek csúszásmentesen gördülnek le egymáson, miközben egyenként csúszásmentesen kapcsolnak a szerszám működése során keletkező axoid felülettel. Hengeres kerek lefejtése esetében a kerek axoid felületei egymáson csúszásmentesen legördülő, legtöbbször körhengerek; kivételes esetekben – nem kör alakú fogaskerékhajtásokban – e hengerek különböző, igen változatos alakú zárt sima görbékre épített hengerré torzulhatnak. A szerszám axoid felülete – minden esetben – a körhengerek közé érintőként illesztett sík, vagy

¹Kivételt képeznek az ortogonális hengeres-kúpos hajtásváltozatok, amelyekre e könyv keretei között nem térünk ki

ezekkel külső, illetve belső, pont- vagy vonalszerű érintkezésben levő körhenger. Az axoid felületek sajátosságait az egyes szerszámok tanulmányozása közben vázoljuk fel részletesebben. A csigamarós fogaskerék-lefejtés kivételével, a hengeres fogaskerekek és a lefejtőszerszám kapcsolódási feltételeit síkban is lehet tanulmányozni. Az axoid felületeket ebben az esetben pólusgörbékkel helyettesítjük.

A hengeres fogaskerekek lefejtő szerszámai, a szerszám-centroida alapján, két csoportba sorolhatók:

- léc típusú szerszámok;
- kerék típusú szerszámok.

A léc típusú szerszámok fogasléc-típusú generáló elemet hoznak létre: ezek a fésűskés és a csigamaró. Ezzel szemben a kerék típusú lefejtőszerszám – a metszőkerék – virtuális fogaskereket hoz létre. A kapcsolódás törvényeinek betartása megköveteli viszont, hogy mind a léc, mind a kerék típusú szerszám esetében *a generáló profil ugyanaz kell legyen mindkét elem lefejtésekor*, de az egyes kerekek lefejtéséhez két szerszámtest szükséges, amelyek egymást úgy érintik a generálófelület mentén, mint sablon és ellensablon [70]. Görbe lefejtő profil esetében világos, hogy szükség lesz egy homorú, illetve egy domború fogprofilú fogaslécra, kerék esetében pedig egy külső és egy belső fogazatú metszőkerékre. Az egyetlen szerszámtestes megmunkálás csakis akkor jöhet létre, ha a lefejtőléc fogprofilja egyenes – így két egybevágó fogprofilú léc szembefordítható és illeszthető. Ez a tény vezetett az evolvensnek, mint fogprofilnak, igen széleskörű alkalmazásához. A metszőkerék – ha evolvens fogazatot generál – önmagával szembefordítható, így nincs szükség arra, hogy a hajtás egyik kerekét külső, a másikat pedig belső fogazatú metszőkerékkel kelljen lefejteni.

Az Olivier első elve alapján megvalósított lefejtés egyparaméteres felületburkolással valósul meg. Ez aló kivételt képez a csigamarós fogaskerék-lefejtés, amit a megfelelő helyen tárgyalunk. Az egyparaméteres burkolás során a lefejtett felületek egymással és a származtató felülettel, adott időpillanatban és helyzetben, vonal mentén érintkeznek. Ennélfogva az elméletileg tökéletes lefejtés során is vonal mentén érintkező, kapcsolódó felülete párokat nyerünk. A műszaki valóságban elkerülhetetlen gyártási, beállítási és szerelési hibák miatt soha sem jöhet létre a tökéletes vonal menti kapcsolódás. Emiatt a fogfelületek kapcsolódási zónáját le kell szűkíteni, és azt lokalizálni kell a fogfelület bizonyos részére. A fogfelület valós kapcsolódási pontjainak halmozát *hordképnek* nevezzük. A hordkép beállítását (szűkítést és elhelyezést) leginkább simító (köszörülő, hántoló) megmunkálással érik el.

Az evolvensgörbe generálása szemponjából a hengeres kerekek lefejtő szerszámai ismét két csoportba sorolhatók [62]:

- az álló egyenes módszerével generáló szerszámok – ezek a fésűskések;
- a mozgó egyenes módszerével generáló szerszámok – a csigamaró, a metszőkerék és a hámozókerék.

A következőkben a fésűskést, a metszőkereket és a csigamarót mutatjuk be részletesen.



http://www.liebherr.com/GT/de-DE/products_gt.wfw/id-19299-0



<http://www.maschinensucher.de>



<http://www.dathan.co.uk>



<http://www.toolmasters.in>

3.1. ÁBRA. MAAG és SUNDERLAND típusú, egyenes- és ferde fogú fésűskések

3.1. A FÉSŰSKÉS

A fésűskés lécszerű, álló egyenes módszerével generáló szerszám. A legegyszerűbb felépítésű, mivel egyenes élű és a hátfelületek síkfelületek. Pontossága az összes lefejtőszerszám közül a legnagyobb. Hátránya a fogazógép kinematikájának bonyolultságában és az alacsony termelékenységben kereshető. Mára a csigamaró majdnem teljesen kiszorította. A fésűskés létjogosultsága mégis fennmaradt olyan fogazási feladatok ellátásában, ahol túl költséges lenne a metszőkerekes vagy akár a betétkéses csigamarók használata. Ez a helyzet az igen nagy modulú fogaskerekek esetében áll elő. A fésűskéssel lefejtett fogazatnak viszont marad egy vitathatatlan előnye: a geometriai (profil) és kinematikai hibák értéke a legalacsonyabb. Mesterkerekek, hántoló-tárcsák fogazására is alkalmas. Mi sem bizonyítja jobban a szerszám létjogosultságát, mint az a tény, hogy jelenleg is gyártanak fésűskéseket (3.1. ábra), és numerikus vezérléssel ellátott foggyalulásgépeket. Gazdasági számításokkal bizonyítható [42], hogy $m \leq 10$ mm-es modul-értékig a csigamarós lefejtés kevésbé költséges, de a helyzet $m \geq 15$ mm fölött gyökeresen változik: itt már a foggyalulás költségvonzata kedvezőbb. A forgácsolási teljesítmény pedig szintén modulfüggő: közelítőleg $m = 12$ mm fölött a foggyalulás biztosít nagyobb teljesítményt.

Jelen pillanatban a világon kizárólag a különleges, nagy modulú, nagy méretű és nagy pontosságú fogaskerekek gyártását vállaló cégek azok, amelyek a foggyalulást

alkalmazták. Habár a XX. század elején forradalmi újtásnak számított e nagyszerű és pontos szerszám bevezetése², az azóta eltelt több mint egy évszázad alatt sem a szerszám konstrukciója, sem a szerszámgép nem fejlődött. Tökéletes, egyszerű és könnyen megvalósítható szerszámgeometriáján lehetetlen kifogásolni valót találni, a foggyalugép pedig – a lehető legbonyolultabb kinematikája ellenére is – az egyik legpontosabb szerszámgép. A világon két változatban, Sunderland, illetve Maag típusú fésűskésként gyártják. Lefejtési elvük és származtatófelületük elvileg azonos, így a gyártók nevét viselik, mivel négy, szabadalom-megalapozó, ám tudományos szempontból jelentéktelen különbség van közöttük:

- A Maag típusú késnek a konstruktív homlokszöge nulla, a Sunderland típusú késnek a homlokszöge pozitív;
- A Maag típusú késnek a tartója a homlokszög értékével döntött, míg a Sunderland típusú késnek a tartója merőleges a főmozgás irányára;
- A Maag típusú foggyalugép főmozgása függőleges, vagy a függőlegesből dönthető ferde, a Sunderland típusú gyalugépé meg vízszintes;
- A Maag típusú fésűskés méretei alapvetően mm-ben, a Sunderland típusú fésűskésnek pedig angol hüvelykben vannak megadva.

A következőkben a Maag-féle szerszámot ismertetjük részletesen.

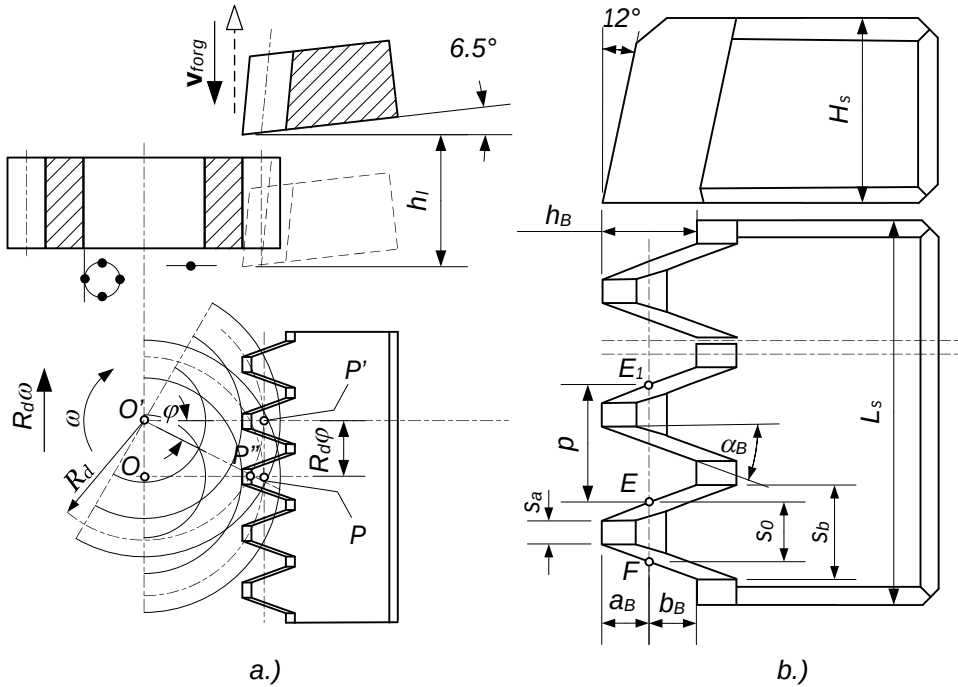
3.1.1. A Maag-féle egyenesfogú fésűskés

A Maag-féle egyenesfogú fésűskés fogasléc-profil típusú alapgörbére épül, mely a szerszám homloksíkjába illeszkedik: ez egyúttal a szerszám vágóéleit is definiálja. A hátfelületet úgy építjük fel, hogy az élprofil-görbét – a görbe hordozósíkját *önmagával párhuzamosan tartva* – egy olyan vezéregyenes mentén mozgatjuk, amelyik a homloksík normálisával $\alpha_0 + \gamma_0$ szöget zár be és a fogprofil szimmetriasíkjába illeszkedik (3.2b. ábra). Ezáltal a szerszám fogasléc-profil alapú ferde hasáb lesz. Mivel a szerszám így eleve nulla homlokszöggel készül, ezt megdöntve kell a gyalugép medvéjére szerelt speciális késtartóba helyezni; a késtartó tájolósíkjára vízszintes (azaz: a fő forgácsolómozgás irányára merőleges) síkkal $\gamma_V = 6^\circ 30'$ -es szöget zár be. A lefejtés elvi vázlatát a 3.2a. ábrán szemléltettük.

A fésűskés a kerék forgástengelyével párhuzamos, alternatív, egyenesvonalú fő forgácsolómozgást végez. A főmozgás alatt a szerszámelek a kerék származtató fogaslécének felületét söprik végig, és ezáltal hozzák létre a technológiai hajtás forgácsolóelemét: minden anyagrész, ami a származtató léctesten belül van, forgácsba megy. Megjegyezzük, hogy mindegyik lefejtő fogazás ugyanezen az elven működik.

A gyalult fogaskerék a szerszámhoz viszonyított relatív síkmozgást végez; a mozgás álló pólusgörbéje a szerszámléc osztó- vagy gördülővonala, a mozgó pólusgörbe pedig minden esetben a kerék osztóköre. A legördülés szakaszos, és mindig a passzív (visszahúzó) mozgás alatt történik. A forgácsolás és az előtolás szakaszos, időben szétválasztott mozgások; a lefejtett fogazat annál pontosabb, minél több forgácsoló löketből jön létre a fogoldal, azaz minél kisebb a két aktív löket között megvalósuló legördülés hossza. Ez utóbbit körkörös előtolásnak nevezzük. A 3.2. ábrán a PP' szakasz és a $P'P''$ körív hossza fejezik ki a két löket között létrehozott, a legördülést

²A fésűskést Sunderland készítette 1908-ban, később Maag tökéletesítette [97]



3.2. ÁBRA. A MAAG típusú egyenesfogú fésűskés lefejtési elve és konstruktív elemei

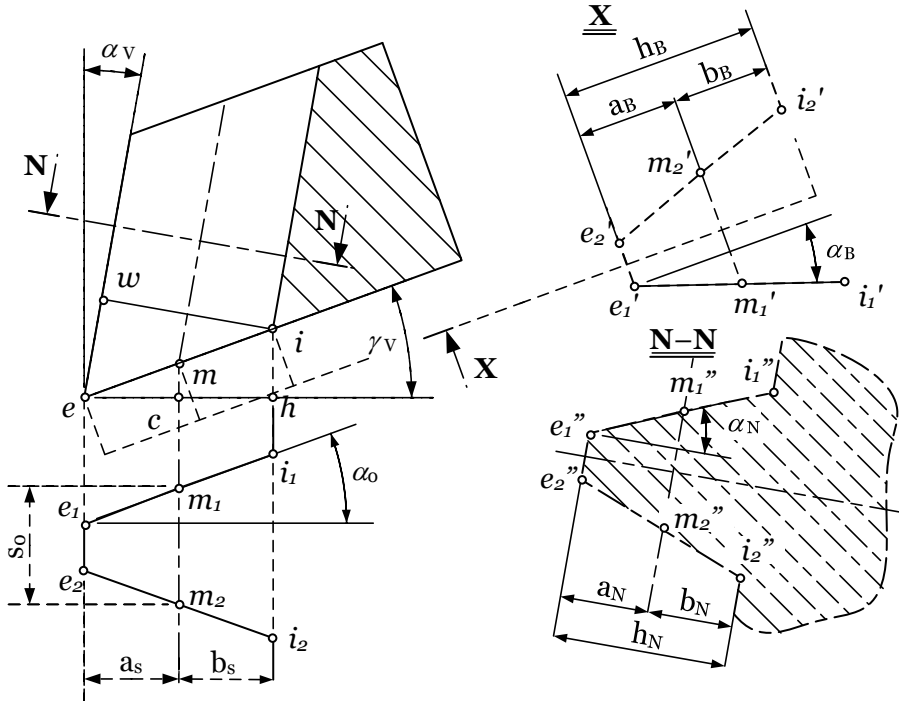
megvalósító, körkörös előtolás értékű elmozdulást és elfordulást. Amint azt a bevezetőben is említettük, a szerszám homloksíkja a kerék tengelyére merőleges síkkal, amiben az evolvens képződik, γ_v szöget zár be.

3.1.1.1. A szerszám profilkorrekciója. A szerszámnak az evolvens képzési síkjához viszonyított döntése miatt az élek által létrehozott burkoló fogasléc profilja és fogmagasság-felosztása különbözik a homloksíkba illeszkedő szerszám-alapprofiltól. A fésűskések esetében három profilt tartunk nyilván:

- A származtató fogasléc-profil vagy *alapprofil*;
- A homloksíkbeli szerszámprofil vagy mérőprofil;
- A gyártási vagy normál-profil.

A felsorolt profilok közötti geometriai összefüggések levezetésére tekintsük a 3.3. ábrát.

A főnézetben látjuk a fésűskés fogát, a γ_v homlok-, illetve az α_v hátszöget. A fogfej-, az osztó- és a foglábvonal a nézet síkjára merőleges e, m , illetve i vonalra illeszkednek. Mivel ezek a vonalak merőlegesek a fogaskerék tengelyére, a torzulás csak a fogmagasság irányában mutatkozik meg, tehát minden szelvényben a fogfej-, a fogláb-, illetve az osztóvonalai fogvastagság egyenlők. A vetületben szereplő méretek



3.3. ÁBRA. A MAAG típusú egyenesfogú fésűskés profiljai

és az $\triangle eih$, valamint az $\triangle emc$ derékszögű háromszögek alapján azonnal felírhatók a szerszámprofilra jellemző magasságok:

$$\begin{cases} em = \frac{ec}{\cos \gamma_V} \Rightarrow a_B = \frac{a_s}{\cos \gamma_V} \\ mi = \frac{ch}{\cos \gamma_V} \Rightarrow b_B = \frac{b_s}{\cos \gamma_V} \\ h_B = \frac{a_s + b_s}{\cos \gamma_V} = \frac{h_s}{\cos \gamma_V} \end{cases} \quad (3.1)$$

Az $i_1e_1e_2i_2$ egyenlő szárú trapézprofil a homloksíkban az $i_1'e_1'e_2'i_2'$ szintén egyenlő szárú trapézzá torzul. A két trapéz alapjai páronként egyenlők, magasságuk kapcsolatát a (3.1) egyenletrendszer harmadik egyenlete adja. Az ábra alapján felírható, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{i_1'i_2' - e_1'e_2'}{2h_B} = \frac{i_1i_2 - e_1e_2}{2 \frac{2h_B}{\cos \gamma_V}} = \operatorname{tg} \alpha_0 \cos \gamma_V \quad (3.2)$$

A normálszelvény a szerszám köszörülése szempontjából fontos: tartalmazza az oldal-hátfelületek köszörülését végző köszörűkorong félprofil-szögét (α_N), illetve a szerszámbeállítás szempontjából elengedhetetlen fogmagasság-elosztást. Az elméleti

köszörűkorong- tengelyszelvény azonos a fog **N–N** normálszelvényével. A valóságban a fogárok egyes oldalait külön köszörülük, a fogárok-szélesség helyes beállítása szerszám-eltolással történik. A $\triangle wie$ derékszögű háromszög wi befogója egyenlő a normálprofil h_N magasságával:

$$wi = h_N = ei \sin(\angle wei) = \frac{h_s}{\cos \gamma_V} \cos(\alpha_V + \gamma_V) \quad (3.3)$$

Az **N–N** normálszelvénybeli $i_1''e_1''e_2''i_2''$ egyenlőszárú trapézból felírható, hogy:

$$\operatorname{tg} \alpha_N = \frac{i_1''i_2'' - e_1''e_2''}{2h_N} = \frac{i_1i_2 - e_1e_2}{2 \frac{h_s}{\cos \gamma_V} \cos(\alpha_V + \gamma_V)} = \operatorname{tg} \alpha_0 \frac{\cos \gamma_V}{\cos(\alpha_V + \gamma_V)} \quad (3.4)$$

Belátható, hogy a szerszám fogprofil-szögei között fennáll az

$$\alpha_B < \alpha_0 < \alpha_N$$

egyenlőtlenség.

3.1.1.2. A szerszám profil- és konstruktív méretei. A fésűskés konstruktív méreteit a 3.2b. ábrán szemléltettük. A konstruktív méreteket a szerszám homloksíkjában definiáljuk. A szerszámot meghatározó alpméret a p fogosztás, amely a fogasléc osztásával megegyezik, azaz $p = \pi m$. A szerszám α_B fogél-profilkszögét a beállítási homlokszög és a (3.2) képlet alapján számítjuk.

Az osztóvonalon a fogvastagság és a fogárok szélesség elméletileg megegyeznek. Ez az állítás azonban csak a simító fésűskésre igaz, mivel a nagyoló, illetve a félsimító szerszámok esetében a fogvastagság kisebb kell legyen, hogy biztosítsa a simítás számára szükséges ráhagyást. Az osztóvonal s_0 fogvastagság tehát ([62]):

- nagyoló fésűskésre: $s_0 = \frac{\pi m}{2} - 2 \cdot 0,2 \sqrt{m}$;
- félsimító fésűskésre, ha a simító művelet köszörülés: $s_0 = \frac{\pi m}{2} - 2 \cdot 0,1 \sqrt{m}$;
- simító fésűskésre: $s_0 = \frac{\pi m}{2}$.

A fogfej- és foglábmagasságot a származtató alaprofil méretei függvényében állapítjuk meg. Ez Európában a DIN 867, DIN 58400 és ISO 53 szabványokban található. Normál fogmagasság esetében a fajlagos³ fogfejmagasság $h_a = 1$, és a fajlagos fejhézag $c = 0,25$. Ezek az értékek tömpe fogazás esetére $h_a = 0,8$ és $c_a = 0,2$. A szerszám esetében figyelembe kell venni, hogy a fogfejmagasságot minden esetben meg kell toldani a fejhézag kivágásához szükséges hosszal, míg a fogláb esetében a magasság a működő lécfoglábmagasságával lesz egyenlő – a fogárok-él forgácsolását elkerülendő. A nagyoló és simító fésűskéseknek a fogfej-, illetve foglábmagasságai ennek megfelelően:

$$\begin{aligned} a_B &= \frac{(h_a + c)m}{\cos \gamma_V} \\ b_B &= \frac{(h_a + c)m}{\cos \gamma_V} \end{aligned} \quad (3.5)$$

A szabály alól a félsimító fésűskés képez kivételt – ez a szerszám ugyanis fogköszörülés alá készíti elő a fogaskereket. A köszörülés folyamán számottevő mennyiségű köszörűpor- hűtőfolyadék-keverék képződik, amelynek beékelődése a köszörűkorong

³_{m=1 mm} modul értékre számított.

fejszalagja és a fogárok fenékvonala közé korongtöréshez vezethet. Emiatt a szabványosnál nagyobb fejhézaggal számolunk, ezért a fésűskés fogfejét $\delta_{aA}=0,1\sqrt{m}$ értékkel vesszük nagyobbra, így ez esetben

$$a_B = \frac{(h_a + c)m}{\cos \gamma_V} + 0,1\sqrt{m} \quad (3.6)$$

A fésűskés fogának elméleti fogfejméretét a szerszámprofil és az osztóvonalai fogvastagság alapján (3.3. ábra) számítjuk ki:

$$s_a = s_0 - 2a_B \operatorname{tg} \alpha_B \quad (3.7)$$

A valóságban a szerszám oldalélei- és fejszalag-éle között körív alakú csatlakoztató élrész húzódik. A szabványban előírt fogfej-, illetve fogláb-lekerékítési sugarak $0,17 \div 0,38 \text{ m}$ értékek között változnak. Célszerű kisebb értéket venni, hogy a sarok által generált hurkolt evolvens csatlakoztató görbe minél öblösebb legyen, hogy elkerüljük a működés közbeni fogbeékelődést. Ezért általában $\varrho_P = 0,2m$.

A fésűskés z_s fogszámát [62] $3 \div 22$ között állapítják meg. Minél nagyobb a modul, annál kisebb a fogszám. Kis modulok esetén a parciális legördülések közötti visszahúzó mozgást⁴ – a nagyobb termelékenységi érdekében – úgy iktatják ki, hogy a fésűskés fogszáma 1-2 foggal nagyobb, mint a fogazandó kerék száma.

A késtest teljes hosszát a fogszám, a modul, illetve a két szélen hagyott, megközelítőleg $l_t = 2 \div 5 \text{ mm}$ ráhagyás alapján számítjuk ki:

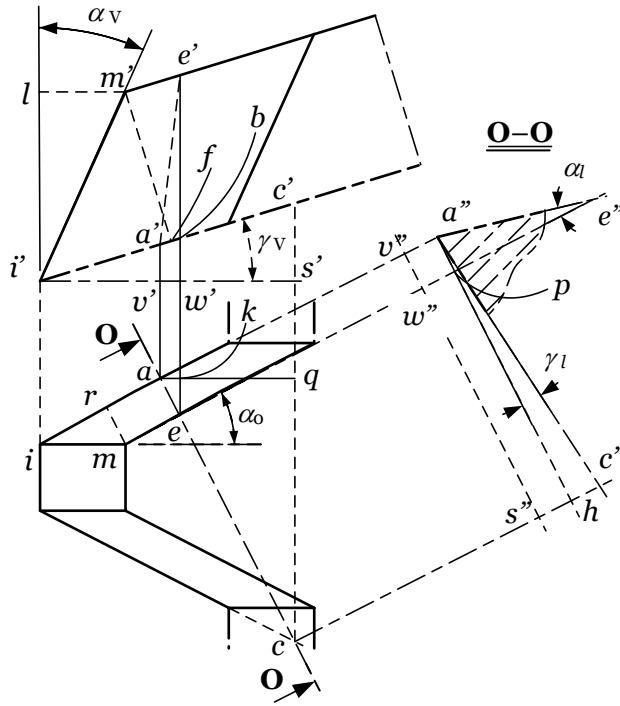
$$L_s = \pi(z_s - 1)m + s_0 + 2b_B \operatorname{tg} \alpha_B + 2l_t \quad (3.8)$$

A kés szélességét a foggyalugép késtartója szerint választják meg, ez a méret általában $50 \div 150 \text{ mm}$ között van, extraméretű modulok esetében a gyártó javaslata szerint. A kés vastagsága $H_s = 20 \div 25 \text{ mm}$.

Nagyobb modulok esetében a forgácsvétel közbeni visszahajlást úgy gátolják meg, hogy fésű alakú támaszt szorítanak a kés felső határfelülete és a tartó közé. Gazdasági megfontolásokból, a késnek csak a fogazott részét készítik gyorsacélból; ehhez homlokhegesztéssel illesztik az általában C45-ös nemesíthető, minőségi szénacélból készült támasztórészt, majd az így kapott előgyártmányt megmunkálják. Extraméretű modulok esetében szerelt fogú fésűskéket is gyártanak.

3.1.1.3. A fésűskés működő élgeometriája. Amint említettük, a foggyalulás esetében a főmozgás és a legördülés (előtolás) egymás után történnek, így a szerszám fő forgácsolósebessége egyben a működő forgácsolósebesség is. A geometriát a 3.4. ábrán látható vetületek alapján, a klasszikus síkmértan segítségével írjuk fel. A főnézet a fogat, az alapsíkra vetítve ábrázolja. A felső nézetben torzítatlan méretben látszik a működő homlokszög és hátszög, azaz a homloksík és a fejél-hátfelület síkja. A főnézetre visszatérve, az él vetülete egybeesik az érintősík és az alapsík metszéspontjával. A tetszőlegesen kiválasztott a élpontban az élvetületre húzott merőleges az ortogonális sík nyoma az alapsíkban, vagyis az a sík, amelyben a működő élszögek torzítatlanul jelennek meg. A következőkben azokat a pontokat, amelyek mindkét nézetben és az

⁴A fogaskeréktartó szán egész számú fogosztással húzódik vissza, anélkül, hogy a kerék forogna, így ismét a fésűskés első foga fog dolgozni. Akkor szükséges, ha az osztókör hossza nagyobb, mint a fésűskés aktív hossza.



3.4. ÁBRA. A MAAG típusú egyenesfogú fésűskés működő élgeometriája

ortogonális szelvényben is megjelennek, ugyanazon betűvel jelöljük, és a ' illetve '' jelzéssel különböztetjük meg. A számítások során szükségünk lesz a fésűskés vastagságára, jelöljük ezt H_s -sel, akár a 3.2b. ábrán.

Az ortogonális működő hátszög számítása Az ortogonális sík és az ai élvonalra rendelt oldalhátfelület metszésvonalának három vetülete ae , $a'e'$ és $a''e''$. Az oldalhátszöget az $e''a''p$ derékszögű háromszögből számítjuk ki. A háromszög $a''p$ befogóját, a vetületek segítségével, a következőképpen számítjuk ki:

$$a''p = v''w'' = ae = rm$$

$$rm = im \sin \alpha_0 \quad (\text{az } \triangle irm \text{ derékszögű háromszögből})$$

$$im = lm' = i'm' \sin \alpha_V \quad (\text{az } \triangle m'li' \text{ derékszögű háromszögből})$$

$$i'm' = \frac{m'a'}{\cos(\alpha_V + \gamma_V)} = \frac{H_s}{\cos(\alpha_V + \gamma_V)} \quad (\text{az } \triangle m'fi' \text{ derékszögű háromszögből}),$$

innen:

$$a''p = \frac{H_s}{\cos(\alpha_V + \gamma_V)} \sin \alpha_V \sin \alpha_0 \quad (3.9)$$

Az $\triangle e''a''p$ háromszög $e''p$ befogója az e és a pontok alapsíkhoz mért távolságainak különbsége. Figyeljük meg az oldalnézetet, és vegyük észre, hogy az e pont távolsága az a pont $a'v' = a''v''$ távolságának, a fésűskés ee' vonal mentén mért vastagságának és az $ak = v'w'$ távolságból fakadó emelkedésnek összegéből tevődik össze. Következésképpen felírható, hogy:

$$e''w'' = e'w' = a'v' + be' + v'w' \operatorname{tg} \gamma_V$$

$$v'w' = ak = ae \sin \alpha_0 \quad (\text{az } \triangle ake \text{ derékszögű háromszögből})$$

$$ae = rm = im \sin \alpha_0 \quad (\text{az } \triangle imr \text{ derékszögű háromszögből})$$

$$im = \frac{H_s}{\cos(\alpha_V + \gamma_V)} \sin \alpha_V \quad (\text{az } \triangle i'm'l \text{ és } \triangle i'm'f \text{ derékszögű háromszögekből})$$

$$be' = \frac{H_s}{\cos \gamma_V}$$

innen:

$$a''w'' = a'v' + \frac{H_s}{\cos \gamma_V} + \frac{H_s}{\cos(\alpha_V + \gamma_V)} \sin \alpha_V \sin^2 \alpha_0 \quad (3.10)$$

A (3.9) és (3.10) alapján a működő hátszög (oldalhátszög) kifejezése a következő lesz:

$$\operatorname{tg} \alpha_l = \frac{\sin \alpha_V \sin \alpha_0 \cos \gamma_V}{\cos(\alpha_V + \gamma_V) + \sin \alpha_V \sin^2 \alpha_0 \sin \gamma_V} \quad (3.11)$$

Figyeljük meg, hogy amennyiben a kapott képletet $\gamma_V = 0$ értékre sajátosítjuk, a $\operatorname{tg} \alpha_l = \operatorname{tg} \alpha_V \sin \alpha_0$ egyszerűsített alakot kapjuk, amely értelmében azonos a tárcsamaróknál levezetett (2.36) oldalhátszög-képlettel. Az α_0 alapprofil-szög él-elhelyezési szög-értelmet nyer, ha a fésűskést egy olyan elméleti tárcsamaróval helyettesítjük, amelynek forgástengelye a végtelenbe eltolt (így a mozgáviszonyok lokálisan változatlanok maradnak, tehát a felállított élszögrendszerek között ekvivalencia lép fel).

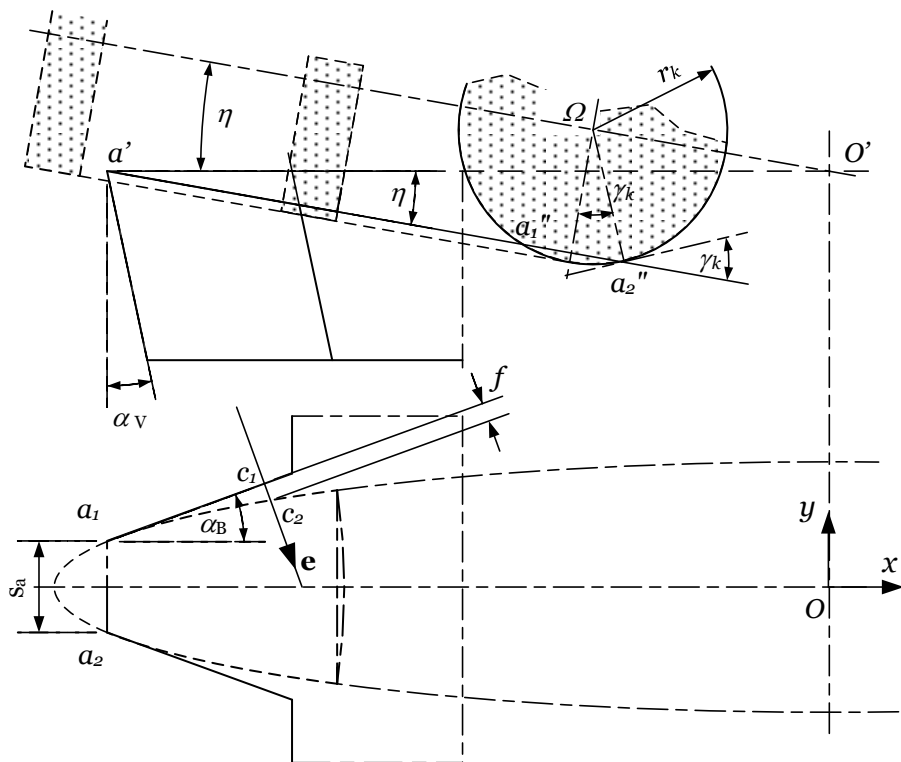
Az oldalhomlokszög számítása Az ortogonális sík a homloksíkot az $ae, a'e'$ és $a''e''$ nyomvonalú egyenes mentén metszi. Az oldalhomlokszöget az $\triangle a''c''h$ derékszögű háromszögből számítjuk ki. Alapul vesszük az ac nyomvonal δ hosszát. Az $\triangle a''c''h$ derékszögű háromszög $c''h$ befogója az a és c pontok alapsíkhoz mért távolságának különbsége, amit szintén a homloksík ferde helyzetéből adódó vetületekből számítunk ki:

$$c''s'' = c's' = a'v' + v's' \operatorname{tg} \gamma_V \quad \text{az utolsó tag a távolságnövekedés}$$

$$v's' = aq = ac \sin \alpha_0 = \delta \sin \alpha_0 \quad \text{az } aqc \text{ háromszögből}$$

innen:

$$\operatorname{tg} \gamma_l = \frac{s''c'' - a''v''}{ac} = \frac{v's' \operatorname{tg} \gamma_V}{\delta} = \operatorname{tg} \gamma_V \sin \alpha_0 \quad (3.12)$$



3.5. ÁBRA. közös hengerfelülettel való pótélezés geometria viszonyai

3.1.1.4. *Geometria-javító pótélezések.* Ha kiszámítjuk a fésűskés oldalgeometriáját a szabványosított $\alpha_V = 5^\circ 30'$, $\gamma_V = 6^\circ 30'$ és $\alpha_0 = 20^\circ$ értékekre, meglepően kis értékű oldalszögeket kapunk:

$$\gamma_l = 2^\circ 13' 53,72''; \quad \alpha_l = 1^\circ 54' 16,8''$$

Az oldalhátszög értékén csak akkor lehet változtatni, ha növeljük az α_V értékét, ez viszont az élszög csökkenését és ezáltal az ütésre való ellenállás csökkenését jelentené. Az oldalhomlokszög értékét viszont pótélezésekkel lehet korrigálni. A gyakorlatban a fésűskésekre két fajta pótélezést alkalmaznak: $m = 10$ mm alatt a sík homlokfelületbe henger alakú mélyedést köszörülnek úgy, hogy ez a két oldalélt a csúcokban érintse. Ha a modul nagyobb, mint 10 mm, akkor mindegyik élre külön, az éllel párhuzamos generátorú hengerfelületet köszörülnek a sík homlokfelületbe (így fenik a jégtáncor-csolyát).

A mindkét élre közös hengerfelület alkalmazásának geometriai viszonyait a 3.5. ábrán láthatjuk. A hengerfelületet egy r_k sugarú köszörűkoronggal alakítjuk ki, amelynek tengelye, és így eltolásának iránya is a fésűskés homloksíkjára η szöggel döntött.

A köszörűkorong sugarát és a tengelydöntés szögét úgy kell beállítani, hogy a homloksík és a hengerfelület ellipszis alakú áthatásvonala a két vagóélet az a_1 és a_2 csúcsokban érintse. Másrészt, a köszörűkorong sugarától függ a behatolás mélysége és a γ_k póthomlokszög értéke:

$$\sin \gamma_k = \frac{s_a}{2r_k} = \frac{s_a}{d_k} \quad (3.13)$$

A továbbiakban, az összefüggések feltárása céljából felírjuk az ellipszis egyenletét a központjába helyezett koordináta-rendszerhez viszonyítva, majd pedig kikötjük, hogy haladjon át az a_1 élcsúcson, és érintőjének μ iránytényezője legyen $\operatorname{tg} \alpha_B$ értékű. A szelvény törvényszerűségeit szem előtt tartva belátható, hogy az ellipszis kistengelyének hossza a köszörűkorong átmérőjével lesz egyenlő, a nagytengely pedig $2r_k / \sin \eta$. Ennek alapján

$$\begin{aligned} F(x, y) &= 0 \Rightarrow x^2 \frac{\sin^2 \eta}{r_k^2} + y^2 \frac{1}{r_k^2} - 1 = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial x} &= 2x \frac{\sin^2 \eta}{r_k^2} \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{2y}{r_k^2} \\ \mu &= -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = -\frac{x}{y} \sin^2 \eta \end{aligned} \quad (3.14)$$

Az $a_1(x_{a_1}, \frac{1}{2}s_a)$ pont koordinátái kielégítik az ellipszis implicit egyenletét, ez a feltétel az

$$x_{a_1}^2 \sin^2 \eta + \frac{s_a^2}{4} - r_k^2 = 0$$

x_{a_1} -ben másodfokú egyenlethez vezet, melynek a 3.5. ábra alapján értelmezhető megoldása a negatív megoldás:

$$x_{a_1} = -\frac{1}{\sin \eta} \sqrt{r_k^2 - \frac{s_a^2}{4}} \quad (3.15)$$

A (3.15) képlettel véglegesített a_1 -koordinátákat behelyettesítjük a μ iránytényező (3.14) képletébe, és ezzel megkapjuk a köszörűkorong-sugár és a tengelydöntés szöge közötti kapcsolatot:

$$\sin \eta = \frac{s_a}{\sqrt{4r_k^2 - s_a^2}} \operatorname{tg} \alpha_B \quad (3.16)$$

Az egyetlen hengerfelülettel megvalósított pótélezés eredményeképpen a fésűskés oldalélei nem sérülnek, viszont az élcsúctól különböző bármely más pontban élszalag jön létre, amely az élcsúctól való távolodással egyre szélesebb. A következőkben az élszalag-függvényt állítjuk fel. Tekintsük a 3.5. ábrán az a_1 -ből kiinduló él c_1 pontját, mely az élcsúctól u távolságra illeszkedik, $u \in [0, h_s / \cos \alpha_B]$. Az élszalag $f(u)$ szélességét az élre normálirányban mérjük, az ábrán ez a $c_1 c_2$ távolság. Számításához meg kell találnunk a c_2 pont koordinátáit. A futó c_1 pont koordinátái:

$$\begin{cases} x_{c1} = x_{a1} + u \cos \alpha_B \\ y_{c1} = y_{a1} + u \sin \alpha_B \end{cases} \quad (3.17)$$

Az élre merőleges $\mathbf{e}$ egységvektor koordinátái $\mathbf{e}^T = (\sin \alpha_B, -\cos \alpha_B)$. Ezzel és a c_1 pont koordinátaival a normálegyenés parametrikus egyenletei a következők lesznek:

$$\begin{cases} x(v) = x_{a_1} + u \cos \alpha_B + v \sin \alpha_B \\ y(v) = y_{a_1} + u \sin \alpha_B - v \cos \alpha_B \end{cases} \quad (3.18)$$

Megjegyezzük, hogy a normálegyenés v paraméterének geometriai értelme a c_1 ponttól való távolság.

A c_2 pont az ellipszis és a normálegyenés metszéspontja. Ha behelyettesítjük a normálegyenés futópontjának koordinátáit az ellipszis egyenletébe, másodfokú egyenletet kapunk v -ben, melynek, a 3.5. ábrával megegyezően a *kisebbik* gyöke pontosan az élszalag szélesség lesz. A számítások után a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \zeta_1 v^2 - 2\zeta_2 v + \zeta_3 &= 0 \\ \zeta_1 &= \sin^2 \alpha_B \sin^2 \eta + \cos^2 \alpha_B \\ \zeta_2 &= y_{a_1} \cos \alpha_B - x_{a_1} \sin \alpha_B \sin^2 \eta + \frac{u}{2} \sin 2\alpha_B \cos^2 \eta \\ \zeta_3 &= x_{a_1}^2 \sin^2 \eta + y_{a_1}^2 + u^2 (\cos^2 \alpha_B \sin^2 \eta + \sin^2 \alpha_B) + \\ &\quad + 2u(x_{a_1} \cos \alpha_B \sin^2 \eta + y_{a_1} \sin \alpha_B) \end{aligned} \quad (3.19)$$

A (3.19)-es egyenlet szignifikáns megoldása az élszalag-szélesség:

$$f(u; r_k, \eta) = \frac{\zeta_2(r_k, \eta) - \sqrt{[\zeta_2(r_k, \eta)]^2 - \zeta_1(r_k, \eta)\zeta_3(r_k, \eta)}}{\zeta_1(r_k, \eta)} \quad (3.20)$$

Az élszalag-függvény segítségével a szerszámot geometriai szempontból optimalizálhatjuk. Belátható, hogy a (3.16) képlet elméletileg végtelen (r_k, η) olyan paraméterpárt eredményez, amelyre az ellipszis a csúcsokban érinti a vágóéleket. Figyelembe véve, hogy az ellipszis tengelyeinek hossza az (r_k, η) paraméterektől függ, és ezek között egyetlen függvénykapcsolat létezik, a geometriai megoldás egyszerű végtelenségnyi ellipszis. Az optimális ellipszis kiválasztása akkor lehetséges, ha a (3.16) feltétel mellé még egy feltételt találunk. Ezt többféleképpen állíthatjuk fel:

- Az $f(u; r_k, \eta)$ élszalag-szélesség változása legyen minimális;
- Az $f(u; r_k, \eta)$ élszalag-szélesség függvényre felírt négyzetösszeg-függvény legyen minimális;
- A működő homlokszög változása a vágóél mentén legyen minimális;
- A működő homlokszög adott, előírt értéktől való eltérés-függvénye legyen minimális.

Jelen esetben az élszalag-függvényre felírt négyzetösszeg-függvény alapján írjuk fel az optimum-feltételt. Az élhosszt N egyenlő távolságú pontra osztjuk fel, és mindegyik pontban kiszámítjuk az élszalag-szélességet, majd felírjuk az élszalag-szélességek négyzetösszegét:

$$F(r_k, \eta) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\zeta_{2i}}{\zeta_{1i}} \left(\frac{\zeta_{2i}}{\zeta_{1i}} - \sqrt{\zeta_{2i}^2 - \zeta_{1i}\zeta_{3i}} \right) - \frac{\zeta_{3i}}{2\zeta_{1i}} \quad (3.21)$$

A (3.21) szigorúan pozitív kétváltozós függvény minimumát a (3.16) korlátfeltétel betartása mellett keressük, tehát Lagrange-féle feladatot állítunk fel:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}(r_k, \eta, \lambda) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\zeta_{2i}}{\zeta_{1i}} \left(\frac{\zeta_{2i}}{\zeta_{1i}} - \sqrt{\zeta_{2i}^2 - \zeta_{1i}\zeta_{3i}} \right) - \frac{\zeta_{3i}}{2\zeta_{1i}} + \\ \quad + \lambda (\sin \eta \sqrt{4r_k^2 - s_a^2} - s_a \operatorname{tg} \alpha_B) \rightarrow \min \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_k} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \eta} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad (3.22)$$

A feladat megoldása adja az optimális (r_k^{opt}, η^{opt}) beállítási paramétereket. Sokkal egyszerűbb célfüggvényt állíthatunk fel akkor, ha az élszalag méretét nem az élre merőlegesnek, hanem az ellipszis nagytengelyére merőlegesnek definiáljuk.

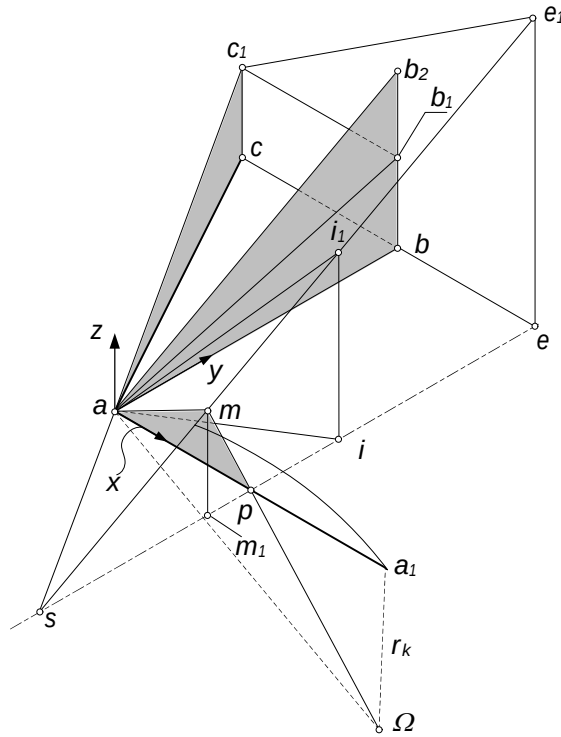
3.1.1.5. A kiegészített szerszámgeometria elemzése. A közös hengerfelülettel megvalósított homlokfelület-korrigálás során változó szélességű élszalag keletkezik, amelyik a szerszámfog csúcsától az árok irányába növekvő. A forgácsolás elméletéből ismert, hogy az élszalagnál vékonyabb forgácsvételnél az élszalag geometriája szerint történik a forgácsolás. Ezt a tényt figyelembe véve kijelenthetjük, hogy a fésűskéses fogazás folyamán mindig lesznek olyan élrészek, amelyeken a kiegészített élezés nem segít. A szerszámcsúcs környezetében viszont elfogadhatjuk, hogy a homlokszöget meghatározó homlokfelület a hengerfelület lesz. A kiegészített szerszámgeometria számítását a 3.6. ábra alapján végezzük el.

A fésűskés forgácsolási helyzetben található, így a vizsgált oldaléle ac_1 , a korrigálatlan homloksík pedig (ac_1b_1) . A működő alapsík a (ces) vízszintes sík. A vetítések megkönnyítése céljából felvesszük a fog (se_1e) szimmetriasíkját, valamint az ezzel párhuzamos (abb_2) síkot. A cc_1 , bb_1 és ee_1 szakaszok merőlegesek az alapsíkra. Az (ab_1c_1) és az (abc) síkok lapszöge pontosan a csúcsél működő homlokszöge, $\angle(b_1ab) = \gamma_V$. Az ab_2 szakasz a hengerfelület generátora, amely a 3.5. ábra szerint a homloksíkkal η szöget zár be, így $\angle(b_2ab_1) = \eta$.

Ezek után tekintsük az (Ωaa_1) síkot, amely a hengerfelület merőleges síkja, így Ω az r_k sugarú kör középpontja, $\Omega a = \Omega a_1 = r_k$. Értelemszerűen $\Omega \in (see_1)$ és $(\Omega aa_1) \perp (see_1)$.

Az a élcúspont környezetében a hengerfelületet ennek érintősíkjával helyettesítjük. Egyenes körhenger tetszőleges pontjában az érintősíkot az adott ponton áthaladó kör érintője és a henger generátora feszíti ki, a jelen esetben ezek az am , illetve az ab_2 szakaszok, $m \in (see_1)$.

Az m pontból párhuzamost húzunk az ab_2 generátorhoz, ez pedig a generáló fogprofil szimmetriatengelyét s -ben metszi. Jelöljük p -vel az aa_1 fogfejél felezőpontját, majd húzunk merőlegest m -ből az s, p, i, e pontokat tartalmazó szimmetriatengelyre. Vegyük észre, hogy $(\Omega a_1 a)$ magába foglalja az m pontot, a cc_1e_1e előlnézeti síkkal pedig a $\gamma_V + \eta$ szöget zárja.



3.6. ÁBRA. A korrigált homlokszög számítása

Legyen $mm_1 \perp sp$. Könnyen belátható, hogy:

$$\angle(m_1mp) = \angle(msm_1) = \gamma_V + \eta$$

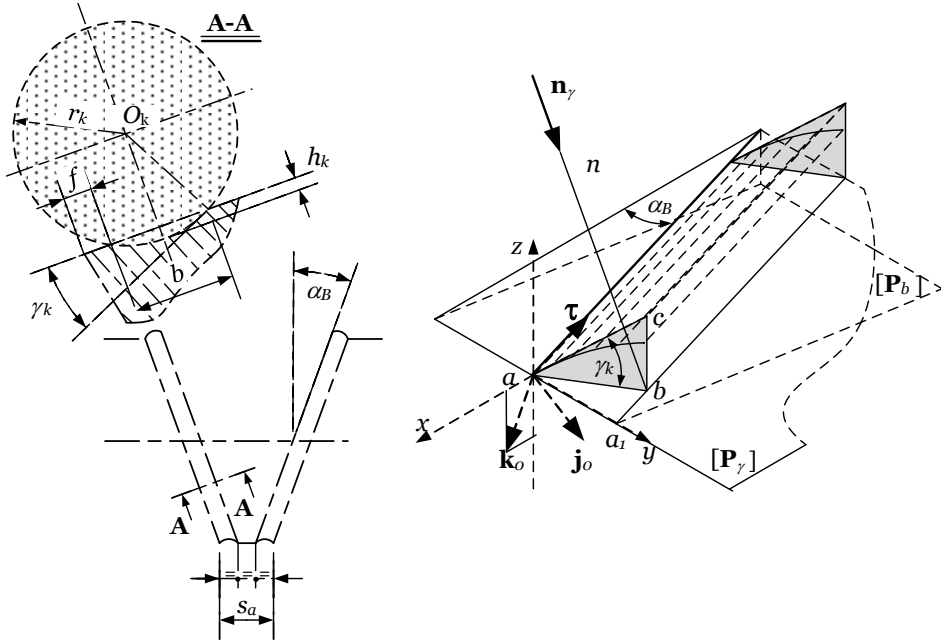
Az ortogonális sík az ac élvetületre merőleges. Belátható, hogy ennek nyoma az alapsíkban $ai, ai \perp ac$, az (see_1) szimmetriasíkban pedig ii_1 . A korrigált ortogonális homlokszög, γ_{lk} értelemszerűen az $\angle(ii_1ai)$ szög.

Az ortogonális korrigált homlokszög számítását a fejtől $ap = u$ félhosszának és az $\angle(amp) = \gamma_k$ (3.13) képlettel számított értékének alapján végezzük el. Az $\triangle amp$, $\triangle mm_1p$, $\triangle sii_1$ és $\triangle api$ derékszögű háromszögekből:

$$\begin{aligned} mp &= u \operatorname{tg} \gamma_k & m_1p &= u \operatorname{tg} \gamma_k \sin(\gamma_V + \eta) & mm_1 &= u \operatorname{tg} \gamma_k \cos(\gamma_V + \eta) \\ si &= sm_1 + m_1p + pi & ii_1 &= si \operatorname{tg}(\gamma_v + \eta) & ai &= \frac{u}{\cos \alpha_0} \end{aligned} \quad (3.23)$$

A korrigált homlokszög képlete, a (3.23) kifejezések behelyettesítésével és a számítások elvégzése után a következő alakot ölti:

$$\operatorname{tg} \gamma_{lk} = \frac{ii_1}{ai} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_k \cos \alpha_0 + \sin(\gamma_V + \eta) \sin \alpha_0}{\cos(\gamma_V + \eta)}. \quad (3.24)$$



3.7. ÁBRA. A nagy modulú egyenesfogú fésűskék pótélézése

3.1.1.6. Nagy modulú fésűskék pótélézése. Az $m \geq 10$ mm modulú egyenesfogú fésűskék élezésének geometriai vázlatát a 3.7. ábrán szemléltettük.

Az ábra baloldalán a fésűskés fogát ábrázoltuk, a homlokfelületre vetítve. Mint azt korábban említettük, a pótélézés két különálló, mindegyik éllel párhuzamosan futó hengerfelület kiképzését jelenti. Amint az **A – A** szelvényből is kitűnik, a köszörűkorong r_k sugara, h_k süllyesztése és a korrekciós γ_k homlokszög között a következő kapcsolat áll fenn:

$$\cos \gamma_k = \frac{r_k - h_k}{r_k} \quad (3.25)$$

Másrészt, a hengeres árok szélessége és a korrekciós homlokszög között fennáll a

$$b = 2r_k \sin \gamma_k \quad (3.26)$$

összefüggés.

A köszörűkorong a fejlet $b/\cos \alpha_B$ hosszúságú szakaszon semmisíti meg, és egy, a hengerfelület és a fejhátfelület metszéseként létrejövő ellipszis ívvel helyettesíti. A megmunkálás szempontjából előnyös a szélesebb árok, de a jó fogárok-fenek képzéshez elengedhetetlen az egyenes fejélszakasz. Következésképpen az árok szélességét a $b \in [\frac{s_a}{3}, \frac{s_a}{2}]$ intervallumban választjuk meg, kisebb modulok esetében az intervallum felső határához közelebb.

A (3.25) és (3.26) képletek segítségével be lehet állítani a pótélezési művelet paramétereit. A b árokszélesség- és a γ_k korrekciós homlokszög-értéket tapasztalat alapján kifejezzük, majd ezekkel kiszámítjuk a köszörűkorong r_k sugarát és d_k átmérőjét. A köszörűszár-készletből a számított átmérőhöz legközelebb álló d_k^* átmérőjű szabvány-szerszámot kiválasztjuk, ezzel az $r_k^* := 0,5d_k^*$ sugár értékét rögzítjük. Az r_k^* értékkel új összefüggést keresünk b és γ_k között. Ezt követően a (3.25) egyenletből kiszámítjuk a h_k köszörülési mélységet.

A gyakorlatban az élre egy $f = 0,1 \div 0,2$ mm szélességű élszalagot is rászámítanak. A köszörűkorongot úgy állítják be, hogy az élre kiszikráztatják (függőleges felle-mozgatással és az élhez való vízszintes, az élre merőleges irányú közelítéssel, ameddig a szikra megjelenik), majd pedig az élre merőlegesen $f + \frac{b}{2}$ távolsággal betolják. Ismét függőlegesen mozgatják lefelé, ameddig hozzáér a homlokfelülethez. Ebben a pillanatban elkezdődik a pótélezés, amelyik a h_k függőleges eltolási út megtételével zárul. A korrekciós élezés útján létrejövő ortogonális működő homlokszöveget a 3.7. ábra jobboldalán látható axonometrikus ábrázolás alapján, a vektormódszerrel számítjuk ki. Az (xyz) , a -ban eredő koordináta-rendszer (xy) síkja a homloksíkra van állítva, a (zx) sík pedig a fog szimmetriasíkjával párhuzamos.

Az (abc) sík a köszörűkorong által létrehozott hengerfelület normálszelvénye, $\angle(cab) = \gamma_k$. A korrekciós hengerfelületet behelyettesítjük ennek az érintősíkjával, amit az ac körérintő és a τ tartóegyenese (maga a fogél) feszít ki. Könnyen belátható, hogy az $\mathbf{n}_\gamma$ normálvektor az (abc) síkba illeszkedik, és $\mathbf{n}_\gamma \perp ac$. Az ábra alapján felírjuk a korrigált homlokfelület normálvektorát:

$$\mathbf{n}_\gamma = \begin{pmatrix} -\sin \gamma_k \sin \alpha_B \\ \sin \gamma_k \cos \alpha_B \\ -\cos \gamma_k \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Az él τ érintővektorának (jelen esetben: az él irányvektorának) koordinátái a következők:

$$\underline{\tau} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_B \\ -\sin \alpha_B \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Ezzel felírjuk a működő élszögrendszer vektorbázisát:

$$\mathbf{k}_e = \begin{pmatrix} \sin \gamma_V \\ 0 \\ -\cos \gamma_V \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{j}_e = \frac{\widetilde{\mathbf{k}_e} \underline{\tau}}{|\widetilde{\mathbf{k}_e} \underline{\tau}|} = \begin{pmatrix} -\operatorname{tg} \alpha_B \\ 1 \\ -\operatorname{tg} \gamma_V \operatorname{tg} \alpha_B \end{pmatrix} \frac{\cos \gamma_V}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_B + \cos^2 \gamma_V}} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{i}_e = \frac{\widetilde{\mathbf{j}_e} \mathbf{k}_e}{|\widetilde{\mathbf{j}_e} \mathbf{k}_e|} = \begin{pmatrix} -\cos \gamma_V \\ -\operatorname{tg} \alpha_B \\ \cos \gamma_V \end{pmatrix} \frac{\cos \gamma_V}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_B + \cos^2 \gamma_V}} \quad (3.31)$$

A korrigált ortogonális működő homlokszög számítása az (A.13) képlettel elfogadhatatlanul bonyolult képletsort eredményez, ezért a képletet átírjuk:

$$\sin \gamma_{lk} = \frac{\mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{n}_\gamma}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0|} = \frac{|\mathbf{n}_\gamma| \underbrace{|\mathbf{j}|}_{=1} \cos(\angle \mathbf{n}_\gamma, \mathbf{j})}{|\mathbf{n}_\gamma| \underbrace{|\mathbf{i}|}_{=1} \sin(\angle \mathbf{n}_\gamma, \mathbf{i})} = \frac{\cos(\angle \mathbf{n}_\gamma, \mathbf{j})}{\sqrt{1 - \cos^2(\angle \mathbf{n}_\gamma, \mathbf{i})}} \quad (3.32)$$

A (3.32) képletben az $\mathbf{n}_\gamma$ normálvektor iránykoszinuszai szerepelnek. Megfigyeljük, hogy a $\mathbf{n}_\gamma$ normálvektor egységvektor, a szinuszfüggvényt tangensre írjuk át, és egyszerűbb eredményt kapunk:

$$\operatorname{tg} \gamma_{lk} = \frac{\sin \gamma_{lk}}{\sqrt{1 - \sin^2 \gamma_{lk}}} = \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}}{\sqrt{1 - (\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{i})^2 - (\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j})^2}} = \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}}{|\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{k}|} \quad (3.33)$$

A (3.27) és (3.27) képleteket felhasználva, a korrigált működő ortogonális homlokszög kifejezése az alábbi lesz:

$$\operatorname{tg} \gamma_{lk} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_k + \sin \alpha_B \operatorname{tg} \gamma_V}{1 - \operatorname{tg} \gamma_k \sin \alpha_B \operatorname{tg} \gamma_V} \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \gamma_V + \operatorname{tg}^2 \alpha_B}} \quad (3.34)$$

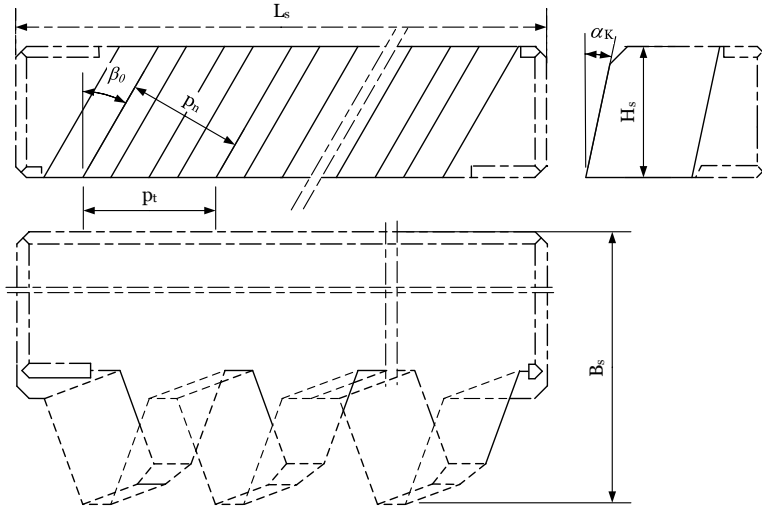
3.1.2. A Maag-féle ferdefogú fésűskés

A ferde fogazatok lefejtésére egyenesfogú fésűskést használnak, úgy, hogy a gyalugép (Maag típusú fésűskéses fogaskerék-lefejtő gép) medvéjét a fogaskerék osztókörü β_0 dőlésszögével egyenlő értékkel a megfelelő irányba döntjük. A lefejtett fogaskerék szabványosított paraméterei normálszelvényben vannak. Könnyen belátható, hogy ebben az esetben a lökethossz $\Delta L_{forg} = B_f / \cos \beta_0 + L_s \operatorname{tg} \beta_0 + 2\delta_{bizz}$, ahol L_s a fésűskés hossza, δ_{bizz} pedig a forgács teljes mértékben való eltávolításához szükséges túllépési távolság. Az $L_s \operatorname{tg} \beta_0$ szakasz miatt ez a módszer alkalmazatlan nyílfogazatok gyártására. Erre olyan, tükörszimmetrikus szerszámpárt kellett fejleszteni, amelyiknek fogai ferdek, így a ferdén beállított medve ellenére is a homlokfelület merőleges a fogaskerék tengelyére, és így alkalmas a megfelelő dőlésszögű fél-fogazat fogazására, anélkül, hogy az ellentétes ferdeségű fogazattal interferálna.

3.1.2.1. A ferdefogú fésűskés felépítése és konstruktív elemei. A szerszám felépítését a 3.8. ábrán figyelhetjük meg.

A ferdefogú fésűskés lefejtő lécc alapprofilja és a homlokprofil egybevágók. Nyílfogazatok esetében a legtöbbször a szabványméreteket a homlokszelvényben adják meg, így a szerszám homlokszelvényére jellemző fogasléc adatok a szabványosak. Amennyiben a megrendelő ahhoz ragaszkodik, hogy a szabványos modul és léccprofil-szög a normálszelvényben jelenjen meg, az ismert számításokkal ([97, 101]) előállítjuk az m_t homlokmodult és az α_{0t} homlok-léccprofil-szöget, és ezzel építjük fel a szerszámmot. Amint az ábrán is látszik, a szerszámnak két fogosztását különböztetjük meg: a p_t homlokosztás a fogazandó kerék osztókörü osztásával egybevágó, a p_n normál-osztás pedig a fésűskés fogazása során alapvető technológiai méret. Az ábra alapján egyértelmű, hogy

$$p_n = p_t \cos \beta_0 \quad \Leftrightarrow \quad \pi m_n = \pi m_t \cos \beta_0 \quad (3.35)$$



3.8. ÁBRA. A ferde fogú fésűskés konstruktív méretei

A fogfej-élek a lécsztóvonalával párhuzamosak, és egyetlen, közös hátfelületen illeszkednek, amely a homloksíkra merőleges síkhoz képest α_K szöggel döntött. Az elkövetkezőkben bizonyítjuk, hogy ez a szög nem a fogfej-él hátszőge, hanem a hátsík konstrukciós, tehát beállítási szöge. A fog oldaléleinek megfelelő hátfelületeket úgy nyerjük, hogy az alapprofil önmagával párhuzamosan tartva egy ferde vezéregyenes mentén eltoljuk és ezáltal összetett, ferde hasábot építünk. A vezéregyeneszt a profil tetszőleges pontjában vesszük fel, legyen ez a fejél és az egyik oldalél (elméleti⁵) metszéspontja. A vezéregyeneszt egy, a kijelölt pontban a homloksíkra merőleges egyenesből képezzük: először a fogprofil szimmetria-síkjával párhuzamosan döntjük meg α_K szöggel, így a fej-hátfelületbe fog illeszkedni; ebből a helyzetből, a fogazat dőlési irányának megfelelően, addig döntjük, anélkül, hogy a fejél hátfelületből kimozdulna, ameddig a fogirány síkjába illeszkedik. A fogirány síkja áthalad a kijelölt ponton, párhuzamos a fogprofil szimmetria-tengelyével, és a fogprofil szimmetria-síkjával β_0 szöget zár be. Kimondható tehát, hogy a szerszámfog irányegyenese a fejél hátfelületének és a kijelölt profilponton áthaladó fogdőlés-síknak a metszészvonala. A homloksíkbeli alapprofil méretei, ellentétben az egyenesfogú fésűskéssel, nem torzulnak (homloksíkról lévén szó, ugyancsak „B” indexszel jelöljük):

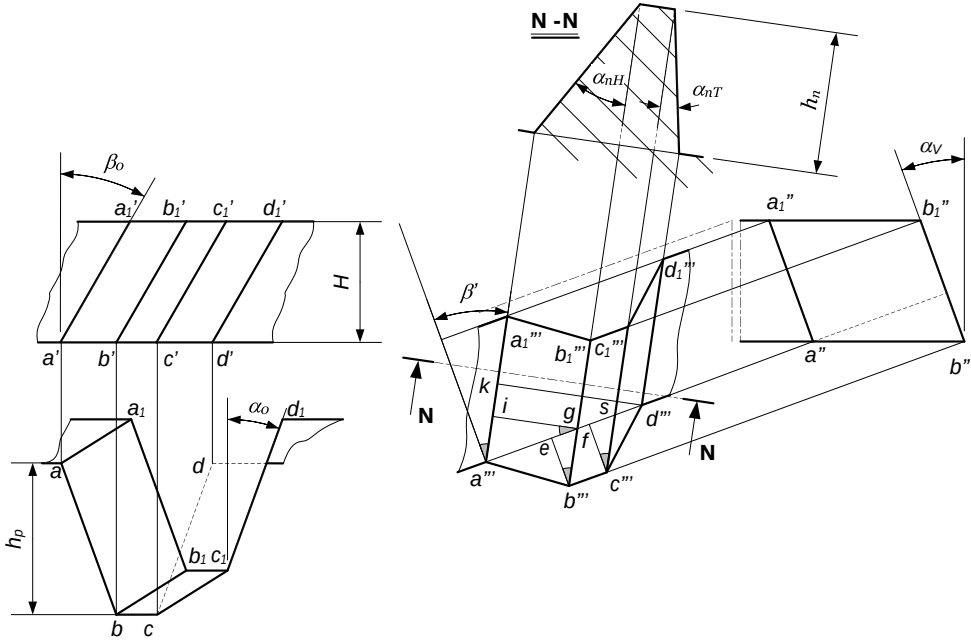
$$a_B = b_B = (h_a + c)m \quad (3.36)$$

Megjegyezzük, hogy a fogméretek ugyanazok homlokszelvényben és normálszelvényben, így az (3.36) képletben szereplő paraméterek szbványosak.

⁵A valóságban, akár az egyenesfogú lécs esetében, az oldalél és a fejél között csatlakoztató körív húzódik.

A ferdefogú fésűskés H_s magasságát és B_s szélességét az egyenesfogú késsel azonos módon választjuk meg. A szerszám hosszának számításánál figyelembe kell vennünk a fogferdeség által jelentkező hossz-többletet:

$$L_s = \pi m_t \left(z_s - \frac{1}{2} \right) + 2b_B \operatorname{tg} \alpha_0 + 2l_t + \underbrace{2H_s \operatorname{tg} \beta_0}_{\text{hossz-többlet}} \quad (3.37)$$



3.9. ÁBRA. A ferdefogú fésűskés normálprofilja

3.1.2.2. A ferdefogú fésűskés normálprofilja. A ferdefogú fésűskés normálprofilját a 3.9. ábrán szemléltettük. A normálprofil a normálszelvényben, a szerszámfog irány-egyenésére merőleges szelvényben jelenik meg. A normálprofil a fogoldal-megmunkáló műveletek (marás és köszörülés) elvégzéséhez szükséges szerszámkiakításokat, illetve -beállításokat határozza meg.

A normálprofil az ábrázoló geometriából ismert vetítés-sorozattal szerkesztettük meg. Az ábra bal oldalán látható a felülnézeti (homloksíkra merőleges) vetület, ahol a fogat az $(abcd)$ és $(a_1b_1c_1d_1)$, egymástól H távolságra, párhuzamos síkokban illeszkedő egyenlő szárú, α_0 profilszögű trapézok határolják. Az előlnézeti vetületben (fent) a két trapéz képe $a'b'c'd'$, illetve $a'_1b'_1c'_1d'_1$. A szerszám foga jobbra dőlt, a vetület alakjából kifolyólag a szemből nézeti bal oldalt hegyes oldalnak, a jobboldalt viszont tompa oldalnak nevezzük. A fogirány-vonal ebben a nézetben torzítatlanul látszik: az $x'x'_1$, $x \in \{a; b; c; d\}$ vonalak párhuzamosok, és a rendezővel (a függőleges sík nyomvonalával) a β_0 fogferdeség-szöveget zárják.

Az oldalnézetben a c és d típusú pontok takarva vannak, a fog vetítésben az $a''b''c''d''$ paralelogramma. A fejél-hátfelület α_K dőlésszöge itt torzítatlan vetítésben látszik.

Megszerkesztjük a fejél hátfelületére merőleges vetületet. A fogat határoló egyenlő szárú trapézok csak magasságban torzultak, egyenlő szárúak maradnak és alapjaik hossza ugyanaz, mint az alapprofil-trapézé: $a'''b'''c'''d'''$, illetve $a_1'''b_1'''c_1'''d_1'''$. A fogferdeségi szög torzult vetületben látszik, értéke β' .

Mivel a szerszámfog irányvonala a fejél hátfelületébe, tehát a jelen vetületbe illeszkedik, a normál- szelősík is erre a vetítőskra merőleges. Az **N**–**N** normálszelvény torzult trapéz. Szemmel látható, hogy a hegyes oldali profilszög nagyobb, mint a tompa oldali. A profilszögeket, α_{nH} , illetve α_{nT} jelöléssel láttuk el.

A számítást a β' szöggel indítjuk. A vetületek törvényei alapján a hasáb oldalélelinek kitérése a rendezőkre merőleges irányban azonos, így felírható, hogy:

$$\begin{cases} H \operatorname{tg} \beta_0 = a''a_1'' \operatorname{tg} \beta' \\ a''a_1'' = \frac{H}{\cos \alpha_K} \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \beta' = \operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha_K \quad (3.38)$$

A normálszelvény magassága $h_n = a''a_1''$. A továbbiakban szükségünk van a torzult trapézok $\angle eb'''a'''$ profilszögére, jelöljük ezt α_1 -gyel (az ábrán a jelölés nincs feltüntetve). Az $abcd$ és $a'''b'''c'''d'''$ trapézok alapjainak páronkénti kongruenciájából és a magasságaik között fennálló kapcsolatból következik, hogy:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{ad - bc}{2h_p} \\ \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{a'''d''' - b'''c'''}{2eb'''} \\ eb''' = a''b'' \sin \alpha_V = h_p \sin \alpha_V \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\sin \alpha_K} \quad (3.39)$$

A normálszelvénybei h_n profilmagasság az oldalnézet és a fej-hátfelületre merőleges nézet összevetéséből azonnal adódik:

$$h_n = h_p \cos \alpha_V \quad (3.40)$$

A hegyes, illetve tompa oldali profilszöget a normálmetszetben megjelenő derékszögű háromszögekből számítjuk, melyeknek a rendezőkre merőleges befogói ig , illetve sd''' hosszúságúak, rendezőirányú, h_n hosszúságú befogói pedig kongruensek:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_{nH} = \frac{ig}{h_n} \\ \operatorname{tg} \alpha_{nT} = \frac{sd'''}{h_n} \end{cases} \quad (3.41)$$

Figyeljük meg, hogy az alábbi háromszögek egybevágók:

$$\triangle a'''eb''' \cong \triangle d'''fc'''; \quad \triangle geb''' \cong \triangle sfc'''$$

Továbbá:

$$\begin{aligned} ig &= (a'''e + eg) \cos \beta' = eb''' (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \beta') \cos \beta' \\ sd''' &= (a'''e - eg) \cos \beta' = eb''' (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \beta') \cos \beta' \end{aligned} \quad (3.42)$$

A (3.38), (3.39), (3.40) és (3.42) képletek (3.41) képletekbe való helyettesítése után kapjuk a profilszögek végső alakját:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_{nH} = \frac{\frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\cos \alpha_V} + \operatorname{tg} \beta_0 \sin \alpha_V}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \cos^2 \alpha_V}} \\ \operatorname{tg} \alpha_{nT} = \frac{\frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\cos \alpha_V} - \operatorname{tg} \beta_0 \sin \alpha_V}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0 \cos^2 \alpha_V}} \end{cases} \quad (3.43)$$

Ha a (3.43) képleteket $\beta_0 = 0$ -ra sajátosítjuk, az egyenesfogú fésűskés α_N normálproflszögének $\gamma_V = 0$ -ra érvényes, sajátos, (3.4) képletét kapjuk. Amennyiben az $\alpha_V = 0$ értéket helyettesítjük be, a ferdefogú fogasléc normál- és homlokproflszögei közötti kapcsolatot kapjuk.

A normálmetszeti fogvastagságot a 3.9. ábrán látható $a'''d'''k$ háromszögből és a Thalész-féle tétel alkalmazásával kapjuk; minden normálmetszeti, alapokkal párhuzamosan mért hossz a felülnézeti megfelelő hosszúságok β' szög alatti vetületei, ezek szerint:

$$s_{0n} = s_0 \cos \beta' = s_0 \frac{\cos \alpha_V}{\sqrt{\cos^2 \alpha_V + \operatorname{tg}^2 \beta_0}} \quad (3.44)$$

3.1.2.3. A működő élgeometria. A ferdefogú fésűskés működő élgeometriája a hegyes és tompa oldali élen különbözik. A jelen pontban a geometria tárgyalását vektoriális módszerrel végezzük. A működő élgeometria vektoriális modelljét a 3.10. ábrán szemlélítettük.

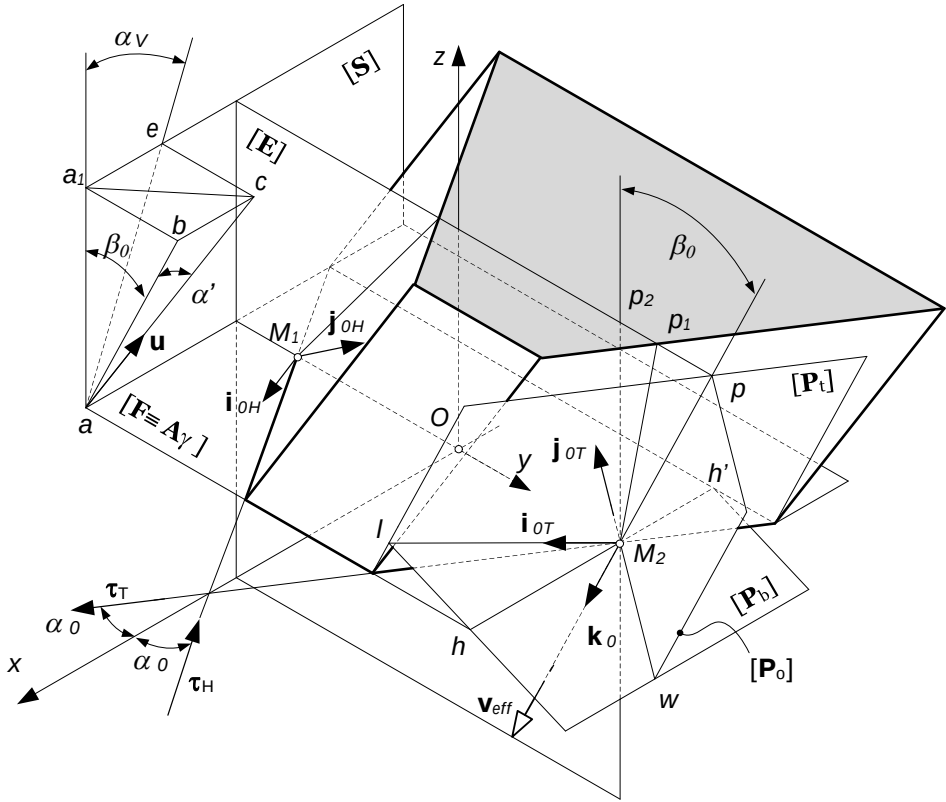
A szerszám fogának axonometrikus képét az **F** felülnézeti, az **S** oldalnézeti és az **E** előlnézeti síkok rendszerébe foglaltuk. Megjegyezzük, hogy $\mathbf{F} \equiv \mathbf{A}_\gamma$. A fog homlokszelvényi profiljának szimmetriaegyenésére illesztjük az *Oxyz* szerszám-koordináta-rendszert. Az **E** előlnézeti sík az alapprofil osztóvonalán halad át, és a két élen kimetszi az M_1 , illetve M_2 pontokat.

Az élszög-triédert, az ábra könnyebb áttekinthetősége miatt, csak a tompa oldali élre építjük fel. Az M_2 élponthoz rendelt $\mathbf{v}_{eff}$ működő forgácsolósebesség-vektor az **E** síkban van, és az *Oz* tengellyel β_0 szöget zár be. A működő forgácsolósebesség-vektor mindenik élponthoz ugyanaz, mivel a szerszám egyenesvonalú haladó mozgást végez, ezért irány-egységvektorának koordinátái mindkét él számára ugyanazok:

$$\mathbf{k}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \beta_0 \\ -\cos \beta_0 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

A $[P_t]$ működő érintősíkot a $\boldsymbol{\tau}_T$ él-irányvektor és a $\mathbf{k}_0$ vektor feszíti ki. A $[P_b]$ működő alapsík és a működő érintősíkhátatásvonala M_2l (M_2 -től hátrafelé nincs ábrázolva, hogy az ábrát ne bonyolítsa fölöslegesen a nyomvonal). A működő érintősíkhátatásvonala a $\mathbf{j}_{0T}$, melyet úgy kell felvennünk, hogy az A. függelékben leírt modell A.2. ábrájának és az (A.7) képletének formalizmusát betartsa⁶.

⁶A $\mathbf{j}$ érintősíkhátatásvonala mindig a forgácsolóélekbe irányított, akár csak a hátfelület normálisa; ezzel szemben a homlokfelület normálisa a forgácsolóélek irányába mutat.



3.10. ÁBRA. A ferdefogú fésűskés működő élgeometriája

A $[P_0]$ működő ortogonális sík a $\mathbf{v}_{eff}$ tartóegyenest magába foglalja, és merőleges az alap- és érintősíkokra. A $[P_0]$ az alapsíkot az M_2w , az érintősíkot pedig az M_2p nyomvonal mentén metszi. Figyeljük meg, hogy M_2p a $\mathbf{k}_0$, M_2w a $\mathbf{j}_{0T}$ és M_2l a $\mathbf{i}_{0T}$ egységvektorok tartóegyenesei. Hasonló ábrát lehet megszerkeszteni a hegyes fogoldalra is. A következőkben felírjuk a számításhoz szükséges vektorok koordinátáit, a fésűskés alapprofiljának α_0 profilszöge, a fejl-hátfelület α_V konstrukciós szöge és a fésűskés névleges β_0 fogferdeségi szöge segítségével. Az élek érintővektorainak koordinátái a következők:

$$\tau_T = \begin{pmatrix} \cos \alpha_0 \\ -\sin \alpha_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \tau_H = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_0 \\ -\sin \alpha_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Az érintősíkok normál-egységvektorait az alapsíkok normálvektorai és az élek érintővektorainak vektorszorzataként állítjuk elő:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{0T} &= \frac{\tilde{\mathbf{k}}_0}{|\tilde{\mathbf{k}}_0|} \frac{\boldsymbol{\tau}_T}{|\boldsymbol{\tau}_T|} = \begin{pmatrix} -\operatorname{tg} \alpha_0 \\ -1 \\ \operatorname{tg} \beta_0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \operatorname{tg}^2 \beta_0}} \\ \mathbf{j}_{0H} &= \frac{\tilde{\mathbf{k}}_0}{|\tilde{\mathbf{k}}_0|} \frac{\boldsymbol{\tau}_H}{|\boldsymbol{\tau}_H|} = \begin{pmatrix} -\operatorname{tg} \alpha_0 \\ 1 \\ -\operatorname{tg} \beta_0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \operatorname{tg}^2 \beta_0}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Végül, az ortogonális síkok normálvektorait a (3.45) és (3.47) kifejezések segítségével számítjuk:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{0T} &= \frac{\tilde{\mathbf{j}}_{0T}}{|\tilde{\mathbf{j}}_{0T}|} \frac{\mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\cos \beta_0} \\ -\operatorname{tg} \alpha_0 \cos \beta_0 \\ \operatorname{tg} \alpha_0 \sin \beta_0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \operatorname{tg}^2 \beta_0}} \\ \mathbf{i}_{0H} &= \frac{\tilde{\mathbf{j}}_{0H}}{|\tilde{\mathbf{j}}_{0H}|} \frac{\mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\cos \beta_0} \\ -\operatorname{tg} \alpha_0 \cos \beta_0 \\ \operatorname{tg} \alpha_0 \sin \beta_0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \operatorname{tg}^2 \beta_0}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

A homlokfelület normálvektora a választott koordináta-rendszer $\mathbf{k}$ vektorával párhuzamos, tehát

$$\mathbf{n}_\gamma^{(T)} = (0 \quad 0 \quad -1) \quad (3.49)$$

A hátfelületek normálvektorait az élek irányvektorainak és a fésűskés felépítéskor említett vezéregyenes $\mathbf{u}$ irányvektorának vektorszorzatából állítjuk elő. Az $\mathbf{u}$ vektor koordinátáit a 3.10. ábrán szemléltetett aa_1bce derékszögű gúlából írjuk fel, úgy, hogy figyelembe vesszük az α_V és α' szögek közötti $\operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg} \alpha_V \cos \beta_0$ kapcsolatot:

$$\mathbf{u}^{(T)} = (-\operatorname{tg} \alpha_V \quad \operatorname{tg} \beta_0 \quad 1) \quad (3.50)$$

Ezzel a hátfelületek normálvektorai a következő alakot öltik:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{\alpha T} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}_T \quad \mathbf{u} &= \begin{pmatrix} -\sin \alpha_0 \\ -\cos \alpha_0 \\ \operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha_0 - \operatorname{tg} \alpha_V \sin \alpha_0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{n}_{\alpha H} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}_H \quad \mathbf{u} &= \begin{pmatrix} -\sin \alpha_0 \\ -\cos \alpha_0 \\ -(\operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha_0 + \operatorname{tg} \alpha_V \sin \alpha_0) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.51)$$

A működő homlokszögeket az (A.11) képlet segítségével számítjuk ki. A műveletek elvégzése után az ortogonális működő hátszögre egyszerű képletet találunk:

$$\gamma_{IT;H} = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_{0T;H}}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_{0T;H}|} = \mp \arctg \operatorname{tg} \beta_0 \cos \alpha'', \quad \operatorname{tg} \alpha'' = \operatorname{tg} \alpha_0 \cos \beta_0 \quad (3.52)$$

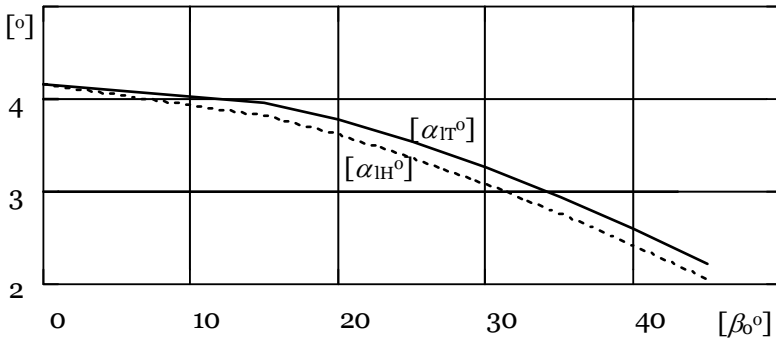
Észre lehet venni, hogy a működő homlokszögek abszolút értéke majdnem akkora, mint a β_0 névleges fogferdeségi szög: ha $\alpha_0 = 20^\circ$, $\alpha_K = 12^\circ$, és $\beta_0 = 30^\circ$ értékekkel számolunk, $\gamma_{IT;H} = \mp 28^\circ 50' 20,68''$ homlokszög-értékeket kapjuk, amivel nem lehet

forgácsolni, a hegyes oldali homlokszög túl nagy, a tompa oldali pedig használhatatlanul negatív. Innen következik, hogy a ferdefogú fésűskést kötelező módon kiegészítő élezéssel kell ellátni.

A működő oldalhátszögeket az (A.14) képlet segítségével számítjuk ki. Az oldalhátszögek – sajnos – a vektorszámítás alkalmazásával nem vezetnek egyszerű és használható képletekre. A két oldalhátfelület normálvektora nem szimmetrikus, innen ki lehet következtetni, hogy az oldalhátszögek nem lesznek egyenlők. Valóban, ha az előbb vett példára kiszámoljuk az oldalhátszögeket, a következő értékeket kapjuk:

$$\begin{cases} \alpha_{IT} = 3^\circ 16' 0,52'' \\ \alpha_{IH} = 3^\circ 4' 26,35'' \end{cases}$$

Belátható, hogy az oldalhátszögek közötti különbség elenyésző, gyakorlati szempontból ezek egyenlőknek tekinthetők. Az oldalhátszögek, ugyanolyan fejszalag- hátfelület beállítás mellett parabolikus csökkenést mutatnak, mint ahogy a 3.11. ábrán is megfigyelhető.



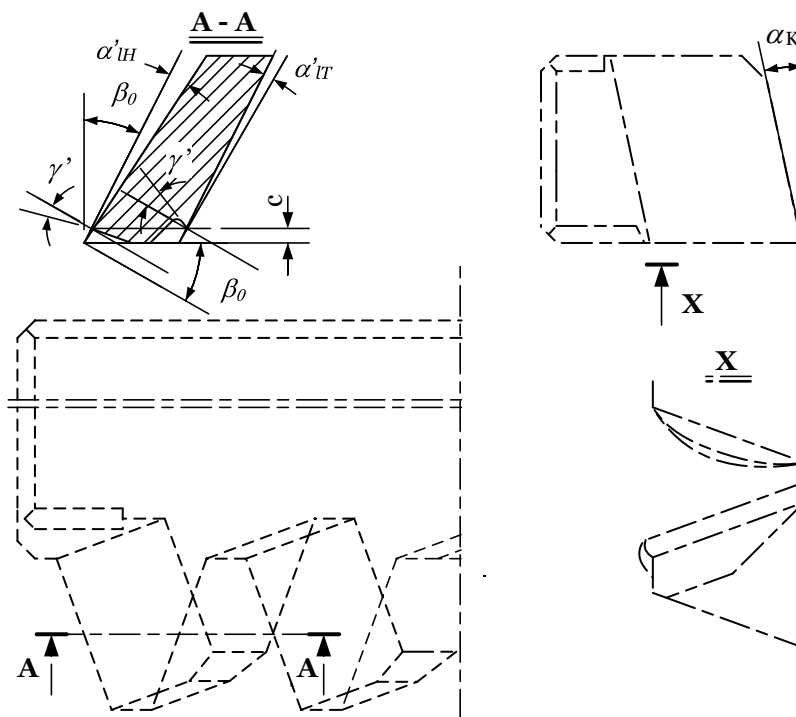
3.11. ÁBRA. A ferde fogú fésűskés működő élgeometriája

3.1.2.4. A ferdefogú fésűskés korrekciós élezése. Az előbbi pontban bemutattuk, hogy a ferde fogú fésűskés homlokfelületét korrigálni kell. A korrekció a hegyes oldalon él-letörésből, a tompa oldalon pedig forgáchorony-mélyítésből áll. A korrekciós élezéseket a 3.12. ábrán mutatjuk be.

Az **A–A** szelvényben látható a hegyes oldali élettörés, illetve a tompa oldali hornyolás. Az élettörést $\beta_0 - \gamma_l$ szög alatt, míg a hornyolást $\beta_0 - \gamma_l$ szögre állítják be. A korrekciós élezéseket úgy kell beállítani, hogy a két él egy, az eredeti alapsíkkal párhuzamos síkba kerüljön – ez c távolsággal az eredeti alapsík fölött illeszkedik.

3.2. A METSZŐKERÉK

A metszőkerék az egyik legrégebb fogaskerék-lefejtő szerszám. Feltalálója Edwin R. Fellows, igen komoly matematikai felkészültséggel rendelkező amerikai mérnök, aki 1896-ra dolgozta ki a hengeres egyenes- és ferde fogazatú fogaskerekek gyártásának



3.12. ÁBRA. A ferde fogú fésűskés korrekciós élezése

lefejtésen alapuló, akkoriban abszolút újdonságnak számító módszerét, majd szabadalmaztatta a hozzá való szerszámot és a szerszámgépet is. Addig a fogaskerekeket alakos tárcsamarával marták, a fogosztást osztófejjel végezték, így a Fellows által javasolt módszer már elvében is belépő volt egy magasabb pontossági osztályba, amit a gyakorlat sokszorosan igazolt az idők folyamán. Fellows módszere, szerszáma és szerszámgépe az autóipar fejlődésének egyik nélkülözhetetlen mozzanatjaként van számon tartva.⁷

3.2.1. A lefejtés elve

A metszőkerekes fogaskeréklefejtés elve – kizárólag kör alakú evolvenskerekek esetében! – Olivier első módszerén alapszik. A szerszám élei a forgácsoló főmozgás során létrehozzák a virtuális hajtásnak azt az elemét, amely a valóságos hajtópár mindkét elemével kapcsolódik ([47], [70]). Az evolvens fogaskerekek csoportkerekek, így azonos

⁷Hubbard, Guy (July 10, 1924), "Development of Machine Tools in New England—The nineteenth article", The American Machinist 62 (2): 65–68. Roe, Joseph Wickham (1937), James Hartness: A Representative of the Machine Age at Its Best, New York, USA: American Society of Mechanical Engineers, LCCN 37016470, OCLC 3456642.

modul mellett bármely fogszámú kerék átveheti a generálóelem szerepét. Ha viszont a metszőkerékes fogaskerék-lefejtés módszerét nem kör alakú vagy nem evolvens kerekek lefejtésére alkalmazzuk, akkor a szerszám csakis a gyártott kerékkel valóan kapcsolódó ellenkereket hozhatja létre: ebben az esetben a lefejtés elve Olivier második módszerén alapszik.

A lefejtés során a szerszám a munkadarabbal összegördül, miközben forgácsol, így a szerszám és a munkadarab között olyan relatív mozgás jön létre, amelynek összetevői a következők:

- a fogaskerék- tengelyével párhuzamos, váltakozó irányú, egyenesvonalú fő-forgácsolómozgás egyenes fogú, illetve állandó paraméterű, váltakozó irányú csavarmozgás ferde fogú fogaskerek lefejtése esetén;
- gördülő eltolás, ami a metszőkerék és a fogaskerék saját tengely körüli, a fogszámok arányában összehangolt, forgó mozgásának szuperponálásából keletkező síkmozgás – az állónak tekintett munkadarab tengelye körül a szerszám kering, miközben saját tengelye körül forog;
- radiális behatoló mozgás, amit a munkadarab forgóasztala végez, általában 60°-os legördüléssel elfordulás alatt; az indulási, fejkörsugarak összegénél a biztonsági távolsággal nagyobb kezdeti tengelytávot csökkenti a virtuális hajtás tengelytáv-értékére;
- a fő-forgácsolómozgás visszahúzó szakaszát megelőző, a szerszám fogcsúcs - sérülését megakadályozó hátrahúzó mozgás.

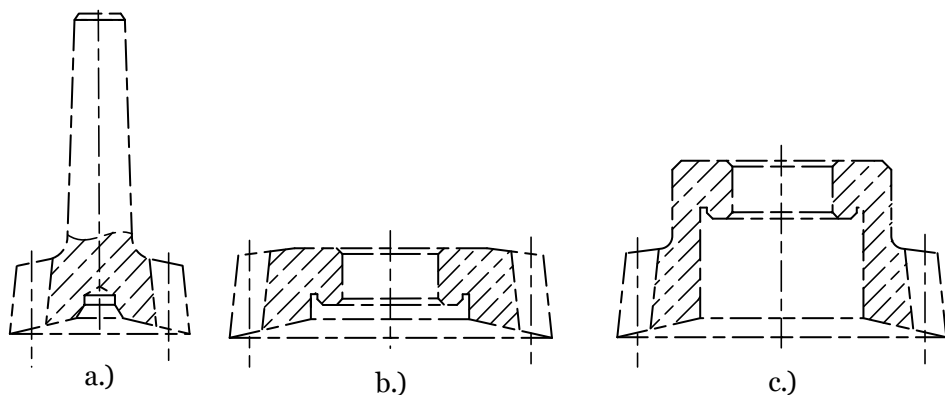
A lefejtés elvét a 3.13. ábrán szemléltettük.

Az előbb felsorolt mozgásokat az ábra bal oldalán az egyenesfogú metszőkerék működési vázlatán szemléltettük. Azonosítsuk be az **I**-es fő-forgácsolómozgást, a **II**-es legördülőmozgásokat, a **III**-as radiális (beszűrő) eltolást, és a **IV**-es, a tengelytáv-vonallal φ szöget bezáró hátrahúzó mozgást. A hátrahúzó mozgás irányának a tengelytáv-vonaltól való eltérítése azért szükséges, mert a főmozgás és a legördülés folytonosak, így időben egymásra tevődnek. Ezért, a visszahúzás során, a munkadarab a szerszám felé gördül, és ha nem ferde irányban távolodik, akkor megütheti és letörheti a fogcsúcsot.

Megfigyelhető, hogy az ábra jobb oldalán szemléltetett ferdefogú metszőkerék főmozgása egy olyan csavarmozgás, amelynek tengelye a szerszám tengelyével egybeeső, míg az ábra bal oldalán a főmozgás egyenes vonalú, pályája pedig a tengelyekkel párhuzamos. Levonható a következtetés, hogy a metszőkerék élei a főmozgás során egy olyan virtuális fogaskereket burkolnak, amelyek összegördül a munkadarabbal.

3.2.2. Az egyenes fogú metszőkerék

Az egyenes fogú metszőkereket egyaránt lehet külső és belső fogazatok előállítására használni. Nagyon sokáig (a '70-es évek közepéig) ez volt az egyetlen szerszám, amivel belső fogazatot lehetett előállítani. Annak ellenére, hogy megjelent a belső fogazatot gyártó csigamaró és az ennek megfelelően módosított lefejtő-fogazógép, a módszer még nem terjedt el, így az esetek többségében még mindig metszőkerékkel generálják a belső fogazatokat.



3.14. ÁBRA. Metszőkerék-típusok

energiabevitel a karbid-élek töredezéséhez és ezáltal intenzívebb szerszámkopáshoz vezet, mint gyorsacél alkalmazása esetében. A korszerű metszőkerekek vékonyréteg-bevonattal készülnek: a szerszámnak megmarad a szívóssága, az él-mikrokörnyezet fémkarbidnál is nagyobb keménysége mellett, ami a gyártási folyamat és a termék minőségi javulását is eredményezi: metszőkerékkel 7-es pontosságú osztályú fogaskereket lehet gyártani, $R_a \in (0,8 \div 1,6) \mu\text{m}$ -os felületi érdesség mellett.

Meg kell jegyezni, hogy a metszőkerékes fogaskerék-lefejtés során keletkeznek a fáradásra legellenállóbb foglábfelületek. A metszőkerék tetszőleges löketszámból alakítja ki ezeket, következésképpen a feszültség-koncentrátorok kevésbé lesznek élesek, mint a csigamarós lefejtés esetében.

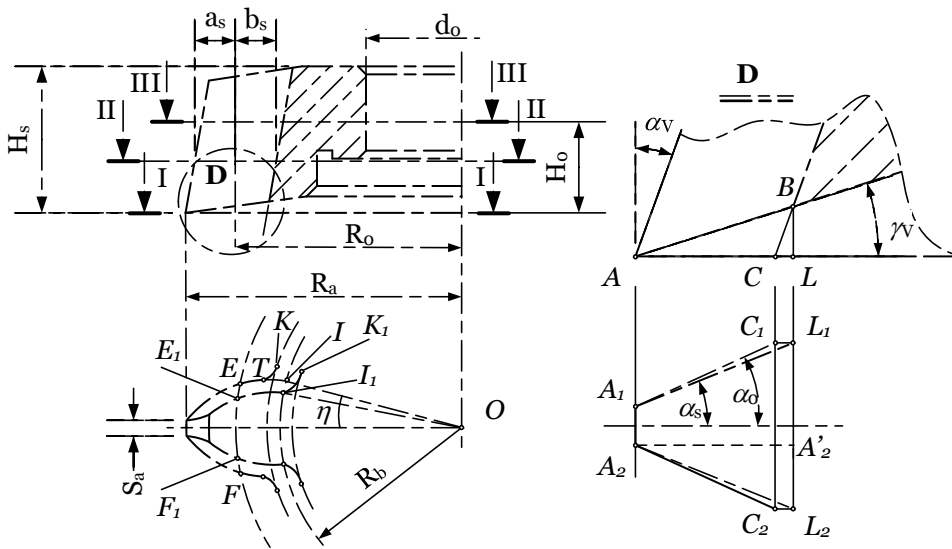
3.2.2.1. A szerszám alak- és méretjellemzői. A lefejtési mechanizmus felépítése megköveteli, hogy a szerszám fogaskerék alakú legyen, de ugyanakkor forgácsolnia kell. Minden fogát egy homlok- és három hátfelület kell közrezárja, mivel a forgácsolást a fejszalag-él és a két, evolvens profilt közelítő, oldalél végzi. Mindenekelőtt rögzítsünk pár alapfeltételt, amely a szerszám alakját igazolja:

- a. A fogfej-élen csak úgy kaphatunk hátszöget, ha a fejhengert fejkúppal helyettesítjük, ekkor viszont a fejkörátmérő lineárisan csökken;
- b. A fejkörátmérő lineáris csökkenése a profileltolás lineáris csökkenését eredményezi;
- c. Az a. és b. állítások alapján kijelenthető, hogy a metszőkerék egyszerű végtelenségnyi, elemi vastagságú, azonos fogszámú és modulú, csökkenő profileltolású fogaskerék-sorozat egymásra helyezésével jön létre úgy, hogy a profileltolás lineárisan csökken és a fogak szimmetria-vonalai a tengelyt tartalmazó síkokba illeszkednek. (Ezeket a síkokat egyenesfogú metszőkerekek esetében⁹) referencia-felületeknek nevezzük;

⁹Ferdefogú szerszám esetében a síkfelület csavarfelületté görbül

- d. A metszőkerék tengelyre merőleges szelvényeiben, a profileltolás lineárisan csökken – ennek megfelelően az osztóköri fogvastagság is lineárisan csökken, azaz a szelvényben levő evolvensprofil osztóköri pontjának sugara és a referencia-felület által bezárt szög lineárisan változik a szelvény magasságával;
- e. A d. állításból egyértelműen következik, hogy az egyenes fogú metszőkerék fogának oldalfelületei egymással szembeforduló, azonos emelkedésű csavarfelületek.

A metszőkerék konstruktív méreteit a 3.15. ábra alapján számítjuk ki.



3.15. ÁBRA. A metszőkerék konstruktív méretei

A konstruktív méretek számítását az m szabványmodul, az α_0 szabványos lécpofilszög, a h_a fajlagos fogfejmagasság és a c fajlagos fogfejhézag ismeretében kezdjük el. A szerszám méretét a fentiek ismeretében a fogszám határozza meg. A következőkben a konstruktív elemek és méretek számítását mutatjuk be részletesen.

A. A metszőkerék fogszáma

Ezt a rendeltetés függvényében döntjük el. Ha a szerszámot belső fogazat megmunkálására tervezzük, akkor (általában) egyszerűbb, ha a szerszám legnagyobb (új) fejköre kisebb, mint a belső fogazat lábköre. Ha célunk kis fogszámú belső fogazat vésése, akkor általánosan elfogadott, hogy a szerszám fogszáma 2-3 foggal kevesebb, mint a belső fogazaté, így ez esetben $z_s = z - (2 \div 3)$. Ha külső fogazat számára készül a

metszőkerék, akkor a fogszám a kerék fogszámától elméletileg¹⁰ független. A fogszámot az alámetszés-fogkihegyesedés jelensége, illetve a köszörülés technológiai korlátai határozzák meg. Ha a fogszám túl kicsi, akkor a fogláb görbe terjedelme a fogprofil teljes terjedelmének számottevő részét teszi ki, emiatt túlságosan nagy foglenyесésst eredményezhet. Másrészt, a köszörülési műveletet köztes korongszabályozás nélkül kell elvégezni, azaz a köszörűkorong éltartamába bele kell férjen az összes fog köszörülése. A fenti tapasztalatok alapján a metszőkerék fogszámát $15 \leq z_s \leq 75$ határok között tanácsos választani. CBN-bevonatú vasöntvény-köszörűszerszámok esetében a felső határ nagyobb lehet. A gyártási pontosság biztosítása szempontjából előnyös, ha a metszőkerék fogai sorban dolgoznak a fogaskerék adott fogárában, ezért előnyt jelent, ha a szerszám fogszámát páratlannak, ha lehet, akkor prímnek választjuk (igaz, ez a tény megnehezíti a mérést).

B. A homlok- és a fejszalag-hátfelület

A klasszikus metszőkerék esetében e két felület szabványos: a homlokfelület minden fog számára közös, egyenes körkúp, amelynek tengelye a metszőkerék tengelyével egybeesik, alkotója pedig a szerszám **I–I** alapszelvény-síkjával $\gamma_V = 5^\circ$ -os szöget zár be. A fejszalag-hátfelület szintén a szerszámmal egytengelyű egyenes körkúp, melynek kúpfélszöge maga a fejszalag-hátszög, $\alpha_V = 6^\circ$.

A szerszám pontosságát nagyságrendekkel lehet javítani, amennyiben eltérünk a klasszikus szerszám-konceptiótól: szerszámkapcsolószög-módosítással, fogankénti homlokfelület létrehozásával. A mai CNC-csúcs technológiák olyan geometriai formák pontos megvalósítását teszik lehetővé, amelyekről a klasszikus gyártóeszközökkel felszerelt gyártóvonalak esetében szó sem lehetett – így a metszőkerék pontosságának növelése és a módszerek illetve formák kialakítása ismét nyitott kutatási terület lett. Jelen könyvben a klasszikus metszőkerekeket elemezzük.

C. A szerszámkapcsolószög számítása

A 3.15. ábrán szemléltetett **D** részlet és ennek idealizált vetülete alapján végezzük el, Belátható, hogy a metszőkerék bármely radiálszelvényében a fog evolvensprofilú, de az oldalélek körkúp homlokfelületen illeszkednek, így vetületük az evolvenstől különböző lesz. Abban az esetben, amelyben a metszőkereket folytonosan profileltolt evolvens fogaskerékként generáljuk, és a homlokfelület egyenes körkúp, a metszőkerék élvetülete, a nulla gyártási hiba feltétele mellett sem lesz evolvens: a metszőkerék *elméleti profilhibával* készül. A klasszikus szerszám esetében ezt a profilhibát elfogadják, a szakirodalom szerint még előnyt is jelent. Ilyen feltételek mellett a szerszámkapcsolószög, vagyis a szerszámmal kapcsolódó fogasléc profilszögének számítása egyszerűsítő hipotézisen alapszik: feltételezik, hogy a szerszámnak fogszáma végtelen, így az evolvensprofilú fog fogasléc-foggá, a kúpfelület pedig síkfelületté torzul.

A fent kijeletett egyszerűsítő hipotézis egyenes következményeként az élezetlen metszőkerék fogprofilja egyenlő szárú trapéz, melynek magassága AC . Az élezés következtében a szelvény megnyúlik, magassága AB , ennek vetülete pedig AL lesz, miközben a trapéz alapjainak hossza változatlan marad. Az említett vetületből, valamint

¹⁰Pontosabb eredményeket a későbbiek során, a metszőkerék felhasználási határainak elemzésekor közlünk.

az $\triangle ABL$ és $\triangle BCL$ derékszögű háromszögekből felírható, hogy

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \alpha_s &= \frac{C_1 C_2 - A_1 A_2}{2AC} \\ \operatorname{tg} \alpha_0 &= \frac{L_1 L_2 - A_1 A_2}{2AL} \\ AC &= AL - LC = AL - AL \operatorname{tg} \gamma_V \operatorname{tg} \alpha_V\end{aligned}\quad (3.53)$$

A (3.53) relációsor első két egyenletbe behelyettesítjük a harmadik által adott összefüggést, majd kifejezzük a szerszámkapcsolószöget:

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{1 - \operatorname{tg} \alpha_V \operatorname{tg} \gamma_V} \quad (3.54)$$

A szerszámkapcsolószög nagyobb, mint a fogazott kerék szabványos kapcsolószöge: $\alpha_0 = 20^\circ$ -ra és a szabványos fejszalag hát- illetve homlokszög-értékekre $\alpha_s = 20^\circ 10' 15''$. Minél nagyobb a fejszalag hát-és homlokszöge, annál nagyobb lesz a szerszámkapcsolószög de az elméleti profilhiba is rohamosan növekedik. Ez a magyarázat a viszonylag alacsony homlok- és hátszög-értékekre, annak ellenére, hogy a metszőkerékes fogazásra ideális homlokszög-érték $\gamma = 17^\circ$. A következő lépésben a az evolvensfogazatra jellemző sajátos mennyiségeket számítjuk ki.

D. Az osztókör sugar

Ez a paraméter a szerszám egyik alapméréte, amely egyaránt érvényes a szerszámmra, és a szerszám élei által burkolt fogaskerekre:

$$R_0 = \frac{1}{2} m z_s \quad (3.55)$$

E. Az alapkör sugar

Ennek számítására a szerszámkapcsolószöget használjuk, míg a burkoló kerék alapköréhez a szabványos lécpofilszöget:

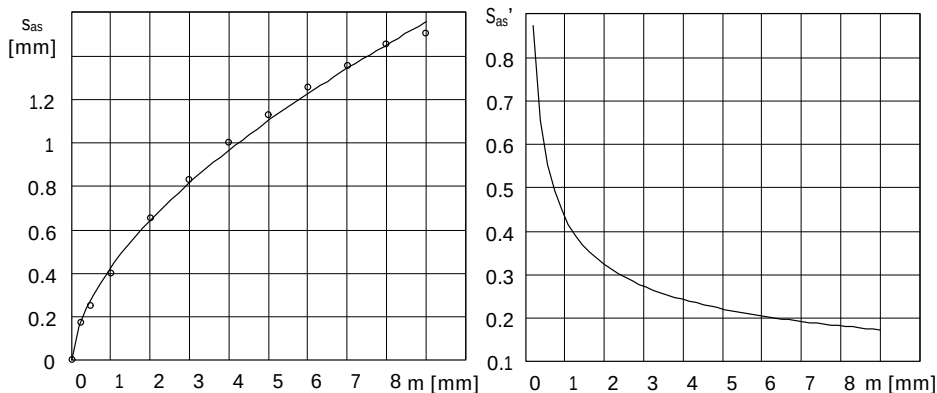
$$R_b = R_0 \cos \alpha_s = \frac{1}{2} m z_s \cos \alpha_s \quad (3.56)$$

$$r_b = R_0 \cos \alpha_0 = \frac{1}{2} m z_s \cos \alpha_0 \quad (3.57)$$

F. A metszőkerék fogfej- és foglábmérete

Ezeket a nulla profileltolású referencia-szelvényben (3.15. ábra, II–II szelvény) értelmezzük. A fogfejmagasság, akárcsak a fésűskés esetében, hosszabb kell legyen, mint a működő fogaskerék fogfejmagassága, hogy a működő fejhézagot kivághassa. Ismert tény ([61]), hogy a metszőkerék éllenymatai a generálásíokban (az evolvens képzési síkjában) olyan görbesereget alkotnak, hogy a görbék pontjai eközben hurkolt, nyújtott és egyetlen hegyes epicikloidból álló görbesereget képeznek¹¹. Az élcúcs által leírt hurkolt epicikloid „öblössége” kisebb, mint a fésűskés élcúcsa által leírt hurkolt evolvensé. Annak érdekében, hogy a fogfej-beakadást elkerüljük, a metszőkerék fogfejét az $m c$ szokványos fejhézagnál nagyobb $c_a m$ értékkel növeljük, ahol a szerszám fajlagos fejhézag mérete, normál fogazásra, $c_a = 0,3$. Meg kell jegyezni, hogy vannak olyan vélemények is ([45]), miszerint az előbbi állítás csak bizonyos (kis) fogszámokra kötelező, nagyobb fogszámok esetében elégséges a $c = 0,25$ -ös fajlagos fejhézagméret.

¹¹Belső fogazás esetén az említett nyomvonalak pontjai hipocikloidokon illeszkednek.



3.16. ÁBRA. A fogfej-vastagság és a fajlagos fogfej-vastagság változása a modul függvényében

Adott tervezési feladatra egészen pontos eredményt csak analitikus számítás útján kaphatunk, ennek azonban nem sok értelme van, figyelembe véve azt a tényt, hogy a különbség nagyságrendileg a gyártási tűrés nagyságrendjével megegyezik, így nem szignifikáns. Az elkövetkezőkben ragaszkodunk a $c_a = 0,3$ mérethez. (Tömpe fogazásra $c_a = 0,25$.)

Az elmondottak alapján, normál magasságú fogazatra felírható, hogy

$$\begin{cases} a_s = (h_a + c_a)m = 1,3m \\ b_s = (h_a + c)m = 1,25m \end{cases} \quad (3.58)$$

A továbbiakban meg kell határozni a legnagyobb és a legkisebb profileltolás értékét.

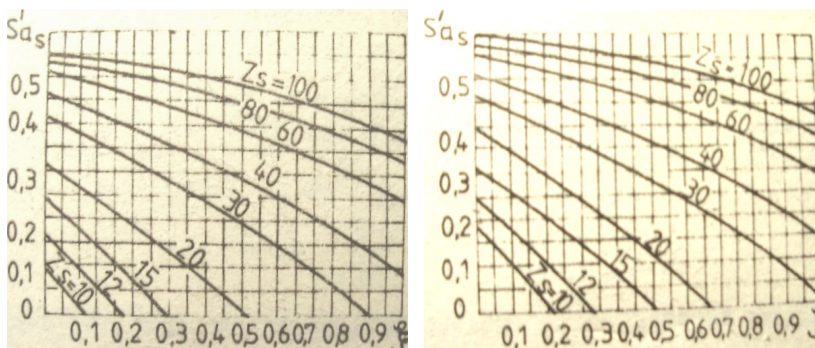
G. A ξ_{s1} legnagyobb profileltolás

Ezt a fogfej-él mérete korlátozza. A fogfej alakja és mérete elég nagy kell legyen ahhoz, hogy a hőkezelés során az anyagszerkezet ne sérüljön (szénveszteség, égés, ami maga után vonja a keménységcsökkentést és az él működésképtelenségét). Erre gyakorlati tapasztalatok állnak rendelkezésünkre. A szakirodalom a legkisebb, de elégséges fogfej-méret kiszámítására grafikus módszert ajánl ([62]). A minimális megengedhető fogfej-méretet a a modul függvényében a 3.16. ábra baloldali grafikonjából olvashatjuk le: az eredeti grafikon pontjait az

$$s_{as}(m) = 0,429m^{0,585} \quad (3.59)$$

függvénnyel közelítjük meg, melynek grafikus képét folytonos vonallal ábráztuk. A jobboldali grafikon a fajlagos – az egységnyi modulra eső – fogfejvastagság modul szerinti változása, amelynek egyenlete értelemszerűen, a (3.59) képletből következik:

$$s'_{as}(m) = 0,429m^{-0,415} \quad (3.60)$$



3.17. ÁBRA. A maximális profileltolás a fogszám és a fajlagos fogfejvastagság függvényében

A grafikonokat a következőképpen használjuk: a 3.16. ábrából meghatározzuk a modulnak megfelelő minimális fogfej-élméretet és a fajlagos fogfejméretet. Ezután a 3.17. ábrán közzétett grafikonok egyikére térünk át: $c_a = 0,3$ esetében a bal oldali, $c_a = 0,25$ -re pedig a jobb oldali ábrát használjuk. A relatív fogfejvastagságnak megfelelő magasságban az abszcisszával párhuzamost húzunk, és megkeressük a fogszámnak megfelelő szintgörbével való metszéspontot. Ebből merőlegest bocsátunk az abszcisszára, majd a kijelölt metszéspontban leolvassuk a fajlagos profileltolás maximális értékét. Ha nincs a tervezett metszőkerék fogszámára érvényes szintgörbe, kikeressük azt a két szintgörbét, amelynek fogszámai a tervezett kerék fogszámának legszűkebb környezetét adja. Például, $z_s = 17$ -re a „ $z = 15$ ” és a „ $z = 20$ ” görbékre végezzük el az előbbieken leírt műveletet, majd a két eredmény között lineáris interpolációt hajtunk végre.

Figyeljük meg, hogy nem minden modul esetében lehet bármilyen fogszámú metszőkerék tervezni, illetve megvalósítani! A kis modulok esetében nagy a fajlagos fogfejvastagság-érték. Például, a grafikon szerint egyáltalán nem lehet $z = 10$ fogú metszőkereket megvalósítani $c_a = 0,3$ -as fejhézaggal, mivel a lehető legkisebb leolvasható fajlagos fogfejvastagság-érték (3.16. ábra) $s'_{as} = 0,15$ a $z_s = 10$ -es szintgörbe a 0,09-től kezdődik. Általában kijelenthető, hogy nagyobb modulokra valósítható meg kisebb fogszámú metszőkerék. A kis fogszámoknál ezenkívül az evolvensgörbe nagy görbülete miatt a fogkihegyesedés aránylag hamar bekövetkezik. A kis fogszámú metszőkerék helyes tervezését a későbbiekben ismertetjük.

Feltételezzük, hogy a metszőkerék fogszáma akkora, hogy az alámetszés hatásának megfelelő fajlagos profileltolás kisebb, mint a fogkihegyesedésnek megfelelő. Ez az eset a $z_s = 17$ -es fogszám fölött érvényes. Ez esetben a maximális profileltolást analitikusan számítjuk ki az evolvens trigonometria II. alapegyenletéből, úgy, hogy a fejkörsugarat, valamint az osztóköri fogvastagságot a profileltolás függvényében írjuk fel:

sajátosítva:

$$\operatorname{inv} \alpha_s + \frac{\pi}{2z_s} + 2 \frac{\xi_s}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_s = \underbrace{\operatorname{inv} \alpha_b}_{=0} + \frac{S_b}{2R_b}$$

Az egyenlet jobboldalán levő alapköri ívhosszt kiegészítjük a $2(j/2 + a_k)$ mennyiséggel, majd a $2(j/2 + a_k)/2R_b$ hányadostöbbletet az egyenlet bal oldalához is hozzáadjuk, hogy az egyenlőség megmaradjon, azaz érvényes legyen a 3.18. ábrán szemléltetett külső evolvenszerekre:

$$\operatorname{inv} \alpha_s + \frac{\pi}{2z_s} + 2 \frac{\xi_s}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_s + \frac{j + 2a_k}{2R_b} = \frac{S_b}{2R_b} + \frac{j + 2a_k}{2R_b} \quad (3.62)$$

A (3.62) egyenlet jobb oldalát a átírjuk a tetszőleges sugarú körön létező profilnyomásszög- és fogívhossz-értékekre, és ezzel a metszőkerékre felírt második alapösszefüggés a következő alakot ölti:

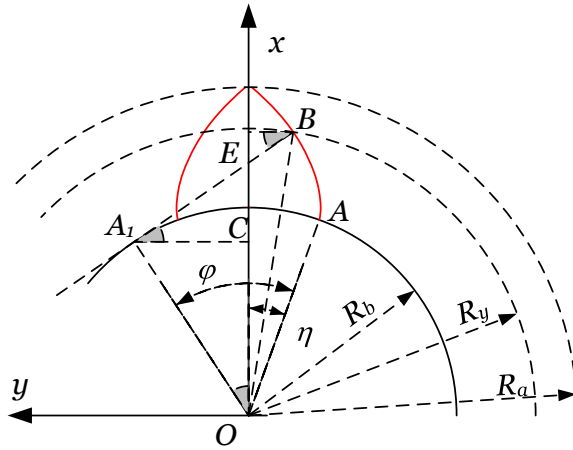
$$\operatorname{inv} \alpha_s + \frac{\pi}{2z_s} + 2 \frac{\xi_s}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_s + \frac{j + 2a_k}{mz_s \cos \alpha_s} = \operatorname{inv} \alpha_y + \frac{S_y}{2R_y} \quad (3.63)$$

A továbbiakban kapcsolatot kell teremteni a számításban kijelölendő fejköri fogívméret és a legkisebb előírt fogívméret között. A tapasztalat a legkisebb fogívméretet a hőkezelés megvalósíthatóságának szemléletében jelölte ki. A hőkezelés utáni köszörülés során viszont ez a méret csökken, és – amint a 3.18. ábrából is kitűnik – nem elhanyagolható mértékben. Ha a $B_1 B_2 I$ idomot I -ben derékszögű háromszögnek tekintjük – jelen esetben a méretek miatt ez megengedhető közelítés –, akkor belátható, hogy a normálirányban mért egyoldali a_k fogvékonyodás a fejszalagon $a_k / \cos \alpha_a$ mértékű csökkenést hoz létre. Jelöljük s_{af} -fel a minimális működési fejszalag-vastagságot, ami a fogfej szilárdságát kell biztosítsa. Ez esetben felírható, hogy

$$s_{as} \geq s_{as}^{\min} \\ s_{as} - 2a_k / \cos \alpha_a \geq s_{af} \Leftrightarrow s_{as} \geq s_{af} + \frac{a_k m z_s \cos \alpha_s}{m \left(\frac{1}{2} z_s + h_a + c_a + \xi_s \right)} \quad (3.64)$$

A (3.9). feltételből kiszámított vagy becsült fogfejvastagság-értékkel írjuk fel a (3.62) összefüggést, majd a (3.61) egyenletrendszert felhasználva, minden lehetséges kifejezést a ξ_s profileltolás függvényében írunk fel. Ezáltal az evolvenstrigonometria második alapegyenlete egy $\Phi(\xi_s) = 0$ típusú transzcendens egyenletté alakul, amelyet numerikusan oldunk meg.

Amennyiben rendelkezünk olyan célszerszámmal (félsimító fésűskés, félsimító csigamaró), amelynek osztóvonali fogvastagsága a megmunkálási ráhagyás értékével csökkentett, akkor a legkisebb lehetséges fejjvastagság számításakor elégséges a legkisebb javasolt fogfejmérettel számolni. Ha viszont csak simításra alkalmas méretű szerszám áll rendelkezésünkre, és nem vesszük figyelembe a számításakor a köszörülési ráhagyást, köszörülés után a szerszámfog kihegyesedik, esetenként át is metszhet, aminek korrekciója és külső kúppalást-köszörüléssel és megfelelő mértékű oldalköszörüléssel érhető el. A korrekciós köszörülés eredményeként a tervezettnél kisebb maximális profileltolás-értékkel rendelkező metszőkeréket kapunk.



3.19. ÁBRA. Az evolvens parametrikus és poláris-parametrikus egyenletei

A metszőkerék gyártásának egyik sajátos problémája a technológiai osztókör-eltolódás. Ez akkor jelentkezik, ha metszőkerék fogazására használt összszám referencia- fogaslécének kapcsolószöge a gyártandó fogaskerék referencia-kapcsolószögével, és nem a szerszám kapcsolószögével egyenlő. A fogoldal generálásakor a metszőkerék *alapkörét* kell létrehoznunk, egy alapkörhöz pedig, az evolvenstrigonometria első összefüggésének értelmében, végtelenségyi osztókör tartozhat, így felírhatjuk, hogy

$$R_b = \frac{1}{2} m z_s \cos \alpha_s = R_{0th} \cos \alpha_0 \Leftrightarrow R_{0th} = \frac{1}{2} m z_s \frac{\cos \alpha_s}{\cos \alpha_0} \quad (3.65)$$

Vegyük észre, hogy a gyártási osztókör az elméleti szerszámosztókörnél kisebb. A lécpofilú szerszám beállítását az R_{0th} gyártási osztóköri fogvastagság alapján számíthatjuk ki.

Ha a fogszám az alámetszési fogszámnál kisebb, akkor a metszőkerék nem minden esetben gyártható szabványos lécpofilú összszámmal. A metszőkerék hasznos fogmagassága meg kell feleljen a szerszámmal szemben támasztott követelményeknek (szokásos esetben $2(h_a + c_a)m$), a fogfejvastagság pedig az előírt minimum méretnél nem lehet kisebb. Ez esetben, ha szabványos szerszámmal fogoznánk a kereket, az alámetszés határának megfelelő fejkörsugár *nagyobb lenne*, mint a fogkihegyesedési sugár. Ily módon az előírt fogmagasságot nem lehetne betartani. A adott geometriai „páthelyzetten” csak úgy segíthetünk, ha a fogat határoló két szembeforduló evolvens-ívet az alapkör középpontja körül úgy forgatjuk el, hogy eltávolodjanak egymástól, ezáltal jelentősen bővítve az osztóköri elemi $\frac{1}{2}\pi m$ fogvastagságot. Ugyanakkor arra is kell ügyelnünk, hogy a fog és a fogárok nem haladhatja meg az egy fogosztásnyi szögterjedelmet. Kiindulásként az evolvens parametrikus és poláris-parametrikus egyenleteit használjuk fel. A 3.19. ábra alapján azonnal felírhatjuk, hogy

$$\begin{cases} x(\varphi; \eta) = R_b(\cos(\varphi - \eta) + \varphi \sin(\varphi - \eta)) \\ y(\varphi; \eta) = R_b(\sin(\varphi - \eta) - \varphi \cos(\varphi - \eta)) \end{cases}, \quad (3.66)$$

illetve

$$\begin{cases} R_y(\varphi) = R_b \sqrt{1 + \varphi^2} \\ \theta(\varphi; \eta) = \arctg \frac{\sin(\varphi - \eta) - \varphi \cos(\varphi - \eta)}{\cos(\varphi - \eta) + \varphi \sin(\varphi - \eta)} = \varphi - \eta - \arctg \varphi \end{cases} \quad (3.67)$$

Kis fogszámú metszőkerekek esetében az alámetszés határán fogazunk, hogy minél hosszabb evolvens-eredetű szerszámél-görbét kapjunk. Ennek érdekében a $(2h_a + c_a)m$ hasznos fogmagasságot az alapkör és a fejkör között keressük. Innen, valamint a minimális fogfej-vastagság feltételéből felírhatjuk, hogy

$$\begin{cases} \theta(\varphi; \eta) = -\frac{s_{as}}{2R_a} \\ R_a - R_b = R_b \left(\sqrt{1 + \varphi^2} - 1 \right) = (2h_a + c_a)m \end{cases} \quad (3.68)$$

A (3.68) egyenletrendszer második egyenletéből azonnal kifejezhető a fejkörnek megfelelő φ_a paraméter-érték, majd a (3.67) polár-parametrikus alak első egyenletéből az R_a fejkörsugár. Ezután a (3.68) egyenletrendszer első egyenletét megoldjuk η -ra:

$$\eta_0 = \frac{s_{as}}{2R_a} + \varphi_a - \arctg \varphi_a \quad (3.69)$$

Az így kapott eredményt a fajlagos profileltolás kiszámolására használjuk fel. Előrebocsátjuk, hogy a (3.69) egyenlet megoldása annak az alapköri fogívnak megfelelő félszög-érték, amelybe bele van számítva a köszörülési ráhagyás is.¹² A (3.62) egyenletet az alapkörre sajátosítva kapjuk, hogy:

$$\operatorname{inv} \alpha_s + \frac{\pi}{2z_s} + 2 \frac{\xi_s}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_s + \frac{j + 2a_k}{mz_s \cos \alpha_s} = \eta_0 \quad (3.70)$$

Ez után kiszámítjuk a g_b alapköri fogárok-ív hosszát. Ha ennek értéke nem elég nagy ahhoz, hogy a lefejtő lécszerszám kihegyesedés nélkül elférjen, akkor csökkenteni kell a c_a fajlagos fejhézag-értéket, ha pedig ez sem vezet eredményre, akkor a fogazat magasságát kell csökkenteni.

A lefejtő lécszerszám profilszögét úgy választjuk meg, hogy a fogfejvastagság lehetővé tegye a hőkezelést. Elfogadjuk, hogy a fogfej-vastagságra szintén a (3.59) képlet érvényes, így $s_{a2} \geq 0,429m^{0,585}$ feltétel betartása mellett elvégezzük a következő számításokat.

A választott α_{2x} kapcsolószög függvényében a lefejtés osztóköre:

$$R_{0x} = R_b / \cos \alpha_{2x} \quad (3.71)$$

A választott kapcsolószögtől függő osztóköri fogvastagság:

$$s_{0x} = 2R_{0x}(\eta_0 - \operatorname{inv} \alpha_{2x} R_{0x}) \quad (3.72)$$

¹²A metszőkerekeket speciális készülékben, Maag-féle fogköszörűgépen, nulla fokos Maag-eljárással köszörüljük.

A választott kapcsolószögtől függő osztóköri fogárok-szélesség:

$$g_{0x} = \frac{2\pi R_{0x}}{z_s} - s_{0x} \quad (3.73)$$

A lécsosztóvonalról mért fogfejmagassága:

$$a_{2x} = R_{0x} - R_b + c_0 m \quad (3.74)$$

A lécsosztóvonalról mért foglábmagassága:

$$b_{2x} = R_a - R_{0x} + c_0 m \quad (3.75)$$

A lécsfogfejtávolsága:

$$s_{a2x} = g_{0x} - 2a_{2x} \operatorname{tg} \alpha_{2x} \quad (3.76)$$

A lécsfoglábvastagsága:

$$s_{b2x} = s_{a2x} + 2(a_{2x} + b_{2x}) \operatorname{tg} \alpha_{2x} \quad (3.77)$$

Ha a fenti számításokat $z_s = 10$ fogú metszőkerékre végezzük el, $a_k = 0,1$ mm-s oldalköszörülési ráhagyás és $j = 50 \mu\text{m}$ oldalhézag mellett, akkor $m = 5$ mm modulra, $\alpha_2 = 5^\circ 2' 33''$ lécsprofilszög mellett $s_{a2} = 1,133$ mm lécsfogfej-vastagságot kapunk. Ezzel a metszőkeréket meg lehet fogazni, majd pedig hőkezelés után Maag-féle módszerrel köszörülni. Ha figyelembe vesszük a számvezérelt marógépek növelt pontosságát, elképzelhető a gyártás úgy, hogy a nagyolást alakos tárcsamarával végezzük, a simítást pedig a klasszikus köszörülési eljárással.

H. A legkisebb profileltolás

Ezt a metszőkerék fogszámának függvényében számítjuk:

- $z_s \leq 17$ esetben a legkisebb profileltolást az alámetszés határára vesszük, bár legtöbbször a metszőkerék utóélezésével annyira megnövekedik az átmeneti foglábgörbe aránya az élhosszban, hogy elfogadhatatlan profilt generál;
- $17 < z_s \leq 26$ esetben a legkisebb profileltolást az alámetszés határára vehetjük
- $z_s = 26$ fogra $\xi_{2s} = -0,546$ ami fogazás szempontjából még elfogadható érték;
- $z_s > 26$ esetben a legkisebb profileltolást úgy határozzuk meg, hogy a szerszám teljes magassága gazdaságos legyen.

$z_s = 17$ -nél nagyobb fogszámok esetében érdemes figyelembe venni a talpkör és alapkör illetve a belső kör sugarainak profileltolás szerinti változását. Amint az ismeretes, lefejtéssel az evolvens csak az alámetszés határán képződik az alapkörig; az alámetszés határa felett csak a talpkörön kívül található. A talpkör sugara a fogaskerék központjából a lécsaktív fejevonala és a kapcsolóegyenes metszéspontja közé zárt egyenes szakasz (3.20. ábra).

Az ábrán látható jelölésekkel felírhatjuk, hogy

$$\begin{aligned} R_t &= \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{R_b^2 + BC^2} \\ BC &= PB - PC = R_0^* \sin \alpha_0 - \frac{(h_a - \xi)m}{\sin \alpha_0} \\ R_0^* &= \frac{R_b}{\cos \alpha_0} = \frac{1}{2} m z_s \frac{\cos \alpha_s}{\cos \alpha_0} \end{aligned} \quad (3.78)$$

megengedett legkisebb profileltolást a (3.80) felhasználásával a $\Delta_R \leq \Delta_{megengedett}$ feltételből számítjuk ki. Egyébként a [97] alapján a

$$\xi_{2s} = h_a - \frac{z_s}{s} \sin^2 \alpha_s \quad (3.81)$$

I. A metszőkerék magassága

Ezt a legkisebb és a legnagyobb profileltolás ismeretében számítjuk ki. A 3.15. ábra alapján a metszőkerék hasznos magassága a maximális (I–I) és minimális (III–III) profileltolás szelvénye közötti távolság:

$$H_h = \frac{m(\xi_s - \xi_2)}{\operatorname{tg} \alpha_V} \quad (3.82)$$

A metszőkerék teljes magasságát úgy számítjuk ki, hogy az utolsó élezés stádiumába került kerék fogainak merevsége elegendő legyen. Pontos számítást úgy végezhetünk, hogy kikötjük, hogy a foghegyére összpontosuló becsült forgácsolóerő-érték hatására a 2,5m hosszúságú befogott tartónak kihajlása kisebb legyen, mint $3 \mu\text{m}$. A gyakorlatban általában a hasznos magasságot 1,5-tel szorozzák:

$$H = \frac{3}{2} \frac{m(\xi_s - \xi_2)}{\operatorname{tg} \alpha_V} \quad (3.83)$$

J. A metszőkerék rögzítő furatának átmérője

A szerszámgép gépkönyve szerint választjuk ki. A lehetséges, szabványos furatátmé-
rők¹⁴ metrikus, illetve angolszász méretrendszerű szerszámgépekre a következők:

- a. metrikus rendszerben: 12, 16, 19, 25, 32, 45, 70, 100, 120, 160 mm;
- b. angolszász rendszerben: 1 1/4", 1 3/4", 2 5/16", 3".

Száras metszőkerekek esetén ajánlott a Morse 1,2,3,4 -es kúpos szár, az F2 szár, illetve a hengeres szár használata.

3.2.2.2. A metszőkerék konstruktív geometriája. A metszőkerék geometriáját a 3.21. és a 3.22. ábrák alapján vezetjük le. A szerszám alak- és méretjellemzői alpontban az *e.* állításban leszögeztük, hogy az egyenesfogú metszőkerék oldalfelületei egymással szembeforduló csavarfelületek. Tekintsük a 3.21. ábrán szemléltetett osztóköri henger-szelvény kiterítettjét: a legnagyobb és a nulla profileltolás síkjai közé illeszkedő idom egyenlő szárú trapéz, melynek nem párhuzamos oldalai β_0 szöggel dőlnek. Az alapok hossza – a kiterítés következményeként – a megfelelő síkokban levő osztóköri fogívekkel egyenlő.

Tudván, hogy a profileltolással lineárisan csökken a fejkörsugár, az említett síkokban levő fogívek hosszával felírjuk a trapéz oldalának β_0 s dőlésszögét:

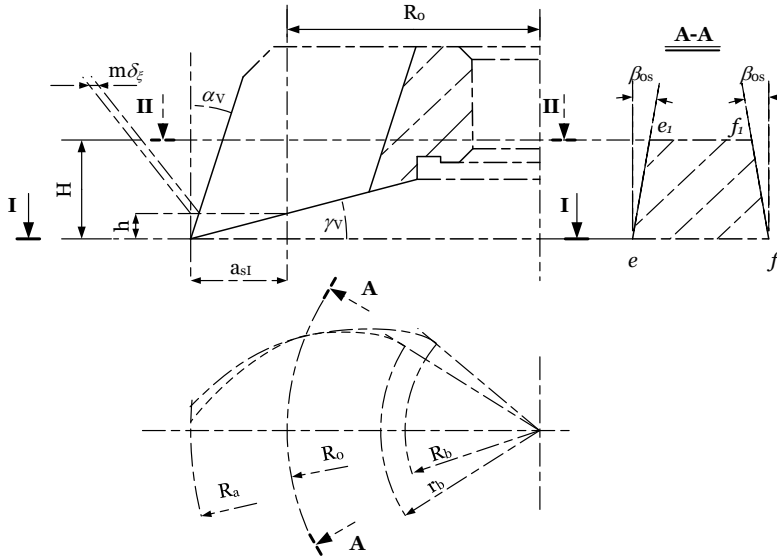
$$\operatorname{tg} \beta_{0s} = \frac{\frac{m\pi}{2} + 2m\xi_s \operatorname{tg} \alpha_s - \frac{m\pi}{2}}{2H}$$

$$H = m\xi_s \operatorname{ctg} \alpha_V$$

Innen pedig:

$$\operatorname{tg} \beta_{0s} = \operatorname{tg} \alpha_s \operatorname{tg} \alpha_V \quad (3.84)$$

¹⁴http://www.centertool.hu-Szerszámkatalógus-2010-201112_0216_040.pdf



3.21. ÁBRA. Az osztóhengeri csavarvonal dőlésszöge

A fenti képlet az osztóhengeri csavarvonal dőlésszögét fejezi ki. A következőkben szükségünk lesz az alaphengeri csavarvonal dőlésszögére. Tudván, hogy állandó emelkedésű csavarfelület bármely hengeres csavarvonalának azonos az emelkedése, az alaphengeri és osztóhengeri csavarvonalak kiterítése alapján felírhatjuk, hogy

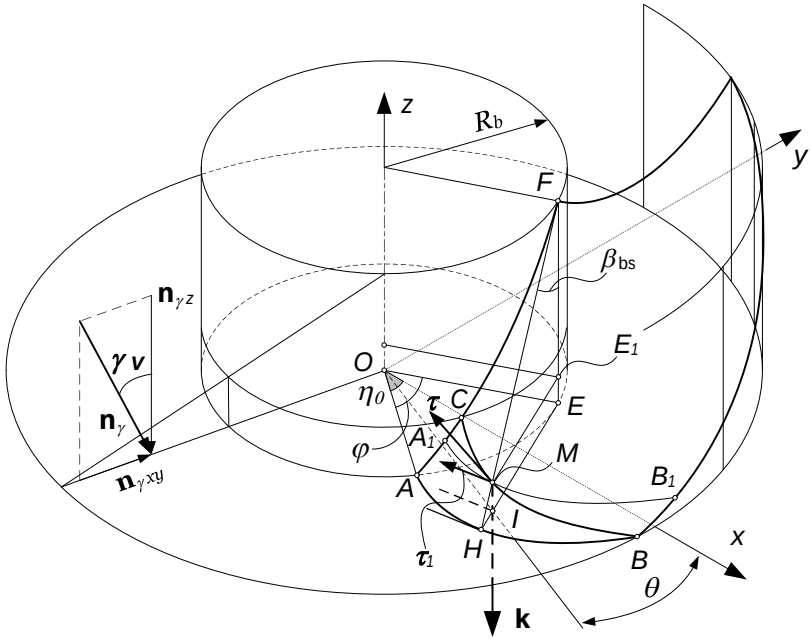
$$\frac{R_b}{\operatorname{tg} \beta_{bs}} = \frac{R_o}{\operatorname{tg} \beta_{os}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} \beta_{bs} = \operatorname{tg} \beta_{os} \cos \alpha_s \quad (3.85)$$

A (3.84) és (3.85) képleteket összevetve kapjuk az alaphengeri csavarvonal dőlésszögét:

$$\operatorname{tg} \beta_{bs} = \operatorname{tg} \alpha_v \sin \alpha_s \quad (3.86)$$

Tekintsük ezután a 3.22. ábrát. A metszőkerék fogának tengelye az xyz koordináta-rendszerz-tengelye, zx -síkjá pedig a fog szimmetriasíkja.

Az AB evolvensre épülő csavarevolvens-oldalhátfelület tetszőleges generáló egyenesének FH szakaszán illeszkedik a vizsgálat tárgyává választott M élpont. Az egyenes körkúp-homlokfelület az xy síkkal a γ_v csúcs-homlokszöget zárja. A homlok- és a hátfelület metszése a BC élgörbe. Az FH generáló egyenes az alapszelvény evolvensét a H pontban metszi, az $\triangle FHE$, E -ben derékszögű háromszög síkja az alaphengert ennek EF generátora mentén érinti. Az Ox tengely és az xy (legnagyobb profileltolású alapszelvény) síkban levő evolvens alapköri pontjának OA sugara közötti szög η_0 , melyet az evolvenstrigonometria második alapegyenletével számolunk ki ((3.70) képlet). Az evolvens csavarfelület parametrikus egyenletei a 2. fejezetben levezetett (2.91) egyenletekkel formálisan azonosak. A különbséget az evolvensgörbét tájoló η szög értelmezése adja: az előbb említett (2.91) egyenletek a fogárokra vonatkoznak,



3.22. ÁBRA. Az egyenesfogú metszőkerék vektorgeometriája

így η a 2.12. ábra alapján az alapköri fogárok félszöge, ezért a legördülési φ szög-höz hozzáadódik. Ezzel ellentétben, a 3.22. ábra szerint az η_0 szöget le kell vonni a legördülési szögből, tehát az oldalhátfelület parametrikus egyenletei, a geometria matematikai modelljében, a következők lesznek:

$$\begin{cases} x(\varphi, v) = r_b (\cos(\varphi - \eta_0) + v \sin(\varphi - \eta_0)) \\ y(\varphi, v) = r_b (\sin(\varphi - \eta_0) - v \cos(\varphi - \eta_0)) \\ z(\varphi, v) = \frac{r_b}{\operatorname{tg} \beta_b} (\varphi - v) = p(\varphi - v) \end{cases} \quad (3.87)$$

Ha a (3.87) egyenletrendszer első két egyenletét négyzetre elmeljük és összeadjuk, és csak azokat a pontokat tekintjük, amelyek v paramétere a

$$\rho(v) = \sqrt{x^2(\varphi, v) + y^2(\varphi, v)} = R_b \sqrt{1 + v^2} \quad (3.88)$$

feltételt, adott $\rho(v) = \rho_y$ -ra kielégíti, akkor egy ρ_y sugarú hengerre írt csavarvonalat kapunk. A (3.87) utolsó egyenletéből következtethető ki, hogy a vizsgált oldalhátfelület csavarparamétere $p = R_b / \operatorname{tg} \beta_{bs}$.

A homlokfelület egyenleteinek felírásához két paramétert használunk: a felület-pont tengelytől mért ρ távolságát, illetve a felületpont xy síkba való vetületének poláris sugara és az Ox tengely által bezárt u szöget. A körkúp alapköre a metszőkerék

alapszelvevényének fejkörével egybeeső, így magassága $h = R_a \operatorname{tg} \gamma_V$. A keresett parametrikus egyenletek a következők lesznek:

$$\begin{cases} x(\rho, u) = \rho \cos u \\ y(\varphi, v) = \rho \sin u \\ z(\varphi, v) = h - \rho \operatorname{tg} \gamma_V \end{cases} \quad (3.89)$$

A szerszámél parametrikus egyenleteit úgy kapjuk, hogy a (3.89) alapján felírt implicit egyenletbe behelyettesítjük a (3.87) parametrikus koordinátákat, és kiszámítjuk a φ és v közötti kapcsolatot. A számítások elvégzését az olvasóra bízuk. $A\varphi = \varphi(v)$ függvény alakja a következő:

$$\varphi(v) = \frac{h - R_b \sqrt{1 + v^2} \operatorname{tg} \gamma_V}{p} + v \quad (3.90)$$

A tetszőleges $\rho, \rho \in (R_b, R_a)$ sugarú hengeren illeszkedő élpont koordinátáit a (3.87) függvények adják, amelyekben $\varphi = \varphi(v)$, a (3.90) szerint, v pedig $v(\rho)$ a (3.88) összefüggés szerint. Ezek után rátérhetünk a geometria tanulmányozására.

Az M kiválasztott élpont tengelytől való távolsága $OI = \rho_0$. Az M pont v_0 paraméterét pedig a (3.88)-ból számítjuk ki a ρ poláris sugár szerint, majd ezután számítjuk és a φ_0 -t a (3.90) képletből. Az OI vetület Ox tengellyel bezárt θ szöge, a 3.87 első két egyenletének, valamint a (3.88) és a (3.90) felhasználásával a következő alakra hozható:

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{y(\varphi, v)}{x(\varphi, v)} = \varphi(v) - \eta_0 - \operatorname{arctg} v \quad (3.91)$$

A konstruktív kanonikus koordináta-rendszer $\mathbf{k}_0$ alapsík-normál-egységvektora a z tengellyel ellentétes irányítású, tehát felírható, hogy

$$\mathbf{k}_0^T = (0 \quad 0 \quad -1) \quad (3.92)$$

Az oldalhátfelület M pontbeli normálvektorának koordinátái a (2.93) képletben megadott vektorkoordinátákkal formálisan azonosak, de irányítása ellentétes (az egyezmény szerint a hátfelület normálvektora fémbe irányított, a homlokfelületé pedig kiemelkedik). Az oldalhátfelület normálisa az $\triangle EFH$ derékszögű háromszög E csúcsából FH -ra bocsátott magasságával megegyező irányú. A 3.22. ábra alapján azonnal felírható, hogy:

$$\underline{\mathbf{n}}_\alpha = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi - \eta_0) \cos \beta_{bs} \\ \cos(\varphi - \eta_0) \cos \beta_{bs} \\ -\sin \beta_{bs} \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} -\sin(\varphi - \eta_0) \\ \cos(\varphi - \eta_0) \\ -\operatorname{tg} \beta_{bs} \end{pmatrix} \quad (3.93)$$

A homlokfelület normálvektorát szintén a 3.22. ábrán szemléltetett felbontás alapján írjuk fel. A $\underline{\mathbf{n}}_{xy}$ iránya az IO iránnyal esik egybe, következésképpen az Ox tengellyel a $\pi + \theta$ szöget zárja. A keresett vektorkoordináták a következők lesznek:

$$\underline{\mathbf{n}}_\gamma = \begin{pmatrix} -\sin \gamma_V \cos \theta \\ -\sin \gamma_V \sin \theta \\ -\cos \gamma_V \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} -\cos \theta \\ -\sin \theta \\ -\operatorname{ctg} \gamma_V \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

Az él τ érintővektorát a homlok- és hátfelület normálvektorainak szorzataként állítjuk elő:

$$\underline{\tau} = \tilde{\mathbf{n}}_{\alpha} \underline{\mathbf{n}}_{\gamma} = \begin{pmatrix} -\operatorname{tg} \beta_{bs} \sin \theta - \operatorname{ctg} \gamma_V \cos(\varphi - \eta_0) \\ \operatorname{tg} \beta_{bs} \cos \theta - \operatorname{ctg} \gamma_V \sin(\varphi - \eta_0) \\ \cos(\varphi - \eta_0 - \theta) \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

A továbbiakban az A. függelékben leírtak szerint járunk el. A konstruktív kanonikus koordináta-rendszer $\mathbf{j}$ vektora a következő lesz:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{j}}_0 &= \tilde{\mathbf{k}}_0 \underline{\tau} \frac{1}{|\mathbf{k}_0 \times \tau|} = \\ &= \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \beta_{bs} \cos \theta - \operatorname{ctg} \gamma_V \sin(\varphi - \eta_0) \\ \operatorname{tg} \beta_{bs} \sin \theta + \operatorname{ctg} \gamma_V \cos(\varphi - \eta_0) \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_{bs} + \operatorname{ctg}^2 \gamma_V - 2 \operatorname{tg} \beta_{bs} \operatorname{ctg} \gamma_V \frac{v}{\sqrt{1+v^2}}}} \end{aligned} \quad (3.96)$$

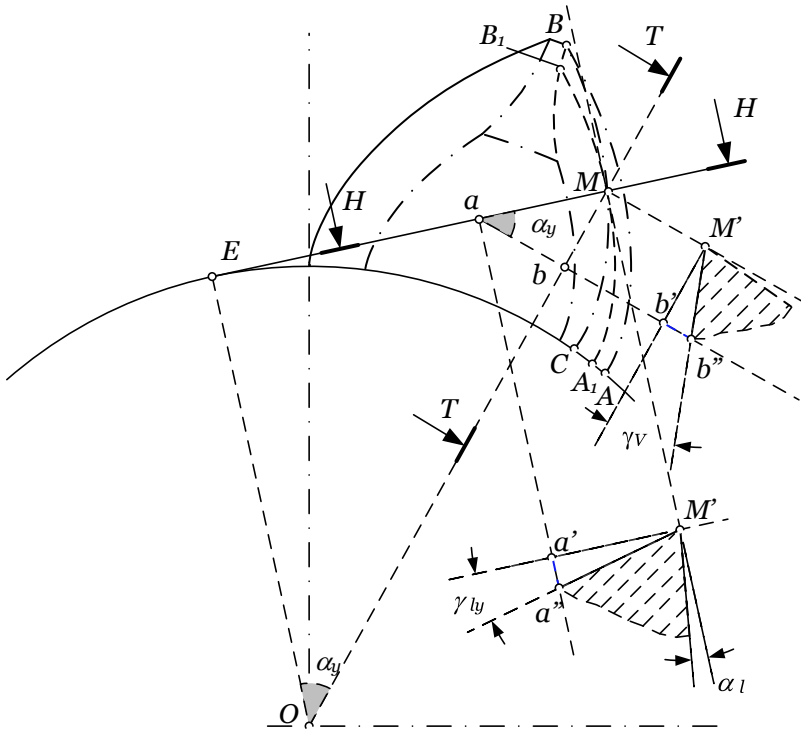
A fenti számításban felhasználtuk a θ szög (3.91) képletét. A konstruktív kanonikus koordináta-rendszer harmadik vektora a (3.92) és (3.96) felhasználásával

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_0 &= \mathbf{j}_0 \times \mathbf{k}_0 \Leftrightarrow \underline{\mathbf{i}}_0 = \\ &= \begin{pmatrix} \operatorname{tg} \beta_{bs} \sin \theta + \operatorname{ctg} \gamma_V \cos(\varphi - \eta_0) \\ \operatorname{tg} \beta_{bs} \cos \theta - \operatorname{ctg} \gamma_V \sin(\varphi - \eta_0) \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta_{bs} + \operatorname{ctg}^2 \gamma_V - 2 \operatorname{tg} \beta_{bs} \operatorname{ctg} \gamma_V \frac{v}{\sqrt{1+v^2}}}} \end{aligned} \quad (3.97)$$

Ezek után a konstruktív ortogonális homlokszöget a (A.13) képlettel, az ortogonális konstruktív hátszöget pedig a (A.14) képlettel számítjuk.

A konstruktív geometria közelítő számítása sokkal egyszerűbb képletekkel végezhető el, ha elfogadjuk, hogy a szerszámél vizsgált M pontjának környezetében ezt a rajta áthaladó evolvensgörbével helyettesítjük, melynek érintője a τ_1 vektor. Ez esetben az él konstruktív érintősíkja az EFH háromszög síkjára merőleges, következésképpen ez lesz az ortogonális konstruktív mérősík. Az ortogonális konstruktív hátszög az oldalhátfelület és a konstruktív érintősík szöge az $\triangle EFH$ háromszög síkjában. Vegyük észre, hogy az oldalhátfelület nyoma a mérősíkban pontosan az FH felületi alkotóegyenes, az érintősík nyoma pedig az EF -fel párhuzamos. Kijelenthetjük, hogy *a konstruktív oldalhátszög értéke állandó, és egyenlő az oldalhátfelület alaphengeri csavarvonalának β_{bs} dőlésszögével.*

A konstruktív oldalhomlokszög egyszerűsített számítását a 3.23. ábra alapján végezzük el. Az említett ábra a 3.22. ábra felülnézete. Az egyenes körkúp homlokfelületet az M vizsgált élpont környezetében a kúp generátorán áthaladó érintősíkkal helyettesítjük. Az $\triangle Mab$, $\triangle M'bb''$ és az $\triangle M'a'a''$ háromszögek együttes vizsgálatából megállapítjuk, hogy OM a kúp generátorának vetülete, az ab vonal pedig a helyettesítő síkfelület *szintvonala*. Innen észre kell venni, hogy a $a'a'' = b'b''$, az $\triangle Mab$ háromszögből pedig $Ma = Mb / \sin \alpha_y$, ahol α_y az A_1B_1 evolvensíven illeszkedő M -pontbeli



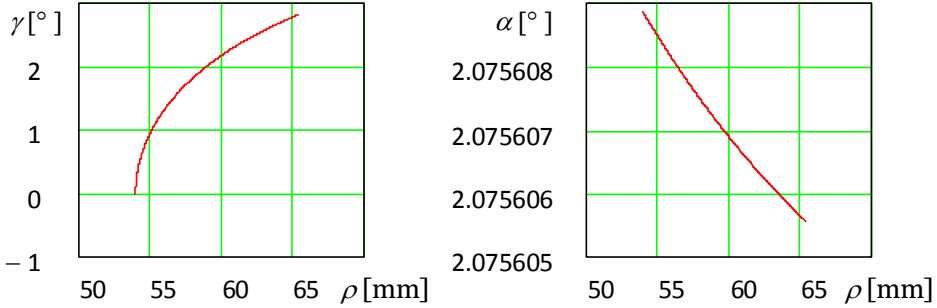
3.23. ÁBRA. Az egyenesfogú metszőkerék oldalhomlokszögének számítása vetületekből

profil-nyomásszög. A **H–H** konstruktív ortogonális szelvényben megjelenő γ_{ly} oldalhomlokszöget az említett háromszögekből levezetett egyszerű képlettel számítjuk:

$$\operatorname{tg} \gamma_{ly} = \operatorname{tg} \gamma_v \sin \alpha_y \quad (3.98)$$

Az egyenesfogú metszőkerék geometriája *nem megfelelő*. A homlokszög értéke az éltő környezetében majdnem nulla, az élcsúcson alig emelkedik 3° körüli értékre, míg az oldalhátszög 2° körül mozog, gyakorlatilag állandó. A 3.24. ábrán szemléltettük az ortogonális konstruktív szögek változását az élpont polársugarának függvényében. A grafikonok megszerkesztésére egy $z_s = 23$ fogú, $m = 5\text{mm}$ modulú metszőkereket tekintettünk, melynek legnagyobb profileltolása $\xi_{s1} = +0,277$. A vektorképletekkel számított konstruktív homlok- és hátszögeértékek elhanyagolható módon térnek el a vetületekből számított értékektől. A homlokszög eltéréseinek átlaga, az alapkör és a fejkör között felvett $N = 30$ pontra $\approx 47,6''$, míg az oldalhátszög esetében $\approx 0,031''$. Az oldalhátszög ábrázolt változása csupán elméleti értékű.

A konstruktív geometria szimmetrikus a két fogélre – ez viszont nem állítható a működő élgeometriára. A működő élgeometria eloszlása a szerszámfog két oldalélén lényegesen különbözik, és a lefejtőfognak a lefejtett fogárokba való begördülési fázisától függően is változik. A működő élgeometria részletes felvázolása meghaladja a jelen mű



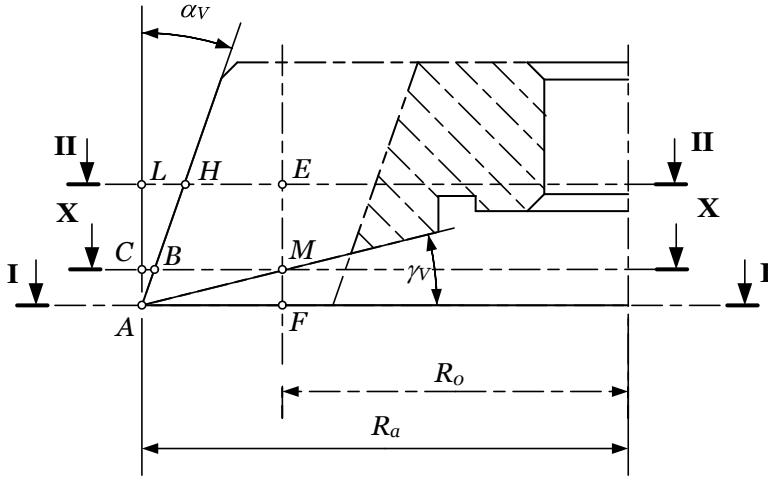
3.24. ÁBRA. A konstruktív geometria változása ($z_s = 23, m = 5\text{mm}, \xi_{1s} = +0,277$)

kereteit. Kijelentjük, hogy a szögek számítási képletei formálisan azonosak a konstruktív élgeometria vektorképleteivel. A működő alapsík normál-egységvektora a vizsgált szerszámpontban ébredő eredő forgácsolósebesség-vektorral kollineáris. Fogazás esetében az eredő forgácsolósebesség a szerszám adott élpontjának a munkadarab *ugyanazon pontjához* viszonyított relatív sebessége, a szerszám koordináta-rendszerében felírva. Ha minőségileg jellemezzük a működő élgeometriát, kijelenthetjük, hogy a homlok- és hátszögeloszlás a gördülő előtölés iránya és a szerszámél helyzete függvényében változik. Begördülő szerszámélnak nevezzük azt az élet, amelyiknek a csúcsa hamarabb érinti a fogazandó kerék fejkörét. Értelemszerűen a kigördülő él a másik – ez utójára érinti a kérdéses fejkört. A begördülő szerszámélen nagyobb forgácsvastagságok jelentkeznek, mint a kigördülőn. Az eredő sebesség a fő-forgácsolósebességhez képest az előtölés irányába dől, tehát a begördülő élen a konstruktív értékekhez képest csökken a hátszög és növekszik a homlokszög, míg a kigördülő élen a jelenség fordított.

3.2.2.3. Az egyenesfogú metszőkerék technológiai profileltolása. A metszőkerék a lefejtendő fogaskerékkel az úgynevezett technológiai hajtást alkotja. A technológiai hajtás a metszőkerék élei által a fő forgácsoló mozgás során létrehozott egyenesfogú fogaskerék és a megmunkálnak tekintett fogaskerék között jön létre. A beállítás kiszámításához a gyártástechnológusnak ismernie kell a gyártott kerék és a metszőkerék ekvivalens kerekének profileltolását. Az utóbbi a metszőkerék élezési stádiumától függ. A számításokat a 3.25. ábra alapján végezzük el.

Feltételezzük, hogy a metszőkerék adott élezési stádiumában a szerszámprofileltolás ξ_x , és az élcsúcs az $\mathbf{I}-\mathbf{I}$ síkban található. A profileltolást meghatározó osztóköri fogvastagságot a vetítés törvényeinek megfelelően az $\mathbf{X}-\mathbf{X}$ síkban keressük. A metszőkerék profileltolása a referencia-szelvénybeli, és az aktuális fejkörsugarak különbségével egyenlő, így felírható, hogy:

$$\begin{aligned} LH &= m\xi_s \\ LA &= LH \operatorname{ctg} \alpha_V \\ AF &= EL = EH + HL = (h_a + c_a + \xi_x)m \end{aligned} \quad (3.99)$$



3.25. ÁBRA. A metszőkerék technológiai profileltolásának számítása

Az $\triangle AMF$ derékszögű háromszögből pedig

$$MF = AF \operatorname{tg} \gamma_v \quad (3.100)$$

Végül, az $\triangle AHL$ és $\triangle ABC$ háromszögek hasonlóságából kifejezzük a $BC = m\delta_\xi$ profileltolás-csökkenést:

$$\frac{AC}{AL} = \frac{BC}{HL} \Leftrightarrow BC = HL \frac{AC}{AL} \quad (3.101)$$

A (3.99)... (3.101) összefüggésekből kapjuk, hogy

$$BC = m\delta_{xi} = m(h_a + c_a + \xi_x) \operatorname{tg} \gamma_v \operatorname{tg} \alpha_v \quad (3.102)$$

A fenti eredmény pontosan a **I–I** és **X–X** szelvényekben levő szerszám-profileltolások különbsége. Ezzel az **X–X** szelvényben előálló ξ_{x1} fajlagos profileltolás számítási képlete a következő:

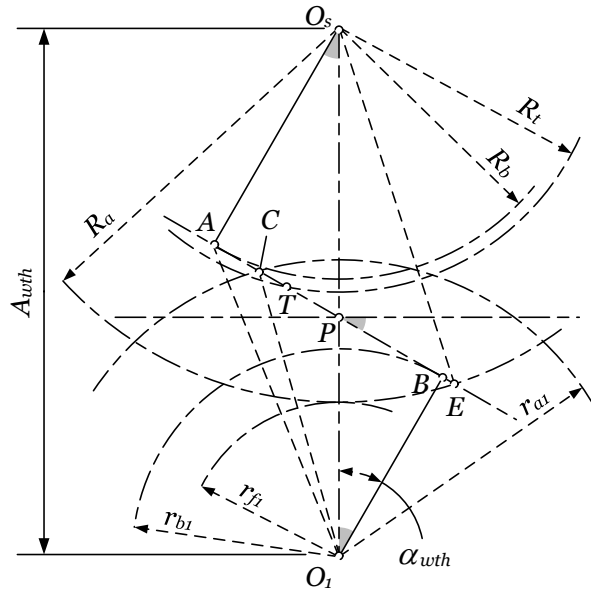
$$\xi_{x1} = \xi_x - \delta_\xi = \xi_x(1 - \operatorname{tg} \alpha_v \operatorname{tg} \gamma_v) - (h_a + c_a) \operatorname{tg} \alpha_v \operatorname{tg} \gamma_v \quad (3.103)$$

A (3.103) fajlagos profileltolással felírjuk az **X–X** szelvénybeli fogvastagságot, majd kiegyenlítjük egy ismeretlen profileltolású, de α_0 osztóköri kapcsolószögű fogaskerék osztóköri fogvastagságával:

$$\frac{\pi m}{2} + 2m\xi_{x1} \operatorname{tg} \alpha_s = \frac{\pi m}{2} + 2m\xi_{th} \operatorname{tg} \alpha_0 \quad (3.104)$$

Innen, valamint a (3.54) szerszámkapcsolószög-képlet felhasználásával a technológiai profileltolás értéke számítható:

$$\xi_{th} = \xi_x - (h_a + c_a) \frac{\operatorname{tg} \alpha_v \operatorname{tg} \gamma_v}{1 - \operatorname{tg} \alpha_v \operatorname{tg} \gamma_v} \quad (3.105)$$



3.26. ÁBRA. A metszőkerék felhasználási határai

A geometria elemzésekor felvett számpéldát folytatva, a $\xi_{1s} = +0,277$ maximális szerszám-profileltolású metszőkeréknek a technológiai profileltolása a (3.105) képlet alapján $\xi_{th} = +0,265$, azaz 4,5%-kal csökkent.

3.2.2.4. A metszőkerék felhasználási határai. Adott fogszámú és élezési stádiuma által meghatározott profileltolású metszőkereket nem lehet – a fésűskéssel ellentétben – bármilyen fogszámú és profileltolású fogaskerék fogazására felhasználni. A metszőkerékből és fogazandó kerékből összeállított technológiai hajtás úgy kell működjön, hogy a nemkívánatos fogfej-, illetve fogláblenyest elkerüljük. A metszőkerék és a vele kapcsolódó fogazott kerék geometriai viszonyait az Erney-féle vonalas ábrák segítségével szemléltetjük ([53]). A technológiai hajtás vázlatát a 3.26. ábrán szemléltettük. A metszőkerékkel ekvivalens fogaskerék középpontja O_s , az R_a fejkör-, illetve az R_t talpkörsugár a szerszám adott élezési állapotának megfelelő ξ_s szerszám-profileltolás függvényei. A fogazott kerék középpontja O_1 r_{a1} fejkörsugara a műhelyrajzon megadott külső átmérő fele, az r_{f1} lábkörsugár pedig a metszőkerékkel való fogazásból következik.

A metszőkerék lehetséges fogazási határait a kapcsolóegyenes és a jellegzetes körök metszéspontjainak az elméleti kapcsolószakaszhoz viszonyított illeszkedése adja meg:

- alámetszés keletkezik akkor, ha a szerszám fejköre a kapcsolóvonalat az elméleti kapcsolószakaszon kívül, azaz a fogaskerék alapkörének érintési pontján túl metszi;

- fogfejlényesés keletkezik akkor, ha a fogaskerék fejköre a kapcsolóegyenest a szerszám talpkörének metszéspontja és a szerszám alapkörének érintési pontja között metszi.

A technológiai hajtást a ξ_1 profileltolású, z_1 fogszámú és α_0 lécpofil-szögű fogaskerékből, illetve a ξ_{th} profileltolású, z_s fogszámú és szintén α_0 lécpofil-szögű egyenértékű fogaskerékből állítjuk össze. Erre érvényes az általános fogazási egyenlet [97]:

$$\xi_1 + \xi_{th} = \frac{\text{inv } \alpha_{wth} - \text{inv } \alpha_0}{2 \text{tg } \alpha_0} (z_1 + z_s) \quad (3.106)$$

Az evolvenstrigonometria alapképletét alkalmazva, felírjuk az elemi és általános tengelytáv közötti kapcsolatot, amelyben az α_{wth} a (3.106) transzcendens egyenlet gyöke:

$$A_0 \text{tg } \alpha_0 = A_{wth} \text{tg } \alpha_{wth}, \quad (3.107)$$

Az ábrából megfigyelhető, hogy alámetszés akkor keletkezik, ha $AE \geq AB$, azaz

$$\sqrt{R_a^2 - R_b^2} \geq A_{wth} \sin \alpha_{wth} \quad (3.108)$$

Fogfejlényesés akkor keletkezik, ha $C \in AT$, vagyis $BC - BT \leq 0$:

$$\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - A_{wth} \sin \alpha_{wth} + \sqrt{R_t^2 - R_b^2} \leq 0 \quad (3.109)$$

A metszőkerékkel gyártott fogaskerék lábköre és belső köre

$$\begin{cases} r_{f1} = A_{wth} - R_a \\ r_{i1} = r_{f1} + c_a m \end{cases} \quad (3.110)$$

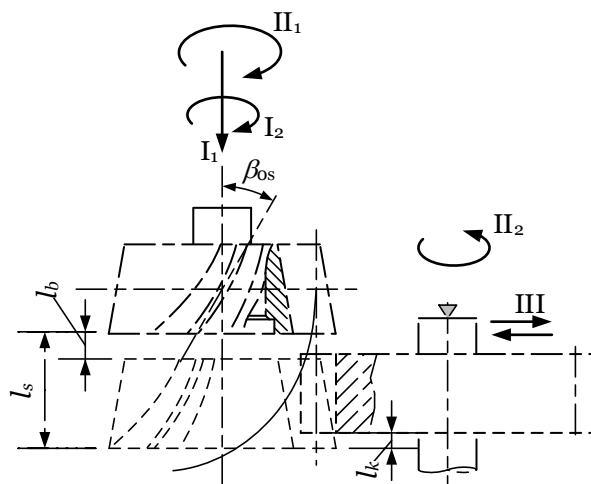
A hajtás működésének elengedhetetlen feltétele, hogy a gyártott belső kör sugara kisebb legyen, mint a tervezett belső kör sugara, különben fogfej-akadás jöhet létre.

3.2.3. A Sykes-féle ferde fogú metszőkerék

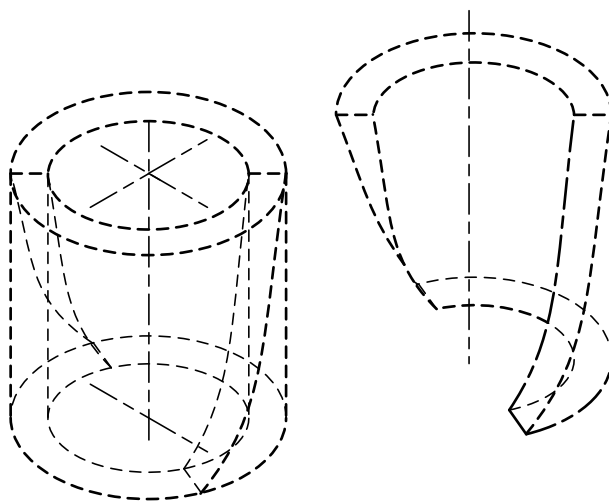
A Sykes-féle ferdefogú metszőkerék nyílfogazatok gyártására, vagy olyan ferde fogazatok metszőkerekes vésésére kifejlesztett szerszám, amelyeknél a szerszám kifutása korlátozott. A ferde fogú metszőkerék elvi felépítése ugyanaz, mint az egyenes fogú metszőkerekeké: egyszerű végtelenségnyi elemi vastagságú, közös tengelyű fogaskerék egymás fölé rendezése a profileltolás lineáris csökkenésének sorrendjében. A különbség abban áll, hogy a fogprofil referencia-középpontja (az osztóköri fogív felezőpontja) ez esetben nem az osztókör generátorát, hanem az *osztóköri vezércsavarvonalat* követi, melynek β_{0s} dőlésszöge a metszőkerék egyenértékű fogaskerekének névleges dőlésszöge.

3.2.3.1. A lefejtés elve. A ferde fogazatú metszőkerekes foglefejtés a ferde fogú, külső vagy belső fogaskerék-hajtások kapcsolásán alapul. A szerszám és a munkadarab kinematikájának vázlatát a 3.27. ábrán szemléltettük.

A szerszám fő forgácsolómozgása az $I_1 - I_2$ irányváltó csavarmozgás, amely az I_1 tengelyirányú egyenesvonalú haladó, és az I_2 szerszámtengely körüli forgó mozgásból



3.27. ÁBRA. A ferdefogú metszőkerék és a fogaskerék relatív mozgása



3.28. ÁBRA. A metszőkerék csavarvezetéke

tevődik össze. A haladó és forgó mozgás összehangolását nem a gép kinematikája, hanem speciális csavarvezetékek biztosítják.¹⁵ A csavarvezetékek páros számú (2 vagy 4) p_E emelkedésű csavarfelület mentén érintkeznek, a 3.28. ábrán szemléltetett módon.

¹⁵Bár léteznek doktori disszertációk, amelyek a csavarvezetékét kiváltó alternatív kinematikai láncok kifejlesztését célozták meg. Lásd: Jahr, A.: *Systematische Entwicklungen von Einrichtungen zur Flexiblen Einstellung der Schrägungswinkels beim Wälzstossen*, R. T. W. A. Aachen, 1989.

A két hengergyűrűből kialakított csavarvezetékek egyikét a szerszámtartó tengelyhez rögzítik, a másikat pedig a körkörös előtolást biztosító, a szerszámtartó tengellyel koncentrikus elhelyezésű tengelyhez [43]. A löket alatt a szerszám elfordulni kényszerül egy olyan tengelyben, amelyik eközben a II_1 -körkörös előtolást is végzi, amit a kinematikai lánc a fogszámok arányában ad át a fogazandó keréknek (II_2 -es mozgás). A $III - III$ -as visszahúzó mozgást a fogvészőgép asztala végzi. Erre azért van szükség, hogy a visszaúton emelkedő szerszám fogcsúcsai a közben elforduló fogaskerékkel ne ütközzenek, mert ez esetben $-(\pi/2 - \alpha_V)$ homlokszögű forgácsolás jöhetne létre, ami fogtöréshez vezetne. A visszahúzás iránya a technológiai hajtás tengelyvonalával $15^\circ \div 30^\circ$ -os szöget zár be, a körkörös előtolás, valamint a fogszámok értékének függvényében.

Figyelembe véve az $I_1 - I_2 \cup II_1 \cup II_2$ mozgások szuperponálását, kijelenthetjük, hogy a szerszám a munkadarabhoz viszonyítva háromszoros összetett mozgást végez, melynek első összetevője a tengelyirányú csavarmozgás, a második a saját, helytálló tengely körüli forgómozgás, a harmadik pedig külső, helytálló tengely (a fogaskerék tengelye) körüli keringő mozgás.

A lefejtési kinematika sajátosságainak levezetésekor tekintsük a technológiai hajtást mint általánosan fogazott hajtópárt, amelynek kapcsolószöge α_{wt} , és legyen ez különböző az osztókörü α_{ot} kapcsolószögtől. A gördülőhengerek sugaraira érvényes a

$$\frac{R_{wth}}{r_{w1}} = \frac{R_b}{r_{b1}} = \frac{z_s}{z_1} \quad (3.111)$$

összefüggés. Továbbá, a gördülőhengereken levő csavarvonalak érintője közös (a felületgenerálás vezérgörbe-átnyomással történik), ezért a menetemelkedések viszonya, figyelembe véve a (3.111) aránysort is, a következőképpen alakul:

$$\frac{R_{wth}}{r_{w1}} = \frac{p_s}{p_1} = \frac{z_s}{z_1} \quad (3.112)$$

A szerszám vezércsavarvonal-emelkedésének a vezeték menetemelkedésével meg kell egyeznie, így $p_s = p_E$. A szerszámgép tartozék-készletében viszont csak néhány, különböző menetemelkedésű csavarvezeték található, emiatt a ferde fogú metszőkerék fogszámát nem lehet tetszőlegesen választani. A (3.112)-ből, figyelembe véve a ferde fogazat normál-és homlokszelvényében definiált mennyiségek kapcsolatát, a szerszám fogszámának teljesítenie kell a következő feltételt:

$$z_s = \frac{p_E}{p_1} z_1 = \frac{p_E}{\frac{\pi m_t z_1}{\tan \beta_{01}}} z_1 = \frac{p_E}{\pi m_n} \sin \beta_{0s} \quad (3.113)$$

A képlet alakjából észrevehető, hogy ferde fogú metszőkerékkel nem lehet bármilyen fogferdeségű fogazatot gyártani. A szerszám tervezésekor figyelembe kell venni a létező szerszámgépet (szerszámgépeket), és a csúszóvezeték-emelkedések értékkészletét. Ismervén a gyártandó kerék normálmodulját és névleges (osztókörü) fogdőlésszögét, kiszámítjuk a lehetséges fogszámokat, majd pedig kiválasztjuk azt a csavarvezetékét, amellyikkel a legkisebb törtrészü fogszámot kaptuk. Ezek után a kiszámított fogszámot felkeressük, és a (3.113) képletből újraszámoljuk a fogazat dőlésszögét. Az új dőlésszögérték elfogadásáról a tervezővel egyeztetni kell.

Kezdetben a fogazógépeket csak $\beta_0=15^\circ$ és $\beta_0=23^\circ$ dőlésszögű fogaskereknek készítésére szerelték fel csúszóvezetékekkel. Ezt a lehetőséget később kibővítették, úgyhogy a Lorenz fogazógépeken $\beta_0 \in \{6^\circ; 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 23^\circ; \}$ dőlésszögű kereknek véshető. A szerszám osztóhenger-átmérőjét is normalizálták, a $D_{0s} \in \{1\frac{1}{2}''; 3''; 3\frac{3}{4}''; 4\frac{1}{2}''\}$ értékekre. Ez azt jelenti, hogy elméletileg 20 csúszóvezeték-párra lenne szükség. A "Lorenz" típusú fogazógépeket 6 pár csúszóvezetékekkel szerelik fel, amelynek az emelkedései a következők:

960π	640π	480π	320π	240π	160π
3015,928	2010,620	1507,964	1005,310	753,982	502,655

1. TÁBLÁZAT. A "Lorenz" típusú fogvésőgép csúszóvezeték-emelkedései

A szerszámgépen sokkal több fogdőlésszög elkészíthető, mint amennyit a gyártó ajánl, figyelembe véve a (3.113) képletet. Ezért minden esetben számítást kell végezni a szerszám fogszáma és a névleges dőlésszög összehangolására.

3.2.3.2. A szerszám alak- és méretjellemzői. Amint az előző pontban igazoltuk, ferde fogú metszőkerek tervezését úgy indítjuk, hogy a z_s fogszámot és a β_{0s} osztókörü (névleges) fogdőlésszöget a fogvésőgép által megvalósítható menetemelkedések egyikevel összehangba hozzuk. Miután a fogszámot és a névleges dőlésszög-értéket rögzítettük, a további számításokat az egyenes fogú metszőkerekéknél ismertetett módon végezzük el.

A Sykes-féle metszőkerék homlokfelülete a szerszám tengelyére merőleges sík, így a szerszámél torzítatlan evolvens lesz. A Sykes típusú metszőkerék elméleti profilhibamentes szerszám. Ha a metszőkerékkel kapcsolódó fogasléc méretei a homlokszelvényben szabványosak, ahogy ez a nyíl fogazatú kerek esetében szokásos, akkor nincs szükség paraméter-korrekciónak. Amennyiben a fogasléc (így a gyártott fogazat is) normálszelvényben szabványosított, előbb ki kell számítanunk a homlokmetszeti elemeket. A normálmetszeti elemektől való megkülönböztetés végett ezeket t indexszel látjuk el, míg az előbbieket az n index kíséri. Következésképpen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha_{0t} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{0s}} \\ m_t = \frac{m_n}{\cos \beta_{0s}} \\ h_{at} = h_{an} \cos \beta_{0s} \\ c_{it} = c_{in} \cos \beta_{0s} \\ m_n \xi_n = m_t \xi_t \end{array} \right. \quad (3.114)$$

A legnagyobb profileltolás számítása A legnagyobb profileltolás-értéket a megengedett fogfejvastagság alapján számítjuk ki (3.29. ábra). Kis fogferdeségi szögek esetében ($\beta_{0s} \leq 12^\circ$) használhatjuk az egyenesfogú metszőkerek diagramjait (3.16.

és 3.17. ábrák), úgy, hogy a metszőkerék ekvivalens fogszámával számolunk:

$$z_s^{ekv} = \frac{z_s}{\cos^3 \beta_{0s}}$$

Nagyobb névleges fogdőlésszögek esetén célszerű az evolvenstrigonometria második alapegyenletét felhasználni. A fejköri fogvastagságot homlokszelvényben a 3.29. ábrán látható **D** részlet alapján számítjuk. A (3.59) képlettel kiszámított megengedett fogfejvastagság képletében az m_n normálmodult használjuk, és normálirányban mérve érvényes. Kis közelítéssel elfogadható, hogy a homlokmetszetbeli fejköri ívhossz mérete

$$A_1 A_2 = \frac{A_2 M}{\cos \beta_a} = s_{an} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_a} = s_{an} \sqrt{1 + \frac{R_a^2}{R_0^2} \operatorname{tg}^2 \beta_{0s}} \quad (3.115)$$

A (3.61) egyenletekben a fejköri s_{as} fogívméretet a (3.115) kifejezéssel helyettesítjük be. A legnagyobb homlokmetszeti profileltolás-érték a kapott transzcendens egyenlet gyöke. *A legkisebb profileltolás-értéket, valamint az összes többi konstruktív paramétert az egyenesfogú metszőkerekek esetében használt módszert követve számítjuk ki.*

3.2.3.3. A szerszám geometriája. A szakirodalomban előforduló geometria-számítás az osztóhengeri kiterített szelvényből levezethető képleteken alapszik. Jelen alpontban a Sykes-féle metszőkerék geometriáját előbb szintetikusán, majd pedig a Függelékben bemutatott egzakt vektormódszerrel is kiszámítjuk. A klasszikus geometriai számításhoz szükségesek az oldalfelületek alaphengeri csavarvonalainak kiterített ábrái.

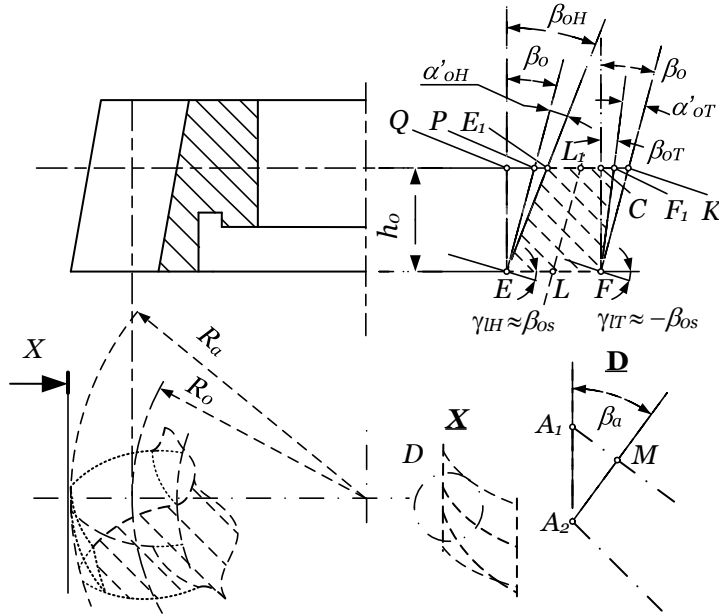
Az oldal-hátfelületek osztóköri dőlésszögét a 3.29. ábra alapján számítjuk ki. A tengelyszelvényben kijelölt **A–A** szelvény a **II–II** nulla-profileltolás szelvénye. Az **A–A** szelvényben kijelölt **B–B** szelvény kiterítettje egy általános trapéz, melynek LL_1 felezővonala a β_{0s} ferdeségű referencia-csavarvonal¹⁶ kiterítettje. Az EF és E_1F_1 szakaszok a maximális illetve a nulla profileltolású szelvény osztóköri fogíveinek kiterítettjei, így értelemszerűen

$$\begin{aligned} EF &= \frac{m_t \pi}{2} + 2m_t \xi_t \operatorname{tg} \alpha_{0t} \\ E_1F_1 &= \frac{m_t \pi}{2} \end{aligned} \quad (3.116)$$

Mivel $EP \parallel LL_1 \parallel FK$, a $PE_1 = KF_1$ szakaszok a (3.116) egyenletben szereplő fogívek különbségének felével egyenlők. Ennek alapján a QE_1E és QPE , illetve a KCF és F_1CF derékszögű háromszögekből felírhatjuk a hegyes-, illetve tompa oldali osztóhengeri csavarvonalak dőlésszögét:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_{0H} &= \frac{QP + PE_1}{QE} = \operatorname{tg} \beta_{0s} + \frac{m_t \xi_t \operatorname{tg} \alpha_{0t}}{h_0} \\ \operatorname{tg} \beta_{0T} &= \frac{CK - F_1K}{FC} = \operatorname{tg} \beta_{0s} - \frac{m_t \xi_t \operatorname{tg} \alpha_{0t}}{h_0} \end{aligned} \quad (3.117)$$

¹⁶ Az osztóköri fogívek középpontjainak mértani helye.



3.29. ÁBRA. A Sykes típusú metszőkerék oldal-hátfelületeinek osztó-hengeri dőlésszöge

A metszőkerék fejkúpjának α_V félkúpszöge, a h_0 szelvények közötti távolság és a maximális profileltolás $m_t \xi_t = h_0 \tan \alpha_V$ kapcsolatát felhasználva, a (3.117) egyenletek a következő alakot öltik:

$$\begin{cases} \tan \beta_{0H} = \frac{QP + PE_1}{QE} = \tan \beta_{0s} + \tan \alpha_{0t} \tan \alpha_V \\ \tan \beta_{0T} = \frac{CK - F_1K}{FC} = \tan \beta_{0s} - \tan \alpha_{0t} \tan \alpha_V \end{cases} \quad (3.118)$$

A Sykes- féle ferde fogú metszőkerék fogoldalát két, ugyanarról az alaphengerről lefejtett, de különböző dőlésszögű és ennél fogva különböző emelkedésű csavarfelület határolja. A hegyes oldal dőlésszöge értelemszerűen nagyobb, mint a tompa oldalé. A menetemelkedések értéke a következő képlettel számítható ki:

$$p_E^{(H),(T)} = \frac{2\pi R_{0s}}{\tan \beta_{0H,0T}} = \frac{\pi m_t z_s}{\tan \beta_{0s} \pm \tan \alpha_{0t} \tan \alpha_V} = \frac{\pi m_n z_s}{\sin \beta_{0s} \pm \tan \alpha_{0n} \tan \alpha_V} \quad (3.119)$$

A fenti egyenletekben a hegyes oldal számára a nevezőben a „+” előjel, míg a tompa oldal számára a „-” előjel érvényes.

Az oldalhátfelületek alaphengeri csavarvonalainak β_b dőlésszögét az ismert $R_b/\operatorname{tg} \beta_b = R_0/\operatorname{tg} \beta_0$ összefüggés felhasználásával számítjuk ki. A számítások eredményeképpen:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \beta_{bH,T} &= \operatorname{tg} \beta_{bs} \pm \sin \alpha_{0t} \operatorname{tg} \alpha_V, \\ \operatorname{tg} \beta_{bs} &= \operatorname{tg} \beta_{0s} \cos \alpha_{0t}\end{aligned}\quad (3.120)$$

A szakirodalomban az oldalhátszöget gyakran az osztóhengeri csavarvonalak és a vezércsavarvonalak érintői közé zárt szöggként adják meg. Ez szerszámelméleti szempontból helytelen, de elfogadott közelítés. A 3.29. ábrán látható α'_{0H} , illetve α'_{0T} szögek összehasonlításaképpen számítsuk ki ezek tangens szögfüggvényét, felhasználva a (3.118) képleteket. A hegyes oldalon:

$$\operatorname{tg} \alpha'_{0H} = \operatorname{tg}(\beta_{0H} - \beta_{0s}) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0t} \operatorname{tg} \alpha_V}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{0s} + \operatorname{tg} \beta_{0s} \operatorname{tg} \alpha_{0t} \operatorname{tg} \alpha_V} \quad (3.121)$$

Hasonlóképpen, a tompa oldalon:

$$\operatorname{tg} \alpha'_{0T} = \operatorname{tg}(\beta_{0s} - \beta_{0T}) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0t} \operatorname{tg} \alpha_V}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{0s} - \operatorname{tg} \beta_{0s} \operatorname{tg} \alpha_{0t} \operatorname{tg} \alpha_V} \quad (3.122)$$

A (3.121) és (3.122) kifejezések számlálói egyenlők, a (3.121) nevezője pedig $2 \operatorname{tg} \beta_{0s} \operatorname{tg} \alpha_{0t} \operatorname{tg} \alpha_V$ értékkel nagyobb, mint a (3.122) kifejezése. Innen következik, hogy a tompa oldali közelítő konstruktív oldalhátszög nagyobb, mint a hegyes oldali. A szakirodalom a szóban forgó két szöget a legtöbb esetben egyenlőnek tekinti; gyakorlatilag, az α_V szög alacsony értéke miatt, a különbségük valóban elhanyagolható, viszont ez matematikailag nem elfogadható kijelentés.

A szakirodalom a névleges osztóköri csavarvonalak kiterített szakaszaira húzott merőlegesek és a homloksík közötti, a 3.29. ábrán látható szögekkel közelíti a konstruktív homlokszögek értékét. Belátható, hogy a hegyes, illetve tompa fogoldali homlokszögek értéke ellentétes; ezenfelül forgácsolási szempontból a hegyes fogoldali homlokszög értéke sem elfogadható. A Sykes-féle metszőkereket, a forgácsolási feltételek javítása és kiegyenlítése céljából, pótélezéssel kell ellátni.

A *helyes konstruktív geometria számításához* tekintsük a 3.30 ábrát. Az *Oxyz* koordináta-rendszer *x* tengelye az *xOy* homloksíkbeli fogprofil szimmetriavonala. Tekintsük továbbá a hegyes és a tompa élen tetszőlegesen választott *B*, illetve *B'* pontokat, melyek a ρ sugarú körön illeszkednek, $\rho \in [R_b, R_a]$. Az η szög az alapköri fogívnek megfelelő központi szög fele, amit a (3.70) egyenlettel számolunk ki, a legnagyobb profileltolás függvényében. A ρ sugár ismeretében a választott pontok *OB*, illetve *OB'* sugarai és az *Ox* tengely által közrezárt ψ szög értéke, az evolvenstrigonometria alapján

$$\psi = \eta - \operatorname{inv}(\angle BOC) = \eta - \sqrt{\frac{\rho^2}{R_b^2} - 1} + \arccos \frac{R_b}{\rho} \quad (3.123)$$

A 3.30. alapján észre lehet venni, hogy a szerszám éleit kitevő evolvens ívszakaszok az *Ox* tengely által elkülönített felsíkokban maradnak, így a hegyes fogoldal számára a ψ szög mindig pozitív. A tompa fogoldalra érvényes felírásban a geometriai sajátosságokat használjuk majd ki.

A hegyes oldali él *B* pontjában felvesszük az *OB* sugárra merőleges **[S]** síkot, ami a $\mathbf{v}_f$ fő forgácsoló sebesség $\mathbf{v}_{xy}$ érintőirányú- és $\mathbf{v}_{fz}$ tengelyirányú összetevőjét,

Az $\acute{e}l$ B pontjában felvett $\boldsymbol{\tau}$ érintővektor párhuzamos az OC sugárral, tehát koordinátái a $\angle COx$ szögtől függnek, jelöljük e szöget ε_y -nal:

$$\varepsilon_y = \angle AOC - \eta = \sqrt{\frac{\rho^2}{R_b^2} - 1} - \eta \quad (3.126)$$

Ezzel a $\boldsymbol{\tau}$ koordinátái

$$\boldsymbol{\tau}^T = (-\cos \varepsilon_y \quad -\sin \varepsilon_y \quad 0) \quad (3.127)$$

A konstruktív érintő sík $\mathbf{j}_0$ normál-egységvektorának koordinátáit a következő módon számoljuk ki:

$$\mathbf{j}_0 = \widetilde{\mathbf{k}_0 \boldsymbol{\tau}} \frac{1}{|\mathbf{k}_0 \times \boldsymbol{\tau}|} = \begin{pmatrix} -\sin \varepsilon_y \cos \beta_y \\ \cos \varepsilon_y \cos \beta_y \\ -\sin \beta_y \cos(\psi + \varepsilon_y) \end{pmatrix} \frac{\cos \beta_{bs}}{\cos \beta_y} \quad (3.128)$$

A számítások elvégzésekor figyelembe vesszük a (3.124) és (3.126) képleteket és megfigyeljük, hogy a $(\psi + \varepsilon_y)$ szög a ρ sugarú körön illeszkedő evolvenspontbeli kapcsolószög. A javasolt egyszerűsítések mellett a keresett egységvektor a következő alakot ölti:

$$\mathbf{j}_0 = \begin{pmatrix} -\sin \left(\sqrt{\frac{\rho^2}{R_b^2} - 1} - \eta \right) \cos \beta_{bs} \\ \cos \left(\sqrt{\frac{\rho^2}{R_b^2} - 1} - \eta \right) \cos \beta_{bs} \\ -\sin \beta_{bs} \end{pmatrix} \quad (3.129)$$

A konstruktív koordináta-rendszerharmadik egységvektora a konstruktív ortogonális sík normálvektora, amely a (3.125) és a (3.129) alapján

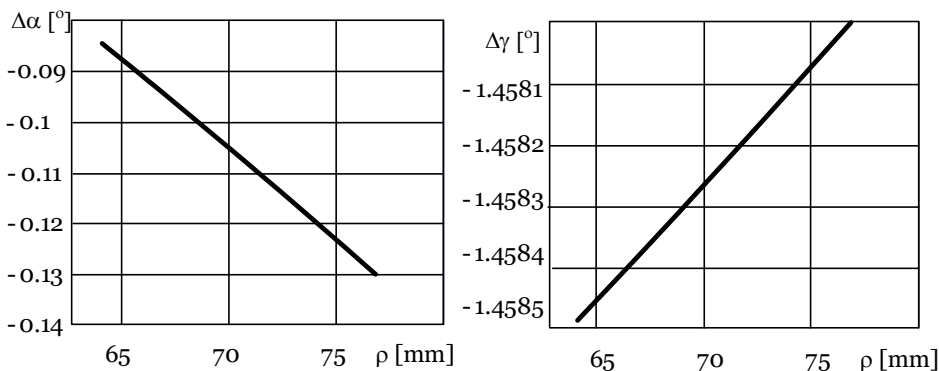
$$\mathbf{i}_0 = \mathbf{j}_0 \times \mathbf{k}_0 = \begin{pmatrix} -\sin \beta_{bs} \sin \beta_y \cos \psi - \cos \beta_{bs} \cos \beta_y \cos \varepsilon_y \\ \sin \beta_{bs} \sin \beta_y \sin \psi - \cos \beta_{bs} \cos \beta_y \sin \varepsilon_y \\ \cos \beta_{bs} \sin \beta_y \cos(\varepsilon_y - \psi) \end{pmatrix} \quad (3.130)$$

A korrigálatlan homlokfelület normálvektora a szerszám koordináta-rendszerének $\mathbf{k}$ bázisvektorával ellentétes irányítású, tehát

$$\mathbf{n}_\gamma^T = (0 \quad 0 \quad -1) \quad (3.131)$$

A hátfelület normálvektorát az evolvens csavarfelület (2.91) paraméterfüggvényeinek parciális deriválásával (2.12. ábra), vagy egyszerű geometriai megfigyelés alapján írhatjuk fel. A 3.30. ábrából észre lehet venni, hogy az EB egyenes a hegyes oldali hátfelület alkotóegyenese, amely az alaphengert az EC generátor mentén érintő BCE síkba illeszkedik. Az evolvens csavarfelület normális vektora, a BE szakasz összes pontjában, a CBE derékszögű háromszög BE átfogójára merőleges, csúcsa legyen a C -ben. Figyelembe véve, hogy $\angle BEC = \beta_{bH}$ (ezt a (3.120) képlettel számítjuk ki), a BC és az Oy tengely szöge pedig ε_y , a normálvektor koordinátái a következők lesznek:

$$\mathbf{n}_{\alpha H}^T = (-\sin \varepsilon_y \quad \cos \varepsilon_y \quad -\tan \beta_{bH}) \quad (3.132)$$



3.31. ÁBRA. A Sykes-féle metszőkerék pontos és közelítő konstruktív szögeinek különbsége

A felírt vektorokat a (A.13) illetve a (A.14) képletekbe helyettesítjük, és a ρ sugár bármely érvényes értékére kiszámíthatjuk a konstruktív homlok-, illetve hátszög pontos értékeit.

A konstruktív szögekkel kapcsolatban a következő megjegyzéseket tehetjük:

- mind a homlokszög, mind a hátszög gyakorlatilag jelentéktelen változást mutat a vizsgált élpont sugarának függvényében: az ortogonális konstruktív homlokszög növekedik, a hátszög pedig csökken;
- a pontosan számított ortogonális konstruktív hátszög $\approx 15'$ -cel kisebb, mint a (3.121) képlettel történő közelítő számítás eredménye;
- a pontosan számított ortogonális konstruktív homlokszög $\approx 1,5^\circ$ -kal kisebb, mint a közelítőleg megadott korrigálatlan homlokszög-érték, amit a szakirodalom β_{0s} értékkel közelít.

A fenti következtetéseket a 3.31. ábrán szemléltettük. Az ordonátákon szereplő $\Delta\alpha$, illetve $\Delta\gamma$ értékek a pontos és a közelítő ortogonális konstruktív hát-, illetve homlokszög-értékek különbségét jelentik. A számítást egy $\beta_{0s} = 23^\circ$ névleges fogferdeségű, és $m = 5$ mm modulú jobbirányú metszőkerékre végeztük el. A fejkúp-félszög értéke $\alpha_V = 5^\circ$.

A tompa oldalon a konstruktív élszögek változása a fentebb bemutatott eljárással azonosan számítható ki. Ezt gyakorlatképpen az olvasóra bízunk.

3.2.3.4. Geometria-javító pótélezések. A geometriát elfogadhatóvá és ugyanakkor kiegyenlítetté tevő pótélezéseket a 3.32. ábrán szemléltettük. A γ_{oH} szög csökkentése érdekében a hegyes fogél mentén a homlokfelületet lecsapjuk míg a tompa oldali γ_{oT} növelésére hornyot képezünk ki, akár a fésűskések esetében. A felületeket úgy kell kialakítani, hogy az él evolvens alakja megmaradjon. Könnyű megállapítani, hogy a korrekció következtében az él egy újabb, az eredeti homloksíktól δ_h távolságra fekvő síkba kerülnek, így a fajlagos profíleltolás Δ_ξ értékkel, a fejkörsugár pedig $\delta = m_t \Delta_\xi$ értékkel csökken. A kérdéses síkban viszont a fogfej-vastagság az eredeti s_{as} értékről s'_{as} -re növekszik, amit úgy számítunk ki, hogy az evolvens trigonometria második

alapösszefüggését felírjuk a korrigálatlan alapsíkra, azután a δ_h -val magasabban fekvő síkra, és a két egyenletet kivonjuk egymásból. Eredményként a következő összefüggést kapjuk:

$$2 \frac{\Delta_\xi}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{0t} = \sqrt{\frac{R_a^2}{R_b^2} - 1} - \sqrt{\frac{(R_a - \delta)^2}{R_b^2} - 1} - \arccos \frac{R_b}{R_a} + \arccos \frac{R_b}{R_a - \delta} + \frac{s_{as}}{2R_a} - \frac{s'_{as}}{2(R_a - \delta)} \quad (3.133)$$

Az $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ és $g(y) = \arccos y$ függvényeket Taylor-féle sorba fejtjük, az első deriváltas megközelítésig (ez elégséges, mivel a δ_h magasság kis δ fejkörmódosulást okoz), az $x_0 = \frac{R_a}{R_b}$, illetve az $y_0 = \frac{1}{x_0}$ értékek körül, majd ezek segítségével közelítjük meg az $R_a - \delta$ -s kifejezéseket:

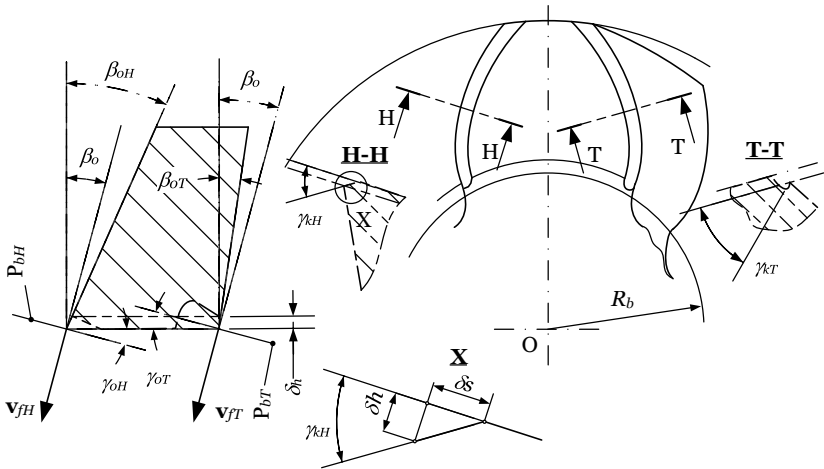
$$\begin{aligned} \arccos \frac{R_b}{R_a - \delta} &= \arccos \frac{R_b}{R_a} - \frac{R_b}{\sqrt{R_a^2 - R_b^2}} \frac{\delta}{R_a - \delta} \\ \sqrt{\left(\frac{R_a - \delta}{R_b}\right)^2 - 1} &= \sqrt{\left(\frac{R_a}{R_b}\right)^2 - 1} - \frac{\delta}{R_b} \frac{R_a}{\sqrt{R_a^2 - R_b^2}} \end{aligned} \quad (3.134)$$

A (3.134) kifejezéseket behelyettesítjük a (3.133) egyenletbe, majd az egyszerűsítések után a következő közelítő kifejezést találjuk a homlokszelvénybeli fejszalag-szélességre:

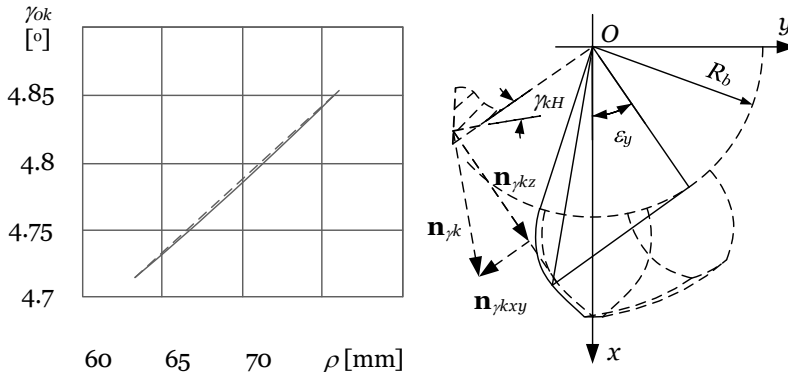
$$s'_{as}(\delta) = s_{as} + 2 \left(2 \frac{\sqrt{R_a^2 - R_b^2}}{R_b} - \frac{s_{as}}{2R_a} - \frac{R_a}{R_b} \sin \alpha_{0t} \right) \delta - 4 \left(\frac{R_a}{R_b \sqrt{R_a^2 - R_b^2}} - \frac{\sin \alpha_{0t}}{2R_b} \right) \delta^2 \quad (3.135)$$

A δ fejkörsugár-csökkenés és a δ_h távolság között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$\delta_h = \delta \operatorname{ctg} \alpha_k \quad (3.136)$$



3.32. ÁBRA. A Sykes-féle metszőkerék pótélezései



3.33. ÁBRA. A Sykes -féle metszőkerék hegyes oldali korrigált homlokszögének változása

Másrészt, a korrekciós élettörés generáló egyenese a korrigálatlan homloksíkkal γ_{hk} szöget zár, be, és a 3.32. ábra „X” részletéből következik, hogy a δ_h magasság és a normálirányban mért δ_s fogfejszalag-csökkenés között fennáll a

$$\delta_s = \delta_h \operatorname{ctg} \gamma_{kH} \quad (3.137)$$

összefüggés. Végül, a homloksíkbeli fogfejszalag-szélesség felét nem szabad túllépni a pótélezéssel, emiatt be kell tartani a

$$\frac{\delta_s}{\cos \alpha_{at}} \leq \frac{s'_{as}}{2} \iff \frac{\delta_s R_a}{R_b} \leq \frac{s'_{as}}{2} \quad (3.138)$$

feltételt. A (3.135) ... (3.138) képletek segítségével számítjuk ki a pótélezés beállításait.

Az élettörés szögét a korrigálatlan ortogonális konstruktív homlokszögek várható értéke¹⁷ és az előírt ortogonális konstruktív homlokszög- érték közötti különbségként írjuk fel:

$$\gamma_{kH} = \overline{\gamma_0} - \gamma_{0\text{előírt}} \quad (3.139)$$

A hegyes oldali korrigált homlokl felület normálisának koordinátái (3.33. ábra) a következők:

$$\mathbf{n}_{kH} = \begin{pmatrix} \sin \gamma_{kH} \sin \varepsilon_y \\ -\sin \gamma_{kH} \cos \varepsilon_y \\ -\cos \gamma_{kH} \end{pmatrix} \quad (3.140)$$

A 3.33. ábra baloldalán levő grafikon a korrigált ortogonális konstruktív homlokszög változását mutatja. A számadatok az előbbi példában bemutatott szerszám adatai, a (3.139) egyenletet az előírt $\gamma_0 = 5^\circ$ értékre számoltuk. Észre lehet venni, hogy a homlokszög változása jelentéktelen (kb. 9 szögpercenyi) és majdnem lineáris¹⁸.

¹⁷A $\overline{\gamma_0}$ várható értéket az él mentén, egyenletes távolságra felvett, legkevesebb 25 élpontban kiszámított ortogonális homlokszög-értéksorozat számtani középátlányosaként értelmezzük.

¹⁸Szagatott vonallal ábrázoltuk a függvény grafikus ábrájának végpontjaira illesztett egyenes szakaszt.

Seite 8 DIN 1829 Teil 1

3.3.2 Schrägschnäder (Ferdefogú metszőkerekek)

H-- a tompa fogoldal indexe

T-- a hegyes fogoldal indexe

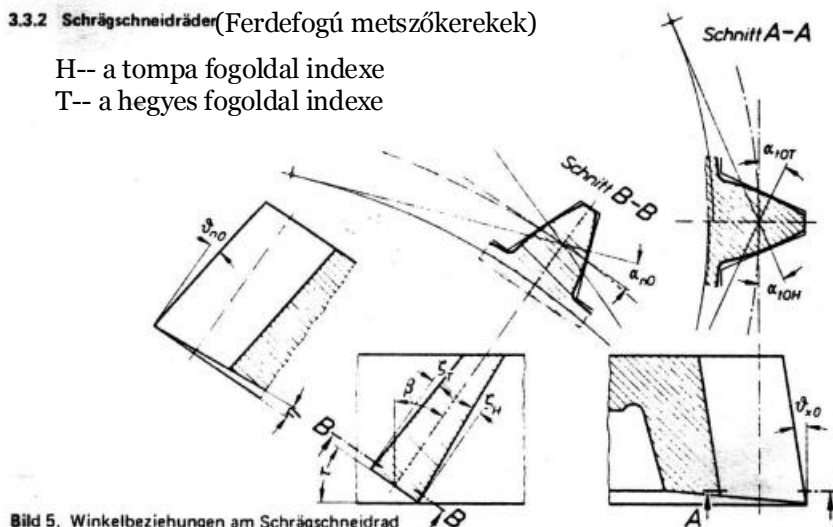


Bild 5. Winkelbeziehungen am Schrägschnäder

(5. Ábra- Szögekapsolatok a ferdefogú metszőkerekeknél)

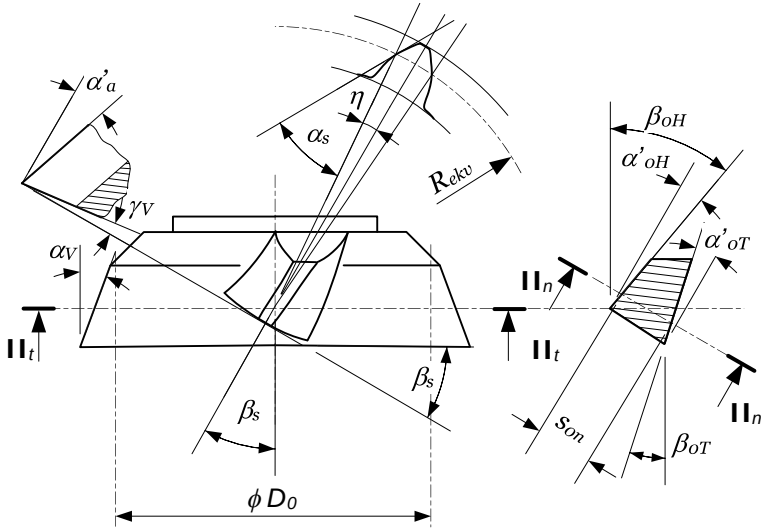
3.34. ÁBRA. A Fellows -féle metszőkerék geometriai definíciója

A tompa oldalon a horony méreteit a hegyes oldal élettörésének számításával megegyező módon számítjuk ki. Előfordul, hogy a tervezés során a túl nagy pozitív profileltolás miatt olyan keskeny fogfej-élszalag keletkezik, amelyik nem bírja meg a kétoldali felületkorrekciót. Ez esetben – annak ellenére, hogy a korrekcióval fennebb került evolvensprofil fogfejmérete nagyobb – a legnagyobb pozitív profileltolást csökkenteni kell.

3.2.4. A Fellows-féle ferde fogú metszőkerék

3.2.4.1. A Fellows-féle ferde fogú metszőkerék geometriai definíciója. A Fellows-féle ferde fogú metszőkereket nem nyílfogazatok, hanem egyszerű külső vagy belső evolvens fogazatok gyártására tervezték, ahol a szerszám kifutása akadálymentes. Emiatt minden fognak külön -külön, sokkal kedvezőbb forgácsképzést biztosító geometriát lehet előállítani. A homlokfelületek a szerszámfog névleges csavarvonalára tájolt síkfelületek. A tájolást a DIN 1829-1 es szabvány szerint kell elvégezni (3.34. ábra). Az ábrán látható, hogy a homlokfelületnek a tájolása a fogaskerék tengelyére merőleges síkból kiindulva, ékét, egymás után következő döntéssel állítható be: az első a fogirány vonal érintőjére merőleges fekvésbe való döntés, $\tau = \beta_s$ szöggel, amit a második döntés követ, aminek értelmében a fogirány-vonal mentén létrejön az η (a továbbiakban, alkalmazkodva a jelen munkában használt jelölésekhez, γ) homlokszög.¹⁹

¹⁹ A német szabványban a fogoldal és a megfelelő oldalakon létrejött szögek jelölése a jelen munkában alkalmazott jelölésekkel ellentétesek: a „H” illetve „T” indexeket a Sykes típusú metszőkerekek



3.35. ÁBRA. A Fellows-féle metszőkerék lécpofil-kapcsolószöge normálszelvényben

A B–B szelvény alapján kijelenthető, hogy a Fellows típusú ferde fogú metszőkerék származtató fogasléc-profilja az *egyezményes normálszelvényben* található. A egyezményes normálszelvény a fog osztóhengeri egyezményes csavarvonalára merőleges. Ebben a szelvényben a szimmetrikus fogasléc-profil a *virtuális fogaskerék* evolvensprofiljával kapcsol. Mivel csak tengelyre merőleges síkszelvényekben található evolvensgörbe, könnyen belátható, hogy a szimmetrikus lécszelvényekkel az ekvivalens kerékkel kapcsol, melynek fogszáma $z_{ekv} = \frac{z_s}{\cos^3 \beta_s}$. Az elkövetkezőkben az ekvivalens fogszámot nem használjuk, viszont utal arra, hogy a Fellows típusú metszőkerék geometriai definíciója a normálszelvényre orientált.

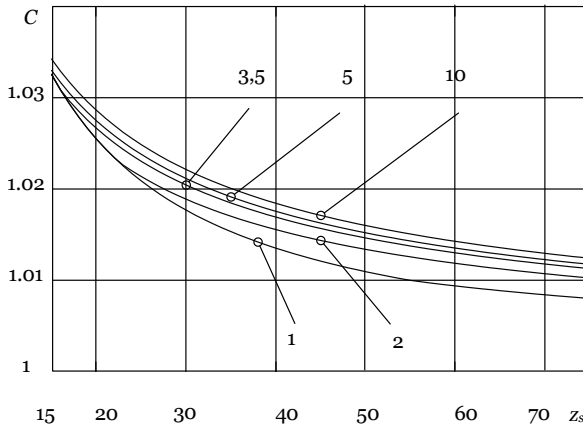
A következőkben a generáló fogasléc normálszelvénybeli α_s profilszögét számítjuk ki. Kiindulva a normálszelvény meghatározó helyzetéből, a ferde fogú Fellows típusú metszőkerékek megfelel egy z_{ekv} fogszámú, ekvivalens egyenesfogú metszőkerék, amelynek elemeit a 3.35. ábra alapján számítjuk ki.

Megfigyeljük, hogy az ekvivalens egyenesfogú metszőkerék csúchátszöge α'_a amely az α_v fejkúp-félszög és a β_s névleges fogdőlésszög alapján a

$$\operatorname{tg} \alpha'_a = \operatorname{tg} \alpha_v \cos \beta_s \quad (3.141)$$

képlettel számítható, hasonlóan a ferdefogú fésűskések számításával. Ezt a (3.54) képlethez hasonló felépítésű képletbe helyettesítjük (a végtelen fogszámra vonatkozó hipotézis megmarad):

esetében a hegyes, illetve tompa fogoldalra alkalmaztuk. A német szabványban alkalmazott megnevezés ezekre a „mély” (T- Tiefe Schneidkante) illetve a „magas” (Hohe Schneidkante). Valóban, ha a metszőkeréket élezés céljából a homlokfelületekkel felfelé fordítjuk, a hegyes fogoldalra keletkező szerszámél mélyebb fekvésű lesz, mint a tompa oldali él.



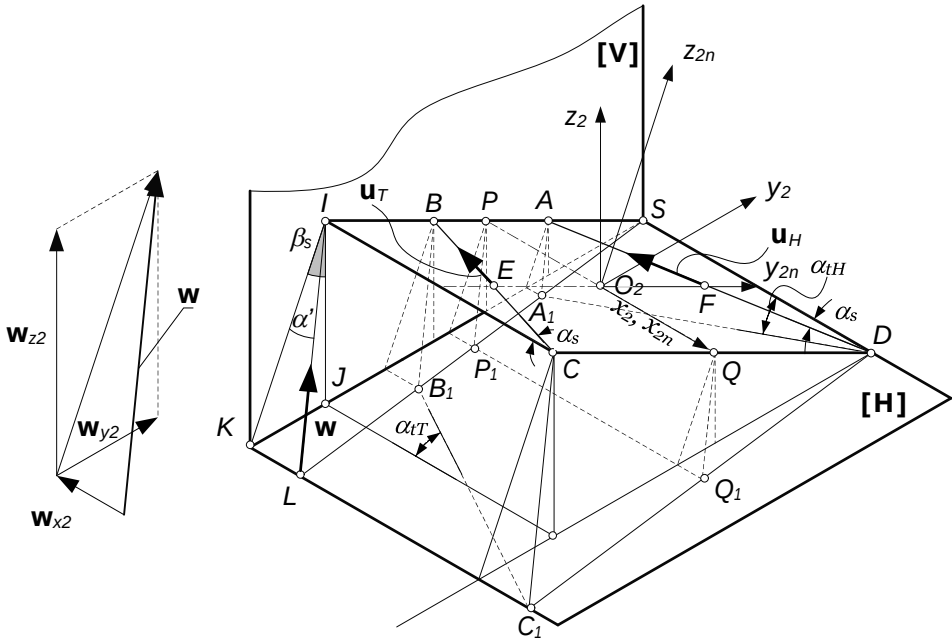
3.36. ÁBRA. A lécpofil-kapcsolószög korrekciós együtthatójának változása

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_s = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0n}}{1 - C \operatorname{tg} \alpha'_a \operatorname{tg} \gamma} \\ C = \cos \eta + \sin \eta \operatorname{tg} \alpha_0 \end{cases} \quad (3.142)$$

Megfigyelhető, hogy a C korrekciós együttható az ekvivalens metszőkerék osztóköri fogívének függvénye. Az együttható a fogszámmal csökken, az együttható fogszámmal való változása pedig, a modul növekedésével egyre enyhébb (3.36. ábra).

3.2.4.2. A generáló lécs geometriai sajátosságai. A generáló lécs segítségével számítjuk ki a metszőkerék jellemző méreteit: profileltolás-határértékeket, fogfejszalag-méretet normál-, illetve homlokszelvényben, valamint a fogoldal-felületek paramétereit. A normálszelvényi lécpofil α_s kapcsolószögének ismeretében *leszögezzük*, hogy a Fellows típusú metszőkerék normál-referencia-szelvényében ($\mathbf{II}_n$ – $\mathbf{II}_n$ szelvény, 3.35. ábra). A normálszelvénybeli szimmetrikus lécpofil kiterjesztjük a metszőkerékre úgy, hogy annak minden forgástengelyre merőleges szelvényében létrejöjjön a kapcsolódás. A generáló lécs segítségével meg kell határoznunk a fogoldalakat, hogy azokból számítsuk ki pontosan a legnagyobb profileltolást, a legkisebb profileltolást, és egyéb, a Fellows típusú metszőkerékre jellemző méreteket. A generáló lécs fogát a 3.37. ábrán szemléltettük.

A lécs $ABCD$ egyenlő szárú trapéz alakú normálszelvényének síkja a $\mathbf{H}$ vízszintes sikkal a β_s szöget zárja, így merőleges a névleges IK fogirány-vonalra. A normálszelvény AB fejevonala a $\mathbf{V}$ függőleges síkba illeszkedik. A normál fogprofil osztóvonala az EF , szimmetriavonala a PQ , amelyekre az $x_{2n}y_{2n}z_{2n}$ koordináta-rendszer illeszkedik, továbbá $EO_2 = O_2F = \frac{\pi m_n}{4}$, amit a -val jelölünk. A profil AD oldalára az $\mathbf{u}_H$, a BC oldalára pedig az $\mathbf{u}_T$ egységvektor illeszkedik. A metszőkerék generáló fogaslécét úgy hozzuk létre, hogy a generáló profilt a $\mathbf{w}$ tartóegyenese mentén elcsúsztatjuk. Az elv ugyanaz, amit a ferde fogú fésűskések esetében alkalmaztunk, azzal a különbséggel, hogy jelen esetben a kiinduló profil a normálprofil. Az AD és BC oldalak a PQ szimmetriavonallal α_s normálszelvénybeli lécpofilszöget zárják. A normálprofil eltolása



3.37. ÁBRA. A Fellows típusú metszőkerék generáló léce

során létrehozott hasáb nyoma a **H** vízszintes síkban az $A_1B_1C_1D$ torzult trapéz, ami a lécs fogának homlokszelvénybeli keresztmetszete. Az áthatás vizsgálata során észre kell venni, hogy:

- a.– A normálszelvény PQ szimmetriavonala torzulatlanul vetül a P_1Q_1 -be, ami homlokszelvény referencia-vonala lesz;
- b.– Az A_1B_1 fogfejvonal nem marad párhuzamos AB -vel;
- c.– A homlokszelvény profilszögei nem egyenlők.

A továbbiakban a homlokszelvényi lécszögeket számítjuk ki. Ehhez fel kell írunk a generáló lécs fogfelületeinek egyenleteit. A 3.37. ábra alapján felírjuk a normálprofil egységvektorait az $x_{2n}y_{2n}z_{2n}$ koordináta-rendszerben:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{H2n}^T &= (-\cos \alpha_s \quad -\sin \alpha_s \quad 0) \\ \underline{u}_{T2n}^T &= (-\cos \alpha_s \quad \sin \alpha_s \quad 0) \end{aligned} \quad (3.143)$$

Az $x_{2n}y_{2n}z_{2n}$ és $x_2y_2z_2$ koordináta-rendszerek közötti transzformáció mátrixa az x tengely körüli forgatást írja le:

$$\mathbf{M}_{2n,2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_s & -\sin \beta_s & 0 \\ 0 & \sin \beta_s & \cos \beta_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.144)$$

A (3.143) képletek transzformálása a (3.144) transzformációs mátrix alkalmazásával a következő kifejezésekhez vezet:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{H2}^T &= (-\cos \alpha_s & -\sin \alpha_s \cos \beta_s & \sin \alpha_s \sin \beta_s) \\ \mathbf{u}_{T2}^T &= (-\cos \alpha_s & \sin \alpha_s \cos \beta_s & -\sin \alpha_s \sin \beta_s)\end{aligned}\quad (3.145)$$

A $\mathbf{w}$ eltolás-irányvektort úgy kapjuk, hogy a z_2 -vel (a metszőkerék tengelyével) párhuzamos irányt előbb a függőleges síkban β_s szöggel a fogdőlés-iránynak megfelelően megdöntjük, majd a rajta áthaladó, a $\mathbf{V}$ síkra merőleges síkban α' szöggel hátradöntjük. A 3.37. ábra bal sarkában a $\mathbf{w}$ vetületeit külön kiemeltük. Ezek egyenként párhuzamosak a KL, KJ, JI szakaszokkal. Következésképpen

$$\mathbf{w}_2^T = (-\sin \alpha' \quad \cos \alpha' \sin \beta_s \quad \cos \alpha' \cos \beta_s) \quad (3.146)$$

A generáló fogasléc AA_1D illetve BCC_1B_1 oldalfelületeinek $\mathbf{n}_H$ illetve $\mathbf{n}_T$ normálvektorait a $\mathbf{w}$ és az $\mathbf{u}_H$ illetve $\mathbf{u}_T$ vektorszorzataiból állítjuk elő. A (3.145) és a (3.146) képletek alapján kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned}\mathbf{n}_{H2} &= \tilde{\mathbf{w}}_2 \mathbf{u}_{H2} = \begin{pmatrix} \cos \alpha' \sin \alpha_s \\ -\cos \alpha' \cos \alpha_s \cos \beta_s + \sin \alpha' \sin \alpha_s \sin \beta_s \\ \cos \alpha' \cos \alpha_s \sin \beta_s + \sin \alpha' \sin \alpha_s \cos \beta_s \end{pmatrix} \\ \mathbf{n}_{T2} &= \tilde{\mathbf{w}}_2 \mathbf{u}_{T2} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha' \sin \alpha_s \\ -(\cos \alpha' \cos \alpha_s \cos \beta_s + \sin \alpha' \sin \alpha_s \sin \beta_s) \\ \cos \alpha' \cos \alpha_s \sin \beta_s - \sin \alpha' \sin \alpha_s \cos \beta_s \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (3.147)$$

A 3.37. ábráról leolvassuk az E, F pontok koordinátáit: $E(0, -a, 0)$, illetve $F(0, a, 0)$. A (3.147) normálvektorok és az E, F pontok koordinátaival felírjuk a lécs oldalfelületeinek egyenleteit. Jelöljük Σ_H -val a fogasléc fogának hegyes oldali, Σ_T -vel pedig a tompa oldali származtató felületét. A számítások elvégzése és az egyenletek $\cos \alpha' \cos \alpha_s$ -sel való osztása után a következő egyenleteket kapjuk:

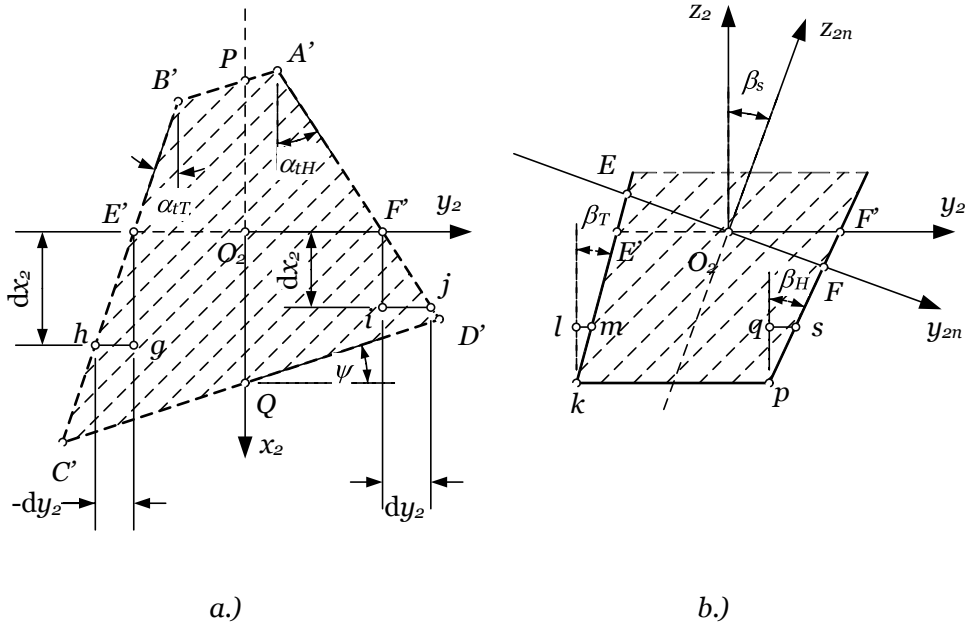
$$\begin{aligned}(\Sigma_H) : \operatorname{tg} \alpha_s x_2 - (\cos \beta_s - \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s) y_2 + (\sin \beta_s + \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \cos \beta_s) z_2 + a &= 0 \\ (\Sigma_T) : \operatorname{tg} \alpha_s x_2 + (\cos \beta_s + \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s) y_2 - (\sin \beta_s - \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \cos \beta_s) z_2 + a &= 0\end{aligned}\quad (3.148)$$

A lécs fogának $A'B'C'D'$ homlokmetszeti α_{tH} illetve α_{tT} profilszögeit az $A'D'$, illetve $B'C'$ szakaszok és a profil PQ tengelyvonala (az Ox_2 tengely) határozzák meg. Számításukhoz felírjuk az említett szakaszok egyenleteit úgy, hogy a (3.148) egyenletekben a z_2 -t nullává tesszük (a lécs származtató felületeit elmetsszük az $(x_2 y_2)$ síkkal, ahogy az a 3.38a. ábrán látható), majd ezeket az egyenleteket differenciáljuk:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_s dx_2 - (\cos \beta_s - \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s) dy_2 = 0 \\ \operatorname{tg} \alpha_s dx_2 + (\cos \beta_s + \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s) dy_2 = 0 \end{cases} \quad (3.149)$$

A hegyes oldalon az $\triangle F'ij$, a tompa oldalon pedig az $\triangle E'gh$ elemi derékszögű háromszögekből²⁰. A 3.38a. ábra alapján:

²⁰A tompa oldalon $hg = -dy_2$, mivel a pozitív dx_2 koordináta-változásnak negatív dy_2 felel meg.



3.38. ÁBRA. A Fellows típusú metszőkerék generáló lécs homlokmet-szeti profilja és fogoldalainak dőlésszögei

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha_{tH} = \frac{dy_2}{dx_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \beta_s - \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s} \\ \operatorname{tg} \alpha_{tT} = \frac{-dy_2}{dx_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \beta_s + \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s} \end{cases} \quad (3.150)$$

A (3.150) képletek együttes vizsgálatából megállapítható, hogy a hegyes oldali lécsprofil-szög nagyobb, mint a tompa oldali, valamint azt is, hogy a kettőjük közötti különbség a β_s névleges szerszám-fogdőlésszöggel arányosan növekszik.

A 3.38. ábra és az ennek alapján levezetett (3.150) képletek alapján a Fellows féle metszőkerék jellegzetes tulajdonságát lehet igazolni. Mivel a szerszámnak egyetlen osztóköre van, a generálóléc homlokprofiljának hegyes- illetve tompa oldali lécsprofil-szögei különböznek, az evolvenstrigonometria első alaptételének [97] érvényessége igazolja, hogy e metszőkeréknek két alaphengere és egyetlen osztóhengere van. A hegyes, illetve tompa oldali fogfelületek evolvens csavarfelületek, az alaphengerek sugarai pedig értelemszerűen

$$R_{bk} = \frac{m_t z_s}{2} \cos \alpha_{tk}, \quad k \in \{H; T\} \quad (3.151)$$

A Σ_H és Σ_T származtató felületek β_H illetve β_T névleges dőlésszögeit ezen felületek a $\mathbf{V}$ síkkal párhuzamos $x_2 = 0$ síkkal való metszés-egyenese és a metszőkerék

tengelyével párhuzamos, $z_2=0$ egyenes között bezárt szögekként határozzuk meg. Ezeket a 3.38b. ábra alapján számítjuk ki, a $\triangle pqs$, illetve a $\triangle klm$ elemi háromszögekből. Az mk illetve ps pozitív elemi elmozdulásoknak a

$$kl \sim pq \sim +dz_2; lm \sim qs \sim +dy_2$$

elemi koordináta-változások felelnek meg. Ennek alapján, a szögek tangens-függvényének kifejezése és a számítások elvégzése után kapjuk, hogy:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \beta_H = \frac{dy_2}{dz_2} = \operatorname{tg} \beta_s + \frac{\operatorname{tg} \alpha_V \operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \beta_s (1 - \operatorname{tg} \alpha_V \operatorname{tg} \alpha_s \operatorname{tg} \beta_s)} \\ \operatorname{tg} \beta_T = \frac{dy_2}{dz_2} = \operatorname{tg} \beta_s - \frac{\operatorname{tg} \alpha_V \operatorname{tg} \alpha_s}{\cos \beta_s (1 + \operatorname{tg} \alpha_V \operatorname{tg} \alpha_s \sin \beta_s)} \end{cases} \quad (3.152)$$

Belátható, hogy a hegyes oldali dőlésszög nagyobb, mint a tompa oldali, *de nem ugyanazzal az értékkel!* Emléltetileg a β_H és a névleges β_s között nagyobb a különbség, mint β_s és a β_T között, ám ez a különbség elhanyagolható. A szakirodalomban az a szemlélet uralkodik [45], miszerint az osztóhengeri hegyes és tompa oldali csavarvonalak egyenlő szöget zárnak be a névleges fogdőlésszög csavarvonalával, és ezt a szöget tekintik oldalhátszögnek. A (3.152) képletekkel megadott β_H , illetve β_T szögek az osztóhengeri csavarvonalak dőlésszögei.²¹

3.2.4.3. A generáló lécc normál-, illetve homlok-alapszelvénye. A Fellows-féle metszőkerék referencia-szelvényei azok a szelvények, amelyekben a generáló fog vastagsága az osztás felét teszi ki, vagyis $\frac{\pi m_x}{2}$ -t ahol $x \in \{n; t\}$.

Tekintsük a 3.38. ábrát. A normál-irányítású $x_{2n}y_{2n}z_{2n}$ koordináta-rendszert úgy választottuk, hogy a $z_{2n}=0$ síkban illeszkedő fog osztóvonalai vastagsága $EF=2a=\frac{\pi m_n}{2}$. A metszőkeréket generáló fogasléc EF szakaszán áthaladó $(y_{2n}z_{2n}) \equiv (y_2z_2)$ síkja csúszásmentesen gördül az osztóhengerrel, tehát az osztás felét kitevő fogvastagságot ebben a síkban keressük. A lécc fogának normálszelvénybeli referencia-pontján (O_2) áthaladó $z_2 = 0$ homlokszelvényben a fogvastagság $E'F'$, amit a (3.148) egyenletből kapunk, az x_2 és z_2 koordináták nullázásával:

$$E'F' = y_2^{F'} - y_2^{E'} = \frac{\pi m_n}{2 \cos \beta_s} \frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha' \operatorname{tg}^2 \alpha_s \operatorname{tg}^2 \beta_s} \quad (3.153)$$

A (3.153) képlettel számított fogvastagság elméletileg nagyobb, mint az $\frac{\pi m_n}{2}$ helyes érték. Innen következik, hogy a Fellows típusú ferde fogú metszőkerék normál- illetve homlokszelvénybeli referencia-síkjai nem esnek egybe. Mivel a referencia síkot minden metszőkeréktípus esetében a nulla profileltolás határoz meg, a nulla profileltolású homlokszelvény a nulla profileltolású normálszelvény alatt helyezkedik el, ez a távolság azonban $\approx 10^{-5}$ nagyságrendű, ennél fogva elhanyagolható.

A generáló fogaslécnek másik sajátossága abban áll, hogy a homlokszelvény $A'B'$ fejevonala nem párhuzamos az $E'F'$ osztóvonalai szakasszal, hanem ψ szöget zár be

²¹Mint az a "Felületgenerálás elmélete" jegyzetben részletesen ki van fejtve [61], az osztóhenger csúszásmentesen gördül a generálóléc osztósíkján, így a csavarvonal-vezérgörbe *átnyomás útján* jön létre.

ezzel. Következésképpen, ha a metszőkereket szabályos, α_s profilszögű egyenlőszárú trapéz tengelyszelvényű köszörűkoronggal köszörülük, akkor a homlokszelvényben keletkező foglágörbék (hurkolt evolvensgörbék [61]) mélyebbek és nagyobb hurkúak lesznek a hegyes, mint a tompa fogoldalon. A 3.37. ábrán vizsgáljuk az $\triangle IKS$, $\triangle IKL$ és $\triangle KLS$ derékszögű háromszögeket. A KL és KS szakaszoknak az IK szerint való kifejezése után a $\triangle KLS$ háromszögből felírhatjuk, hogy:

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \alpha' \sin \beta_s \quad (3.154)$$

3.2.4.4. A konstruktív elemek kiszámítása. A Fellows típusú metszőkerekek konstruktív elemeinek némelyikét közelítőleg is kiszámíthatjuk, akár a Sykes típusú kerekét, az egyenesfogú metszőkerekekre előállított grafikonok segítségével, az ekvivalens fogszámok figyelembevételével; ki kell azonban jelentenünk, hogy ezek a számítások $\beta_s \geq 20^\circ$ esetekben nem kielégítő pontosságúak. A konstruktív méretek pontos számítását a fogasléc sajátos geometriájának figyelembevételével végezzük el:

A z_s fogszámot a rendelkezésre álló csavarvezetékek emelkedéseiből számítjuk, akár a Sykes-típusú metszőkerekek esetében.

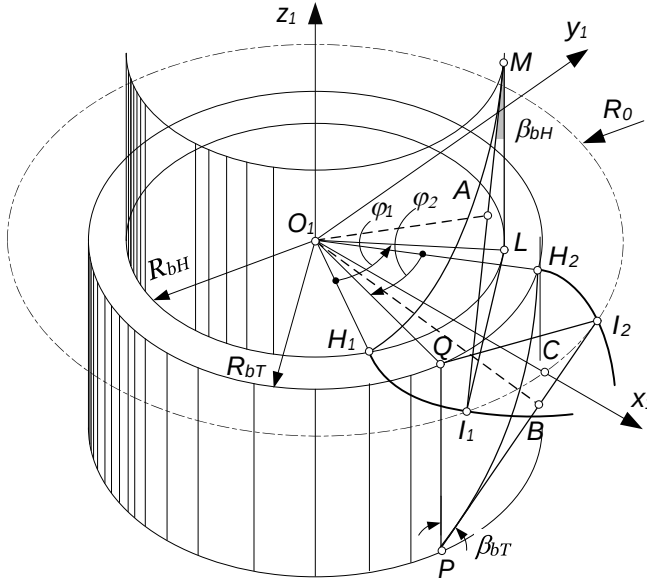
A szerszám osztókörsugarát értelemszerűen a $R_0 = \frac{1}{2}m_t z_s$ képlettel számítjuk.

A legnagyobb homlokszelvénybeli profileltolást a 3.39. ábra alapján számítjuk ki. A generáló lécet úgy kapjuk, hogy a 3.38. ábra segítségével kiszámított homlokszelvényeket πm_t osztással terítjük szét az y_2 tengely mentén. Következésképpen $E'F' = F'G' = \frac{1}{2}\pi m_t$, az y_2, y'_2, y''_2 tengelyek pedig a generáló léc osztóvonalán helyezkednek el. A homlokprofil PQ referencia-egyenese nem osztja pontosan ketté a fogvastagságot (a 3.38. ábra alapján következik, hogy a homlokprofilon illeszkedő, E' illetve F' pontok koordinátájának abszolút értéke különbözik, ami a (3.153) képlet alakját határozza meg). A számítások egyszerűsítése érdekében a homlokszelvénybeli, fogprofilra tájolt $O_2x_2y_2z_2$ koordináta-rendszert $O'_2x'_2y'_2z'_2$ -be csúsztatjuk, majd ezt a léc fogárkának közepére, $O''_2x''_2y''_2z''_2$ -be. A kapcsolódó metszőkerék O_1 középpontja az x''_2 tengelyre illeszkedik, a kapcsolódási pólus pedig Ω .

Az osztókörön a léc osztóvonalától $m_t \xi_s$ távolságra található $J_1 \Omega J_2$ egyenes gördül le csúszásmentesen, tehát $J_1 \Omega = I_1 \Omega$, valamint $J_2 \Omega = I_2 \Omega$. Az evolvenstrigonometria második alapösszefüggését a hegyes, illetve tompa fogoldalra külön írjuk fel:

$$\begin{cases} \operatorname{inv} \alpha_{tH} + \frac{\pi}{2z_s} + \frac{2\xi_t}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{tH} = \sqrt{\frac{R_a^2}{R_{bH}^2} - 1} - \arccos \frac{R_{bH}}{R_a} + \frac{K_1 L}{R_a} \\ \operatorname{inv} \alpha_{tT} + \frac{\pi}{2z_s} + \frac{2\xi_t}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{tT} = \sqrt{\frac{R_a^2}{R_{bT}^2} - 1} - \arccos \frac{R_{bT}}{R_a} + \frac{LK_2}{R_a} \end{cases} \quad (3.155)$$

A fenti egyenleteket összeadjuk, és megkapjuk a homlokszelvénybeli fogfejvastagság összefüggését:



3.40. ÁBRA. A Fellows típusú metszőkerék fogának oldal-hátfelületei

képletet használjuk, ahol az s_{an} -normál fogfejvastagságot a (3.59) képlet szerint számítjuk ki. Az s_{at} kifejezését behelyettesítve a (3.156) egyenletbe, ξ_t ben transzcendens egyenletet kapunk, melynek gyöke a maximális homlokszelvénybeli profileltolás értéke.

A legkisebb homlokszelvénybeli profileltolást, akár az egyenesfogú metszőkerékek esetében, az alámetszés határáig toljuk ki. Ezt, homlokmetszetben, a hegyes fogdalon vizsgáljuk.

A profileltolások határértékei alapján kiszámítjuk a szerszám elméleti hasznos magasságát, majd a teljes magasságát, akár az egyenesfogú metszőkerékek esetében.

3.2.4.5. A szerszám geometriája. A konstruktív élgeometria. A Fellows-féle ferde fogú metszőkerék geometriáját a Sykes-féle kerekéhez hasonló módon számítjuk ki. A vektoriális képletek helyes alkalmazása megköveteli az élek egyenleteinek felírását. A feladatot a szerszámhoz csatolt $O_1x_1y_1z_1$ koordináta-rendszerben oldjuk meg. A DIN 1829-es német szabvány első részében feltüntetett homlokfelület-kialakítási tájolást (3.34. ábra) tekintve kiindulópontnak, elfogadjuk, hogy a szerszám-homlokfelület x_1y_1 síkban levő pontja az osztókörü ív C felezőpontja (3.40. ábra). Ez nem esik egybe a 3.39. ábrán látható Ω pólussal! Elemi evolvenstrigonometriai megfontolások alapján belátható, hogy amennyiben az x_1 tengelyt a 3.40. ábrán látható I_1I_2 osztókörü körív felezőpontjára irányítjuk, akkor az a hegyes- illetve tompa oldali evolvens-ívek alapkörü pontjainak sugarai és az említett O_1x_1 tengely által bezárt η_H illetve η_T szögek értékei, figyelembe véve a (3.155) és (3.156) képleteket, a következők lesznek:

$$\begin{cases} \eta_H = \text{inv } \alpha_{tH} + \frac{\pi}{2z_s} + \frac{\xi_t}{z_s} (\text{tg } \alpha_{tH} + \text{tg } \alpha_{tT}) \\ \eta_T = \text{inv } \alpha_{tT} + \frac{\pi}{2z_s} + \frac{\xi_t}{z_s} (\text{tg } \alpha_{tH} + \text{tg } \alpha_{tT}) \end{cases} \quad (3.158)$$

A metszőkerék fogát határoló oldalhátfelületek egyenleteit az A illetve B felületi pontok parametrikus koordinátái adják meg. Ezeknek számítása a (2.91) egyenletrendszer levezetésével azonos módon történik. Ezt az olvasóra bízjuk. Észre kell venni, hogy a hegyes oldali evolvens csavarfelület lefejtésekor a generáló egyenest hordozó – pillanatnyi helyzetében MLI_1 – sík az óramutató járásával ellentétesen gördül le, míg a tompa fogoldal lefejtő síkja (jelen esetben PQI_2) az óramutató járásával megegyezően, azért, hogy a legördülési $\varphi_i, i \in \{1; 2\}$ paraméterek pozitív értékeire kapjuk a műszaki szempontból értelmes (a valós hátfelületen illeszkedő) pontkoordinátákat. Az $\angle I_1 ML$, illetve $\angle I_2 PQ$ szögek értékeit az osztóhengeri csavarvonalak dőlésszögéből számítjuk ki:

$$\text{tg } \beta_{bi} = \text{tg } \beta_i \cos \alpha_{ti}, \quad i \in \{H; T\} \quad (3.159)$$

Ezzel a hegyes, illetve a tompa oldali csavarfelületek egyenletei a következők lesznek:

$$(\Sigma_H) : \begin{cases} x_1(\varphi_1, v) = R_{bH} (\cos(\varphi_1 - \eta_H) + v \sin(\varphi_1 - \eta_H)) \\ y_1(\varphi_1, v) = R_{bH} (\sin(\varphi_1 - \eta_H) - v \cos(\varphi_1 - \eta_H)) \\ z_1(\varphi_1, v) = \frac{R_{bH}}{\text{tg } \beta_{bH}} (\varphi_1 - v) = p_H(\varphi_1 - v) \end{cases} \quad (3.160)$$

$$(\Sigma_T) : \begin{cases} x_1(\varphi_2, v) = R_{bT} (\cos(\varphi_2 - \eta_T) + v \sin(\varphi_2 - \eta_T)) \\ y_1(\varphi_2, v) = -R_{bT} (\sin(\varphi_2 - \eta_T) - v \cos(\varphi_2 - \eta_T)) \\ z_1(\varphi_2, v) = -\frac{R_{bT}}{\text{tg } \beta_{bT}} (\varphi_2 - v) = -p_T(\varphi_2 - v) \end{cases} \quad (3.161)$$

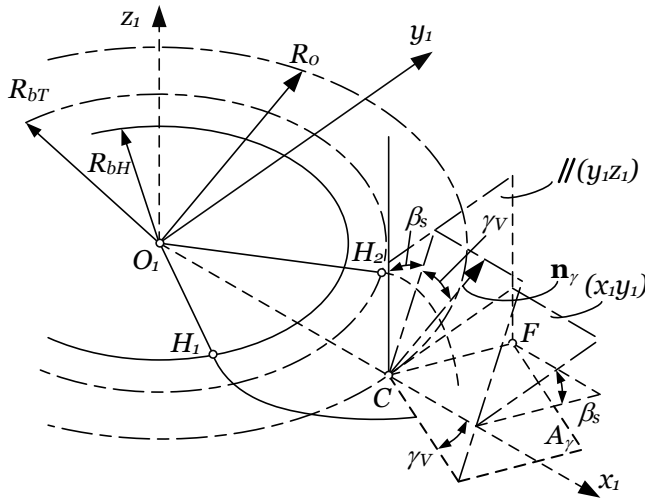
A fog sík-homloklfelületének tájolását a 3.41. ábrán szemléltettük. A homloklfelület alappontja, a DIN 1829-es szabványban rögzítettek szerint, a homlokszelvénybeli osztókörü fogív $C(R_0, 0, 0)$ középpontja. Kezdeti helyzetében az A_γ homloklfelület az $(x_1 y_1)$ síkkal egybeesik. Először az x_1 tengely körül forgatjuk el az osztóhengeri β_s dőlésszöggel, majd pedig, az új helyzetű sík és a $\|(y_1 z_1)$ sík CF metszészvonala körül, a γ_V homlokszöggel. A kétszeres forgatás következtében az $\mathbf{n}_\gamma$ normálvektor koordinátái a következők lesznek:

$$\mathbf{n}_\gamma^T = (\sin \gamma_V \quad \cos \gamma_V \sin \beta_s \quad \cos \gamma_V \cos \beta_s) \quad (3.162)$$

A normálvektor-koordinátákkal felírjuk a homloklfelület egyenletét:

$$(x_1 - R_0) \text{tg } \gamma_V + y_1 \sin \beta_s + z_1 \cos \beta_s = 0 \quad (3.163)$$

Az élek egyenleteit a (3.160) és a (3.161) parametrikus koordinátáknak a (3.163) homloksík-egyenletbe való behelyettesítésével, és a $\varphi_i, i \in \{1, 2\}$, valamint a v paraméterek közötti kapcsolat felírásával kapjuk. Az oldalhátfelületek parametrikus koordinátái lineárisak v -ben, ezért könnyebb a $v = v(\varphi_i), i \in \{1; 2\}$ összefüggést levezetni. A számítások elvégzése után a következő eredményeket kapjuk:



3.41. ÁBRA. A Fellows típusú metszőkerék homlokfelületének tájolása

$$v(\varphi_1) = \frac{\cos(\varphi_1 - \eta_H) \operatorname{tg} \gamma_V + \sin(\varphi_1 - \eta_H) \sin \beta_s + \operatorname{ctg} \beta_{bH} \cos \beta_s \varphi_1 - \frac{\operatorname{tg} \gamma_V}{\cos \alpha_{tH}}}{\operatorname{ctg} \beta_{bH} \cos \beta_s + \cos(\varphi_1 - \eta_H) \sin \beta_s - \sin(\varphi_1 - \eta_H) \operatorname{tg} \gamma_V} \quad (3.164)$$

$$v(\varphi_2) = \frac{-\cos(\varphi_2 - \eta_T) \operatorname{tg} \gamma_V + \sin(\varphi_2 - \eta_T) \sin \beta_s + \operatorname{ctg} \beta_{bT} \cos \beta_s \varphi_2 + \frac{\operatorname{tg} \gamma_V}{\cos \alpha_{tH}}}{\operatorname{ctg} \beta_{bT} \cos \beta_s + \cos(\varphi_2 - \eta_T) \sin \beta_s + \sin(\varphi_2 - \eta_T) \operatorname{tg} \gamma_V} \quad (3.165)$$

Ha a (3.164) kifejezést behelyettesítjük a (3.160) egyenletekbe, a hegyes oldali él parametrikus koordinátáit kapjuk. A tompa oldali él pontjait a (3.165) kifejezésnek a (3.161) egyenletekbe való behelyettesítésével számítjuk.

Belátható, hogy az élek egyenletei meglehetősen bonyolultak, ezért nem célszerű az él érintőjét a parametrikus egyenletek deriválása útján felírni. A geometria tanulmányozására numerikus módszert alkalmazunk. Az éleken egyenként N , a metszőkerék tengelyéhez viszonyított távolságuk szerint számtani haladványt alkotó ponthalmazt veszünk fel. Az x_1 és y_1 élkoordináták négyzetösszegéből kiszámítjuk a tetszőleges élpont távolságát a szerszámtengelyhez, és a (3.67) egyenletrendszer első egyenletével egyenértékű összefüggések segítségével felírjuk a felosztást:

$$\begin{aligned} R_i &\leq R_{bj} \sqrt{1+v^2} \leq R_a, \quad j \in \{H; T\} \\ \rho_k &= R_i + \frac{R_a - R_i}{N-1} k, \quad k \in \{0, 1, \dots, N-1\} \end{aligned} \quad (3.166)$$

Ezzel megoldjuk a következő egyenleteket:

(3.168) kifejezésekkel a $\mathbf{k}_{0H,T}$ hegyes, illetve tompa oldali fő-forgácsolósebesség irányegységvektorok kifejezései a következők lesznek:

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{0H}^T &= (\sin \beta_y \sin \psi_H & -\sin \beta_y \cos \psi_H & -\cos \beta_y) \\ \mathbf{k}_{0T}^T &= (\sin \beta_y \sin \psi_T & -\sin \beta_y \cos \psi_T & -\cos \beta_y)\end{aligned}\quad (3.169)$$

ahol a β_y működő csavarvonal-dőlésszöget a (3.124) képlet szerint számítjuk ki.

Az élek érintővektorainak koordinátáit az oldalhátfelületek, illetve a homlokfelület normálisának vektorszorzata adja:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_H &= \mathbf{n}_{\alpha H} \times (-\mathbf{n}_\gamma) \\ \boldsymbol{\tau}_T &= \mathbf{n}_{\alpha T} \times (-\mathbf{n}_\gamma)\end{aligned}\quad (3.170)$$

Az $\mathbf{n}_\gamma$ homlokfelületi normálvektor koordinátáit azért szorozzuk -1 -gyel, mert a konstruktív vektoriális geometria levezetésében egyezmény szerint a homlokfelület normálvektora a homlokfelületből kiemelkedik, a forgács kiemelési irányának megfelelően. Ez esetben a számításhoz a 3.41. ábrán feltüntetett vektorral ellentétes irányítású vektort használunk. Szintén egyezmény alapján, a hátfelületek normálvektorai a fogba irányítottak. Az $\mathbf{n}_{\alpha H}$, $\mathbf{n}_{\alpha T}$ normálvektorokat a hátfelületek (3.160), illetve (3.161) parametrikus koordináta-függvényeinek parciális deriválásával nyerjük. A számítások elvégzése után a következő kifejezéseket kapjuk:

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{n}}_{\alpha H}^T &= (-\sin(\varphi_1 - \eta_H) & \cos(\varphi_1 - \eta_H) & -\operatorname{tg} \beta_{bH}) \\ \underline{\mathbf{n}}_{\alpha T}^T &= (-\sin(\varphi_2 - \eta_T) & -\cos(\varphi_2 - \eta_T) & \operatorname{tg} \beta_{bT})\end{aligned}\quad (3.171)$$

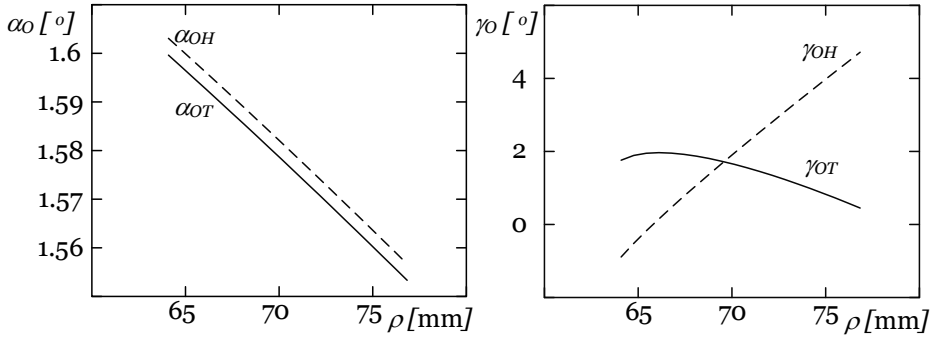
Az idáig kifejezett vektorok segítségével kiszámítjuk a kanonikus konstruktív koordináta-rendszer $\mathbf{j}_0$ és $\mathbf{i}_0$ vektorait, majd az (A.13), illetve az (A.14) képletek segítségével az ortogonális konstruktív homlok-, illetve hátszöget. A konstruktív kanonikus koordináta-rendszer bázisvektorait és a számításhoz szükséges segédvektorokat, a tompa oldali élre, a 3.42. ábrán szemléltettük.

A konstruktív geometria változását, $z=25$ fogú, $m_n=5$ mm normálmodulú és $\beta_{0s}=23^\circ$ névleges fogferdeségű metszőkerékre a 3.43. ábrán szemléltettük. A konstruktív homlokszögekről elmondható, hogy elméletileg kvázilineáris növekedést mutatnak az élpont sugarával; a gyakorlatban azonban ez a növekedés elhanyagolható. A baloldali grafikon alapján kijelenthető, hogy $\alpha_{0H} \approx \alpha_{0T} \approx 1^\circ 35'$.

Egészen más típusú változást észlelhetünk a homlokszög esetében. A hegyes oldali homlokszög nagy, lineárisan közelíthető változást mutat az élpont sugarával. Az R_f lábkörsugáron illeszkedő élpontban negatív a konstruktív homlokszög, ez viszont nem forgácsol, a technológiai hajtás fejhézagja miatt. Kijelenthető, hogy a hegyes oldali homlokszög közelítőleg a $(0 \div 5^\circ)$ intervallumban változik. A tompa oldali homlokszög parabolikusan csökkenő változást mutat, a $(0^\circ 30' \div 2^\circ)$ intervallumban.

Az élszögek változása alapján kijelenthető, hogy a Fellows-féle metszőkerék élein a forgácsképződés feltételei nem optimálisak, és erőteljesen változók.

A működő élgeometria A működő élgeometria számítása a konstruktív élgeometria számítási menetével azonos módon történik. Kivételt képeznek a $\mathbf{k}_{mH}$ és $\mathbf{k}_{mT}$ működő alapsík-egységvektorok számítási képletei. A működő forgácsolósebesség, a



3.43. ÁBRA. A Fellows- féle metszőkerék konstruktív élszögeinek változása az élpontsugár függvényében

szerszámél adott pontjában, a szerszámél vizsgált pontjának a munkadarab ezzel egybeeső pontjához viszonyított relatív sebessége, a szerszám koordináta-rendszerében. Mivel a metszőkerék a munkadarabhoz képest általános csavarmozgást végez, a relatív sebességvektor abszolút értéke és iránya a B_{th} lökethossz²² és az n_{ds} kettős löketszám, valamint a s_c körkörös előtolás mértéke szerint illetve a generáló élék fogárokhoz viszonyított helyzete szerint változó. A számítások egyszerűsítése végett feltételezzük, hogy a fő-forgácsolómozgást hidraulikus hajtással valósítják meg²³, tehát a fog szélességében a forgácsolási sebesség függőleges összetevője (a kos leereszkedési sebessége) állandó marad. Továbbá feltételezzük, hogy a fő mechanizmus hajtása úgy van megoldva, hogy a kos visszahúzási sebessége nagyobb, mint az aktív löket alatti, ezért a visszahúzási idő f -ed része a forgácsoló löket-időnek. Ha a kos aktív löketi sebességét v_1 -gyel, a visszahúzási sebességét pedig v_2 -vel jelöljük, akkor $\frac{B_{th}}{v_2} = f \frac{B_{th}}{v_1}$, innen pedig az egyetlen lökethez szükséges idő, percben kifejezve, értelemszerűen

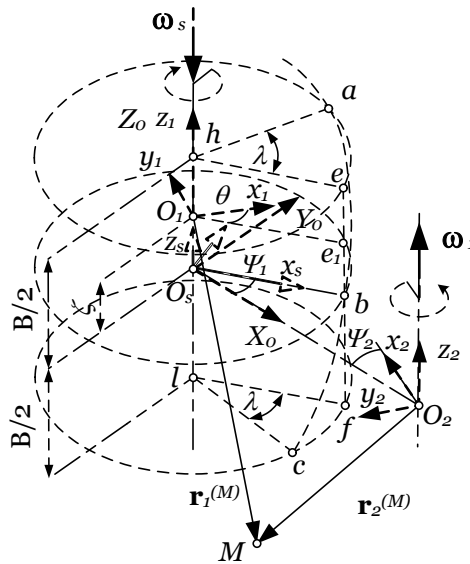
$$t_1 = (1 + f) \frac{B}{v_1} \quad (3.172)$$

A percenkénti kettős löketszám kiszámításához kiválasztjuk a fogvésési művelet sajátosságainak (anyagminőségek, modul, fogferdeségi szög) megfelelő v_f fő-forgácsolósebességet, melynek mértékegysége m/min. Továbbá elfogadhatjuk, hogy a v_f és a v_1 között a $v_1 = v_f \cos \beta_{0s}$ összefüggés áll fenn, mert úgy tekintjük, hogy az élék osztókörü pontjára adják meg a forgácsolósebesség tájékoztató értékét. A forgácsolósebesség és a percenkénti kettős löketszám közötti összefüggés, a (3.172) képlet figyelembevételével a következő alakot ölti:

$$n_{ds} = \frac{1}{t_1} = 10^3 \frac{v_f \cos \beta_{0s}}{(1 + f) B_{th}} \quad (3.173)$$

²²Ez a fogaskerék B szélességéből és a δ_l befutási, illetve kifutási távolságokból áll, tehát $B_{th} = B + 2\delta_l$.

²³Ez a korszerű fogvésőgépeken általában így is van.



3.44. ÁBRA. A működő forgácsolási szögek levezetéséhez használt koordináta-rendszerek.

A (3.173) képlettel számított percenkénti kettős löketszám- értéket a beállítható, ehhez legközelebb álló, alacsonyabb n_{ds}^* értékre állítjuk, majd ennek alapján kiszámítjuk a a kos v_1 sebességét, mm/s mértékegységben:

$$v_1 \left[\frac{mm}{s} \right] = \frac{n_{ds}}{60} (1+f) B_{th} \quad (3.174)$$

A (3.174) képlettel kiszámított sebesség a fő forgácsolómozgás (csavarmozgás) tengelyirányú összetevője. Ebből könnyen számítjuk a metszőkerék saját tengelye körüli forgómozgását jellemző ω_1 szögsebesség-vektor abszolút értékét:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{pEs} v_1 = 2 \frac{v_1}{m_n z_s} \sin \beta_{0s} \quad (3.175)$$

A cirkuláris előtolás a szerszám gördülését megvalósító egyenletes, helytálló, a metszőkerék tengelyével egybeeső tengelyű forgómozgás, amelyet az osztókörü élpont adott kettőslöket megtétele alatti elfordulását jellemző s_c ívhossz segítségével határozzunk meg. A cirkuláris előtolás hoz tartozó szögsebesség az s_c ívnek megfelelő központi szög és a kettőslöket- idő ((3.172), t_1 , másodpercben kifejezve) hányadosa:

$$\omega_s = \frac{s_c}{R_0 t_1} = \frac{s_c n_{ds}}{60 R_0} \quad (3.176)$$

A kapcsolódási feltételek értelmében a fogazott kerék szögsebessége $\omega_2 = \frac{z_s}{z_2} \omega_s = i_{2s} \omega_s$, ahol z_2 a fogazott kerék fogszáma.

A működő forgácsolósebesség-vektor felírásához tekintsük a 3.44. ábrát. A forgácsolást hűen modellező geometriai rendszerben három koordináta-rendszert tekintünk: az $X_0Y_0Z_0$ gépállványhoz rögzített rendszert, a metszőkerék $x_sy_sz_s$ szállítórendszerét, a metszőkerékhez kötött $x_1y_1z_1$, illetve a fogazott kerékhez kötött $x_2y_2z_2$ koordináta-rendszert. A metszőkerék $x_1y_1z_1$ rendszere a szállítórendszerhez képest $p_{Es} = 2\pi R_0 \operatorname{ctg} \beta_0 s$ emelkedésű, helytálló tengelyű csavarmozgást végez. Eközben a szállítórendszer és a fogazott kerékhez kötött rendszer helytálló tengelyű forgómozgásokat végeznek. A mozgó koordináta-rendszerek referencia helyzetének tekintjük azt, amikor az x tengelyek a rögzített X_0 tengellyel egybeesnek. A rendszerek tetszőleges helyzetét a ψ_1 és ψ_2 szögek adják meg. Az elfogadott referencia-helyzet alapján kikövetkeztethető, hogy $\psi_1 z_s = \psi_2 z_2$. A metszőkerék rendszerének x_1 tengelyen illeszkedő osztóköri pontja a fő-forgácsolómozgás folyamán az (abc) csavaronal-ívet írja le, amelynek a és c végpontjai szimmetrikusan illeszkednek a szállítórendszer x_s tengelyéhez viszonyítva. Könnyen belátható, hogy a csavarmozgást alkotó forgás és tengely menti elcsúszás között fennáll a $\lambda p_{Es} = \pi B$ geometriai összefüggés, aminek következtében a pillanatnyi ζ magasságra és a θ szögre felírható, hogy

$$\zeta = \frac{\theta}{2\pi} p_{Es} = \theta \frac{B}{2\lambda} \quad (3.177)$$

A metszőkerék élén tekintett M pontnak az állványhoz viszonyított $\mathbf{v}^{(1)}$ sebességét a fő forgácsoló csavarmozgás és a cirkuláris előtoló mozgásból származó sebességvektorok vektorösszege, a metszőkerék koordináta-rendszerében

$$\mathbf{v}_1^{(1)} = (\widetilde{\omega}_1 + \widetilde{\omega}_s) \mathbf{r}_1 + \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} (\omega_1 + \chi \omega_s) x_1 \\ -(\omega_1 + \chi \omega_s) y_1 \\ -\omega_1 \frac{p_{Es}}{2\pi} \end{pmatrix} \quad (3.178)$$

ahol χ értéke $+1$, ha a cirkuláris előtolás forgásiránya a metszőkerék forgásirányával megegyező, és -1 , ha ezzel ellentétes. Az x_1, y_1, z_1 pontkoordinátákat a (3.160) és (3.161) képletekkel számítjuk, a megfelelő $(\varphi_1^{(k)}, v_1^{(k)})$ illetve $(\varphi_2^{(k)}, v_2^{(k)})$ paraméterpárok behelyettesítésével.

A fogazott keréknek a metszőkerék vizsgált M pontjával egybeeső pontjának sebességét, a metszőkerék koordináta-rendszerében, az $\mathbf{r}_1^{(M)}$ és az $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2$ vektorok különbségével fejezzük ki, ahol az $\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2$ koordinátái az $x_1y_1z_1$ -ben a következők:

$$\mathbf{O}_1\mathbf{O}_2^T = (A_{wth} \cos(\psi_1 + \theta) \quad -A_{wth} \sin(\psi_1 + \theta) \quad -\zeta) \quad (3.179)$$

Ezzel a $\mathbf{v}^{(2)}$ sebességvektor a következő alakot ölti:

$$\mathbf{v}_1^{(2)} = \widetilde{\omega}_2 (\mathbf{r}_1 - \mathbf{O}_1\mathbf{O}_2) = \begin{pmatrix} -\chi \omega_2 (y_1 + A_{wth} \sin(\psi_1 + \theta)) \\ \chi \omega_2 (x_1 - A_{wth} \cos(\psi_1 + \theta)) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.180)$$

Végül, a keresett relatív sebesség, a (3.178) és (3.180) oszlop mátrixok különbségeként, a következő lesz:

$$\mathbf{v}^{(1,2)} = \mathbf{v}^{(1)} - \mathbf{v}^{(2)} = \begin{pmatrix} (\omega_1 + \chi(\omega_s + \omega_2)) y_1 + \chi \omega_2 A_{wth} \sin(\psi_1 + \theta) \\ -(\omega_1 + \chi(\omega_s + \omega_2)) x_1 - \chi \omega_2 A_{wth} \cos(\psi_1 + \theta) \\ -\omega_1 \frac{p_{Es}}{2\pi} \end{pmatrix} \quad (3.181)$$

Az M élpontba rendelt működő kanonikus koordináta-rendszer alapsíkja merőleges $\mathbf{k}_m$ vektor a (3.180) sebességvektor egységvektora. Megfigyelhető, hogy ennek iránya nemcsak az élpont koordinátáitól, hanem a vizsgált löket közbeni helyzettől (θ szög), és a legördülés adott fázisát jellemző ψ_1 szögtől is függ. A $\mathbf{k}_m$ vektor felírása után a kanonikus koordináta-rendszer $\mathbf{j}_m$ és $\mathbf{i}_m$ bázisvektorait, valamint a működő élszögeket a konstruktív geometria levezetésében alkalmazott képletekkel formálisan megegyező képletekkel írjuk fel.

A levezetett relatív sebesség minden lefejtési- és minden löketfázisra, minden élpontra alkalmazható. A valóságban azonban, az s_c cirkuláris előtolásnak és a pillanatnyi helyzetnek megfelelően, az éleknek csak bizonyos szakaszai érnek bele a forgácsolt felületbe. A valós forgácsokat kiemelő pontok meghatározásához számítógépes szimulációt kell alkalmazni.

A valóságban a működő élgeometria kevéssel különbözik a konstruktív élgeometriától, mivel a cirkuláris előtolás értékéből származó szögsebesség nagyságrendekkel kisebb, mint a fő forgácsoló mozgásból származó. Ennek megfelelően kijelenthető, hogy a jelenleg gyártott és szabványosított Fellows -féle metszőkerék működő élgeometriája sem megfelelő. Az optimalizálás kérdései jelen könyv keretét meghaladják. A Fellows-féle metszőkerék klasszikus és optimalizált változatának leírása részletesen a [81]-ben található meg.

3.3. A CSIGAMARÓ

A csigamarót elsőként Christian Schiele állította elő 1856-ban, akkor még ciklois-profilú fogaskerekerek lefejtésére. Sajnos, a szerszám újraélezés utáni alaktartása nem volt biztosítható, így e nagyszerű szerszámot a gyakorlati (és elméleti!) szakemberek alkalmazhatatlannak minősítették, aminek következtében bő 50 évre feledésbe merült. A hátraesztergia-pad feltalálásával (1911) és annak tökéletesített változatának szabadalmaztatásával (*US 1396292* A számú amerikai szabadalom, 1921. nov. 10.) újra napirendre került a fogaskerekerek lefejtéses marása. Az új szerszám a hengeres fogaskerékgyártás *messzemenően a legtermelékenyebb* szerszámává nőtte ki magát: a legtöbb fogaskerékgyártó cég ezt a szerszámot tartja a hengeres fogaskerekerek leghatékonyabb lefejtő eszközének. Előnye főként abban mutatkozik meg, hogy adott modulú csigamaróval, az interferencia- és alámetszési helyek elkerülésével, gyakorlatilag bármekkora fogszámú és fogferdeségű fogaskereket le lehet fejteni. A csigamarós fogaskerékfejtés hátránya a szerszám elméleti profilhibájában ([70]) és a fogláb nem elégségesen finom kidolgozásában keresendő. Másrészt meg kell jegyezni, hogy belső fogazatok megmunkálására csak a '70-es évek végétől alkalmazzák, speciális lefejtőgépeken, elégségesen nagy átmérőjű (és fogszámú) kerekre. A szerszám említett hátrányai eltörpülnek a rendkívüli termelékenysége adta előnyével szemben, mely döntő tényezőként hatott a gyors elterjedésében. Az átfogó ipari alkalmazás természetes következményeként indult el a nagyszabású kutatás, aminek eredményeképpen nagyszámú konstruktív megoldás és felhasználás-irányított változat született.

A hengeres fogaskerékgyártásban jelenleg alkalmazott elvi és konstruktív csigamaró-megoldásokat az alábbi módon rendszerezük:

Felépítés szerint:

- monolit szerkezetű, hátramunkált csigamarók;
- betétkéses csigamarók;
- betétlapkás csigamarók.

Céltermék szerint:

- hengeres fogaskerék-lefejtő, modul-csigamarók;
- csigakerék-csigamarók;
- nem evolvens csigamarók, azaz borda-, illetve lánckerékmaró csigamarók.

Gyártási folyamatban való szerep szerint:

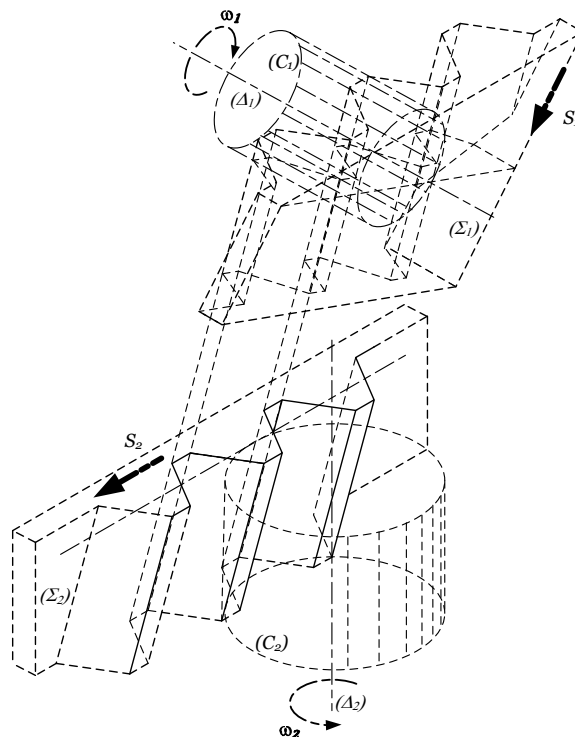
- nagyoló, általában több (2–4) bekezdésű csigamarók;
- felsimító, profilmódosított modul-csigamarók;
- simító csigamarók.

A csigamarót sikeresen alkalmazzák nagyoló, előmunkáló vagy simító szerszámként is. A DIN 3968-as számú német szabvány a csigamarók számára négy pontossági osztályt állít fel, amelyeket, a pontosság csökkenő sorrendjében, AA, A, B és C jelekkel azonosít. Az AA és A kizárólag simításra, míg a B és a C elősimításra, illetve nagyolásra való. Az AA osztály 7-es és 8-as, az A 8-as és 9-es, a B 10-es és 11-es, míg a C kizárólag nagyolásra, azaz 12-es pontossági osztályú fogaskerekek gyártására alkalmas [34].

3.3.1. A csigamarós lefejtés elve

A csigamarós fogaskerék-lefejtés kinematikáját legjobban a Litvin-féle rendszerezésben említett IV. – Krülov és Erihov által megfogalmazott – fogazási elvvel írhatunk le. Ennek értelmében, a hajtópár 1-es elemének Σ_1 fogfelületét a szerszám P származtatófelületével egybevágónak vesszük, majd pedig a Σ_2 konjugált felületet úgy alakítjuk ki, hogy a P származtatófelületű szerszámot a 2-es kerékhez képest 2 független, φ és ψ , paraméterrel szabályozott mozgástörvény szerint mozgatunk el. A Σ_2 fogfelület így a P által generált kétparaméteres felületsereg burkolója lesz, következésképpen a $\Sigma_1 \equiv P$ a Σ_2 -vel pontszerűen fog érintkezni *akkor is, ha a két független paraméter közül az egyiket rögzítjük!* Más szóval, a Σ_1 és Σ_2 felületek az egyik paraméter bármely rögzített értéke mellett is kapcsolódni fognak.

A fent ismertetett fogazási elv kiterjeszthető a hengeres hajtások csigamaróval való kialakítására. A valóságban a hajtópár mindkét eleme hengeres fogaskerék. A fentebb említett $\Sigma_1 \equiv P$ származtatófelületnek akkor van esélye a fogazat kialakítására, ha minden pillanatban vonal mentén kapcsolódik egy olyan fogaslécnel, amelyik *kiegészítője* a gyártandó kerékkel szintén vonal mentén kapcsolódó fogaslécnek. A 3.45. ábrán feltüntetett Σ_1 és Σ_2 fogaslécnek úgy kapcsolódnak, mint sablon és ellensablon, származtató felületeik az evolvensfogazás léccének ismert síkfelületei, egybevágók, és egybe is esnek. A lécek elmozdulási irányai kitérők, jelölje ezeket S_1 illetve S_2 . Az egybevágó származtatófelületekkel rendelkező lécek osztósíkja értelemszerűen közös. Az osztósík két oldalára, mindkét léchez hozzárendeljük a C_1 és a C_2 gördülőfelületeket, amelyek a lécekkel kapcsolódó fogaskerekek axoid felületei. Meg kell jegyezni, hogy mindkét kerék forgástengelye merőleges a hozzárendelt léccel haladási irányára.



3.45. ÁBRA. A modul-csigamaró és az evolvenskerék kapcsolódása, kitérő irányú fogaslécok közvetítésével.

Ismert tény, hogy egyenes fogprofilú léccel kapcsolódó kerek fogfelületei, általános esetben, evolvens csavarfelületek. Akár szerkesztéssel, akár analitikus úton egyszerűen bizonyítható, hogy a csavarevolvens fogoldal és a lécfogának fogfelülete, a kapcsolódás minden pillanatában, az evolvens csavarfelület – alaphengert érintő – egyenes alkotója mentén érintkezik. Mivel a két kapcsolódó fogasléc fogfelületei egybeesnek, az evolvens csavarfelületek alkotóegyenesei mindig metszik egymást, így a lécekhez rendelt evolvens fogaskerek pontszerű érintkezéssel kapcsolódnak.

Ha a Σ_1 lécs S_1 haladási iránya igen kis szöget zár be a lécek közös fogirányával, akkor a C_1 gördülőfelületű kerék fogának dőlésszöge annyira nagy lesz, hogy a kerék csigává alakul. Értelemszerűen a kapcsolódás csak akkor marad meg, ha a C_1 gördülőhengerrel rendelkező elem *evolvens csiga*. Ez a csigamarós fogaskerék-lefejtés egyik alapfeltétele [59], [56], [90].

A kapcsolódás számszerű jellemzését a 3.46. ábra alapján végezzük. A fogaskerék és az evolvens csiga kapcsolódását származtató fogasléciken keresztül tanulmányozzuk. Az ábra az egymásra tevődő fogasléc közös osztósíkjára merőleges nézetben tünteti fel a geometriai elemeket. Mind a csiga, mind a fogaskerék tengelye a vázlat síkjával párhuzamos.

Tekintsük az $(\triangle ABC)$ és $(\triangle ACD)$, $\angle C$ -ben derékszögű háromszögeket. Legyen az AC befogó a két lécz közös, fogirány-vonalukra merőleges elmozdulása. Ez akkor valósulhat meg, az S_1 és S_2 , kötött elmozdulási irányok mellett, ha az 1-es lécz az AD szakaszt teszi meg, míg a 2-es lécz az AB szakaszt kénytelen megtenni, így a fog irányvonalában megtett csúszása a CD szakasszal egyenlő hosszúságú. Meg kell jegyeznünk, $\angle(CDA) \equiv \angle(q, \delta_1) = \lambda_1$, mivel merőleges szárú szögek. Az említett háromszögek együttes vizsgálatából megállapítható, hogy

$$AC = AB \cos \beta_2 = AD \sin \lambda_1 \quad (3.182)$$

Amennyiben az AC normálirányú elmozdulást egyenlővé tesszük a lécek $p_n = \pi m_n$ normálosztásával, az AB és AD szakaszok a lécek elmozdulási irányával párhuzamos osztásainak felelnek meg. Figyelembe véve, hogy a lécekkel kapcsolódó fogaskereknek tengelyei a lécek haladási irányára merőlegesek, az előbb említett szakaszok a kerek osztóköri homlokosztásai lesznek, ezzel pedig a (3.182) egyenletet a következőképpen lehet átírni:

$$\pi m_n = \pi m_{t1} \sin \lambda_1 = \pi m_{t2} \cos \beta_2 \quad (3.183)$$

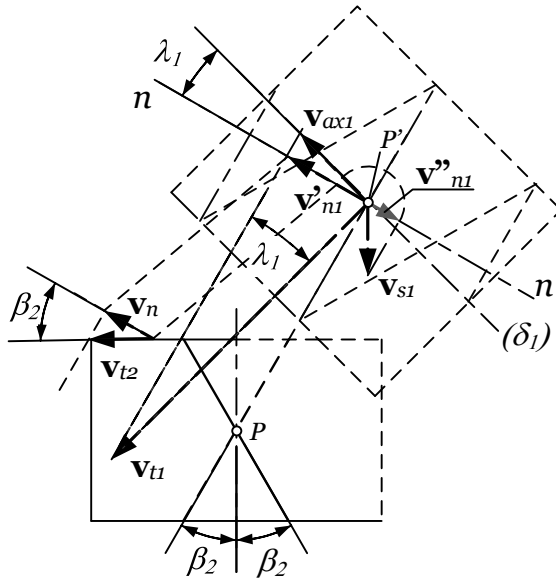
Bármely elmozdulás kifejezhető a homlokosztásnak egy tetszőleges, valós számmal való szorzataként. Ha a (3.183) egyenletet tetszőleges, valós k -val szorozzuk, akkor a (3.182) egyenletet nyerjük vissza, amelyben $AB = k\pi m_{t2}$ és $AD = k\pi m_{t1}$. Miközben a lécek elmozdulnak és elcsúsznak egymáson a fogirány mentén, a gyártandó fogaskerék és az evolvens csiga osztóhengerei csúszásmentesen gördülnek le a lécek osztósíkjain, tehát felírható, hogy:

$$r_j \varphi_j = k\pi m_{tj}, \quad j \in \{1; 2\} \quad (3.184)$$

Ha a (3.184) összefüggéseket a k val szorozott (3.183) egyenletbe helyettesítjük, a műveletek elvégzése után az ismert $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{z_2}{z_1}$, szögsebesség-fogszámarány összefüggést kapjuk, ami a csiga – fogaskerék páros, mint kitérő tengelyű hengeres hajtópár kapcsolódását igazolja.

Ha a csiga csupán a saját tengelye körüli forgómozgást végzi, csigakereket fog burkolni, mégpedig vonalszerű érintkezéssel, ugyanis egyetlen független mozgásparaméter létezik, a csiga φ_1 elfordulási szöge (Olivier második lefejtési elve szerint [70]). Ez a módszer nem elég a teljes fogoldal burkolásához, amit a csigamarós lefejtés elvében, fentebb, részletesen ismertettünk. Ez utóbbi akkor valósul meg, ha a tengelye körül forgó mozgást leíró csigát a lécek közös fogiránya mentén (vegyük észre, hogy ezáltal a lefejtendő kerék osztóhengeri vezércsavarvonala mentén!) eltoljuk. Mivel az eltolás kinematikai paramétere elméletileg független a φ_1 -től, az érintkezés a burkolt felületsereg és a lefejtett fogoldal között pontszerű lesz.

Ha a szerszámgépet úgy építjük fel, hogy a csigamaró tengelyének a fogazott kerék tengelyéhez viszonyított dőlésszögén kívül az eltolásnak iránya is beállítható, akkor csupán a fogszámarány befolyásolja a fogazólánc beállítását. Így működnek a differenciálszekrény nélküli csigamarós fogazógépek. Amennyiben a szerszámgép felépítése csak a fogazott kerék tengelye mentén történő – tengelyirányú – eltolást teszi lehetővé, a fogaskerék és a csigamaró szögsebességeinek aránya a fogszámok arányától, ferde fogazat lefejtése esetében, különbözik. A tengelyirányú eltolási sebesség hatását úgy vesszük figyelembe, hogy a gördülőláncba, differenciálszekrény segítségével, a



3.47. ÁBRA. A csigamaró és a fogaskerék szögsebesség- aránya, ferde fogazat lefejtésekor

csigamaró mozgását az eltoló mozgással algebrailag összegezve vezetjük be. A csigamaró és a fogazott kerék szögsebességeinek arányát, ez esetben, a 3.47. ábra alapján számítjuk ki.

Az ábra a β_2 névleges fogferdeségű, bal fogirányú fogaskerék és a λ_1 osztóhengeri csavarvonal-dőlésszögű, jobbos csigamaró osztóhengereit ábrázolja, a két henger közös érintősíkjára merőleges nézetben. Következésképpen, a tengelyek és a jellegzetes szögek torzulatlanul jelennek meg. A fogaskerék és a csigamaró osztóhengereinek érintési pontja P , amely a tengelyirányú eltolás következtében a fogaskerék osztóhengerének a közös érintősíkba eső alkotója mentén vándorol. Az ábra jobb átláthatóságát elősegítendő, a csigamarót a fogirány mentén kitoljuk úgy, hogy a P pont P' -be kerül. A csigamaró saját tengelye körüli forgómozgásának köszönhetően, ennek osztóhengerén illeszkedő és P' -tel egybeeső pont tangenciális sebességvektora $\mathbf{v}_{t1}$. A csavarvonal hatásaként ebből származnak a tengelyirányú $\mathbf{v}_{ax1}$, illetve a normálirányú $\mathbf{v}'_{n1}$ sebességek. A csigát a fogaskerék tengelye mentén $\mathbf{v}_{s1}$ eltolási sebességgel is mozgatjuk, ennek vetülete a normálirányra (a közös fogirány-merőlegesre) $\mathbf{v}''_{n1}$. A csigával és a fogaskerékkel kapcsolódó léceknak a közös származtatófelületet megtartó elmozdulása (sablon–ellensablonként elcsúszhatnak egymáson) abban és csak abban a esetben lehetséges, ha, a kerékhez csatolt P pont sebességének normálirányú vetülete megegyezik a csigához kötött, a P -vel az adott pillanatban egybeeső pont eredő sebességének normálirányú vetületével. A sebességábrából következik, hogy:

$$\mathbf{v}_{n1} = \mathbf{v}'_{n1} + \mathbf{v}''_{n1} \quad (3.185)$$

A normálirányra leképzett vetületekből felírhatjuk, hogy:

$$v_{t1} \sin \lambda_1 - v_{s1} \sin \beta_2 = v_{t2} \cos \beta_2 \quad (3.186)$$

Ha a $v_{ti} = r_i \omega_i$, $i \in \{1; 2\}$ kifejezéseket a (3.186) egyenletbe helyettesítjük, a következő kifejezést kapjuk:

$$m_{t1} i_1 \omega_1 \sin \lambda_1 - v_{s1} \sin \beta_2 = m_{t2} z_2 \omega_2 \cos \beta_2 \quad (3.187)$$

Figyelembe véve, hogy $m_{t2} \cos \beta_2 = m_{t1} \sin \lambda_1 = m_n$, a (3.187) összefüggés a következő alakra hozható:

$$\omega_2 = \frac{i_1}{z_2} \omega_1 - \frac{2v_{s1}}{m_n z_2} \sin \beta_2 \quad (3.188)$$

A (3.188) jobb oldala alapján arra következtethetünk, hogy a szögsebesség-arány a fordított fogszám-aránynál kisebb, azaz a megmunkált kerék ez esetben lassabban forog; hasonló gondolatmenettel, és a 3.47. ábrához hasonló ábra szerkesztésével bizonyítható, hogy jobbra dőlt fogazatú kerék esetében a szögsebesség-arány a fogszám-aránynál nagyobb, mivel az egyenlet jobb oldalán a mínuszjel $+$ -ra cserélődik. Ezt úgy is le lehet vezetni, hogy ellentétes irányú fogazat esetében a dőlésszögnek negatív előjele lesz. Másrészt ha $\beta_2 = 0$, akkor a tengelymenti előtolás a fogiránnyal egybeesik, tehát a szögsebesség-arány a fordított fogszám-aránnyal egyenlő lesz.

A tengelyirányú előtolási sebesség helyett a gyakorlatban az s_{ax} tengelyirányú, vagy függőleges előtolást használják, mely a marónak a fogaskerék egy teljes körbefordulása alatt megtett, fogaskeréktengely-menti elmozdulását jelenti. Az ω_2 függvényében kiszámítható a kerék körbefordulási ideje, vagyis a periódusa: $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$, ahonnan a tengelyirányú előtolási sebesség és az előtolás közötti kapcsolat a következő alakot ölti:

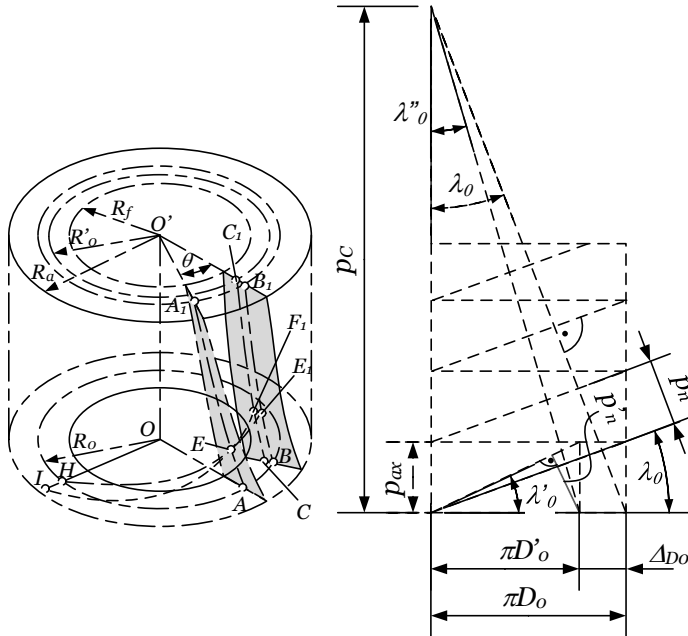
$$v_{ax} = \frac{s_{ax}}{2\pi} \omega_2 \quad (3.189)$$

Ezzel a (3.188) egyenlet, elemi számításokkal és a szögsebességek szerinti rendezéssel, a következő alakra hozható:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{i_1}{z_2} \frac{1}{1 + \frac{s_{ax}}{\pi m_n z_2} \sin \beta_2} \quad (3.190)$$

3.3.2. A származtató csiga elemeinek kiszámítása

A klasszikus csigamarót általában evolvens csigából készítik. A fogak kialakításához a csigafelületet z_m számú, az osztóhengeri csavarvonalra merőleges csavarhoronnyal metszik el. A csavarhorony-felületek lényeges része a homlokfelület. Ennek alkotója a csiga tengelyére merőleges egyenes, vezérgörbéje pedig egy, a csiga osztóhengeri csavarvonalára merőleges csavarvonal. Nulla csúcshomlokszög esetén az alkotó metszi a csiga tengelyét, míg pozitív vagy negatív homlokszög esetén (utóbbi a



3.48. ÁBRA. A csigamaró-homlokfelület modellje

hámozócsigáknál áll fenn) a tengelyhez képest kitérő. A homlokfelület geometriai modelljét és ennek kiterített vázlatát a 3.48. ábrán szemléltettük.

Az ábra bal oldalán a csigamaró R_a sugarú fejhengerét, R_o sugarú osztóhengerét és R_f sugarú lábhengerét ábrázoltuk. Az új evolvens csiga osztóhengeri, tehát referencia-csavarvonala a HEE_1 csavarvonal. Erre merőleges a forgácshorony AEA_1 csavarvonala, mely értelemszerűen ellentétes irányú. Az E pontban a két csavarvonal érintői derékszöget zárnak közre. A csavar-homlokfelület generáló egyenese az OA sugár, mivel a konstruktív ortogonális csúschomlokszöget, a számítások egyszerűsítése érdekében, nulla értékre állítjuk.

Az újraélezés – matematikai szempontból – a homlokfelületnek a csiga tengelye körül történő elforgatását jelenti. A homlokfelület új helyzetét ennek BB_1 vezércsavarvonala által definiáljuk. Az új helyzetbe került homlokfelület, a hátraesztérgálás következtében kúpos csavarfelületté alakult hátfelületeken, új éleket hoz létre. Az új élek, a hátraesztérgálás következményeként, közelebb kerültek a csigamaró tengelyéhez, mint a régi élek, ez pedig, a görbületek növekedése miatt, elméletileg éltorzuláshoz vezet, ennek mértéke azonban elhanyagolható. A csavarhatás következtében az új élek tengelyirányban is elmozdulnak, a csavar értelme szerint. Mivel mindkét oldal azonos paraméterek szerint volt hátramunkálva, bármely tetszőleges, a tengellyel párhuzamosan mért fogvastagság-szakasz egyszerűen egy kisebb átmérőjű hengerre kerül. Ezáltal az élek osztókörü pontjai egy kisebb, R'_o sugarú hengerre illeszkednek, így az új csigának a vezércsavarvonal-dőlésszöge megnövekedik. A számításokat a 3.48. ábrán

látható kiterített vezércsavarvonalak alapján végezzük el. Könnyen belátható, hogy az élek által burkolt új csiga vezércsavarvonalának dőlésszöge a következő:

$$\operatorname{tg} \lambda'_0 = \frac{p_{ax}}{\pi(D_0 - \Delta_{D_0})} \quad (3.191)$$

A megnövekedett vezércsavarvonal-dőlésszög, valamint a csökkent átmérőjű osztóhenger az eredetitől különböző evolvens csigát követel meg, melyet az eredetihez képest módosított kapcsolószögű léccel kell származtatni:

$$\operatorname{tg} \alpha'_{0t} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0n}}{\sin \lambda'_0} \quad (3.192)$$

Az (3.192) képlet azt bizonyítja, hogy az után-élezés következtében létrejött új vezércsavarvonalnak az eredetitől eltérő homlokkapcsolószögű léccel generált evolvens csiga felel meg. Ennek a homlokkfelülettel való metszése következtében az újraélezéssel kapott élektől eltérő alakú élek keletkeznének. A gondolatmenetből világosan következik, hogy a hátraesztérgálás *hiába biztosítja a torzulatlan élalakot, mert az új élek nem fognak az új helyzetnek megfelelő – kisebb osztóhenger-átmérőjű – evolvens csigára illeszkedni.*

Az újraélezések következtében az osztóköri csavarvonal λ_0 dőlésszöge változik, a tengelyirányú menetemelkedés viszont állandó marad. A3.48. ábrán szemléltetett kiterített vázlatból észrevehető, hogy a normálirányú menetemelkedés – a normálosztás és a csiga fogszámának szorzata – csökken, ami a normálmódul csökkenését is eredményezi, bár ez a változás legfeljebb 10^{-4} mm nagyságrendű. A teríték alapján felírható:

$$p'_n = \pi m'_n = p_{ax} \cos \lambda'_1 = \pi m_n \frac{\cos \lambda'_1}{\cos \lambda_1} \quad (3.193)$$

Bár az evolvens csiga és a hengeres fogaskerék kapcsolódása helyes, a lefejtés kinematikájából következik, hogy a csigamaró az osztóköri csavarvonal-dőlésszögével arányosan növekedő *elméleti profilhibát* hoz be [70]. Az elméleti profilhibát úgy tartjuk a megengedett határok között, hogy a csavarvonal emelkedési szögét minél alacsonyabb értékre állítjuk be. A nagyoló csigamarók esetében ez nem feltétlenül szükséges, ugyanis a keletkező profilhibát elnyeli a megmunkálási ráhagyás. Simító csigamaró esetében viszont a származtató csigának kötelező módon $i = 1$ bekezdése van, az osztóköri csavarvonal dőlési szögét pedig $2^\circ 30'$ alatti értékre szorítják. A tervezés kezdeti fázisában a λ_0 szög értékét megválasztjuk. A továbbiakban kiszámítjuk a csigával kapcsolódó, szabványos normálszelvényű fogasléc adatait. A lécc fogferdeségi szöge értelemszerűen $\beta_0 = \frac{\pi}{2} - \lambda_0$, tehát

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{0t} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0n}}{\cos \beta_0} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0n}}{\sin \lambda_0} \\ m_t &= \frac{m_n}{\cos \beta_0} = \frac{m_n}{\sin \lambda_0} \\ m_{ax} &= m_t \operatorname{tg} \lambda_0 = \frac{m_n}{\cos \lambda_0} \end{aligned} \quad (3.194)$$

A homlokmetszeti adatok alapján a csiga osztó- és alaphengeri sugarait számítjuk ki:

$$\begin{aligned}
 R_0 &= m_t i = \frac{m_n}{\sin \lambda_0} i \\
 R_b &= R_0 \cos \alpha_{0t} = \frac{m_n}{\sin \lambda_0} i \cos \alpha_{0t}
 \end{aligned}
 \tag{3.195}$$

A 3.48. ábrán, a kiterített osztóhengeri csavarvonalból könnyen belátható, hogy a tengelyirányú és a normálirányú menetemelkedés között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$p_{ax} = \frac{p_n}{\cos \lambda_0} = \frac{i\pi m_n}{\cos \lambda_0} \tag{3.196}$$

A gyakorlatban a csigát a hátraeszterga-padon készítjük el. Gyártásparaméterként a tengelyirányú menetemelkedést tekintjük, mivel a szerszámgép cserekerék-készletének segítségével ezt lehet beállítani. Következésképpen a (3.196) képlettel számított p_{ax} értéket a lehető legjobban meg kell közelíteni. Jelöljük a megvalósítható emelkedést p'_{ax} -szel. A normálirányú osztás megtartása a normálirányú emelkedés megőrzését követeli meg, tehát az osztóköri csavarvonal dőlésszöge is módosul:

$$\cos \lambda'_0 = \frac{p_n}{p'_{ax}} \tag{3.197}$$

Ezzel, a 3.48. ábrán szemléltetett terítékből felírható, hogy

$$\pi D_0 = \frac{p'_{ax}}{\operatorname{tg} \lambda'_0} = \frac{p'_{ax} \cos \lambda'_0}{\sqrt{1 - \cos^2 \lambda'_0}} \tag{3.198}$$

Az (3.197) segítségével az osztóhenger átmérője a következő alakot ölti:

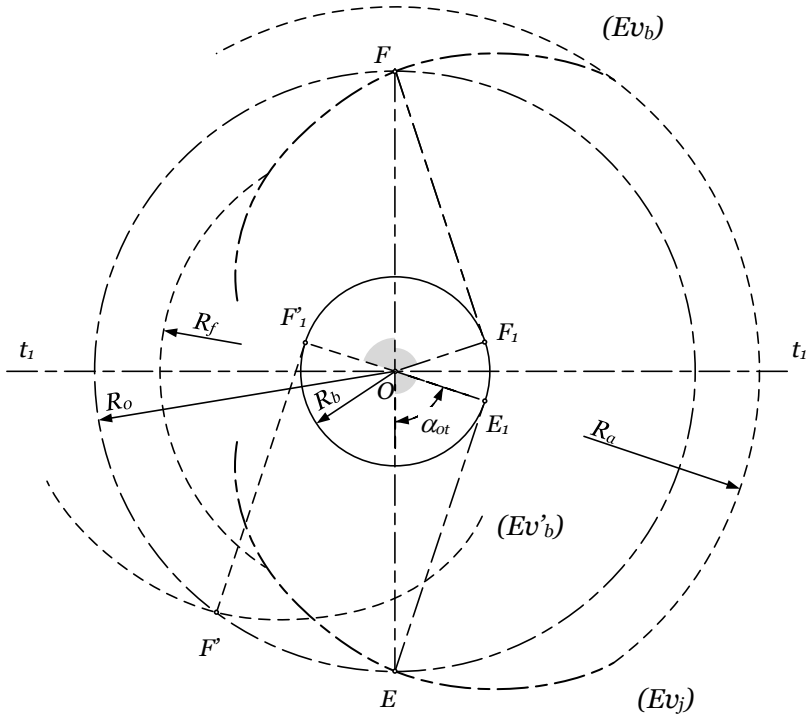
$$D_0 = \frac{p'_{ax} p_n}{\pi \sqrt{p'^2_{ax} - p_n^2}} \tag{3.199}$$

A D_0 osztóhenger-átmérővel és a λ'_0 csavarvonali dőlésszöggel a (3.194) képletek segítségével kiszámítjuk az α_{0t} homlokszelvénybeli lécpofil-szöget és az m_t homlokmódult, majd a (3.195) képlettel az R_b alaphenger-sugarat. Ezzel a származtató csigát definiáló alapelemek rögzítettek.

3.3.3. A származtató csiga gyártásparaméterei

A csigamarót alapozó evolvens csigát a hátraeszterga-padon gyártják, ott, ahol majd a hátramunkálást is végzik. A csiga létrehozásához szükségünk van a menetvágó kés profiljára, valamint az osztóhengeri tengelyirányú fogvastagságra.

Az evolvens csavarfelületet jelen esetben egyenes generáló él segítségével hozzuk létre, felhasználva a felületgenerálás elméletéből jól ismert módszert, miszerint az alaphengeren csúszásmentesen legördülő síkba foglalt, az alaphenger csavarvonalát mindig érintő, az érintési pontból indított *félegyenes* képezi le, ahogyan ezt a 3.49. ábrán láthatjuk. A generáló egyenes és a munkadarab közötti relatív mozgást úgy is megtarthatjuk, ha az alaphengert forgatjuk, miközben a generáló egyenest tengelyirányban, a menetemelkedés betartásával, az előbb említett érintő síkban, önmagával párhuzamosan eltoljuk. A művelet olyan menetvágás, ahol a késel nem a tengelysíkban, hanem az alaphenger érintősíkjában található.



3.50. ÁBRA. A kések közötti távolság beállítása

síkokat pedig toljuk el, alulról-felfelé irányban, $\frac{p_{ax}}{2\pi}\omega$ (állandó) sebességgel! A csiga fogoldalainak leképzése változatlanul végbemegy, mivel a generáló egyenesek az alaphengeri csavarvonalakat fogják követni. A generálás ilyen megvilágítása azt bizonyítja, hogy *elméletileg, a két generáló egyenes egymáshoz viszonyított helyzete tetszőleges lehet*, azzal a megkötéssel, hogy kövessék az A_2E_2 illetve a C_2F_2 csavarvonalakat. Az említett csavarvonalak relatív helyzetét viszont az evolvens síkszelvény osztóköri fogvastagság-mérete határozza meg.

Hangsúlyozzuk, hogy a gyártás szempontjából a generáló egyeneseket szerszám-élek materializálják, ezeknek pedig csak a meghosszabbításaik érintik az alaphengeri csavarvonalakat. A késélek sajátos beállítását a legkisebb tájolási hibát okozó, párhuzamos síkokba való illesztés adja. Így jött létre a szakirodalomból is jól ismert beállítás, miszerint a jobb irányú evolvens csiga jobb oldali fogfelületét (az árok bal oldali felületét) lefejtő késél az alaphengert alulról érintő, míg a másik az alaphengert felülről érintő vízszintes síkba illeszkedik [62]. Bal irányú csiga esztergálásakor a beállítást az előbbi beállításnak a tengelyre merőleges síkra való tükrözése adja.

A gyártásparaméterek a beállítást egyértelműen meghatározó értékek: az élek osztóhengeren dolgozó pontjai között beállítandó, a csiga tengelyével párhuzamosan mért Δ_s távolság, illetve a kés α_s profilszöge. A geometriai levezetést a 3.50. ábra alapján végezzük.

Ez a 3.49. ábra felülnézete. Amint az előbbieken is leszögeztük, a csiga fogának jobb oldali felületét az EE_2 , a bal oldalt pedig az FF_2 egyenes képezi le, melynek vetületei az EE_1 , illetve az FF_1 . Feltételezzük, hogy a csigamaró származtató evolvens csigája profileltolás nélkül készül, tehát az osztóköri fogvastagság pontosan $s_0 = \frac{1}{2}\pi m_t = \pi R_0$. Ahhoz, hogy a baloldalt lefejtő egyenes tartósíkja (FF_1F_2 , 3.49. ábra) a jobb oldalt lefejtő egyenes tartósíkja $F\ddot{O}L\acute{E}$ kerüljön, a tartósíkot csavarmozgással az F'_1F' helyzetbe kell átforgatni. Ebben az esetben viszont már nem az Ev_b , hanem az Ev'_b evolvenst fogja generálni, amely az Ev_j evolvenssel párhuzamos síkban található. Mivel az evolvens csavarfelületet úgy is le lehet képezni, hogy az evolvensgörbét tartalmazó alapsík-szelvényt a tetszőleges sugarú hengerre rajzolt, p_{ax} menetemelkedésű csavarvonal mentén elmozdítjuk, a generálás torzulatlanul fog végbemenni. A 3.50. alapján belátható, hogy ez $2\alpha_{0t}$ -nyi központi szögnek megfelelő, óramutató járásával ellentétes irányú csavarmozgást jelent, aminek következtében az E és F' pontok közötti, a tengellyel párhuzamosan mért távolság értéke a következő lesz:

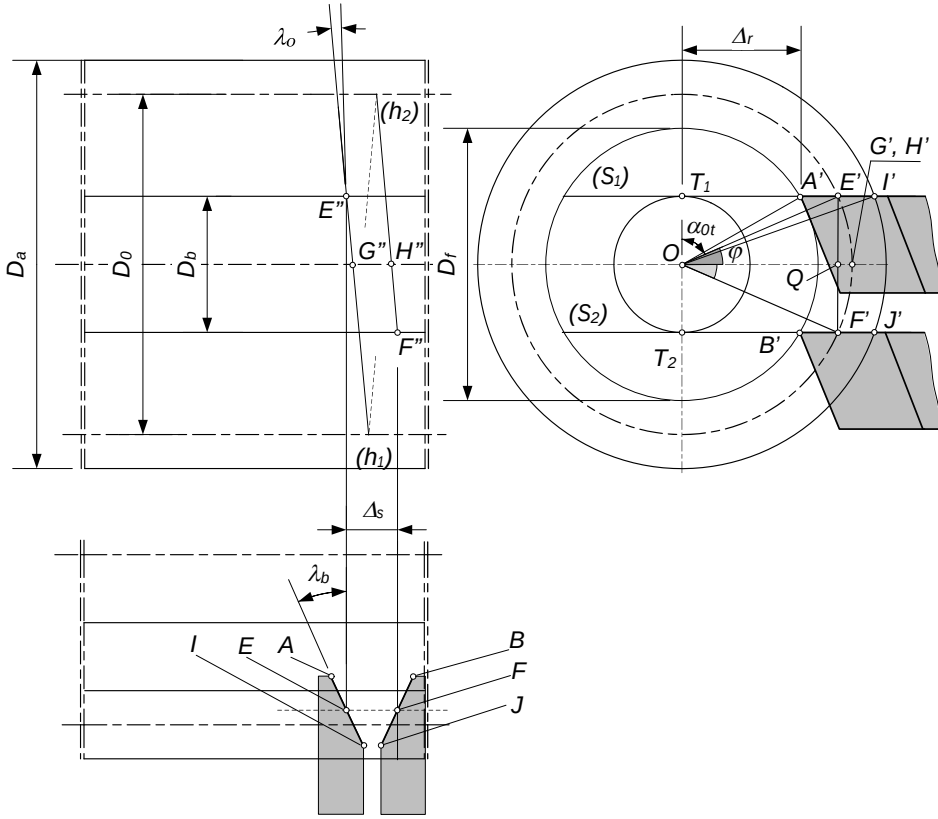
$$\Delta_s = 2\alpha_{0t} \frac{p_{ax}}{2\pi} \quad (3.200)$$

Ezzel a beállítással a csiga fogának bal oldali felületét megmunkáló kés ugyanabba a fogárokba kerül, mint a jobb oldalt megmunkáló, tehát az alsó érintősíkba illeszkedő kés. Könnyen belátható, hogy ez a beállítás a gyakorlatban, a késszáraz mérete miatt, nem megvalósítható. Amennyiben a jobb oldali felületet megmunkáló kést az előtolás irányába akarjuk elhelyezni, a következő menetet kell erre a célra felhasználni, így a (3.200) képlettel számított távolságot legalább egy p_{ax} -nyi szakasszal növelni kell. Ha a jobb oldali felületet megmunkáló kést a beállításban a jobboldalra, tehát az előtolás irányával ellentétesen helyezük el, akkor értelemszerűen a 3.49. ábrán a forgatást az óramutató járásával megegyező irányban, azaz $2\pi - 2\alpha_{0t}$ szög alatt kell elvégezni, így a késélek osztóhengeren dolgozó pontjai között a távolság a következő lesz:

$$\Delta_s = (2\pi - 2\alpha_{0t}) \frac{p_{ax}}{2\pi} = p_{ax} - 2\alpha_{0t} \frac{p_{ax}}{2\pi} \quad (3.201)$$

Az ennek megfelelő beállítást a 3.51. ábrán szemléltettük. A beállítás arra az esetre érvényes, amikor a kés a csiga fogát fogják közre, mégpedig úgy, hogy a bal fogfelületet megmunkáló kés menetirányban helyezkedik el (jobbos csigát munkálunk meg), a jobb oldalt megmunkáló kés pedig a menetiránnyal ellentétes oldalon, azaz a bal felületet megmunkáló kés jobb oldalán.

A 3.51. ábrából, a késék felülnézetéből leolvasható, hogy a bal fogoldalt oldalt megmunkáló kés osztóköri élpontja E , a jobb oldalt megmunkáló kés hasonló élpontja pedig F . A bal oldalt megmunkáló él az S_1 (felső), míg a jobb oldalt megmunkáló az S_2 (alsó), alaphengert érintő, párhuzamos síkokba illeszkednek. A csiga fogának tengelyirányú, osztóhengeri vastagsága, a szemből-nézetben megfigyelhető $G''H''$. A jobb láthatóság kedvéért ebben a nézetben a késéket eltávolítottuk, úgy, hogy az éleknek az osztóköri E , illetve F pontjait E'' , illetve F'' helyzetben tüntettük fel. Belátható, hogy az E és F pontok a G , illetve a H tengelysíkokban illeszkedő pontokba kell jussanak, ez azonban, a lefejtő mozgás sajátossága miatt, a h_1 , illetve a h_2 csavarvonalon való elmozdulással lehetséges. Vegyük észre, hogy a késélek osztóköri pontjai között beállítandó tengelyirányú távolság nagyobb kell legyen, mint a $GH = \frac{1}{2}\pi m_{ax}$



3.51. ÁBRA. A kések gyártáshelyzete

tengelyirányú osztóhengeri fogvastagság. A két távolság közötti kapcsolatot a p_{ax} és a φ paraméterek segítségével is le lehet vezetni.

A bal, illetve a jobb fogoldalt lefejtő kések jellegzetes, láb-, osztó-, illetve fejhengeren illeszkedő pontjai A, E, I , illetve B, F, J .

Amennyiben (simító csigamaró gyártása esetében kötelező módon) a fogak hátramunkálását a hőkezelés után simító köszörülés követi, a megmunkálási ráhagyást bele kell számítani a Δ_s beállítási méretbe. A 3.49. és 3.51. ábrák alapján könnyen belátható, hogy a kések közötti távolságot a normálirányú oldalankénti köszörülési ráhagyás tengelyirányú méretének kétszeresével kell növelni, azaz

$$\Delta'_s = \Delta_s + 2 \frac{A_k}{\cos \alpha_{0n}} \quad (3.202)$$

A csiga leképzéséhez szükséges másik fontos beállítási paraméter az esztergakés csúcslének a munkadarab forgástengelyéhez viszonyított távolsága. A 3.51. ábrán látható $\triangle OT_1A'$ derékszögű háromszögből, a csúcslének a munkadarab tengelyéhez viszonyított, tengelyre merőleges beállítási távolsága a következő:

$$\Delta_r = \sqrt{(R_0 - 1,25m_n)^2 - R_b^2} \quad (3.203)$$

Az esztergakések h_{II_s} profilmélységét az osztóvonaltól számított a_{II_s} fejmagasságra és b_{II_s} lábmagasságra osztjuk. Az a_{II_s} fogfejmagasság ismerete a kések közötti távolság beállításában nélkülözhetetlen. A b_{II_s} lábmagasságot, a megmunkálás biztonsága valamint az újraélezési tartalék kialakítása érdekében $\Delta_h = 2 \dots 5$ mm biztonsági ráhagyással megnöveljük. Az $\triangle OT_1 A'$, $\triangle OT_1 E'$ és az $\triangle OT_1 I'$ derékszögű háromszögekből számítjuk ki a kés profiljának jellemző méreteit:

$$\begin{aligned} a_{II_s} &= \sqrt{(R_0^2 - R_b^2) - \sqrt{R_f^2 - R_b^2}} \\ b_{II_s} &= \sqrt{(R_a^2 - R_b^2) - \sqrt{R_0^2 - R_b^2}} + \Delta_h \\ h_{II} &= a_{II_s} + b_{II_s} \end{aligned} \quad (3.204)$$

Végül a kések λ_b profilszögét kell kiszámítanunk. A generáló élek alaphengeri csavarvonalat érintő feltételéből következik, hogy a keresett profilszög az alaphengeri csavarvonal dőlésszögével egyenlő, amit az osztóköri csavarvonal dőlésszögéből lehet kiszámítani, a tengelyirányú menetemelkedés p_{ax} állandó értékéből:

$$\lambda_b = \arctg \frac{p_{ax}}{2\pi R_b} = \arctg \frac{\tg \lambda_0}{\cos \alpha_{0t}} \quad (3.205)$$

A fenti képletet ki lehet fejezni az α_{0n} normálkapcsolószög segítségével is:

$$\lambda_b = \arctg \frac{\sqrt{\tg^2 \alpha_{0n} + \sin^2 \lambda_0}}{\cos \lambda_0} \quad (3.206)$$

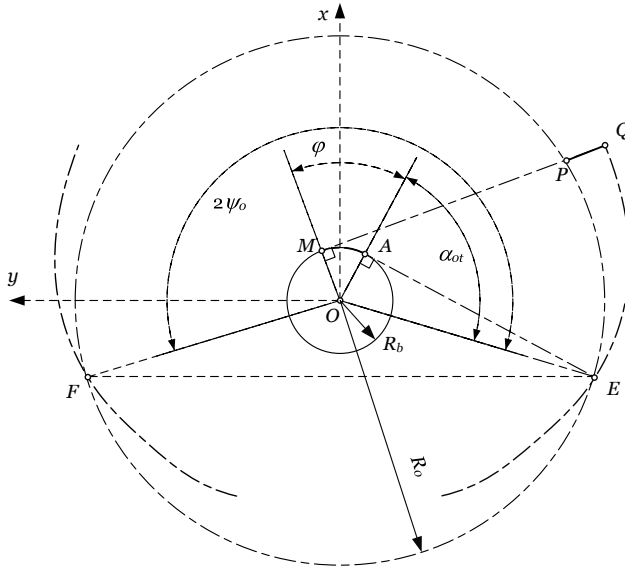
Ennek levezetését az olvasóra bízjuk.

3.3.4. A csigamaró éleinek egyenletei.

A csigamarót – amint az előbbiekben tárgyaltuk – evolvens csigából kell származtatni. Bizonyos esetekben viszont, figyelembe véve az evolvens csiga gyártási nehézségeit, érdemes tanulmányozni az egyszerűbb csigából, például a konvolut csigából való származtatásnak lehetőségét. A vizsgálatot sajátos matematikai modell alapján végezzük el. A modell felállítása az alábbi lépésekben történik:

- az homlokszelvénybeli evolvensgörbék felírása;
- az evolvens csiga felületeinek felírása;
- a homlokfelület felírása;
- az élgörbék egyenleteinek kiszámítása;
- az élgörbék linearizálása;
- hibaszámítás, a hibák értékelése.

A *homlokszelvénybeli evolvensgörbék felírását* a 3.52. ábra alapján végezzük el. Jóllehet az evolvensgörbe egyenletei ismertek [61], az evolvenscsiga esetében akkora a különbség az alapkör és az osztókör sugara között, hogy az alapkörrel indított evolvens paraméter-intervallumának kezelése és az ábrával való azonosítása nehézkessé válhat. Emiatt az evolvensgörbét nem az alap-, hanem az osztókörrel indítjuk.



3.52. ÁBRA. Az alapszelvénybeli evolvensok felírása

A vázlat az általános fogazásnak megfelelő, tehát profileltolással is rendelkező homlokszelvény-profilát ábrázolja. Az osztóköri fogív a $2\psi_0$ központi szögnek megfelelő EF ív, melynek hosszát az evolvenstrigonometria alapján a következőképpen fejezhetjük ki:

$$2\psi_0 R_0 = \frac{m_t \pi}{2} + 2m_t \xi_t \operatorname{tg} \alpha_{0t} \quad ,$$

ahonnan

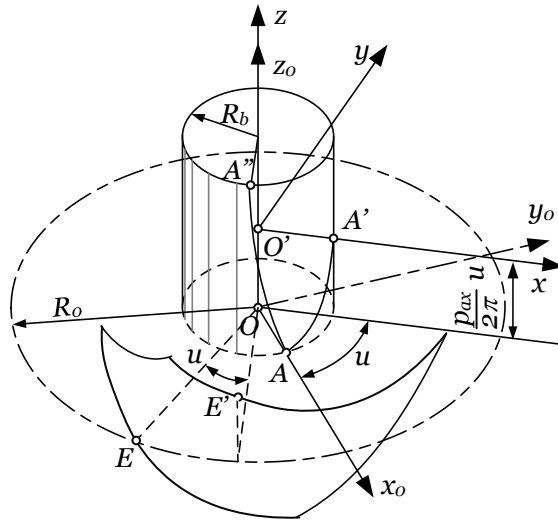
$$\psi_0 = \frac{\pi}{2} + 2\xi_t \operatorname{tg} \alpha_{0t} \quad (3.207)$$

A 3.52. ábrából leolvassuk a következő értékeket:

$$\begin{aligned} \angle xOA &= -\psi_0 + \alpha_{0t} \\ \angle AOM &= \varphi \\ \Rightarrow \angle xOm &= \varphi - \psi_0 + \alpha_{0t} \\ AM &= PQ = R_b \varphi \\ MQ &= MP + PQ = AE + PQ = R_b (\operatorname{tg} \alpha_{0t} + \varphi) \end{aligned}$$

Egyszerű geometriai összefüggésekkel kifejezzük az MQ szakasz x, y tengelyekre való vetületeit, majd ebből számítjuk az E ponton áthaladó, a jobb oldali fogfelületet generáló evolvens Q futópontjának parametrikus koordinátáit:

$$\begin{cases} x(\varphi) = R_b (\cos(\varphi - \psi_0 + \alpha_{0t}) + (\operatorname{tg} \alpha_{0t} + \varphi) \sin(\varphi - \psi_0 + \alpha_{0t})) \\ y(\varphi) = R_b (\sin(\varphi - \psi_0 + \alpha_{0t}) - (\operatorname{tg} \alpha_{0t} + \varphi) \cos(\varphi - \psi_0 + \alpha_{0t})) \end{cases} \quad (3.208)$$



3.53. ÁBRA. Az evolvens csavarfelületek és a csavar-homlokfelület leképzése

A (3.208) egyenletek négyzetre emelése és összeadása az evolvensgörvbe poláris egyenletéhez vezet:

$$\rho(\varphi) = \sqrt{x^2(\varphi) + y^2(\varphi)} = R_b \sqrt{1 + (\varphi + \operatorname{tg} \alpha_{0t})^2} \quad (3.209)$$

A $R_f \leq \rho(\varphi) \leq R_a$ feltétel, a (3.209) segítségével, a következőképpen alakul:

$$\sqrt{\left(\frac{R_f}{R_b}\right)^2 - 1} \leq \varphi + \operatorname{tg} \alpha_{0t} \leq \sqrt{\left(\frac{R_a}{R_b}\right)^2 - 1} \quad (3.210)$$

A (3.208) egyenletekben végrehajtjuk a $\varphi_1 = \varphi + \operatorname{tg} \alpha_{0t}$ változócserét. Ezzel a szögfüggvény-argumentumok alakja, az $\operatorname{inv} x = \operatorname{tg} x - x$ alkalmazásával, a következő lesz:

$$\begin{aligned} \varphi - \psi_0 + \alpha_{0t} &= -\psi_0 + \underbrace{\varphi + \operatorname{tg} \alpha_{0t}} - \underbrace{(\operatorname{tg} \alpha_{0t} - \alpha_{0t})} = \\ &= -\underbrace{(\psi_0 + \operatorname{inv} \alpha_{0t})} + \varphi_1 = \varphi_1 - \zeta \end{aligned} \quad (3.211)$$

Az evolvens csiga fogdotalainak parametrikus egyenleteit a homlokszelvénybeli evolvensgörbék alaphengeri vezércsavarvonalon való eltolásával generáljuk (3.53. ábra).

A szerszámhoz csatolt $x_0y_0z_0$ koordináta-rendszerhez képest u központi szöggel és $\frac{p_a x}{2\pi}$ csavarparaméter szerint elcsavarjuk az evolvensgörbékhez kötött xyz koordináta-rendszert. A transzformáció mátrixegyenlete a következő:

$$\underline{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{M}_0 \quad \underline{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \cos u & -\sin u & 0 & 0 \\ \sin u & \cos u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R_b \operatorname{tg} \lambda_b u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{\mathbf{r}} \quad (3.212)$$

Az (3.212) egyenlet jobb oldalán található $\underline{\mathbf{r}}$ -be a (3.211) változócserevel módosított (3.208) parametrikus koordinátákat behelyettesítve, a csiga fogának jobb oldali felülete a következő alakot ölti:

$$\begin{cases} x_0(\varphi_1, u) = R_b (\cos(\varphi_1 + u - \zeta) + \varphi_1 \sin(\varphi_1 + u - \zeta)) \\ y_0(\varphi_1, u) = R_b (\sin(\varphi_1 + u - \zeta) - \varphi_1 \cos(\varphi_1 + u - \zeta)) \\ z_0(\varphi_1, u) = R_b \operatorname{tg} \lambda_b u \end{cases} \quad (3.213)$$

A bal oldali fogfelület egyenleteit hasonló módon vezetjük le. A 3.52. ábrán szemléltetett, az F ponton áthaladó evolvens x tengelyre szimmetrikus a jobb oldalt generáló, az E ponton áthaladó evolvenshez képest, tehát parametrikus egyenletei a (3.208) képletekkel és a (3.211) változócserevel adhatók meg, úgy, hogy az $y(\varphi_1)$ helyett $-y(\varphi_1)$ -et írunk. Ha az így felírt parametrikus koordinátákat a (3.212) mátrixegyenletbe helyettesítünk, akkor az x_0, y_0 felületi koordináta-függvényekben szereplő szinusz- és koszinuszfüggvények szögargumentuma a $\varphi_1 + u - \zeta$ -ről a $\varphi_1 - u - \zeta$ -ra módosul. A két felület egységesített felírása érdekében vezessünk be egy újabb változócsereét:

$$v_1 = \varphi + \operatorname{tg} \alpha_{0t} + ju = \varphi_1 + ju, \quad j \in \{-1; 1\} \quad (3.214)$$

A fenti változócsereben a j változó $+1$ értéke a csiga fogát határoló jobboldali, míg a -1 értéke a baloldali felületre érvényes.

Ezzel a (3.213) jobboldalra érvényes parametrikus egyenletekből a következő, mindkét oldalra alkalmas általános felírást kapjuk:

$$\begin{cases} x_0(\varphi_1, v_1; j) = R_b (\cos(v_1 - \zeta) + \varphi_1 \sin(v_1 - \zeta)) \\ y_0(\varphi_1, v_1; j) = j R_b (\sin(v_1 - \zeta) - \varphi_1 \cos(v_1 - \zeta)) \\ z_0(\varphi_1, v_1; j) = j R_b \operatorname{tg} \lambda_b (v_1 - \varphi_1) \end{cases} \quad (3.215)$$

A homlokfelület egyenleteit az oldalfelületekhez hasonló módon, az alkotógörbét a vezérgöbén elmozdító csavarmozgás segítségével írjuk fel. A 3.48. ábrán szemléltetett teríték alapján felírható a homlokfelület menetemelkedése:

$$p_C = \frac{\pi D_0}{\operatorname{tg} \lambda_0} = \frac{\pi^2 D_0^2}{p_{ax}} = \frac{p_{ax}}{\operatorname{tg}^2 \lambda_0} \quad (3.216)$$

A homlokfelület értelemszerűen balra csavarodik, így parametrikus egyenleteit az (xyz) koordináta-rendszerben az $\underline{\mathbf{r}}^{(T)} = (u_1 \ 0 \ 0 \ 1)$ homogén koordinátákkal rendelkező leképező egyenes (esetünkben a sugár, mivel $\gamma_V = 0$) p_C emelkedésű, balirányú csavarvonalon való elmozdításából írjuk fel:

$$\begin{cases} x_0(u_1, v_1) = u_1 \cos v_1 \\ y_0(u_1, v_1) = u_1 \sin v_1 \\ z_0(u_1, v_1) = -\frac{p_C}{2\pi} v_1 \end{cases} \quad (3.217)$$

Az *élgörbék parametrikus egyenleteit* a homlokfelület és az oldalfelületek egyenleteinek összevetéséből kapjuk, úgy, hogy kiszámítjuk az oldalfelületek független paramétereinek közötti összefüggést. Ennek céljából a (3.217) egyenletekből implicit alakot állítunk elő, az u_1, v_1 paraméterek kiejtésével. A tg v_1 -et az első két egyenlet osztásával kapjuk, továbbá

$$\frac{p_C}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y_0}{x_0} + z_0 = 0 \quad (3.218)$$

A (3.218) egyenletbe helyettesítjük a fogdaldalak általánosított parametrikus egyenleteit, majd, visszatérve az u és φ_1 régi változókra, a következő, mindkét fogoldalra érvényes összefüggést kapjuk:

$$u(\varphi_1; j) = j \frac{p_C}{p_C + p_{ax}} (\zeta + \operatorname{arctg} \varphi_1 - \varphi_1) \quad (3.219)$$

Ezzel a (3.214)-ban szereplő szögargumentum-kifejezések a következő alakot öltik:

$$\begin{aligned} v_1 - \zeta &\equiv B(\varphi_1) = \varphi_1 + j u(\varphi_1; j) - \zeta = \frac{p_{ax}}{p_C + p_{ax}} (\varphi_1 - \zeta) + \frac{p_C}{p_C + p_{ax}} \operatorname{arctg} \varphi_1 \\ v_1 - \varphi_1 &= \frac{p_C}{p_C + p_{ax}} (\zeta + \operatorname{arctg} \varphi_1 - \varphi_1) \end{aligned} \quad (3.220)$$

A csigamaró fogának élei a (3.220)-ben kiszámított szögargumentumokkal és jelöléssel a következő alakban írhatók fel:

$$\begin{cases} x_0(\varphi_1; j) = R_b (\cos B(\varphi_1) + \varphi_1 \sin B(\varphi_1)) \\ y_0(\varphi_1; j) = j R_b (\sin B(\varphi_1) - \varphi_1 \cos B(\varphi_1)) \\ z_0(\varphi_1; j) = j \frac{p_C p_{ax}}{2\pi(p_C + p_{ax})} (\zeta + \operatorname{arctg} \varphi_1 - \varphi_1) \end{cases} \quad (3.221)$$

3.3.5. A csigamaró élének linearizálása

Az él linearizálásának célja a gyártási költségek csökkentése. Minél kisebb a csigamaró osztóhengeri csavarvonalának λ_0 dőlésszöge, annál jobb lineáris közelítést kaphatunk. Amennyiben a csigamaró, az átmérő csökkentése miatt, $\lambda_0 \geq 2^\circ 30'$ osztóhengeri dőlésszöggel készül, linearizálás értelme csupán a nagyoló és felsimító műveletekre terjed ki. Nagy dőlésszögű simító csigamarót csakis megfelelő görbületűre profilozott, hátramunkáló köszörűtárcsával vagy köszörűszárral lehet készíteni.

A legjobban közelítő egyenest két sík metszéseként keresünk (3.54 ábra). Az S_1 és S_2 síkok lapszögétől függetlenül, az él tetszőleges A pontja akkor illeszkedik a lehető legközelebb a közelítő egyenest adó két síkhoz, ha a síkoktól való távolságainak összege a lehető legkisebb. A matematikai modell minél nagyobb fokú egyszerűsítése végett a síkokat az

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \alpha_j} = 2 \left(\alpha_j \sum_{i=1}^N y_i^2 + \beta_j \sum_{i=1}^N z_i y_i + \gamma_j \sum_{i=1}^N y_i + \sum_{i=1}^N x_i y_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \beta_j} = 2 \left(\alpha_j \sum_{i=1}^N y_i z_i + \beta_j \sum_{i=1}^N z_i^2 + \gamma_j \sum_{i=1}^N z_i + \sum_{i=1}^N x_i z_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \gamma_j} = 2 \left(\alpha_j \sum_{i=1}^N y_i + \beta_j \sum_{i=1}^N z_i + \gamma_j N + \sum_{i=1}^N x_i \right), \quad j = \overline{1, 2} \end{cases} \quad (3.224)$$

Világos, hogy a (3.224) nullává tételével olyan 6 ismeretlenes lineáris rendszert kapunk, ahol a fődetermináns rangja csak 3, így hármas végtelenségnyi megoldást kapunk, ez viszont a kitűzött célnak nem felel meg. A helyzet kiküszöbölése céljából a feltételes minimumkeresést alkalmazzuk. Kényszerfeltételként a legjobban közelítő egyenest meghatározó síkok merőlegességét kötjük ki. Ennek alapján

$$\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + 1 = 0 \quad (3.225)$$

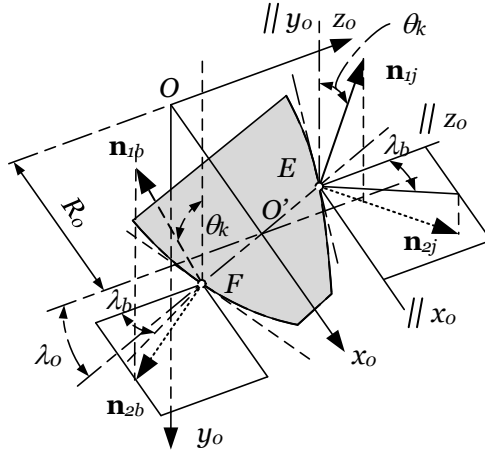
Ezzel a keresett célfüggvény a következő alakot ölti:

$$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F} + 2\lambda(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + 1) \quad (3.226)$$

A (3.226) parciális deriváltjai már nem lineárisak a kijelölt ismeretlenekben:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \alpha_1} = 2 \left(\alpha_1 \sum_{i=1}^N y_i^2 + \beta_1 \sum_{i=1}^N z_i y_i + \gamma_1 \sum_{i=1}^N y_i + \lambda \alpha_2 + \sum_{i=1}^N x_i y_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \beta_1} = 2 \left(\alpha_1 \sum_{i=1}^N y_i z_i + \beta_1 \sum_{i=1}^N z_i^2 + \gamma_1 \sum_{i=1}^N z_i + \lambda \beta_2 + \sum_{i=1}^N x_i z_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \gamma_1} = 2 \left(\alpha_1 \sum_{i=1}^N y_i + \beta_1 \sum_{i=1}^N z_i + \gamma_1 N + \sum_{i=1}^N x_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \alpha_2} = 2 \left(\alpha_2 \sum_{i=1}^N y_i^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^N z_i y_i + \gamma_2 \sum_{i=1}^N y_i + \lambda \alpha_1 + \sum_{i=1}^N x_i y_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \beta_2} = 2 \left(\alpha_2 \sum_{i=1}^N y_i z_i + \beta_2 \sum_{i=1}^N z_i^2 + \gamma_2 \sum_{i=1}^N z_i + \lambda \beta_1 + \sum_{i=1}^N x_i z_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \gamma_2} = 2 \left(\alpha_2 \sum_{i=1}^N y_i + \beta_2 \sum_{i=1}^N z_i + \gamma_2 N + \sum_{i=1}^N x_i \right) \\ \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial \lambda} = 2(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + 1) \end{cases} \quad (3.227)$$

A (3.227) egyenletrendszert numerikusan oldjuk meg. A numerikus módszer konvergenciájának biztosítására jó kezdeti megoldást kell választani, melynek geometriai értelmezését a 3.55. ábrán szemléltettünk.



3.55. ÁBRA. A legjobban közelítő egyenes kezdeti megoldásának helyzete

Tekintsük a fogoldalak közé zárt homlok-csavarfelület közelítését egy olyan síkkal, amelyik az Ox_0 tengelyre és az osztóhenger és az Ox_0 O' dőfspontján áthaladó, az osztóhenger alkotójával λ_0 szöget bezáró egyenesre épül. Kikötjük, hogy $O'E = O'F = \frac{1}{4}\pi m_n$. Az E és F pontok koordinátái, ennek következtében

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{r}}_0^{E(T)} &= \left(R_0 \quad -\frac{\pi m_n}{4} \sin \lambda_0 \quad \frac{\pi m_n}{4} \sin \lambda_0 \right) \\ \underline{\mathbf{r}}_0^{F(T)} &= \left(R_0 \quad \frac{\pi m_n}{4} \sin \lambda_0 \quad -\frac{\pi m_n}{4} \sin \lambda_0 \right) \end{aligned} \quad (3.228)$$

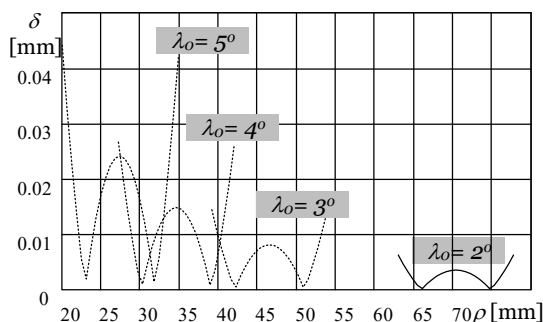
A jobb oldali él közelítésére, kezdetben az első síkot az (z_0x_0) síkkal párhuzamosan, a másikat pedig erre merőlegesen vesszük fel, úgy, hogy metszészvonaluk az x_0 tengellyel λ_b szöget zárjon, és áthaladjon az E ponton. Utána a két síkot a metszészvonaluk körül, az ábrán látható módon, igen kis értékű θ_k szöggel forgatjuk el. Az $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ koordinátáit a vetületekből határozzuk meg:

$$\underline{\mathbf{n}}_1 = \begin{pmatrix} \sin \theta_k \sin \lambda_b \\ -\cos \theta_k \\ \sin \theta_k \cos \lambda_b \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{n}}_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_k \sin \lambda_b \\ \sin \theta_k \\ \cos \theta_k \cos \lambda_b \end{pmatrix} \quad (3.229)$$

Az α_j, β_j együtthatókat úgy számítjuk ki, hogy a normálvektorok koordinátáit végigosztjuk ezek x -koordinátájával. A γ_j kiszámításához a (3.222) síkegyenleteket és az E, F pontok (3.228)-ben megadott koordinátáit használjuk fel.

Hasonló gondolatmenetet alkalmazunk a bal oldali él közelítő síkjainak kiszámítására. A normálvektorok együtthatói a következők lesznek:

$$\underline{\mathbf{n}}_1 = \begin{pmatrix} \sin \theta_k \sin \lambda_b \\ -\cos \theta_k \\ -\sin \theta_k \cos \lambda_b \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{n}}_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_k \sin \lambda_b \\ \sin \theta_k \\ -\cos \theta_k \cos \lambda_b \end{pmatrix} \quad (3.230)$$



3.56. ÁBRA. Az él közelítési hibája az osztóhengeri csavarvonal dőlésszöge szerint

A 3.56. ábrán a legjobban közelítő egyenes és az elméleti él közötti távolság eloszlását szemléltetjük, az osztóvonal csavarvonal értéke szerint. Az egyenes vonallal való közelítés kapcsán meg kell jegyeznünk a következőket:

- a jobb oldali és bal oldali él legjobban közelítő egyenesei kitérő egyenesek, tehát optimális közelítést nem lehet szabványos konvolut (fogra merőleges szelvényben egyenes szimmetrikus profilú) csigával elérni;
- A közelítés hibája – ahogyan ez várható volt – a csavarvonal dőlésszögével növekszik;
- A közelítési hiba gyakorlatilag azonos a jobb, illetve, bal oldali élen;
- figyelembe véve, hogy a homlok- és hátfelületek köszörülési ráhagyása jóval nagyobb, mint a profilhiba, a csigamaró nagyolását és felsimítását egyenes élű esztergakésekkel végezhetjük.

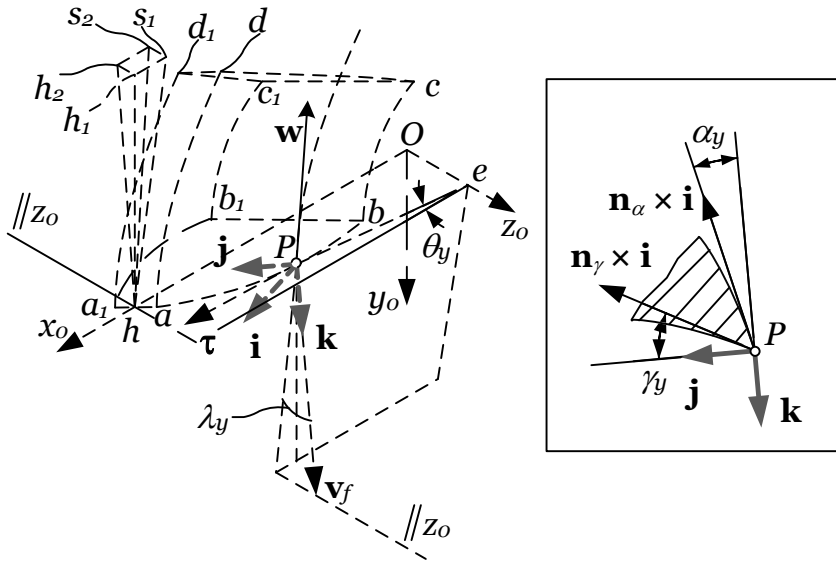
A 3.56. ábra minden hibagörbéjének jellegzetes alakjából arra lehet következtetni, hogy a közelítő egyenes nem érinti, hanem 2 pontban metszi az elméleti görbét.

3.3.6. A csigamaró geometriája

A csigamaró geometriáját az alakos modul-tárcsmarókhhoz hasonló módon tárgyaljuk. A hátfelületek, a csavarvonal menti hátramunkálásnak köszönhetően, kúpos csavarfelületek lesznek. A szerszám működéséből viszont az következik, hogy a fő forgácsolómozgást nem lehet a tengely körüli forgómozgásnak tekinteni. A csigamaró csigája a fogaskerékkel, ennek minden lehetséges tengelyhossz menti helyzetében kapcsolódik, ami értelmezhető úgy is, hogy csavarként működik. Következésképpen, a csigamaró fő-forgácsoló mozgását nem forgó-, hanem saját tengelye körül végzett, $\frac{p_{ax}}{2\pi}$ csavarparaméterű csavarmozgásként definiáljuk.

3.3.6.1. A konstruktív élgeometria vektoriális modellje. A konstruktív geometriát definiáló – a csúcsl és a jobboldali oldalél számára érvényes – geometriai-vektoriális modellt a 3.57. ábrán szemléltetjük.

A csúcsl a homloklfelület és a fej-hátfelület a_1ha metszészvonala, amely elméletileg igen bonyolult egyenletű görbe, gyakorlatilag viszont jól közelíthető a h ponton áthaladó homloklfelületi csavarvonal érintőjével. Az él tehát a h ponton áthaladó, az



3.57. ÁBRA. A csigamaró konstruktív geometriájának vektoriális számítási modellje

y_0z_0 koordinátasíkkal párhuzamos síkba illeszkedik, a z_0 tengellyel pedig λ'_a szöget zár be, ami a homlokfelület osztóhengeri és fejhengeri csavarvonalainak kiterítéséből azonnal adódik:

$$p_C = \frac{2\pi R_0}{\operatorname{tg} \lambda_0} = \frac{2\pi R_a}{\operatorname{tg} \lambda'_a} \implies \lambda'_a = \arctg \frac{R_a}{R_0} \operatorname{tg} \lambda_0 \quad (3.231)$$

Amint az előbbieken említettük, a hátfelületet csavarvonal szerinti hátraesztérgálással hozzuk létre, ami kinematikai szempontból úgy is tekinthető, mint a hátraesztérgálás beszűrő mozgásösszetevőjének kiegészítése a csavartengely irányában való eltolással. Könnyen belátható, hogy a hátramunkálást végző szerszámél adott pontjának a csigamaró rendszerében leírt pályája kúpos csavarvonal.

Jelöljük a sugárirányú hátramunkálás-összetevő jellemző paraméterét k_{th} -val. A hs_1 egyenes az x_0y_0 síkban jelentkező Arkhimédész-féle spirális érintője. A $\angle h_1hs_1$ szög tehát a radiális hátszög, amit a (2.33) összefüggés sajátosításával a következőképpen fejezünk ki:

$$\operatorname{tg} \alpha_r = \frac{k_{th} z_m}{2\pi R_a} \quad (3.232)$$

Másrészt, a hh_2 szakasz a fejhengeri csavarvonal érintője, azaz a fő forgácsolósebesség iránya. A hh_1h_2 sík az y_0z_0 koordinátasíkkal párhuzamos. A h pont sajátos geometriai helyzetéből kifolyólag a hozzárendelt konstruktív koordináta-rendszer síkjait egyszerű észrevételek alapján tájoljuk be:

- a konstruktív alapsík merőleges a fő forgácsolósebesség hh_2 tartóegyenésére, ennél fogva egy, az x_0z_0 koordinátasíkkal egybeeső sík x_0 tengely körüli, $\angle h_2hh_1$ szöggel való elforgatásával állítjuk elő;
 - a konstruktív érintősíknak tartalmaznia kell az élet közelítő a_1a szakaszt és a hh_2 sebességvektor-tartóegyenest, ennél fogva a hh_1h_2 síkkal egybeesik;
 - a konstruktív ortogonális sík az x_0 és hh_2 irányokra épül, tehát az x_0y_0 síkkal egybeeső sík x_0 tengely körüli, $\angle h_2hh_1$ szöggel való elforgatásával állítjuk elő.
- Az ábrán a hs_2h_2 síkkal esik egybe.

A fenti megállapítások szellemében, a fejel konstruktív geometriáját a következőképpen számoljuk:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_O = \lambda'_a \\ \kappa_O = \frac{\pi}{2} \\ \gamma_O = 0 \\ \alpha_O = \angle h_2hs_2 = \arctg \frac{s_2h_2}{h_2h} = \arctg \frac{s_1h_1}{\frac{h_1h}{\cos \angle(h_1hh_2)}} \\ \Rightarrow \alpha_O = \arctg(\tg \alpha_r \cos \lambda_a) \end{array} \right. \quad (3.233)$$

A jobb oldali él ortogonális konstruktív geometriáját a τ él-érintővektor, az $\mathbf{n}_\gamma$ homloklapfelületi, illetve az $\mathbf{n}_\alpha$ hátfelületi normálvektorok segítségével írjuk fel. Az utóbbi két vektort az ábrán, az egyszerűség kedvéért, nem tüntettük fel. Egyezményesen (lásd a függelékben) a homloklapfelületi normálvektor kiemelkedik a fogból, míg a hátfelületi normálvektor a fog beltartománya felé irányított.

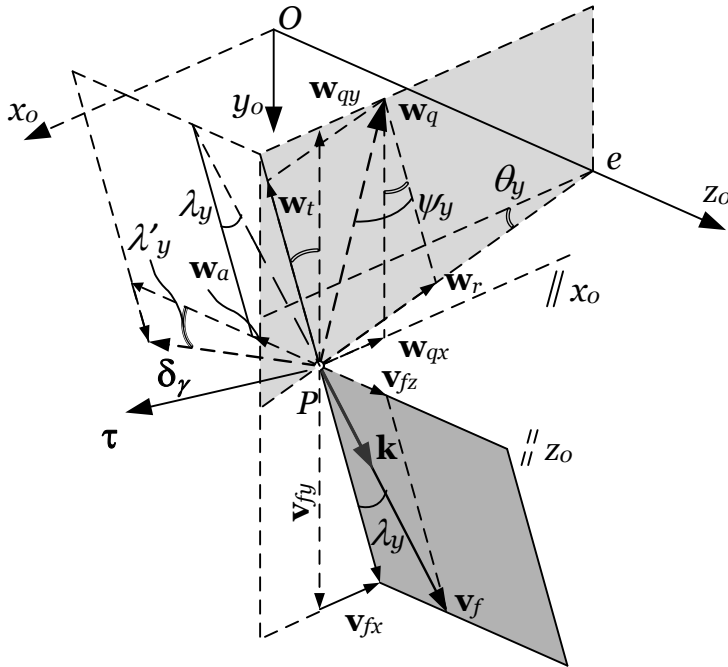
A P futópont koordinátáit a (3.221) $j = +1$ -re sajátosított parametrikus kifejezésekből számítjuk ki. A φ_1 paramétert a (3.210) egyenlőtlenység-rendszerrel meghatározott intervallumból választjuk ki. Jelöljük ezeket $x_0^{(P)}$, $y_0^{(P)}$, $z_0^{(P)}$ -val.

Kiszámítjuk a P ponton és a z_0 tengelyen áthaladó sík és az x_0z_0 sík lapszögét:

$$\theta_y = \arctg \frac{y_0^{(P)}}{x_0^{(P)}} \quad (3.234)$$

A τ koordinátáit az (3.221) élegyenletek φ_1 szerinti deriválásával kapjuk, figyelembe véve a $B(\varphi_1)$ -nek a (3.220) képlet szerinti kifejezését:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_x = -jy_0(\varphi_1; j) \frac{dB}{d\varphi_1} + R_b \sin B(\varphi_1) \\ \tau_y = -jx_0(\varphi_1; j) \frac{dB}{d\varphi_1} - jR_b \cos B(\varphi_1) \\ \tau_z = -j \frac{p_C p_{ax}}{2\pi(p_C + p_{ax})} \frac{\varphi_1^2}{1 + \varphi_1^2} \\ \frac{dB}{d\varphi_1} = \frac{1}{p_C + p_{ax}} \left(p_{ax} + \frac{p_C}{1 + \varphi_1^2} \right) \end{array} \right. \quad (3.235)$$



3.58. ÁBRA. A P pontra értelmezett $\mathbf{v}_f$, $\mathbf{n}_\gamma$ és $\mathbf{n}_\alpha$ vektorok számítása

A geometriai modellel való megfeleltetés megköveteli, hogy a τ él-érintővektor x -koordinátája pozitív legyen. Ezért, az érintővektort a (3.235) segítségével a következőképpen írjuk fel:

$$\underline{\tau}^T = \text{sgn } \tau_x (\tau_x \quad \tau_y \quad \tau_z) \quad (3.236)$$

A továbbiakban ki kell számítanunk a P élponton definiált fő-forgácsolósebesség vektor, valamint a homlok- és hátfelületi normálvektorok koordinátáit. A számításokat a 3.58. ábra alapján végezzük el.

A fő-forgácsolósebesség-vektornak két összetevőjét azonosítjuk: a Pe sugárra mérőleges tangenciális $\mathbf{v}_{ft}$, illetve a csavarhatásból származó $\mathbf{v}_{fz}$ összetevőt. A számítás egyszerűsítésére, a szerszám szögsebességének értékét $\omega = 1\text{s}^{-1}$ -nek vesszük. A 3.58. ábra és a (3.234) alapján

$$\underline{\mathbf{v}}_f = \begin{pmatrix} -\overline{Pe} & \sin \theta_y \\ \overline{Pe} & \cos \theta_y \\ \overline{Pe} & \text{tg } \lambda_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{[x_0^{(P)}]^2 + [y_0^{(P)}]^2} \sin \theta_y \\ \sqrt{[x_0^{(P)}]^2 + [y_0^{(P)}]^2} \cos \theta_y \\ R_0 \text{tg } \lambda_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_0^{(P)} \\ x_0^{(P)} \\ R_0 \text{tg } \lambda_0 \end{pmatrix} \quad (3.237)$$

A hátfelület $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektorát a τ él-érintővektorának és a $\mathbf{w}$ -nek – a P ponton áthaladó kúpos csavarvonal érintővektorának – vektoriális szorzataként írjuk fel. A $\mathbf{w}$

irányát a hátraesztgera-kés P pontjának a csigamaróhoz viszonyított relatív sebességvektorával fejezzük ki. A $\mathbf{w}$ három összetevőjét azonosítjuk: a $\mathbf{w}_r$ sugárirányú, a $\mathbf{w}_t$ tangenciális, valamint a $\mathbf{w}_a$ tengelyirányú sebességet. A sugárirányú és tangenciális sebességek összege $\mathbf{w}_q$, a tengelyre merőleges összetevő. A 3.58. ábra alapján

$$\begin{cases} w_t = \omega \overline{Pe} = 1 \cdot \sqrt{[x_0^{(P)}]^2 + [y_0^{(P)}]^2} \\ w_r = \omega \frac{kz_m}{2\pi} = \frac{kz_m}{2\pi} \\ w_a = \frac{p_{ax}}{2\pi} \omega = \frac{p_{ax}}{2\pi} \\ w_q = \sqrt{w_t^2 + w_r^2} = \sqrt{[x_0^{(P)}]^2 + [y_0^{(P)}]^2 + \left(\frac{kz_m}{2\pi}\right)^2} \end{cases} \quad (3.238)$$

A w_q két összetevője határozza meg a ψ_y szöveget:

$$\psi_y = \arctg \frac{w_r}{w_t} \quad (3.239)$$

A (3.238) és (3.239) kifejezésekkel, valamint a 3.58. ábra alapján a $\mathbf{w}$ a következő lesz:

$$\underline{\mathbf{w}} = \begin{pmatrix} -w_q \sin(\psi_y - \theta_y) \\ -w_q \cos(\psi_y - \theta_y) \\ -w_a \end{pmatrix} \quad (3.240)$$

Az $\mathbf{n}_\alpha$ felületi normálvektort a (3.235) és (3.240) segítségével fejezzük ki:

$$\mathbf{n}_\alpha = \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{w} \quad (3.241)$$

A homlokfelület $\mathbf{n}_\gamma$ normálvektorát a P ponton áthaladó $\boldsymbol{\delta}_\gamma$ homlokfelületi csavarvonal-érintővektor és a $\boldsymbol{\tau}$ él-érintővektor vektorszorzataként definiáljuk. A csavarvonal-érintővektor koordinátáit vetítéssel kapjuk:

$$\underline{\boldsymbol{\delta}}_\gamma = \begin{pmatrix} -\sin \lambda'_y \sin \theta_y \\ \sin \lambda'_y \cos \theta_y \\ -\cos \lambda'_y \end{pmatrix}, \quad \lambda'_y = \arctg \frac{\sqrt{[x_0^{(P)}]^2 + [y_0^{(P)}]^2}}{R_0} \operatorname{tg} \lambda_0 \quad (3.242)$$

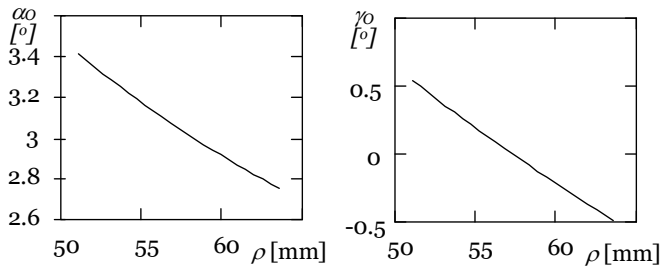
Ezzel az $\mathbf{n}_\gamma$ homlokfelület-normálvektort a következőképpen fejezzük ki:

$$\mathbf{n}_\gamma = \boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\delta}_\gamma \quad (3.243)$$

A P pontba rendelt konstruktív koordináta-rendszer (élszögrendszer) bázisvektora, a 3.57. ábra alapján, rendre a következők:

$$\begin{cases} \mathbf{k} = \frac{\mathbf{v}_f}{|\mathbf{v}_f|} \\ \mathbf{j} = \frac{\mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}}{|\mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}|} \\ \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{k} \end{cases} \quad (3.244)$$

Az ortogonális síkszelvényben feltüntetett vektorok, valamint a függelékben részletesen tárgyalt vektoriális geometria-elmélet alapján az oldalél konstruktív szögeit a következőképpen fejezzük ki:



3.59. ÁBRA. A csigamaró konstruktív szögeinek változása a sugár függvényében

–A konstruktív ortogonális homlokszög, ismertebb nevén konstruktív oldalhomlokszög:

$$\gamma_y = -\arcsin \frac{(\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}) \cdot \mathbf{j}}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}|} = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}|} \quad (3.245)$$

–A konstruktív ortogonális hátszög, ismertebb nevén konstruktív oldalhátszög:

$$\alpha_y = \arcsin \frac{(\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}) \cdot \mathbf{j}}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}|} = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{k}}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}|} \quad (3.246)$$

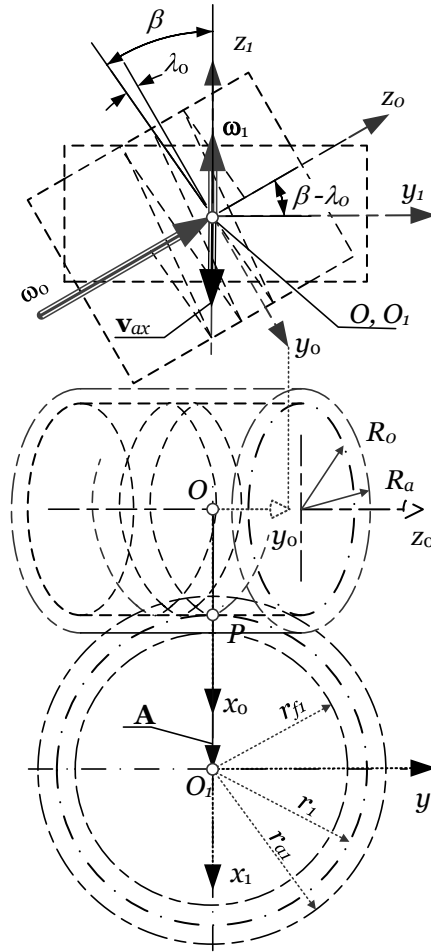
A konstruktív élgeometriát egy $m_n = 5\text{mm}$, $\lambda_0 = 2^\circ 30'$, $z_m = 12$ és $\alpha_{0n} = 20^\circ$ konstruktív jellemzőjű csigamaróra számítottuk ki. A radiális szelvény beállított geometriája $\gamma_V = 0$ és $\alpha_V = 8^\circ$, amihez $k_t h \approx 4,7$ mm hátraesztorgálási paraméter-érték tartozik. Az eredményeket a jobboldali élre a 3.59. ábrán tüntettük fel.

Észre lehet venni, hogy mind a konstruktív hátszög, mind pedig a homlokszög a sugár növekedésével csökken. A homlokszög a csavarhatás miatt gyakorlatilag nulla érték körül változik, összesen egyetlen foknyi tartományban. A hátszög esetében a szakirodalomból jól ismert

$$\operatorname{tg} \alpha_{Oy} = \operatorname{tg} \alpha_{yax} \sin \kappa_y = \frac{k_{th} z_m}{2\pi r_y} \sin \kappa_y \quad (3.247)$$

képlet, a $\kappa \equiv \alpha_{0n}$ alkalmazásával, a matematikailag pontos modellhez képest 0,6 szögpercenyi eltérést ad csupán. Nem mondható el ugyanez a homlokszög változásról, ugyanis nulla radiál-csúshomlokszög esetében a $\operatorname{tg} \gamma_{Oy} = \operatorname{tg} \gamma_{yax} \sin \kappa$ az oldalélhossz mentén konstans nulla homlokszöget eredményez. Az egy foknyi intervallum azonban jelen esetben nem szignifikáns.

A baloldali oldalél konstruktív geometriáját hasonló módon lehet levezetni. Figyelni kell a $\boldsymbol{\tau}$ érintővektor irányítására. A baloldali élen is a $\mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}$ a fog belső tartományába kell irányuljon ahhoz, hogy a függelékben levezetett geometria-képletek alkalmazhatók legyenek. Ennek az a feltétele, hogy az él érintővektora a fogcsúcstól a fogtő felé irányuljon, azaz a (3.235) egyenletben a $\operatorname{sgn} \tau_x$ helyett $\operatorname{sgn} \tau_x$ -et írjunk. A bal élen keletkező konstruktív hátszög a jobb élen számítottal azonos értékeket és változást mutat (3.59. ábra).



3.60. ÁBRA. A csigamaró- munkadarab relatív sebesség számítása

3.3.6.2. *A működő élgometria vektoriális modellje.* A működő élgometria az élszögek eloszlását vizsgálja a lefejtés különböző helyzeteiben. A működő élszögrendszer alapja a működő forgácsolósebesség-vektor, amely definíció szerint, a szerszámmél adott pontjának a munkadarab ezzel egybeeső pontjához viszonyított sebességvektora, a szerszám koordináta-rendszerében értelmezve. A működő élszögrendszer alapsíkjára merőleges $\mathbf{k}_e$ a relatív sebességvektor egységvektora. A $\mathbf{j}_e$ és $\mathbf{i}_e$ egységvektorokat a (3.244) képletek alapján számítjuk ki.

A relatív sebességvektor koordinátáit a 3.60. ábra alapján írjuk fel. A [70]-ban részletesen ismertetett számítási módszert alkalmazzuk. A csigamaró ω_0 szögsebességének értékét 1s^{-1} értékre állítjuk, a számítások egyszerűsítése végett. A munkadarab

ω_1 szögsebességét az s_{ax} tengelyirányú eltolás figyelembevételével, a (3.190) képlettel számítjuk, amelyben a 2-es indexet 1-re, az 1-est pedig nullára írjuk át. Jelöljük a gyártóhajtás áttételi arányát $j_{10} = \frac{\omega_1}{\omega_0}$ -val. Az ábra alapján

$$\mathbf{v}_0^{(0,1)} = \mathbf{v}_0^{(0)} - \mathbf{v}_0^{(1)} = \omega_0^{(0)} \times \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_{ax} - \omega_0^{(1)} \times \mathbf{r}_1 \quad (3.248)$$

A v_{ax} eltolási sebességet a (3.189) alapján számítjuk ki. A továbbiakban, a $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_0 - \mathbf{A}$ behelyettesítéssel a (3.249) egyenlet baloldalát kizárólag a szerszámhoz kötött, nulla indexű koordináta-rendszerben kapjuk:

$$\mathbf{v}_0^{(0,1)} = \omega_0^{(0,1)} \times \mathbf{r}_0 - \mathbf{A} \times \omega_0^{(1)} + \mathbf{v}_{ax} \quad (3.249)$$

Észre lehet venni, hogy a szerszám és a fogaskerék koordináta-rendszerei a 3.60. ábrán alaphelyzetben vannak, eltérően a felületburkolás matematikai modelljéhez képest, ahol az említett rendszereket a tetszőleges φ_0 szerszám-elfordulás által definiált általános helyzetben tárgyalják. Jelen esetben a modell megengedi ezt az egyszerűsítést, mert az általánosságot vissza lehet állítani azzal, hogy a csigamaró élét helyezzük tetszőleges helyzetbe. Ez megfelel a műszaki valóságnak, ugyanis adott élnek, a szerszám-munkadarab áthatása által meghatározott zárt halmazon, bárhol lehet a vizsgált pontja. Emiatt a szerszámél vizsgált pontját az r_y, θ, q hengerkoordinátákban adjuk meg, amelyekkel a vizsgált élpont helyvektora

$$\mathbf{r}_0^{(T)} = (r_y \cos \theta \quad r_y \sin \theta \quad q)$$

A (3.249) vektoregyenlet, a bal oldalon szereplő vektorok oszlopmátrixainak kifejtésével, a következő alakra hozható:

$$\mathbf{r}_0 = \begin{pmatrix} -(1 - j_{10} \sin(\beta - \lambda_0))r_y \sin \theta + j_{10}q \cos(\beta - \lambda_0) \\ (1 - j_{10} \sin(\beta - \lambda_0))r_y \cos \theta + j_{10}A(1 - j_{10} \sin(\beta - \lambda_0)) + \frac{s_{ax}}{2\pi}j_{10} \cos(\beta - \lambda_0) \\ -j_{10} \cos(\beta - \lambda_0)r_y \cos \theta + j_{10}A \cos(\beta - \lambda_0) - \frac{s_{ax}}{2\pi}j_{10} \sin(\beta - \lambda_0) \end{pmatrix} \quad (3.250)$$

A $\boldsymbol{\tau}, \mathbf{w}, \mathbf{n}_\alpha$ és $\mathbf{n}_\gamma$ vektorokat rendre a (3.235) és (3.236), (3.238) és (3.239), (3.241), illetve (3.242) és (3.243) képletekkel számítjuk ki. Ahhoz, hogy a hengerkoordináták által kijelölt pontba helyezzük az említett vektorokat, koordináta-transzformációt alkalmazunk. Legyen a (3.221) egyenletekkel felírt élék bármelyikének tetszőleges pontja a Q , melynek $\mathbf{r}_0^{(Q)}$ helyvektor-koordinátáiból az $(r^{(Q)} = r_y, \theta^{(Q)}, q^{(Q)})$ hengerkoordináták azonnal kiszámíthatók. Elméletileg a Q választott élpont bárhol lehet annak a zárt görbének belsejében, amelyet a munkadarab fejhengere az élpontot hordozó r_y sugarú hengeren metsz ki. A lehetséges illeszkedési pontok halmazának határgörbéjét a csigamaró koordináta-rendszerében felírt munkadarab-fejhenger egyenletből, illetve az r_y sugarú henger egyenletéből alkotott rendszer megoldásaként keressük. A szerszámhoz kötött, illetve a munkadarabhoz kötött koordináta-rendszerek közötti

transzformáció mátrixa a 3.60. ábra alapján a következő:

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & A \\ 0 & \sin(\beta - \lambda_0) & -\cos(\beta - \lambda_0) & 0 \\ 0 & \cos(\beta - \lambda_0) & \sin(\beta - \lambda_0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.251)$$

A munkadarab koordináta-rendszerében felírt

$$x_1^2 + y_1^2 - r_{a1}^2 = 0 \quad (3.252)$$

fejhengerfelület implicit egyenletébe behelyettesítjük a (3.251) transzformációs mátrix alkalmazásával létrehozott $x_1(x_0, y_0, z_0)$ és $y_1(x_0, y_0, z_0)$ függvényeket, majd pedig az (x_0, y_0, z_0) Descartes-féle koordinátákat az (r_y, θ, q) hengerkoordinátákkal írjuk fel. Eredményként a következő implicit függvényt kapjuk:

$$F(\theta, q; r_y) \equiv (A - r_y \cos \theta)^2 + (q - r_y \sin(\beta - \lambda_0) \sin \theta)^2 - r_{a1}^2 = 0 \quad (3.253)$$

A θ, q ismeretlenekben és r_y paraméterben megfogalmazott egyenlet megoldását numerikusan érdemes keresni. A q változó adott értékére keressük a megfelelő alsó és felső θ értékeket. A határgörbe terjedelme annál nagyobb, minél nagyobb az r_y sugár, és a munkadarab fogszáma.

A 3.61a. ábra a $\beta = 30^\circ$ -os dőlésszögű, különböző fogszámú fogaskerek fejhengere és a $\lambda_0 = 2,5^\circ$ -os osztónegeri csavarvonal-dőlésszögű csigamaró osztóhengere áthatását szemlélteti, míg a b. ábra a $z_1 = 17$ fogú fogaskerék fejhengerének áthatását szemlélteti a csigamaró fej-, osztó- és belső hengerével.

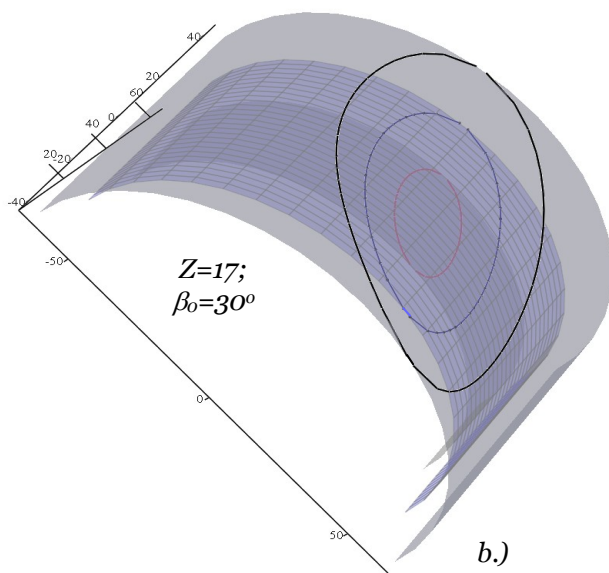
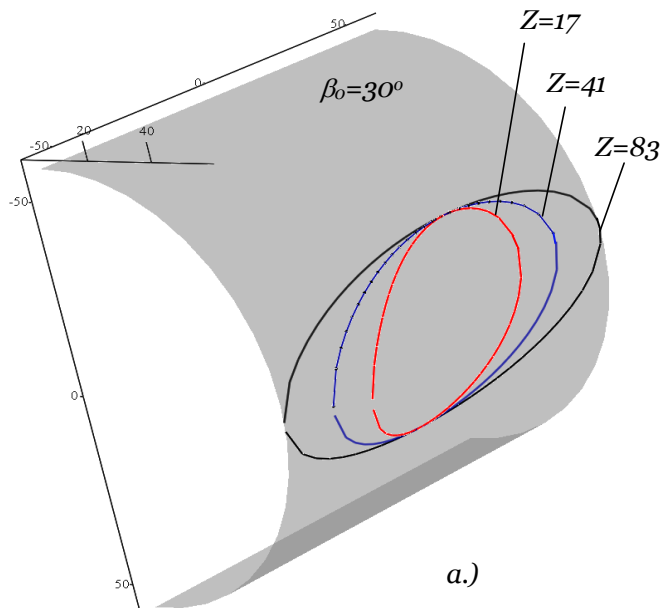
A lehetséges megoldások tartományán belül kijelölt Q pontban definiálnunk kell a geometriai elemzéshez szükséges vektorokat. A feladat megoldásához kiválasztjuk az alaphelyzetben levő él tetszőleges P pontját, majd kiszámítjuk ennek a hengerkoordinátáit:

$$\begin{cases} r_y = \sqrt{(x_0^{(P)})^2 + (y_0^{(P)})^2} \\ \theta^{(P)} = \arctg \frac{y_0^{(P)}}{x_0^{(P)}} \\ q^{(P)} = z_0^{(P)} \end{cases} \quad (3.254)$$

Létrehozunk egy mozgó $(x_m y_m z_m)$ koordináta-rendszert, amely alaphelyzetben az $(x_0 y_0 z_0)$ val egybeesik, majd a szerszáméleket ehhez csatoljuk. A $(x_m y_m z_m)$ -re rototranszlációt alkalmazunk, úgy, hogy a P és Q pontok egybeessenek (3.62. ábra), melynek egyenlete a következő:

$$\mathbf{r}_0^{(Q)} = \mathbf{M}_{0m} \mathbf{r}_m^{(P)} = \begin{pmatrix} \cos(\theta^{(Q)} - \theta^{(P)}) & -\sin(\theta^{(Q)} - \theta^{(P)}) & 0 & 0 \\ \sin(\theta^{(Q)} - \theta^{(P)}) & \cos(\theta^{(Q)} - \theta^{(P)}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q^{(Q)} - q^{(P)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{r}_m^{(P)} \quad (3.255)$$

$$\mathbf{r}_m^{(P)} \equiv \mathbf{r}_0^{(P)}$$



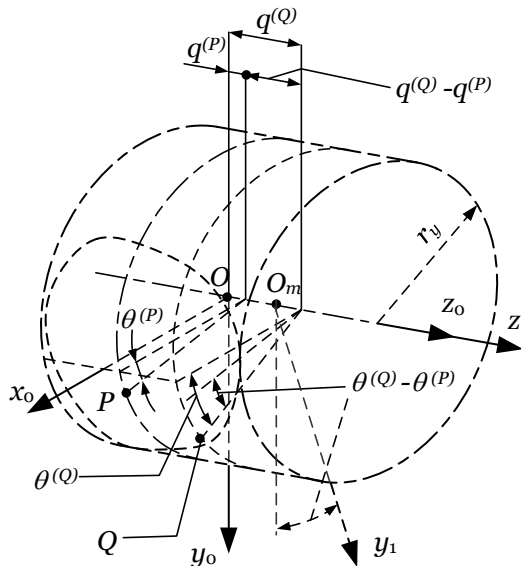
3.61. ÁBRA. A lehetséges megoldások tartománya a szerszám rendszerében

A τ , w , n_α és n_γ vektorokat a (3.255) transzformációs mátrix első elemére épített L_{0m} 3x3-as forgató al mátrixsal korrigáljuk, ezáltal a konstruktív koordináta-rendszer felírásához használt koordinátákat a működő koordináta-rendszerre írjuk fel:

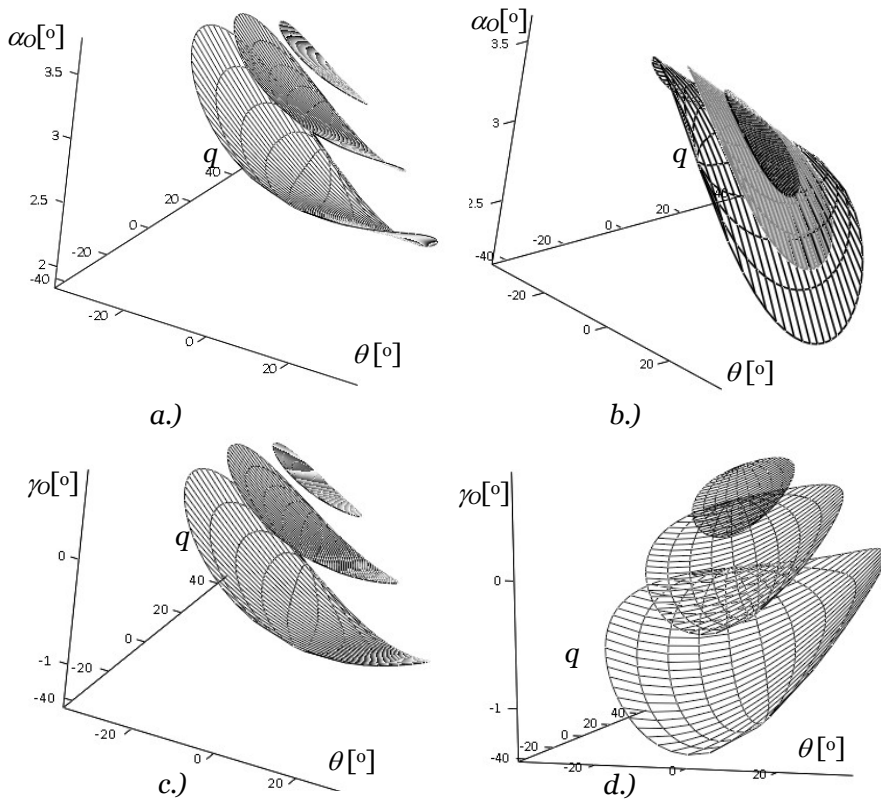
$$v_{mk} = L_{0m} v_{konstr} \quad (3.256)$$

Ezek után a geometriát a konstruktív geometria számítási képleteivel formálisan azonos képletekkel számítjuk ki.

A vizsgálat azt mutatja, hogy a működő geometria a konstruktívhoz viszonyítva nem sokat változik. A működő élgeometriát a konstruktív geometria esetében feltételezett csigamaróra számítottuk ki, figyelembe véve a fejhenger, az osztóhenger és a belső henger élpontjait. A fogazott kerék fogszámától való függőséget rendre 17, 41 és 83 fogú, $\beta = 30^\circ$ -os fogferdeségű kerekre szemléltettük. A működő hát- és homlokszögek változása a $z_1 = 17$ fogú kerék fogazásakor 3.63. ábrán közzétett négy grafikonon látható. Az *a.* és *b.* grafikonok a működő hátszög-eloszlásokat szemléltetik, a bal, illetve a jobb fogélen. Figyelembe véve, hogy a csigamaró és a fogaskerék is jobbirányú, a bal fogél a begördülő, a jobb fogél pedig a kigördülő él. A fésűskéses fogaskerék-lefejtéssel való analógia alapján kijelenthetjük, hogy a begördülő élen a forgácsvastagság nagyobb mint a kigördülő élen. A 3–3 felület kiterjedése egyértelműen utal a hozzá tartozó élpontra: a legnagyobb a külső, a legkisebb pedig a belső élpontra érvényes. Az *a.* és *b.* grafikont vizsgálva belátható, hogy a bal fogoldalon a



3.62. ÁBRA. A τ , w , n_α és n_γ vektorok számításához szükséges rotációs elvi vázlata



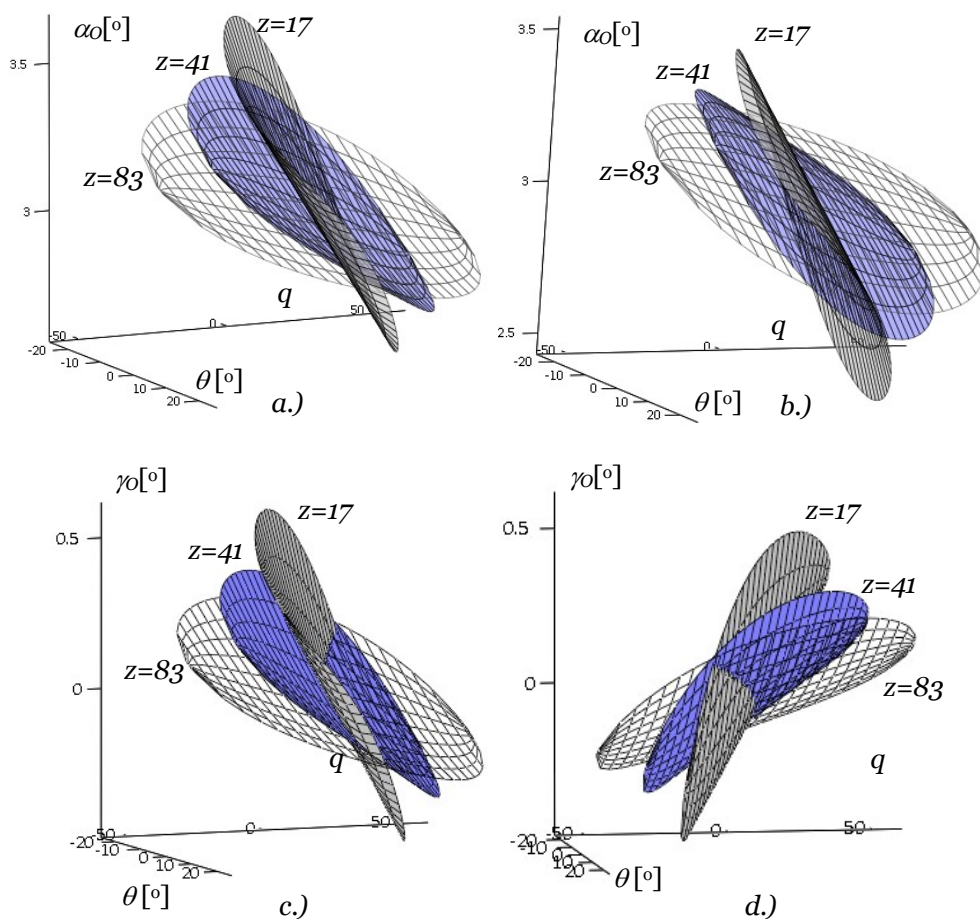
3.63. ÁBRA. A működő hát- és homlokszög- eloszlások, az él és az élpont helyzete szerint

hátszög értéke jelentősen függ az élpont sugarától, míg a jobb fogélen gyakorlatilag csak az élpont helyzetétől.

A működő homlokszög-változások a *c.* és *d.* grafikonon láthatók, a bal- illetve jobboldali élek választott pontjaira. Belátható, hogy a pillanatnyi értékek az élpont sugarától és az él helyzetétől függenek: a bal oldali élen a homlokszög-értékek az élpont forgácsba lépésekor (negatív θ szög) a legnagyobbak, majd fokozatosan csökkennek; a jobb oldali élpontokon a jelenség fordított. Azt is megfigyelhetjük, hogy az élpont sugarának növekedésével a homlokszög-értékek csökkennek.

A 3.64. ábrán az osztóköri élpont működő hát- és homlokszög eloszlását szemlélítettük. Az *a.*, *b.*, *c.* és *d.* grafikonok értelme ugyanaz, mint a 3.63. ábrán. Észrevehető, hogy minél nagyobb a fogszám, annál jobban beszűkül a szögértékek variációs intervalluma, de a középérték nem változik.

A konstruktív és a működő matematikai modelljei alapján kijelenthetjük, hogy a konstruktív és a működő élszögek között jelentős eltérés nincs, és működő szögek

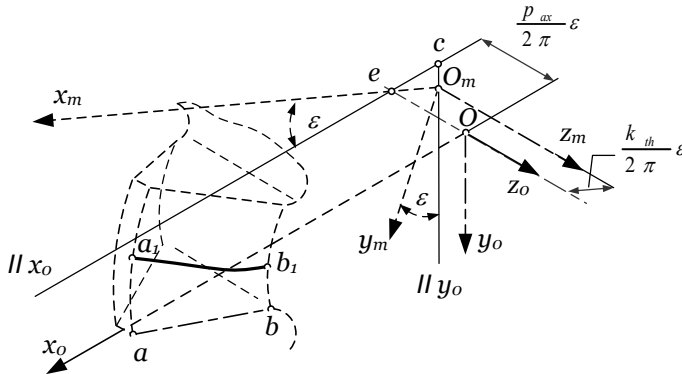


3.64. ÁBRA. Az osztóhengeri élpont működő hát- és homlokszögeloszlása, a fogazott kerék fogszáma szerint

eloszlásának intervalluma oly szűk, hogy nem befolyásolja a forgácsolt felület minőségét. A csigamaró geometriájának megtervezésére elegendő tehát kiválasztani az $\alpha_O = 2^\circ$ értékű oldalhátszöget, majd a (3.247) képlet segítségével kiszámítani a k_{th} hátramunkálási paramétert.

3.3.7. A hátfelületek és ezek hátraköszörülése

Mint ismeretes, a szabványos csigamarók (DIN 3968) három pontossági osztályban készülnek: AAA emelt, AA pontos és A nagyoló osztályban. A pontos csigamarók élhatároló felületeit köszörülni kell. A homlokfelület köszörülése egyszerű, mivel ez egyenes alkotójú csavarfelület. A művelet kúpos tárcsa alakú köszörűkoronggal csigamaró-élező célgépeken végzik.



3.65. ÁBRA. A hátfelületek generálása

A hátfelületek köszörülése, figyelembe véve, hogy ezek elméletileg görbe alkotójú kúpos csavarfelületek, nem egyszerű feladat. A hátraköszörülést a hátramunkáló esztergapadon, a keresztszánra illeszthető köszörűkészülék segítségével végzik. Két eljárás ismeretes: a köszörűtárcsával, illetve a köszörűszárral végzett hátraköszörülés.

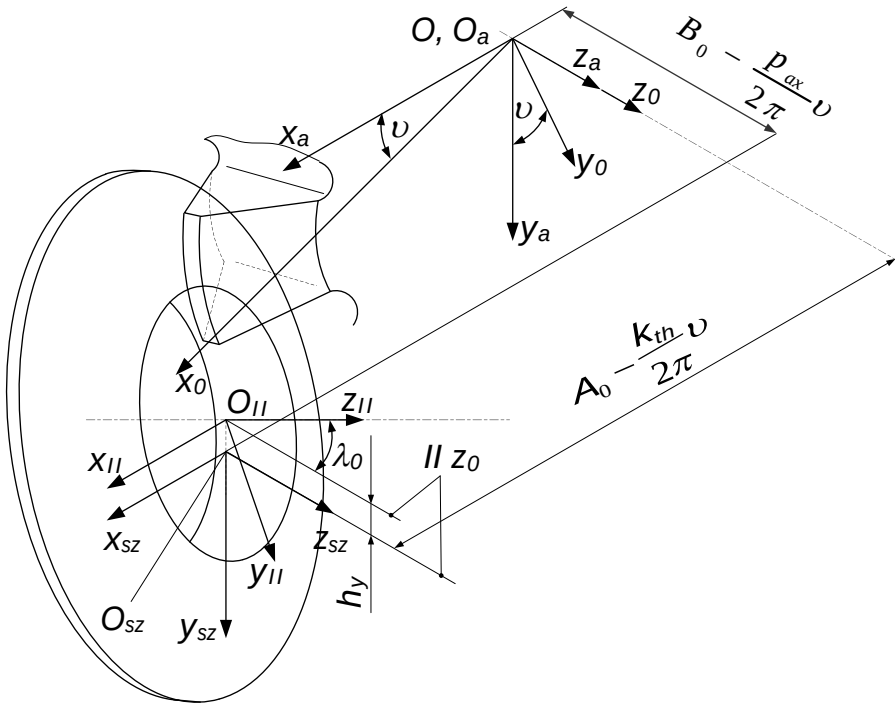
A következőkben célul tűzzük ki az említett szerszámok tengelyszelvényének kiszámítását.

3.3.7.1. A hátfelületek egyenletei. A hátfelületek egyenleteit a felületgenerálás elméletének alkalmazásával [62] vezetjük le. Két koordináta-rendszert alkalmazunk: a csigamaróhoz csatolt $x_0y_0z_0$ szerszámrendszert, illetve a szerszámélhez csatolt, összetett mozgást végző $x_my_mz_m$ szállítórendszert. A szállítórendszernek a csigamaróhoz viszonyított mozgása a csigamaró saját tengelye körüli forgómozgásából, a hátraeszergazán beszűrő egyenes vonalú egyenletes mozgásából és az ezt hordozó szánszekrény tengelyirányú, a csigamaró csavaremelkedésére hangolt hosszirányú előtoló mozgásából adódik. Feltételezzük, hogy az ideális vágóél lesz a generálógörbe, melyet a három mozgás összegzésének következményében, a csigamaróhoz viszonyítva kúpos csavarvonal-vezérgörbén mozdítunk el. A 3.65. ábra alapján, a mozgórendszerhez csatolt ab élgörbe a mozgás ϵ vezérparaméterének tetszőleges értékére az a_1b_1 helyzetbe kerül, a csigamaróhoz kötött rendszerbeli új koordinátákat pedig a

$$\mathbf{r}_0 = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon & 0 & -a\epsilon \cos \epsilon \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 & a\epsilon \sin \epsilon \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{p_{ax}}{2\pi}\epsilon \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{r}_m, \quad a = \frac{k_{th}z_m}{2\pi} \quad (3.257)$$

mátrixegyenlettel számítjuk ki, ahol az $\mathbf{r}_m$ koordináták a $B(\varphi_1)$ (3.220) kifejezésével felírt (3.221) élkoordináta-függvények.

A számítások elvégzése után a következő, jobb és bal oldalra általánosított parametrikus hátfelület-egyenleteket kapjuk:

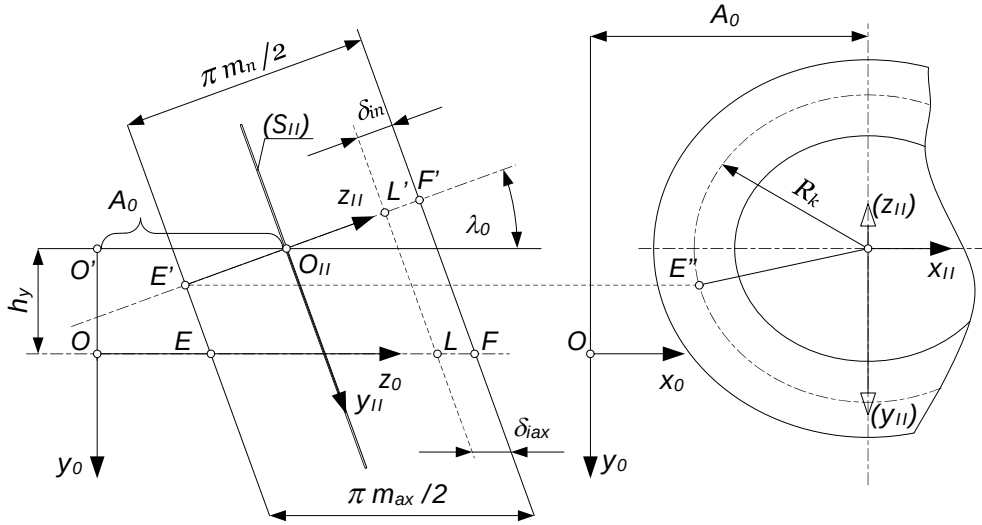


3.66. ÁBRA. A hátfelületek tárcsás hátraköszörülése

$$\begin{cases} x_0(\varphi_1, \varepsilon; j) = R_b(\cos(B(\varphi_1 - j\varepsilon)) + \varphi_1 \sin(B(\varphi_1 - j\varepsilon))) - a\varepsilon \cos \varepsilon \\ y_0(\varphi_1, \varepsilon; j) = jR_b(\sin(B(\varphi_1 - j\varepsilon)) - \varphi_1 \cos(B(\varphi_1 - j\varepsilon))) + a\varepsilon \sin \varepsilon \\ z_0(\varphi_1, \varepsilon; j) = a \left(\frac{j p_C}{p_{ax} + p_C} (\zeta_0 + \arctg \varphi_1 - \varphi_1) - \varepsilon \right) \end{cases} \quad (3.258)$$

3.3.7.2. A tárcsás hátraköszörülés matematikai modellje. Célunk a (3.258) parametrikus egyenletekkel leírt hátfelületek köszörülésére alkalmas köszörűkorong profilját kiszámítani. Bizonyított tény [47], hogy a kúpos csavarfelületek pontos köszörülése csak úgy lehetséges, hogyha a köszörűkorongot menet közben szabályozzák, vagy pedig úgy, hogy a tengelyének dőlésszögét menet közben változtatjuk. A klasszikus hátraesztergia-padon az említett pluszmozgások beiktatására csak speciális, numerikusan vezérelt készülék beépítésével nyílna lehetőség. A következőkben bizonyítjuk, hogy az elméleti hátfelületeket, hagyományos felszereléssel, nem lehet matematikai pontossággal gyártani.

A tárcsás köszörülés matematikai modelljét a 3.66. ábrán, a jobb oldali hátfelületre szemléltettük.



3.67. ÁBRA. A hátraköszörű-tárcsa helyzetparaméterei

A gépállványhoz kötött $(x_a y_a z_a)$ koordináta-rendszerhez viszonyítva, a csigamaró $(x_0 y_0 z_0)$ rendszere ν szöggel el van fordítva, miközben a köszörűtárcsa $(x_{II} y_{II} z_{II})$ rendszerét az $x_{sz} y_{sz} z_{sz}$ szállítórendszer az alaphelyzetből az elfordulás ν szögével arányosan mozdtja el, a forgástengelyre merőleges és ezzel párhuzamos irányban. A köszörűkorong tengelyének O_{II} referenciapontját h_y értékkel emeljük az $x_a z_a$ vízszintes sík fölé. A köszörűkorong $O_{II} z_{II}$ tengelye λ_0 szöggel a menet irányában döntött helyzetű.

Jelöljük R_k -val a köszörűkorong referencia-sugarát, amelyet úgy definiálunk, hogy alaphelyzetben ($\nu = 0$ értékre) az osztóhengeri élpont a köszörűkorong említett sugarú körén található. Kiszámítjuk az osztóhengeri élpont $(x_0^{(e)}, y_0^{(e)}, z_0^{(e)})$ koordinátáit. Rögzítjük a köszörűkorong és a fogárok közötti, tengelyirányú δ_i hézagot. Az indulási, azaz $\nu = 0$ értéknek megfelelő, A_0 tengelytávot és a B_0 beállási távolságot a 3.67. ábra alapján számoljuk ki. A köszörűtárcsa S_{II} referenciasíkja ennek szélességét két-éoszta. Az ábra alapján azonnal felírhatók a keresett A_0 és B_0 helyzetparaméterek:

$$\begin{aligned} A_0 &= x_0^{(e)} + \sqrt{R_k^2 - (h_y - y_0^{(e)})^2} \\ B_0 &= z_0^{(e)} + \frac{\pi m_{ax}}{4} - \frac{\delta_{iax}}{4} \end{aligned} \quad (3.259)$$

A csigamaró és a köszörűkorong koordináta-rendszerei között fennálló transzformáció egyenletét a 3.66. ábra alapján írjuk fel:

$$\underline{\mathbf{r}}_{II} = \mathbf{M}_{II,sz} \mathbf{M}_{sz,a} \mathbf{M}_{a,0} \underline{\mathbf{r}}_0 \quad (3.260)$$

A (3.260) egyenletben szereplő transzformációs mátrixok alakja a következő:

$$\mathbf{M}_{II,sz} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda_0 & \sin \lambda_0 & h_y \cos \lambda_0 \\ 0 & -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & -h_y \sin \lambda_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M}_{sz,a} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -(A_0 - av) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -(B_0 - \frac{p_{ax}}{2\pi} v) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.261)$$

$$\mathbf{M}_{a,0} = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0 & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.262)$$

A (3.260) mátrixegyenletek segítségével a köszörűkorong tengelyének $x_{II} = 0$; $y_{II} = 0$ kanonikus egyenletei a következő alakot öltik:

$$\begin{cases} x_0 \cos v - y_0 \sin v = A_0 - av \\ x_0 \sin v + y_0 \cos v + z_0 \operatorname{tg} \lambda_0 = (B_0 - \frac{p_{ax}}{2\pi} v) \operatorname{tg} \lambda_0 - h_y \end{cases} \quad (3.263)$$

A következőkben a hátfelület normálvektorának (n_{x0}, n_{y0}, n_{z0}) koordinátáit kell kiszámítanunk. A felületi koordináta-függvények parciális deriváltjai a következők lesznek:

$$\begin{cases} \frac{\partial x_0}{\partial \varphi_1} = R_b \left((1 - \dot{B}(\varphi_1)) \sin(B(\varphi_1) - j\varepsilon) + \varphi_1 \dot{B}(\varphi_1) \cos(B(\varphi_1) - j\varepsilon) \right) \\ \frac{\partial y_0}{\partial \varphi_1} = -j R_b \left((1 - \dot{B}(\varphi_1)) \cos(B(\varphi_1) - j\varepsilon) - \varphi_1 \dot{B}(\varphi_1) \sin(B(\varphi_1) - j\varepsilon) \right) \\ \frac{\partial z_0}{\partial \varphi_1} = -j \frac{p_{ax} p_C}{2\pi(p_{ax} + p_C)} \frac{\varphi_1^2}{1 + \varphi_1^2} \end{cases} \quad (3.264)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x_0}{\partial \varepsilon} = y_0(\varphi_1, \varepsilon; j) - a \cos \varepsilon \\ \frac{\partial y_0}{\partial \varepsilon} = -x_0(\varphi_1, \varepsilon; j) + a \sin \varepsilon \\ \frac{\partial z_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{p_{ax}}{2\pi} \\ \dot{B}(\varphi_1) = \frac{p_{ax}}{p_{ax} + p_C} + \frac{p_C}{p_{ax} + p_C} \frac{1}{1 + \varphi_1^2} \end{cases} \quad (3.265)$$

Belátható, hogy a képletek bonyolultsága reménytelenül teszi a normálvektor koordinátáinak analitikus kifejezését. A (3.264) és (3.265) kifejezésekkel felépítjük a

normálvektor koordinátáit:

$$\underline{n} = \begin{pmatrix} n_{x0}(\varphi_1, \varepsilon; j) \\ n_{y0}(\varphi_1, \varepsilon; j) \\ n_{z0}(\varphi_1, \varepsilon; j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_0}{\partial \varphi_1} \frac{\partial z_0}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial z_0}{\partial \varphi_1} \frac{\partial y_0}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial z_0}{\partial \varphi_1} \frac{\partial x_0}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial x_0}{\partial \varphi_1} \frac{\partial z_0}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial x_0}{\partial \varphi_1} \frac{\partial y_0}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial y_0}{\partial \varphi_1} \frac{\partial x_0}{\partial \varepsilon} \end{pmatrix} \quad (3.266)$$

A normálvektor- koordináták segítségével felírjuk a hátfelületi normálegyenes egyenleteit:

$$\begin{cases} x_0 n_{y0}(\varphi_1, \varepsilon; j) - y_0 n_{x0}(\varphi_1, \varepsilon; j) = x_0(\varphi_1, \varepsilon; j) n_{y0}(\varphi_1, \varepsilon; j) - y_0(\varphi_1, \varepsilon; j) n_{x0}(\varphi_1, \varepsilon; j) \\ y_0 n_{z0}(\varphi_1, \varepsilon; j) - z_0 n_{y0}(\varphi_1, \varepsilon; j) = y_0(\varphi_1, \varepsilon; j) n_{z0}(\varphi_1, \varepsilon; j) - z_0(\varphi_1, \varepsilon; j) n_{y0}(\varphi_1, \varepsilon; j) \end{cases} \quad (3.267)$$

Jelöljük a (3.267) egyenletek jobb oldalát E_{x0y0} -val illetve E_{y0z0} -val. A köszörűkorong és a hátfelület érintkezési görbét azon pontok halmaza alkotja, amelyekben a felületi normális metszi a köszörűkorong tengelyét. Tetszőleges ε értékre tekintsük a (3.263) és (3.267), x_0, y_0, z_0 -ban lineáris egyenleteket. A normálegyenes akkor és csak akkor metszi a forgástengelyt, ha az említett lineáris egyenletekből alkotott rendszer karakterisztikus determinánsa nulla, azaz:

$$\begin{vmatrix} n_{y0} & -n_{x0} & 0 & E_{x0y0} \\ 0 & n_{z0} & -n_{y0} & E_{y0z0} \\ \cos v & -\sin v & 0 & A_0 - av \\ \sin v & \cos v & \operatorname{tg} \lambda_0 & (B_0 - \frac{p_a x}{2\pi} v) \operatorname{tg} \lambda_0 - h_y \end{vmatrix} = 0 \quad (3.268)$$

Ha a (3.268) determinánst a harmadik sora szerint kifejtjük, a számítások elvégzése után a v szerint rendezett, következő transzcendens trigonometriai egyenlethez jutunk:

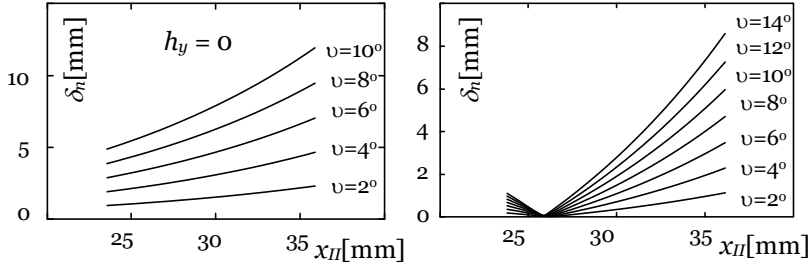
$$C_1 \sin v + C_2 \cos v = C_3,$$

$$\begin{aligned} C_1 &= n_{y0} E_{y0z0} \operatorname{tg} \lambda_0 + Q n_{y0}^2 + (A_0 - av) n_{x0} n_{y0} \\ C_2 &= (A_0 - av) n_{y0}^2 - Q n_{x0} n_{y0} - (n_{x0} E_{y0z0} - n_{z0} E_{x0y0}) \operatorname{tg} \lambda_0 \\ C_3 &= n_{y0} E_{x0y0} - (A_0 - av) n_{z0} n_{y0} \operatorname{tg} \lambda_0 \\ Q &= (B_0 - \frac{p_a x}{2\pi} v) \operatorname{tg} \lambda_0 - h_y \end{aligned} \quad (3.269)$$

A (3.269) egyenlet transzcendens v -ben, amiből arra lehet következtetni, hogy az érintkezési görbe alakja, különböző v -értékekre, változik, így a köszörűkorong profilja is. A köszörűkorong profiljának numerikus kiszámítására a következő lépéseket tesszük.

1. Az $[R_f, R_a]$ intervallumban N_p számú, egyenlő távolságra illeszkedő sugárértéket veszünk fel, majd pedig az (3.221) parametrikus élkoordináta-függvényekből, a tetszőleges sugárértéknek megfelelő $\varphi_{1i}, i \in \overline{1, N_p}$ sorozatot állítjuk elő;

2. A v szögnek N_v számú, egyenlő távolságra illeszkedő értéket adunk, nullától a szögosztás feléig, mert feltételezzük, hogy ez a legnagyobb kiterjedés, amelyen a



3.68. ÁBRA. A profilgörbék pontjainak távolsága a referencia-profilgörbétől

csigamaró foga megmunkálható (a fog ezen túli részét kétszeres hátramunkálás alkalmazásával süllyesztettük);

3. Adott $v_j, j \in \overline{1, N_v}$; értéket beállítva, minden $\varphi_{1i}, i \in \overline{1, N_p}$ értékre megoldjuk a (3.268) vagy (3.269) egyenletet, előállítva ezáltal a $[\varphi_i, \varepsilon_{i,j}]$ táblázatos függvényt;

4. Az érintkezési görbék koordinátáit az $\mathbf{M}_{II,0}$ transzformációs mátrix segítségével átalakítjuk, és megkapjuk az érintkezési görbéket a köszörűkorong felületén;

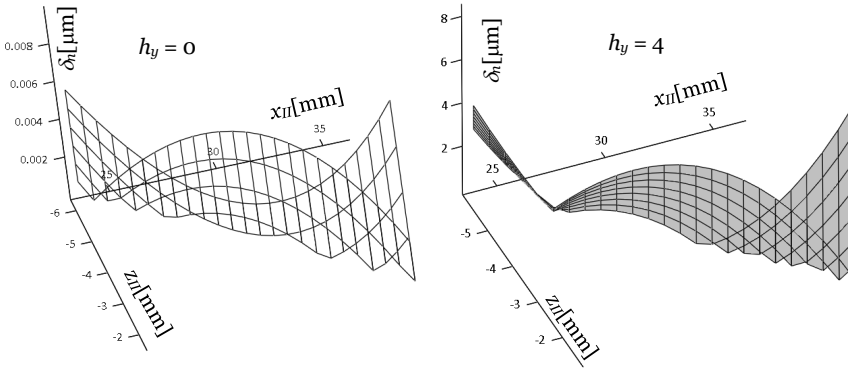
5. Az elméleti köszörűkorong-profilokat az $x_{II}z_{II}$ síkban fejezzük ki;

6. Végül, a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva kiszámítjuk a j számosságú profilponthalmazt legjobban közelítő egyenest.

A módszer alkalmazásának bemutatására tekintsük, az előbbieken is felhozott, $m_n=5$ mm normálmodulú, egy bekezdésű, $\lambda_0=2^\circ 30'$ csavarvonal-dőlésszögű és $z_m=12$ fogú csigamaró jobb oldali hátfelületének hátraköszörülését. A csúchomlokszög-érték választott $\alpha_V=8^\circ$ értékének $k_{th}=4,67$ mm értékű hátramunkálási paraméter-érték felel meg. Az v elfordulás a $(0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14)$ halmazból veszi fel sorban az itt fokban kifejezett értékeit. A szimulációt $h_y=0$ és $h_y=4$ mm értékekre végeztük el.

Mindkét esetben beigazolódott, hogy a köszörűkorong profilja változik, és költözik az $x_{II}z_{II}$ síkban. Alapgörbének tekintve az $v=0$ helyzetre meghatározott profilgörbét, az ezután következő helyzeteknek megfelelő profilgörbék pontjainak távolságát számítottuk ki az alapgörbéhez viszonyítva. Az eredményeket a 3.68. ábrán szemléltettük.

Megfigyelhető, hogy a v szög növekedésével az aktuális elméleti profilgörbe az alap-profilgörbétől egyre jobban távolodik. A pontos megoldás ebben az esetben vagy a Dudás Illés-féle kúpos csigaköszörüléskor alkalmazott folyamatos köszörűkorong-korrektcióban [48], vagy pedig a Dudás László féle közelítő megoldásban rejlik, amikor nem a korongot szabályozzuk, hanem a helyzetét módosítjuk [49]. Észrevehető, hogy az eltérés legnagyobb értéke nem éri el a $8 \mu\text{m}$ értéket. Továbbá az is megfigyelhető, hogy a $h_y=0$ esetben a távolsági görbék nem metszik egymást, míg a $h_y=4$ mm köszörűtárcsa-középpont kiemelés alkalmazásával az említett görbék metszik egymást. A görbék egymáshoz viszonyított távolságai viszont csökkennek. A köszörűkorong kiemelését azért célszerű megvalósítani, mert ellenkező esetben az érintkezési görbe jóval a homlokfelület alatt jön létre, vagyis $v=0$ -ra nem jöhet létre a forgácsvétel. A köszörűszerszám kiterjedése miatt a munkadarab elfordulási szöge meglehetősen



3.69. ÁBRA. A profilgörbék pontjainak távolsága a regressziós egyenestől

korlátozott, mivel sokkal hamarabb jön létre a következő foggal való ütközés, mint a hátraeszterga-kés használatakor.

A legkisebb négyzetek módszerét az összes kiszámított profilra alkalmazzuk. Az elméleti profilpontok linearizált profilhoz mért távolságainak változását a 3.69. ábrán szemléltettük. Megfigyelhető, hogy a legnagyobb távolságok a $8 \mu\text{m}$ érték köré csoportosulnak.

Jelen matematikai modell technológiai alkalmazásakor figyelembe kell venni azt a tényt, hogy a köszörűkorong kopása következtében alkalmazott újraélezés átmérőcsökkenést idéz elő, ez pedig a profil módosítását követeli meg.

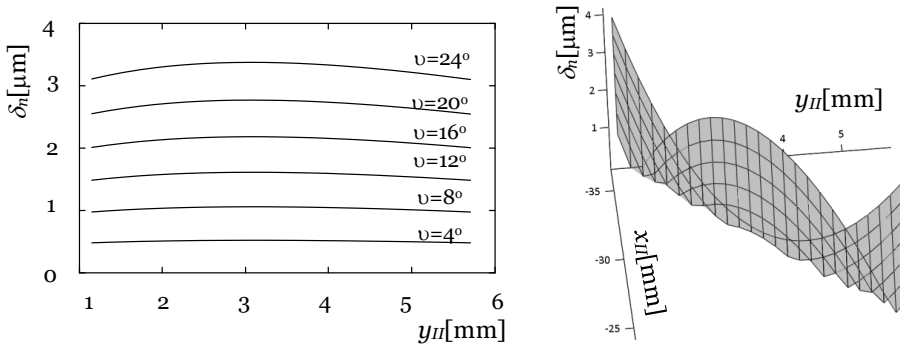
Levonható tehát a következtetés, hogy a hátraeszterga-pad nyújtotta műszaki feltételek mellett a csigamaró hátfelületeit nem lehet matematikailag pontosan hátraköszörűlni. A baloldali hátfelület köszörülésére a köszörűkorong profilját az előbbiekben bemutatott módon számítjuk ki.

3.3.7.3. A köszörűszáras hátraköszörülés matematikai modellje. A köszörűszáras hátraköszörülés modelljét az előbbiekben felvázolt módszer alapján vezetjük le. A modell lényegesen egyszerűsödik azáltal, hogy a köszörűszár tengelye a csigamaró forgástengelyére merőleges helyzetet foglal el. Jelöljük a köszörűszár forgástengelyét x_{II} -vel (3.70. ábra).

Az ábra alapján felírjuk a köszörűszár és a csigamaró koordináta-rendszere közötti transzformációs mátrixot:

$$\mathbf{M}_{II,0} = \begin{pmatrix} \cos v & -\sin v & 0 & -(A_0 - av) \\ \sin v & \cos v & 0 & h_y \\ 0 & 0 & 1 & -(B_0 - \frac{p_{ax}}{2\pi} v) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.270)$$

A köszörűszár tengelyének $y_{II}=0$; $z_{II}=0$ egyenleteit átírjuk a (3.270) transzformációs mátrixszal, majd a tengely és a normálegyenés (3.267) egyenleteiből kialakítjuk a burkolás feltételét adó lineáris egyenletrendszert. A karakterisztikus determináns az alábbi alakot ölti:



3.71. ÁBRA. A köszörűszáras hátraköszörülés hibaeloszlása

távolságának eloszlását mutatja. Észrevehető, hogy a hibák, a tárcsa alakú szerszámmal való megmunkálás hibáihoz viszonyítva, közelítőleg felére csökkentek.

A köszörűszár használata lehetővé teszi a teljes hátfelület megmunkálását, így a szerszám gyártási költségét nem kell növelnünk a sülyesztő hátraesztérgálás beiktatásával.

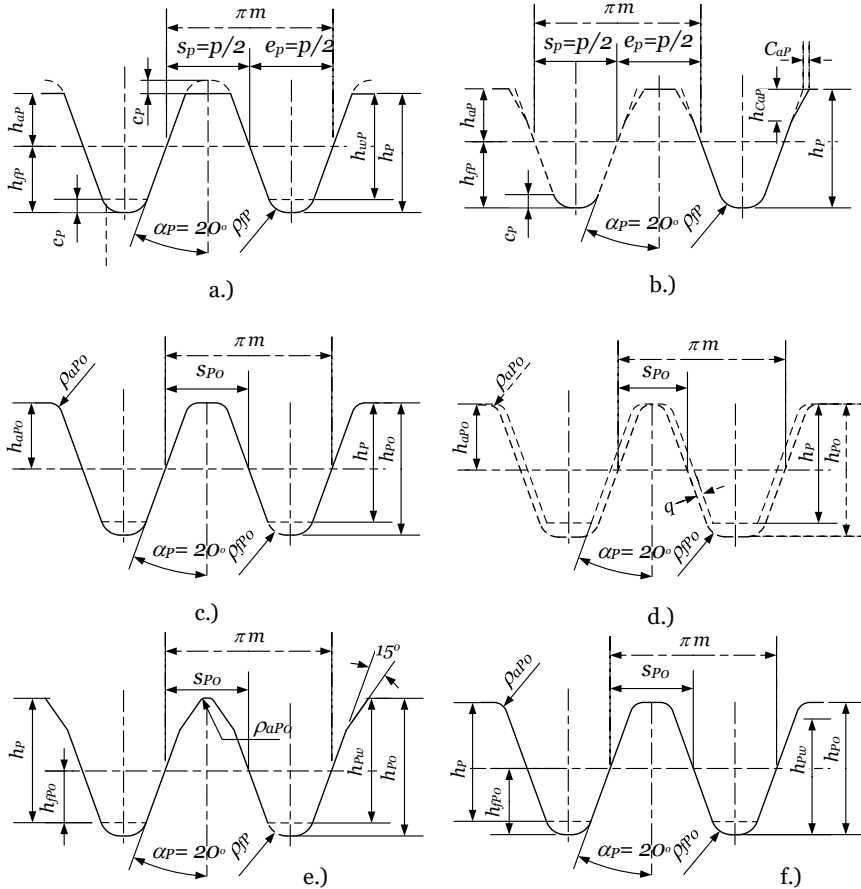
3.3.8. A csigamaró geometriai és konstruktív elemeinek tervezése

A csigamaró származtató csigájának számításaiból megkaptuk a λ_0 osztóhengeri vezércsavarvonal-dőlésszöget, a p_{ax} tengelyirányú menetemelkedést, a $D_0 = 2R_0$ osztóhenger-átmérőt és a p_C forgácsolóhorony-emelkedést. A további számítások elvégzéséhez szükségesek a csigamaró fogazatának méreteit definiáló, szabványosított alapprofilok. A következő alpont ezeket részletesen ismerteti.

3.3.8.1. A csigamarók alapprofíljai. Az előző pontokban matematikailag igazoltuk, hogy a csigamarót fogaslécclal kapcsolódó evolvens csigából kell származtatni, majd ennek alapján levezettük a gyártási paramétereket, illetve elemeztük a geometriát és az elméleti pontosságot. A valóságban a csigamaró a fogfej és a fogláb környezetében profilmódosítást, azaz fogfej-lenyesést és fogláb-alámetszést kell megvalósítson. Ez a megállapítás a nagyoló és a simító csigamarókra egyaránt érvényes – utóbbi esetben a kieszközölt alakváltozások kisebbek.

A fogfej- illetve a fogláb módosítás *kiterjedése* a fejkörtől, illetve a talpkörtől számított sugárirányban mért távolság, amelyen az elméletileg tökéletes evolvens profiltól való eltérés létrejön. A módosítás *mértéke* az elméleti evolvenstől normálirányban mért távolság. A módosítás mindig anyagirányban történik, azaz a megmunkált fogazat fogláb- és fogfejkörnyezetében az evolvens határfelülethez viszonyított anyagleválasztást kell megvalósítani.

A gyártott fogaskerék dinamikai viselkedését nagymértékben befolyásolja a fogláb görbe, melynek kialakításáért a szerszám fejrésze felelős. Elméletileg a gyártott fogláb görbe hurkolt evolvens vagy hurkolt cikloid alakú [97] [61], a gyakorlatban viszont a fogfejl és az oldalél közötti lekerekítés egy, az előbbiektől közelítőleg ϱ lekerekítési sugárnyi távolságra illeszkedő burkológörbét kapunk [70].



3.72. ÁBRA. Fogaskerék- és csigamaró-alapprofilok [34]

A fogprofil módosítására vonatkozó információkat a csigamaró alapprofilja tartalmazza. A csigamaró alapprofilja, definíció szerint, egy képzeletbeli fogaslécnek a normálszelvénybeli profilja, amelyik a gyártandó kerékekkel kapcsolódik. Ez a gyártandó fogaskerék alapprofiljának ellenprofilja, azaz:

1. A két profil osztóvonal egybesik, tehát az osztóvonal s_{p0} ²⁵ fogvastagság az osztás felével egyenlő;
2. A csigamaró alapprofiljának h_{ap0} fogfejmagassága a fogaskerék alapprofil h_{fp} foglábmagasságával egyenlő;
3. A csigamaró alapprofiljának ρ_{ap0} fogfej-lekerekítési sugara a fogaskerék alapprofil ρ_{fp} fogláb-lekerekítési sugarával egyenlő.

²⁵A DIN 3972-ben és a DIN 58412-ben használatos jelöléseket alkalmazzuk, amelyek a „P” indexjel bevezetésével térnek el a jelen könyvben használt jelölésektől.

Jelenleg kétfajta fogaskerek-alaprofil tartanak számon: a DIN 875-ös szabványban rögzített, hagyományos, illetve az ISO 53-as fogfejlényesést is tartalmazó alaprofil. Ezeket a 3.72a., illetve b. ábrán szemléltettük.

A gyakorlatban, a fogaskerek mérete és terhelése függvényében, valamint a csigamarós lefejtésnek a műveletsorban elfoglalt helye szerint többféle csigamaró-alaprofil szabványosítottak. Az általános rendeltetésű és nehézgépgyártásbeli fogaskerek számára a DIN 3972-es, míg a finommechanikai fogaskerek számára a DIN 58412-es szabvány tartalmazza a jellemző geometriai méreteket.

A DIN 3972-es szabvány négy csigamaró-alaprofil ír elő, melyekből az I-es és a II-es a simítószerszámmra, a III-as és a IV-es pedig a felsimító-előmunkáló szerszámmra érvényes (3.72c., illetve d. ábrák). A profilok jellemző méreteit a 2. táblázatban foglaltuk össze.

Paraméter	I. Alaprofil	II. Alaprofil	III. Alaprofil	IV. Alaprofil
h_{aP0}	$1,167m$	$1,250m$	$1,25m + 0,25\sqrt[3]{m}$	$1,25m + 0,60\sqrt[3]{m}$
h_P	$2,167m$	$2,250m$	$2,250m$	$2,250m$
h_{P0}	$2,367m$	$2,450m$	$2,450m$	$2,450m$
ϱ_{fP0}	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$
ϱ_{aP0}	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$
s_{P0}	$\frac{\pi}{2}m$	$\frac{\pi}{2}m$	$\frac{\pi}{2}m$	$\frac{\pi}{2}m$
q	0	0	$0,25\sqrt[3]{m} \sin \alpha_P$	$0,60\sqrt[3]{m} \sin \alpha_P$

2. TÁBLÁZAT. Általános felhasználású és nehézgép-fogaskerek csigamarójának alaprofiljai

A 3.72. ábrán látható III. és IV. alaprofil (c. és d. ábra) osztóvonala a fejevontól a szokásosnál $\delta = 0,25\sqrt[3]{m}$, illetve $\delta = 0,60\sqrt[3]{m}$ értékekkel nagyobb távolságra található. Mivel a szerszám technológiai gördülővonala a szerszám-fejevontól *ugyanakkora távolságra található*, mint az I-es illetve a II.-es alaprofilok esetében, a gördülővonal fogvastagság kisebb az oldalankénti normálirányú q ráhagyás gördülővonal méretével, azaz $2q/\cos \alpha_P$ -vel. Elemi háromszögszámítás alapján következik, hogy $q = \delta \sin \alpha_P$, ami a 2. táblázat utolsó sorában van feltüntetve.

A III-as alaprofilra jellemző megmunkálási ráhagyás a IV-es alaprofil ráhagyásának alig több, mint 2/3-a. A III-as alaprofilú csigamarót a köszörülés, vagy a hántolás előtti előmunkálásra, míg a IV-es alaprofil általános előmegmunkálásra, azaz nagyolásra ajánlják.

A DIN 58412-es szabvány szerint, az $m \in [0,1,1]$ mm modulú, finommechanikai fogaskerek lefejtésére összesen hat alaprofil ajánl, melyeket $U1$, $N1$, $V1$ -gyel, illetve $U2$, $N2$, $V2$ -vel jelöl. A $V1$ és $V2$ alaprofilok az előmegmunkáló csigamarók számára ajánlottak. Az U és N jelű profilok között azonban a különbség lényeges. Az N jelű profil elnevezése arra utal (*nichtüberschneidend; non topping*), hogy a megmunkálás átfedés nélkül történik, azaz a fogaskerek fejköre nem érintkezik a csigamaró

lábélével, akárcsak az általános gépgyártás számára megmunkált kerek esetében. Az U jelzés viszont arra utal (*überschneidend*; topping), hogy a fogoldalak lefejtésével párhuzamosan a fejhengert is végleges méretre hozza. A módszert főleg kis fogaskerekekre alkalmazzák, leginkább azokban az esetekben, amikor a fogaskerék furatának véglegesítésére a fogazat simítása után kerül sor. Ilyen esetben a fejhenger megfelelő tájolóbázisként szolgál, és a radiális ütés lényegesen kisebb lesz. Az N jelű alapprofil az e., míg az U jelűt az f. ábrán szemléltettük.

A DIN 3972-es alapprofiloktól eltérő módon, a finommechanikai csigamaró-alapprofiloknál a lábvonaltól az osztóvonalig mért h_{fP0} szerszám-foglábmagasságot, a h_{P0} teljes szerszám-fogmagasságot, illetve a a lábvonaltól az egyenes élszakaszig mért h_{Pw} fogprofil-magasságot adják meg. Ez utóbbi méret a V jelű előmunkáló alapprofiloknál hiányzik. Az N jelű alapprofilok fejrészén a hagyományos lekerekítésen kívül a profilvonalhoz viszonyított 15° -os lecsapást ír elő a szabvány, míg az U jelűeké lekerekített. A jellemző paraméterek értékeit a 3. táblázatban foglaltuk össze. A lecsapott profil alkalmazásával a megmunkált fogláb erősödik, bár a fogmagasság jóval nagyobb, mint az általános gépgyártásra jellemző $2,25\ m$ érték. A finommechanikai fogaskerekek terhelése azonban alacsony, ezeknél a minél tökéletesebb kapcsolódás elérése a cél.

A $V1$ és a $V2$ alapprofilok a finommechanikai előmunkáló csigamarók alapprofiljai. Alakjuk megegyezik a 3.72. ábrán látható U típusú alapprofillal, azzal a megjegyzéssel, hogy a lábvonaltól az egyenes él határáig húzódó h_{Pw} fogmagasság itt nincsen megjelölve (ennek a méretnek csak a simító szerszámok esetében van jelentősége). A DIN 3972 III-as és IV-es alapprofiltól eltérő módon, itt a referencia-vonal *lábvonaltól* való távolságát adják meg, és ezen jelölik meg a megmunkálási ráhagyás értékével csökkentett fogvastagságot. A szabványos értékeket a 4. táblázatban foglaltuk össze.

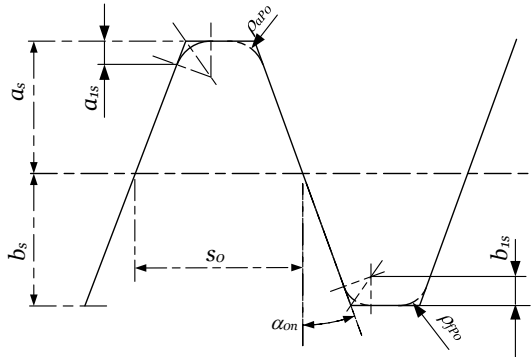
Meg kell jegyeznünk, hogy abban az esetben, ha a csigamaró a végső simítószerszám, az osztóvonal fogvastagságra rá kell számolni a j_s működő oldalankénti foghézag kétszeresét:

Paraméter	U1	N1	U2	N2
h_{fP0}	$1,1m$	$1,3m$	$1m$	$1,2m$
h_{Pw}	$2,2m$	$2,4m$	$2m$	$2,2m$
h_P	$2,6m, m \in [0,1, 0,6]$ $2,45m, m \in [0,6, 1]$	$2,6m, m \in [0,1, 0,6]$ $2,45m, m \in [0,6, 1]$	$2,25m$	$2,25m$
h_{P0}	"	$2,8m, m \in [0,1, 0,6]$ $2,65m, m \in [0,6, 1]$	"	$2,45m$
ϱ_{aP0}	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$	$\approx 0,2m$
ϱ_{fP0}	$\leq 0,2m$	$\leq 0,2m$	$\leq 0,2m$	$\leq 0,2m$
s_{P0}	$\frac{\pi}{2}m$	$\frac{\pi}{2}m$	$\frac{\pi}{2}m$	$\frac{\pi}{2}m$

3. TÁBLÁZAT. Finommechanikai csigamarók alapprofiljai

Paraméter	V1	V2
h_{fP0}	$1,3m$	$1,2m$
h_P	$2,6m, m \in [0,1, 0,6)$ $2,45m, m \in [0,6, 1]$	$2,25m$
h_{P0}	$2,8m, m \in [0,1, 0,6)$ $2,65m, m \in [0,6, 1]$	$2,45m$
ϱ_{aP0}	$0,1m$	$0,1m$
ϱ_{fP0}	$\leq 0,2m$	$\leq 0,2m$
s_{P0}	$\frac{\pi}{2}m - \frac{2q}{\cos \alpha_P}$	$\frac{\pi}{2}m - \frac{2q}{\cos \alpha_P}$
q	$0,05m + 0,03$	$0,05m + 0,03$

4. TÁBLÁZAT. Finommechanikai előmunkáló csigamarók alapprofiljai



3.73. ÁBRA. A csigamaró fogprofilja

$$s_0 = \frac{\pi m}{2} + 2 \frac{j_s}{\cos \alpha_{0n}} \quad (3.272)$$

3.3.8.2. *A geometriai és konstruktív méretek véglegesítése.* Az előbbi alpontban ismertetett alapprofilok segítségével kiszámítjuk a csigamaró fogprofilját, melynek meghatározó elemei az a_s szerszám-fogfejmagasság, a b_s szerszám-foglábmagasság és az s_0 osztóvonal fogvastagság. A 3.73. ábra és a 3.72. ábrán szemléltetett alapprofilok összehasonlítása alapján számított méreteket a 5. táblázatban rendszereztük.

Az a_s és b_s ismeretében kiszámítjuk a csigamaró jellemző ámérőit, tudván, hogy a csigamaró tengelyre merőleges szelvényére érvényes geometriai jellemzői megegyeznek az alakos tárcsamaró geometria jellemzőivel. (2.3. ábra). A számításnál figyelembe

Megn.	a_s	b_s	a_{1s}	b_{1s}	s_0
I.	$1,167m$	$1,2m$	Δ_a	Δ_f	$\frac{\pi m}{2}$
II.	$1,25m$	$1,2m$	Δ_a	Δ_f	$\frac{\pi m}{2}$
III.	$1,25m$	$1,2m$	Δ_a	Δ_f	s_{01}
IV.	$1,25m$	$1,2m$	Δ_a	Δ_f	s_{02}
U1	$1,35m, m \in [0,1, 0,6]$ $1,5m, m \in (0,6, 1]$	$1,1m$	$0,4m, m \in [0,1, 0,6]$ $0,25m, m \in (0,6, 1]$	Δ_f	$\frac{\pi m}{2}$
U2	$1,25m$	$1m$	Δ_a	Δ	$\frac{\pi m}{2}$
N1	$1,5m, m \in [0,1, 0,6]$ $1,35m, m \in (0,6, 1]$	$1,3m$	$0,4m, m \in [0,1, 0,6]$ $0,25m, m \in (0,6, 1]$	Δ_f	$\frac{\pi m}{2}$
N2	$1,25m$	$1,2m$	$0,25m$	Δ_f	$\frac{\pi m}{2}$
V1	$1,5m, m \in [0,1, 0,6]$ $1,35m, m \in (0,6, 1]$	$1,3m$	Δ_a	Δ_f	s_{03}
V2	$1,25m$	$1,2m$	Δ_a	Δ_f	s_{03}

$$\Delta_a = \varrho_{aP0}(1 - \sin \alpha_{0n})$$

$$\Delta_f = \varrho_{fP0}(1 - \sin \alpha_{0n})$$

$$s_{01} = \frac{\pi m}{2} - \frac{0,5\sqrt[3]{m}}{\cos \alpha_{0n}}$$

$$s_{02} = \frac{\pi m}{2} - \frac{1,2\sqrt[3]{m}}{\cos \alpha_{0n}}$$

$$s_{03} = \frac{\pi m}{2} - \frac{0,1m + 0,06}{\cos \alpha_{0n}}$$

5. TÁBLÁZAT. A csigamaró fogának jellemző méretei

kell vegyük azt az előzőekben matematikailag is igazolt tényt, hogy a csigamaró elméleg pontatlan szerszám, és az utánélezésekkel a pontosság romlik, főként a fog- és forgácshorony- vezércsavarvonalak merőlegességének romlása miatt. A hiba csökkentését úgy érjük el, hogy az új csigamarónak nagyobb osztóhengeri átmérőt írunk elő, mint az elméletileg kiszámított átmérő. Az átmérő növelését az élezési tartalék mértékéből állapítjuk meg, úgy, hogy az elméletileg számított D_0 érték az élezési tartalék felénél jelenjen meg.

A köszörült és kétszeresen hátramunkált csigamarók esetében, a tengelyre merőleges nézet alapján (2.8. ábra) megállapítható, hogy az élezési tartalék $f \frac{2\pi}{z_m}$ központi szögnek felel meg, melynek a felére tervezzük az elméleti osztóhenger-átmérőt. Az új

osztóhenger-átmérő pontosan a hátraesztergálási paraméter fk töredékével fog növekedni, ahonnan

$$D_a = 2R_a = 2R_0 + 2\left(a_s + \frac{f}{2}k\right) \quad (3.273)$$

$$D_f = 2R_0 + 2\frac{f}{2}k - 2b_s$$

Amint a (3.273) képletsor első egyenletéből megfigyelhető, a külső átmérő a k hátramunkálási paraméter függvénye, aminek értékét még nem ismerjük. A (2.33) egyenletbe behelyettesítve a külső átmérőt, és a kijelölt $[8^\circ \div 12^\circ]$ -intervallumból válsztott α_V csúcshátszög-értéket, k -ra kifejezhető megoldást kapunk:

$$k = 2 \frac{R_0 + a_s}{\frac{z_m}{\pi \operatorname{tg} \alpha_V} - f} \quad (3.274)$$

Ezt a megvalósítható k_{th} értékre kerekítjük fel, melyet behelyettesítünk a (3.273) egyenletekbe, és kiszámítjuk a csigamaró jellemző átmérőit.

A csigamaró fogának teljes magasságát, a (2.51) alapján, a

$$H = a_s + b_s + fk_{th} + (1-f)k_1 + r \quad (3.275)$$

képlettel számítjuk ki, ahol r a fogárok-fenek lekerekítési sugara.

A csigamaró d_0 furatátmérőjét a

$$\{8; 10; 13; 16; 22; 27; 32; 37; 40; 50; 60; 70; 80; 100\}$$

értékkészletből választjuk. Végül a csigamaró hosszát számítjuk ki. A csigamaró hossza a kapcsolóvonal vetülehosszából, a pótfogak tengelyirányú terjedelméből és a központostító vállak szélességéből adódik (3.74. ábra).

Az evolvens fogaskerekek geometriájából ismert tény, hogy az elméleti kapcsolóhossz a fogasléc aktív fej-, illetve lábvonala között húzódik [97], ennek pedig a léchaladási irányára való vetülete $\approx (a_s + b_s) \operatorname{ctg} \alpha_{0n}$. Ezt a távolságot kiegészítjük, a nem teljes profilok kizárása miatt²⁶, még két tengelyirányú menetemelkedéssel, így a csigamaró dolgozó részének hossza

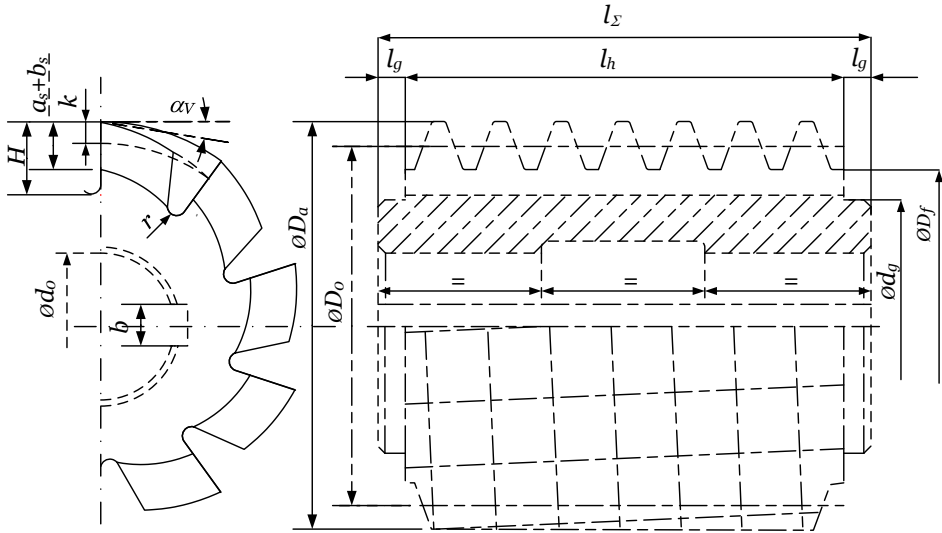
$$l_h \approx (a_s + b_s) \operatorname{ctg} \alpha_{0n} + 2p_{ax} \approx 13m \quad (3.276)$$

A szabványosított csigamarók [34], [33] hasznos hossza nagyobb a számítotttnál, hogy ezáltal a szerszám használati idejét növeljék. A lefejtés során lérejevő valós érintkezési zóna $2 \div 2,5$ menetre terjed ki (3.63., 3.64. ábrák). A megengedett kopási határ elérésekor a csigamarót nem élezik újra, hanem a szerszámtartó tengely mentén elcsúsztatják (shifting), így újabb, nem kopott menetek dolgoznak. Az újraélezést a teljes hosszon való megengedett kopás elérése után végzik el.

A [33] alapján a csigamarók hasznos hosszát, az $1 \div 20$ normálmodul-intervallumban a következő képletek egyikével számíthatjuk ki:

$$\begin{aligned} (1) \quad l_h &= -0,04x^2 + 14,72x + 10,5 \\ (2) \quad l_h &= 22m^{0,86} \end{aligned} \quad (3.277)$$

²⁶A nem teljes profilok a homlok-határfelületen keletkeznek, a csavarfelületek és a homloksíkok metesésének eredményeképpen.



3.74. ÁBRA. A csigamaró konstruktív méretei

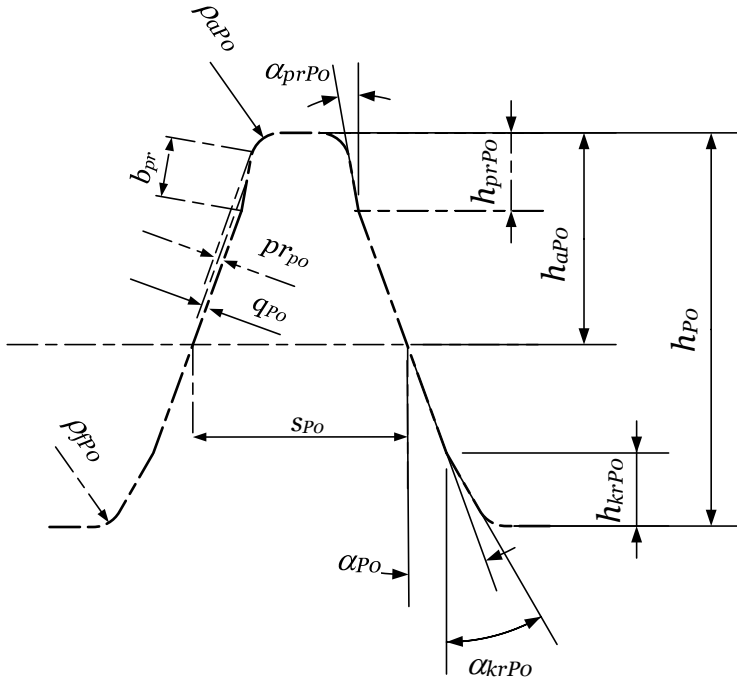
A csigamarók vállfelületeinek l_g szélességét a [3, 5] mm intervallumban választják meg.

A csigamarók fogszáma a csigamaró típusától függ. Monolit szerkezetű, klasszikus, hátramunkált csigamarók fogszáma $z_m = 10 \div 14$. Általában, a mérés egyszerűsítése miatt, a páros fogszámot részesítik előnyben. Ennek ellenére, főleg $m = 12$ mm modul-érték fölött, $z_m = 9$ fogat írnak elő ([33]).

3.3.9. Korrigált élű csigamarók

A korrigált élű csigamarók profilnyesést hajtanak végre, úgy, hogy a burkoló profil általában három evolvensívből tevődik össze: a fej-evolvensből, a működő evolvensből és a lábevolvensből. A fejevols és a lábevolvens a működő evolvensívet nyelik le, így a működő rész a fogmagasság közepe felé húzódik. A fogfejnyesést kemény dinamikai terhelésnek kitett fogaskerekre alkalmazzák. Ennek a műveletnek az a célja, hogy a terhelés miatt kihajlott fog fejrésze ne akadjon bele a kapcsolódó fog lábrészébe. A fogfejnyesést úgy hajtjuk végre, hogy a csigamaró alapprofil-egyenését a lábrészen adott magasságban megtörjük, és nagyobb profilszöggel látjuk el.

Sokkal nagyobb hatással van a nagy teljesítményű, nagy teherbírású és pontos fogaskerek fáradására a foglágörbe kialakítása. Ezen fogaskerek fogfelületeit minden esetben hőkezelés utáni simító eljárással véglegesítik: $44 \div 46$ HRC keménységig metszőkerek vagy csigamarós hámozást, csigamarós simítást, vagy tárcsás hántolást, 46 HRC fölött pedig köszörülést alkalmazunk. Amennyiben a fogoldali megmunkálási ráhagyás állandó, a simítószerszám a foglábát gödrösre fogja kialakítani, ami erőkoncentrátorként fog hatni. Célszerű tehát az előmunkálás során olyan fogoldalt



3.75. ÁBRA. A protuberanciás lenyeső csigamaró alapprofilja

kialakítani, amelynek láb- és talpköre között gyakorlatilag eltűnik a megmunkálási ráhagyás. Ezt úgy oldjuk meg, hogy az alapprofil fejrészére protuberanciát alkalmazunk. A módosított alapprofil a 3.75. ábrán szemléltettük.

A protuberancia mérete a q_{P0} megmunkálási ráhagyásból és az u fogláb-könnyítés méretből tevődik össze, ahol [34]

$$\begin{aligned} u &= 0,039 + 0,0165m, & m \in [1, 7) \\ u &= 0,091 + 0,011m, & m > 7 \end{aligned} \quad (3.278)$$

A [34] szerint a protuberancia méreteinek beállítása a q_{P0} oldalankénti ráhagyás és az u könnyítés működő alapprofilra merőleges kiterjedésének összege alapján végezhető el. A $h_{aP0} = 1,4m$ fogfejmagasságot felvesszük, majd pedig az osztóvonalon kijelöljük az s_{P0} fogvastagságot, a $2 \frac{q_{P0}}{\cos \alpha_{P0}}$ érték levonásával. Az osztóvonalon élpontra merőlegesen, ellentétes irányban felvesszük a $q_{P0} + u$ szakaszt, majd erre merőlegesen, a profilvonallal párhuzamos egyenest húzunk. Ezt és a fejvonalat az ρ_{aP0} sugarú körívvel csatlakoztatjuk, majd a körívhez α_{prP0} szög alatt egyenest húzunk, ameddig metszi a működő alapprofil-egyenest. Innen meghatározzuk a h_{prP0} protuberancia-magasságot. Hasonló módon járunk el a fogfejlényeső evolvenst generáló foglábszakasz méreteinek beállításkor is. A protuberancia alapprofilszöge $\alpha_{prP0} = 10^\circ$.

A gyártott fogaskeréken megjelenő működő profilszakaszt határoló körök sugarait a talpkörhöz hasonló módon számítjuk ki, úgy, hogy a fogaskerék középpontjából sugarat húzunk abba a pontba, amelyben a működő profil és a protuberancia töréspontján áthaladó, osztóvonalal párhuzamos egyenes metszi a kapcsolóvonalat. Egyértelmű, hogy a simítással eltávolítjuk a ráhagyást, ezáltal a működő profilhossz megnövekedik.

3.3.10. Csigakerék-csigamarók

A csigakerék-csigamarók az Olivier-féle második fogazási elv alapján dolgoznak, azaz a csiga felületét reprodukálják forgácsolás közben. A csigakerék-csigamarónak a fogazott kerékkel bezárt tengelyszöge $\Sigma = 90^\circ$. A forgácsolóhorvok egyenesek, a szerszám tengelyével párhuzamosak. A csigakerekek gyártására két alaplómódos honosult meg: a radiális előtolás, illetve a tangenciális előtolás módszere.

A radiális előtolással fogazott csigakerekek gyártási ideje a lehető legrövidebb, viszont a kezdeti nagyobb tengelytáv a csigakerék fogfejének lenyesését idézi elő. [101].

A tangenciális előtolással dolgozó csigamarónak a támadó oldalán $\kappa = 20^\circ \dots 30^\circ$ -os félnyílású kúppal metsszük el a profilt, így $l_\kappa \approx (a_s + 0,5b_s) \operatorname{ctg} \kappa$ hosszra a fogak csonkultak. Ezáltal a teljes fogmagasságot fokozatosan érjük el, anélkül, hogy a tengelytávon változtatni kellene, viszont az alapidő megnövekedik.

A mai gyakorlatban mindkét eljárást alkalmazzák [34]. Ha a csiga osztóhengeri dőlésszöge $\gamma_0 \leq 8^\circ$, akkor a radiális eljárást ajánlják, a műveleti idő csökkenése miatt. A fogfejlényesést úgy kompenzálható, hogy a csiga radiális előtoló mozgására párhuzamosan kismértékű tengelyirányú mozgást is szuperponálunk. A művelet hengeres, támadókúp nélküli csigamaróval megvalósítható.

Amennyiben a csiga osztóhengeri dőlésszöge $\gamma_0 \geq 8^\circ$, ami több bekezdésű csigákra jellemző, akkor a radiális előtolás megengedhetetlen mértékű fogcsonkuláshoz vezet, ezért tengelyirányú előtolást, és támadókúpos csigamarót kell alkalmaznunk (3.76. ábra).

A csigakerék-csigamaró menetemelkedése, a csigával hasonlóan, tengelyszelvényben szabványos. Az osztóhengeri átmérőt a működő csigáénál Δ_{Da} értékkel nagyobbra tervezik, a csigamaró újraélezéséből adódó átmérő-csökkenés kompenzálására, így külső átmérője a következő lesz:

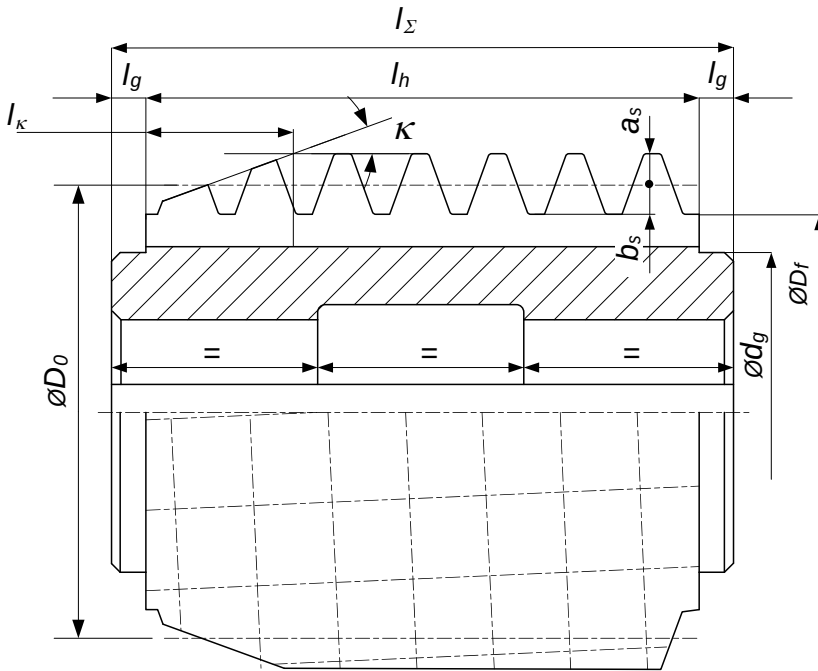
$$D_a = D_0 + 2a_s + \Delta_{Da} \quad (3.279)$$

A számítást ugyanúgy végezzük el, mint a fogaskerék-lefejtő csigamarók esetében.

3.3.11. Betétlapkás csigamarók

A betétlapkás csigamarókat főleg nagy modulok esetében érdemes használni. A gyártók eme korszerű megoldás számtalan előnyére utalnak [34], melyek közül a következőket említjük meg:

- a lapkahordozó szegmensek könnyen és pontosan illeszkednek a szerszámtörzhöz, megkönnyítve ezáltal a karbantartást;
- a lapkákat pontosan a megmunkálendő anyagra lehet hangolni, lehetővé téve ezáltal az optimális forgácsolást;
- a szerszám, a lapkák cseréje által, könnyen alaprofilit válthat;

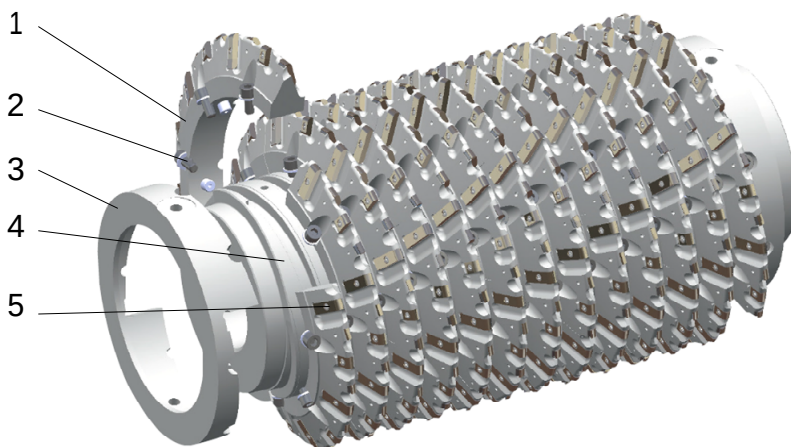


3.76. ÁBRA. Csigakerék-lefejtő csigamaró

- az újraélezési időt és költséget az ezeknél jóval kisebb lapka- és a lapkacsere-költségek váltják fel;
- a lapkacsere által a csigamaró pontossága – legalábbis gyakorlatilag – nem változik.

A betétlapkás csigamaró felépítése a 3.77. ábrán látható. A forgácsolórész alapeleme az 1-es csavarszegmens, melyet a 2-es hengeres fejű belső hatlapú kulcsos csavarokkal rögzítenek a 4-es szerszámtörzshöz. A szerszámtörzs köszörült speciális laposmenetének fenék- és oldalfelületeire illeszkedik, hézagmentesen, az 1-es csavarszegmens. A csavarszegmensek beépítése és rögzítése után a tengelyirányú lefogást a 3-as homlokgyűrűk biztosítják. A csavarszegmensekre a lapkákat szintén belső hatlapnyílású kulcsos csavarokkal rögzítik.

A keményfém-lapák élei teljesen át kell fedjék az elméleti csigamaró élgörbéjét. A gyakorlatban egy csigamaró-foghoz tartozó profilt, a forgácsolás biztosítása és a jobb forgácsképződés elősegítése miatt, célszerű több elemből felépíteni. A keményfém-lapák száma és típusa a modultól, a lapkák méretétől és a csigamaró rendeltetésétől függ. A lapkák alakja és beszerelése lehetővé teszi a fogláb előmunkálásbeli megfelelő alámetszését, illetve a fogfej lenyesését is.

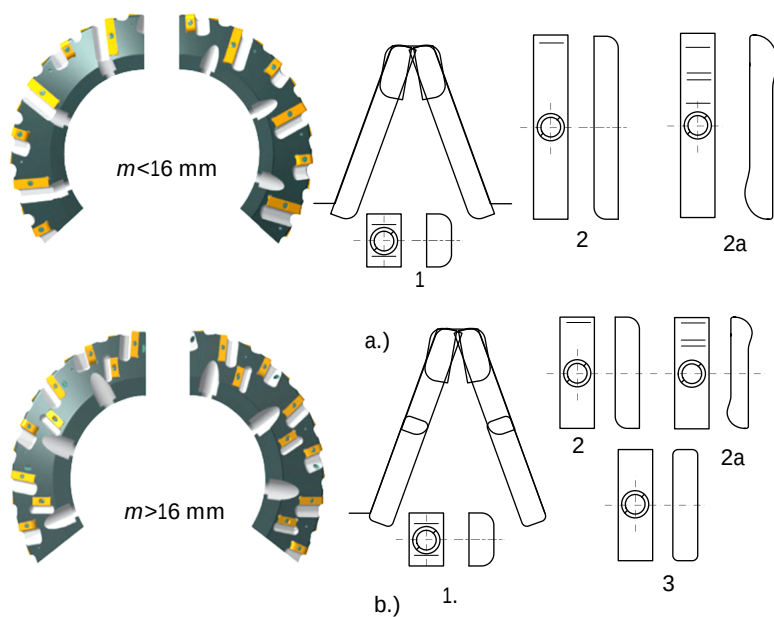


3.77. ÁBRA. Csigakerék- lefejtő csigamaró

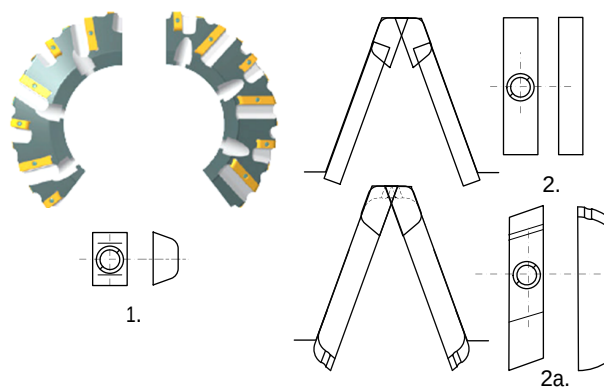
A 3.78. ábrán a protuberanciás felépítésű, keményfém-lapkás csigamaró látható. Ez a szerelés a B és C csigamaró-pontossági osztálynak felel meg, a legmagasabb elérhető fogaskerék-pontossági osztály a 12-es. Az a. ábrán az $m \leq 16$ mm-es modulnak megfelelő szerelést figyelhetjük meg. A profilt két lapkából rakják ki: az 1-es lapka félkör profilú, és a protuberanciát, míg a 2-es lapka egyenes élű, és a végső megmunkálás előtti evolvens profilt alakítja ki. A 2a. lapkának különleges alakja a termelékenység növekedését idézi elő azáltal, hogy a forgácskeresztmetszet-elosztás jobb, mint az előző esetben.

Ha $m \geq 16$ mm, akkor a profilt egy félkör alakú, és két egyenes lapkából állítják össze.

A betétlapkás simítómaró pontossága AA, vagy AAA, és legfeljebb 8-as pontossági osztályú fogaskerék gyártására képes. A csúcslapka és az oldallapka is különbözik az előző esetben használt lapkáktól, mivel itt nincsen szükség protuberanciára. A 2a. típusú lapkának, csúcspan, pozitív hátszöge van, és a lábkörig terjed. Másik különlegessége abban áll, hogy a fogcsúcspan pozitív a homlokszöge. A pozitív homlokszög azért szükséges, hogy fogtőben eltávolítsa a nagyoló csúcslapka által otthagyt forgácsolási réteget. Ezáltal sokkal finomabb fogláb felület keletkezik, mint akkor, ha az oldallapka nem nyúlna le a lábkörig (3.79. ábra).



3.78. ÁBRA. *Félsimító, protuberanciás betétlapkás csigamaró szerelési változatai* [34]



3.79. ÁBRA. *Simító betétlapkás csigamaró szerelési változatai*

3.4. A HÁMOZÓKERÉK

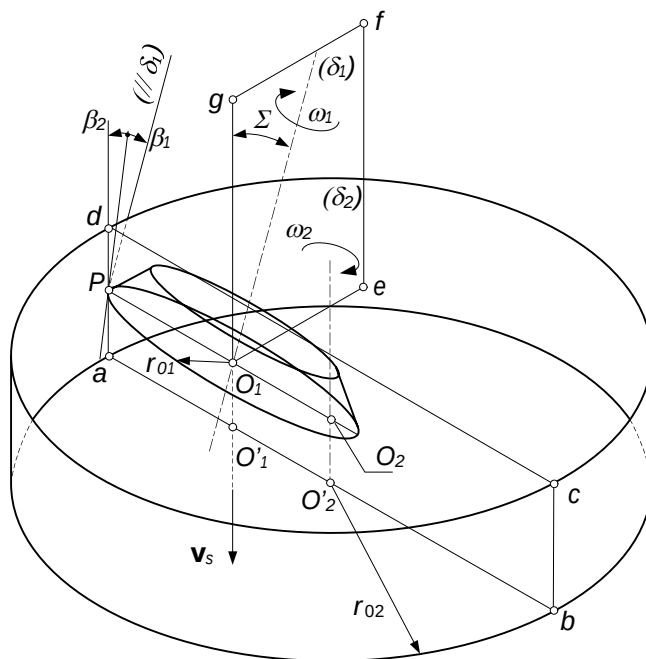
3.4.1. A fogaskerék hámozás elve

A fogaskerék hámozó lefejtése²⁷ Wilhelm von Pittler német mérnök nevéhez fűződik, aki 1910-ben feltalálta, majd szabadalmaztatta az eljárást²⁸.

Az eljárás egyaránt alkalmas külső, és belső fogaskerek lefejtő megmunkálására, bár eredetileg a szabadalom belső fogazatok megmunkálását célozta meg. Nem létezvén a szabadalom kibocsátásának idejében a megfelelő pontosságú és dinamikus merevségű gyártási infrastruktúra, közel 50 évig az eljárás csupán elméleti lehetőségnek számított. A '60-as évek végén jelentek meg az első hámozó tartozékok, amelyek a csigamarós fogvésőgépeket egészítették ki [66].

Az eljárás geometriai és kinematikai vonatkozásának elméleti megfogalmazásában az erdélyi fogazó iskola is kitűnő eredményeket ért el. Maros Dezső és Pálffy Károly munkáját ([75], [77], [76], [88]) külföldön az egyik alapvető elméleti megfogalmazásnak tekintik ([66]).

A hámozás útján történő fogaskerék-lefejtés elvi vázlata a 3.80. ábrán látható.



3.80. ÁBRA. A fogaskerékhámozás elve

²⁷Angol neve *skiving*, újabban, a nagyteljesítményű eljárás megnevezése *scudding*.

²⁸Kaiserliches Patentamt, Patentschrift nr.243614, Klasse 49, Gruppe 58.

A megmunkálendő fogaskerék r_{02} sugarú osztóhengerében tekintsük az $(abcd)$ tengelysíkot, majd pedig az erre merőleges, az osztóhenger (ad) generátorától r_{01} távolságra illeszkedő, (O_1efg) síkot. A hámozókerék $O_1P = r_{01}$ osztókör sugara az $(abcd)$ tengelysíkba illeszkedik, és az (ad) generátorra merőleges. Az osztókör síkját eredetileg a munkadarab-osztókörsíkkal párhuzamosra vesszük, majd ezt az O_1P körüli forgatással az ábrán látható helyzetbe hozzuk, azaz a hámozókerék tengelyét Σ szöggel kidöntjük. Ha a kapcsolódás külső jellegű, akkor a szerszám és a munkadarab osztóhengerei teljesítenék a gördülőfelületekre vonatkozó előírásokat [70]. Mivel a kapcsolódás belső, az osztóhengerek metszik egymást. Emiatt az érintkezés akkor és csak akkor képzelhető el, ha a belső henger, azaz a szerszám osztóhengere elemi magasságú. A belső fogazat hámozása tehát az munkadarab-osztókörhenger és a szerszám-osztókör sík legördülésén alapszik. Világos, hogy a fogfelület ez esetben a szerszámél által burkolt felület lesz.

A legördülés biztosítása érdekében a szerszám a saját tengelye körüli, ω_1 szögsebességű forgómozgást végez, míg a munkadarab ezzel összehangolt, saját tengely körüli ω_2 szögsebességgel forog. A fogazat teljes hosszának megmunkálása érdekében a hámozókerék a fogaskerék tengelyének irányában $\mathbf{v}_s$ sebességű haladó mozgást is végez. A fogoldalak dőlésszögei és a tengelyek keresztezési szöge között érvényes az alábbi összefüggés [67], [66], [64], [88]:

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2 \quad (3.280)$$

Abban a sajátos esetben, amelyben a hámozókerék egyenes fogú, a Σ tengelyszög a megmunkált kerék fogdőlés-szögével egyenlő.

A forgácsleválasztás létrejöttének elengedhetetlen feltétele a fogoldal irányú relatív csúszás. Ez nem valósul meg abban az esetben, ha a tengelyek párhuzamosak. Következésképpen egyenesfogú kerék hámozását kizárólag ferdefogú szerszámmal lehet elvégezni.

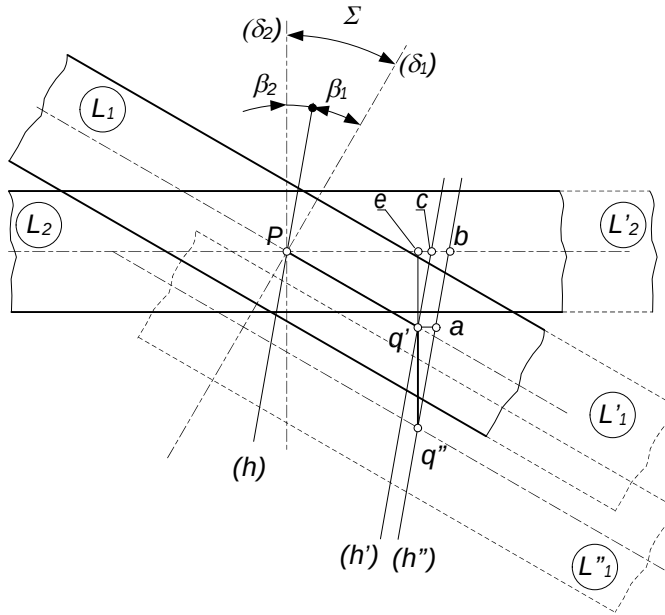
A munkadarab és a szerszám relatív elmozdulását a származtató lécek segítségével szerkesztjük meg.

A 3.81. ábrán szemléltetett L_1 és L_2 származtató lécek a hámozókerék által létrehozott elemi vastagságú fogaskerékkel, illetve a megmunkált kerékkel kapcsolódnak, miközben profiljuk tökéletesen egymásra illeszkedik. A lécek iránya által bezárt szög a Σ tengelyszöggel megegyezik. Legyen h a lécek közös fogirány-vonala.

A szerszámhoz kötött L_1 lécc h fogirány-vonalán és az elmozdulási irányon egyaránt illeszkedő P pontja, Δt idő alatt, a P -ből a q'' -be mozdul el, de ez az elmozdulás két összetevőből áll:

1. a hámozókereket saját tengelye körül forgató Pq' szakaszból;
2. a hámozókereket a munkadarab tengelye mentén elmozdító $q'q''$ szakaszból.

Az L_1 lécc elmozdulása során a tekintett fog (h) irányvonala (h'') -ba kerül. minek következtében az L_2 léchez kötött P pont a b -be kerül. A $(Pq'e)$, $(q'ec)$ és $(q'q''a)$ derékszögű háromszögek segítségével felírható az L_2 lécc elmozdulása az L_1 lécc elmozdulásától függően.



3.81. ÁBRA. A relatív elmozdulások vázlata

$$Pb = Pe + ec + cb \quad (3.281)$$

$$Pb = Pq' \cos \Sigma + Pq' \sin \Sigma \operatorname{tg} \beta_2 + q'q'' \operatorname{tg} \beta_2$$

Az elmozdulásokat az ω_1 és ω_2 szögsebességek, az r_{01} és r_{02} osztókör sugarak, és a v_s tengelyirányú előtolási sebesség szerint írjuk fel. A (3.281) képlet a következő alakot ölti:

$$\omega_2 r_{02} \Delta t = \omega_1 r_{01} \Delta t (\cos \Sigma + \sin \Sigma \operatorname{tg} \beta_2) + v_s \Delta t \operatorname{tg} \beta_2 \quad (3.282)$$

Az egyenlet Δt -vel való osztása és a fogszámok, illetve a normálmodul bevezetésével, a szögsebességek közötti alábbi összefüggést nyerjük:

$$\omega_2 m_n \frac{z_2}{2} = \omega_1 m_n \frac{z_1}{2} + v_s \sin \beta_2 \quad (3.283)$$

A v_s előtolási sebesség helyett a gyakorlatban az s_{ax} tengelyirányú előtolás gyártási paramétert használják, ami a munkadarab teljes körbefordulására vetített elmozdulása a szerszámnak. Figyelembe véve, hogy a munkadarab szögsebessége ω_2 , periódusa pedig $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$, az előtolási sebesség és a tengelyirányú előtolás közötti kapcsolat a következő lesz:

$$v_s = \frac{s_{ax}}{T_2} = \frac{s_{ax} \omega_2}{2\pi} \quad (3.284)$$

A fenti összefüggést behelyettesítjük az (3.283) egyenletbe, majd innen kifejezzük a szögsebességek arányát:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2 - \frac{s_{ax}}{p_n} \sin \beta_2} \quad (3.285)$$

Mialatt a hámozókerék a megmunkált fogazathoz viszonyított relatív csavarmozgását végzi, a kapcsolódó lécek foghossz-irányban is elcsúsznak, a bq'' hosszal. A (Pbq'') háromszög oldalai a sebességháromszöggel hasonló háromszöget alkotnak, ahol $Pb \sim v_0^{(2)}$, $Pq'' \sim v_0^{(1)}$, így $bq'' \sim v_0^{(1,2)}$.

A 3.81. ábrán levő vázlat alapján felírjuk a bq'' relatív elcsúszást:

$$bq'' = \frac{q'q''}{\cos \beta_2} + Pq' \frac{\sin \Sigma}{\cos \beta_2} \quad (3.286)$$

A (3.286) kifejezésbe bevezetjük a szögsebességeket, az eltolási sebességet és az osztókőrsugarat:

$$v^{(1,2)} \Delta t = \frac{v_s \Delta t}{\cos \beta_2} + r_{01} \omega_1 \Delta t \frac{\sin \Sigma}{\cos \beta_2} \quad (3.287)$$

Az egyenletet osztjuk Δt -vel, majd a (3.284) összefüggés alkalmazásával, a (3.287)-ből kifejezzük a *közelítő forgácsoló sebességet*, ami a szerszámél osztóköri pontjának relatív sebessége a munkadarabhoz kötött rendszerhez mereven csatolt, a mozgás vizsgálatának pillanatában ezzel egybeeső pontjához képest:

$$v_f = \frac{\omega_1 z_1 m_n}{2} \left(\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2 + \frac{s_{ax} m_n}{\cos \beta_2 (\pi m_n z_2 - s_{ax} \sin \beta_2)} \right) \quad (3.288)$$

Meg kell jegyezni, hogy a forgácsoló éleken a sebességeloszlás igen változatos: függ a vizsgált pontnak az élen elfoglalt helyzetétől, valamint az élnek a munkadarabba való bedörnyülésétől számított helyzetétől.

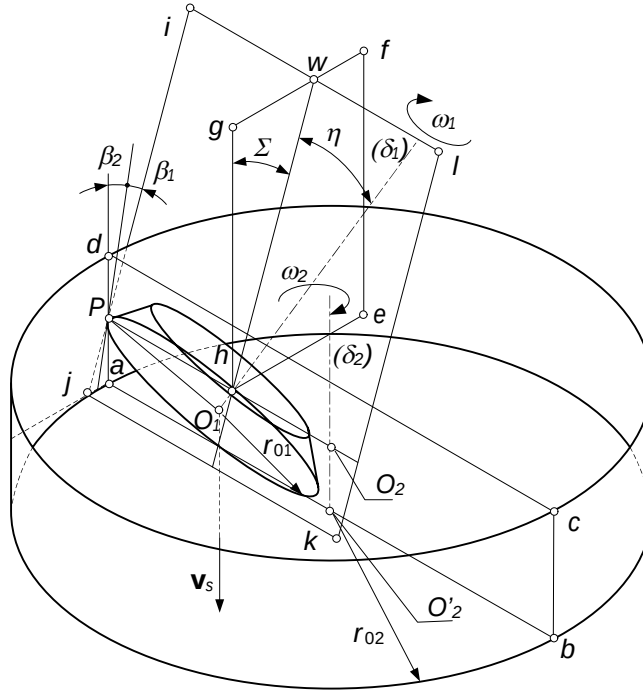
3.4.2. A hámozókerék felépítése

A klasszikus hámozókerék felépítése a metszőkerék felépítésével azonos. Az egyes fogú szerszám homlokfelülete a tengelyre illesztett, minden fog számára közös kúpfelület, míg a ferde fogazatú szerszám foganként külön homlokfelülettel rendelkezik, tehát Fellows-típusú ferde fogazatú metszőkerék.

A klasszikus kialakítás esetében [66], [67] a megmunkálás profilhibát von maga után. A profilhiba eloszlása a fog magasságában nem szimmetrikus, a begördülő és kigördülő éleken különbözik és az élezések során eltolódik, bár számottevően nem változik [102].

A hámozásos kísérletek, valamint a szakirodalomban fellelhető tanulmányokból kiderül, hogy a hámozókerék működő hátszőge kicsi. Emiatt a 3.80. ábrán szemléltetett beállítást egy kiegészítő, η szögű tengelybedöntéssel korrigáljuk, úgy, hogy a hátszőget növelje. A beállítást a 3.82. ábrán szemléltetjük.

A 3.80. ábrán látható beállításból indulunk ki. A hámozókerék osztóköri síkját, az $(abcd)$ munkadarab- tengelysíkra P -ben merőleges helyzetéből Σ szöggel döntjük ki, úgy, hogy az osztókör síkja a PO_2 munkadarab-osztóköri sugár körül fordul el.



3.82. ÁBRA. A kettős bedöntésű hámozótárcsa elhelyezése

A szerszámosztókör középpontja q -ban van. Tekintsük az ideiglenes helyzetű (hw) szerszámtengelyre és a PO_2 munkadarab-osztókörsugárra illeszkedő ($ijkl$) síkot, mely merőleges a Σ szöget tartalmazó ($efgh$) síkra.

Ahhoz, hogy a kinematikai viszonyok ne változzanak, a 3.81. ábrán feltüntetett, a szerszámmal és munkadarabbal kapcsolódó, egymáson elcsúszó L_1 és L_2 lécek mozgástörvényét nem változtatjuk. A hámozókerék osztóköre változatlanul legördül az L_1 lécen, akkor is, ha az osztókör síkja nem lesz merőleges a lécc osztósíkjára, hanem ezzel η szöget zár be. Emiatt, a második kidöntés a P kapcsolódási póluspont körüli elfordítással történik. Így kerül a hámozókerék tengelye a (δ_1) végleges helyzetbe.

Belátható, hogy ezzel a döntéssel a hátszöget mind a fejszalagon, mind az oldaléleken jelentősen megnöveltük. Azt is figyelembe kell venni, hogy ebben az esetben a szerszámél, a klasszikus metszőkerék- élhez viszonyítva, torzul.

A szerszám tervezésekor figyelembe kell venni, hogy a profil a megmunkált fogaskerék profiljától és a beállításoktól is függ, így nem lehet ezt egyszerű geometriai számítással elvégezni. Fritz Klocke szerint [66] szerint a gyártandó fogaskerék referencia-lécétől elindulva ki kell számítani a fogazandó kerék felületeit, majd figyelembe véve a beállításokat, meg kell határozni a szerszám felületét. A szerszámfelület és a homlokfelület metszése adja az élgörbékét, amelyek segítségével felépítik a hátfelületeket.

A beállítás paramétereit jelentősen befolyásolják a forgácsolás folyamatát. Hámozás esetén „V” alakú forgácsok jönnek létre, a forgács keresztmetszete és alakja pedig a fogszámoktól és a tengelyek döntési szögétől függ. Számítógépes szimulációval kimutatták, hogy a forgácsvastagság a szerszám csúcslén lesz a legnagyobb, ott ahol a lokális hőkapacitás a legkisebb. Ezenkívül a tengelyek döntési szöge a belépő fogoldalon jelentős forgácsvastagság-változást okoz, míg a kilépő oldalon a befolyás jelentéktelenebb.

Stadtfeld 2014-ben végzett kísérletei kimutatták, hogy a hámozás során létrejövő intenzív élsúrlódás járulékos kopást idéz elő.

A kétszeres tengelykidöntéssel való hámozás lehetővé teszi az egyenesfogú hámozókerék használatát – természetesen ez esetben $\Sigma = \beta_2$.

Összegezve, elmondható a hámozásról, hogy :

1. A maximális forgácsvastagság csökken a Σ tengelyszöggel, a szerszám z_1 fogszámával és növekedik az s_{ax} tengelyirányú előtolással;
2. A működő homlokszög csökken a Σ tengelyszöggel, de növekszik az η kidöntési szöggel és a szerszámfogszámmal;
3. A forgácsolósebességet növeli a tengelyszög és (enyhébben) a kidöntési szög;

A hámozás jelenleg igen nagy érdeklődésnek örvend, mivel a Pittler cég, kísérletei alapján megfogalmazott állításai szerint, a leggyorsabb hengeres fogaskerék-lefejtő műveletként tartja számon [31].

4. FEJEZET

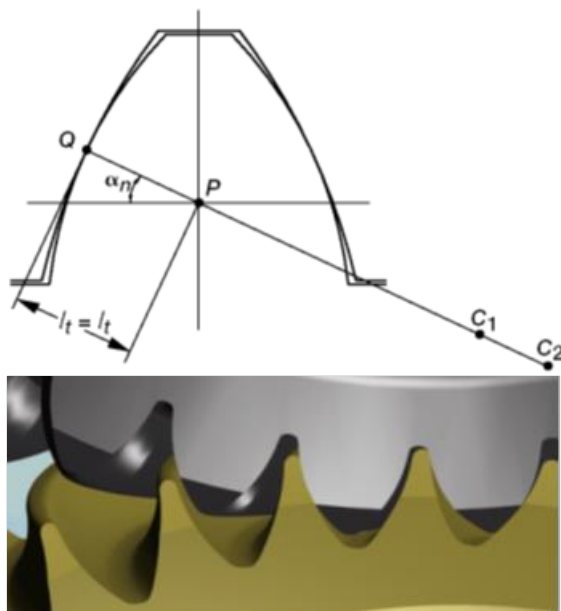
Görbe fogú hengeres fogaskerek lefejtő szerszámai

A hengeres fogaskerek gyártástechnológiája és a gyártás kapcsán felmerülő problémakör mára már alaposan ismert, jól bevált és hatékonyan alkalmazható műszaki ismeretek tárházát jelenti. Ez főleg arra vonatkozik, hogy a klasszikus – egyenes, illetve dőlt fogazatú – hengeres hajtások adott méret melletti teherbírásának felső határait, a kapcsolódás minőségének legmagasabb mutatóit, valamint a gyártási pontosság adott költség melletti optimális értékeit elérték. A hajtástechnikában a leggyakrabban hengeres evolvens hajtópárokat használnak. Kivételt jelentenek a speciális geometriát és áttételeket igénylő konstrukciók. A külső kapcsolódású hengeres fogaskerek teherbírását számos foggeometriai tényező, valamint az alkalmazott gyártástechnológia határozza meg. A nyomásra való terhelhetőséget – minekutána minden lehetséges paraméter az optimalizált értékre van beállítva – az a tény korlátozza, hogy konvex fogfelületek érintkeznek. Számos elméleti kutatás igazolta, a Hertz-féle feszültségképlet különböző alkalmazásaival, hogy a kapcsolódó fogazatok teherbírása jelentősen növekszik, ha domború-homorú felületek kapcsolódnak. Ez a jelenség az ívelt fogú kúpos és hipoid hajtópároktól ismert.

Egyik legjelentősebb, a múlt század '60-as éveiben igen intenzív kutatásnak alávetett hengeres fogaskerék-hajtás, mellyel sikerült domború-homorú felületpárosítással kapcsolódást létrehozni, a 4.1. ábrán látható Novikov–Wildhaber-féle fogazás. Az ábra felső részén található vázlat a domború fogprofil és az ennek megfelelő homorú léccel való kapcsolódását szemlélteti. Az ábra alsó részén a domború és a homorú fogfelületek kapcsolódása látható.

Bár a hajtást számos változatban kiviteleztek, és jelentős kutatási munkát fektettek bele hajtás optimalizálásába [71], olyan – számítógépes modellezéssel alátámasztott – vélemények is léteznek, miszerint a nyomóteherbírás-növekedés nem az elvárt mértékben valósul meg [86]. Ennek fő okát abban látják, hogy a Novikov-féle hajtás fogfelületeinek kapcsolófolttja és ennek fogoldali helyzete igen érzékenyen alakul a tengelytáv-változásra. A Novikov–Wildhaber-féle fogazat, lévén hogy lefejtéséhez két, eltérő élgörbületű lefejtőszerszám szükséges, nem tudta kiváltani a hagyományos evolvens fogazást, amely a lefejtőléc egyszerűségéből és egységességéből adódóan mindmáig verhetetlen. E tényállás alapján levonható az a következtetés, hogy a domború-homorú fogfelület-párosítású hengeres hajtópár szintézise továbbra is nyitott kérdés marad.

A hordkép lokalizációja, mint ismert, a nagy teljesítményű hajtópárok esetében elengedhetetlen követelmény. Megvalósítása hántolással vagy köszörüléssel történik. A



4.1. ÁBRA. *A Novikov–Wildhaber-féle nem evolvens hengeres fogazat*

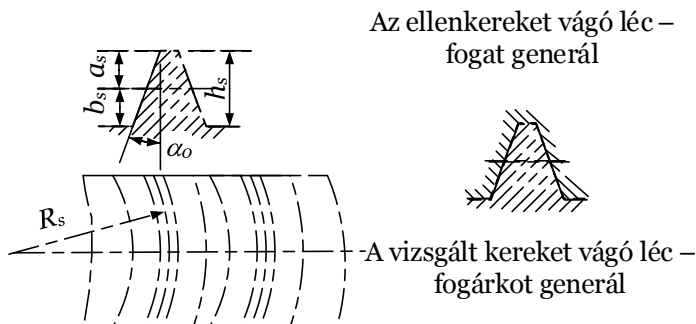
számvezérlésű szerszámgépek elterjedésével a hordkép alakjának és helyzetének beállítása gyártási rutinfeladatnak számít – a szerszámgépgyártó cégek kész programokat ajánlanak, amelyek segítségével a kívánt hordkép megvalósítható.

A fentebb elmondottak alapján, a hengeres fogaskerek teherbírásának növelése érdekében megfogalmazható cél olyan hajtópár kialakítása, amelynél a fogak érintkezése domború-homorú fogfelületeken történjen, ugyanakkor a hordkép lokalizációja egyetlen szerszámmal, vagy az alapszerszámból élhelyzet-módosítással előállítható szerszámpárral megoldható legyen.

A fent megfogalmazott célra alternatívát jelenthet a görbe fogirányvonalú hengeres hajtópár, amelynek geometriai alapjait és szerszámaikat a következőkben tárgyaljuk.

4.1. A GÖRBE FOGÚ HENGERES FOGASKERÉK LEFEJTÉSÉNEK ELVE

A görbe (egyenestől és csavarvonaltól eltérő) fogirányvonalú hengeres fogaskerek lefejtésének elve a két, egymással kapcsoló fogaskerékpár közé – matematikai modellként beiktatott – generáló léccel való szimultán kapcsolódáson alapszik. A gyakorlatban különböző próbálkozások voltak már a görbe fogirány-vonalú hengeres fogaskerék-hajtások szintézisére. Ezek közül említésre méltó a körív fogirány-vonalú hengeres hajtópár. Ennek lefejtése nagyban hasonlít a körívfogazatú kúpfogaskerek lefejtéséhez.



4.2. ÁBRA. A körív fogazat lefejtő léce

4.1.1. A körív fogirányvonalú hengeres hajtópár lefejtésének elve

A körív fogazású hengeres kerek lefejtő lécének fogirányvonala körív, lefejtő fogfelületei pedig kúpfelületek (4.2. ábra). A hajtópár helyes kapcsolódásának az a feltétele, hogy a keréknek és az ellenkeréknek lefejtő fogaslécei úgy kapcsolódjanak, mint sablon és ellensablon [70]. Ez esetben a fogazatok vonal mentén fognak kapcsolódni. A hordkép lokalizálása céljából a generáló felületek vonal menti érintkezését kell megvalósítani, aminek következtében a hajtás fogfelületei pontban fognak érintkezni. A körív fogirányvonalú lécet megvalósító lefejtőszerszám igen könnyen teljesítheti a megfogalmazott feltételt, azáltal, hogy a generáló élék referencia (osztóvonalis) pontjait megfelelően eltérő sugarú körökre illeszti. A körív fogazat optimalizálására (érintkezési pont helyzete, hordkép) azonban az *elhelyezési körívek sugarának optimális megválasztása az egyetlen lehetőség*, hiszen a szerszám egy marófej.

A körív fogazatnak a legnagyobb hátránya abban áll, hogy a fogazat lefejtése gördüléssel és osztással valósul meg. Ez a módszer fogárkonként kb. 2,5–4 mp-nyi időt igényel, amivel a műveleti idő lényegesen növekszik. Az osztással és legördüléssel megvalósított fogazatok pontossága pedig mindig alulmarad a folytonos – gördüléssel egybekötött osztással megvalósított – lefejtett fogazatokkal szemben.

Másik hátránya a körív fogirányvonalú hengeres fogazatnak a hordkép helyzetének és alakjának érzékenysége a gyártási és szerelési hibákra, ami a kúpfogaskerekek esetében is létezik. Emiatt használják nagyobb pontosságigényű hajtásokban az eloid, illetve a paloid típusú fogazatokat.

Jelen fejezetben a szerző saját elképzelése alapján létrehozott fejlesztését – az Arkhimédész-féle spirális fogirányvonalú hengeres fogaskerékpár lefejtésének elvét és szerszámain – mutatjuk be részletesen.

4.1.2. A spirális fogirányvonalú hengeres hajtópár lefejtésének elve

Az Arkhimédész-féle spirálist ennek jelentős kinematikai és technológiai tulajdonságai miatt választjuk a tervezett, új típusú fogazat vezérgörbéjének, azaz a fog egyezményes irányvonalának. A polársugár lineáris növekedése a polárszöggel kinematikai szempontból annyit jelent, hogy ha a spirálist ennek origóján áthaladó és síkjára

merőleges tengely körül állandó szögsebességgel forgatjuk, akkor bármely, a forgástengelyt tartalmazó, rögzített síkban a spirális áthatáspontja sugárirányú egyenletes mozgást hajt végre. Technológiai szempontból vizsgálva az említett kinematikai összefüggést, a spirális megvalósítására elégséges egy egyenletes, helytálló tengelyű forgómozgást és egy szintén egyenletes, egyenesvonalú haladó mozgást összehangolni. Ezt a sajátosságot alkalmazzák az alakos tárcsamarók hátramunkálására is.

A fent elmondottak értelmében, ha egy sereg fogasléc-profilt egy, a profilok referenciapontján áthaladó Arkhimédész-féle spirálisra illesztünk úgy, hogy a profilok síkjai a spirális síkjára merőlegesek és ennek eredőpontját tartalmazzák, akkor olyan generáló fogfelület-rendszer keletkezik, amelynek a spirális eredőpontján ennek síkját merőlegesen átdőfő tengely körüli forgatásakor bármelyik, a forgástengelyt tartalmazó síkban létrejön egy mozgó, Arkhimédész-féle spirális fogirány-vonalú, szabályos profilú fogasléc. A mozgó fogaslécet egy betétkéses marófejjel materializáljuk.

Az előbbieken vázolt generáló lécs segítségével a görbe fogirányvonalú hengeres hajtás két változatban gyártható:

- radiális előtolással;
- tangenciális előtolással.

Bár első látásra a lécs-kerék relatív kinematikája közel azonos, a későbbiekben bemutatjuk, hogy a két eljárás között lényeges geometriai és lefejtés-elméleti különbségek vannak.

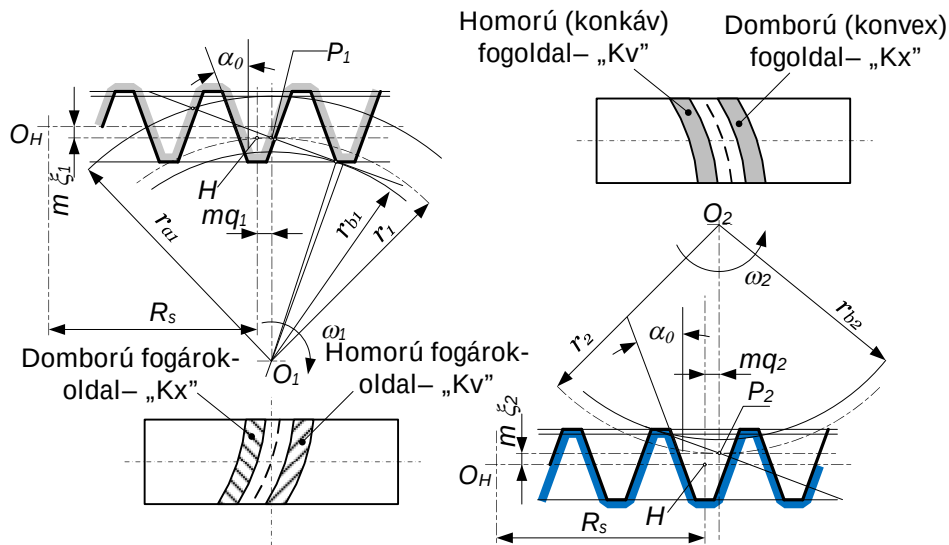
4.1.2.1. Radiális előtolással létrehozott hengeres hajtópár. A fogazat lefejtésének elvi vázlata a 4.3. ábrán figyelhető meg. A lefejtés elve Olivier első módszerét használja fel, miszerint három felület közös kapcsolódása valósul meg: a Σ_1 és a Σ_2 fogaskerék-fogfelületek a közös Σ_s szerszám-származtatófelülettel vannak folyamatos érintkezésben. Ez esetben a Σ_1 és Σ_s között a lefejtés alatt a $C_{1\alpha}$, míg a Σ_2 és Σ_s között a $C_{2\alpha}$ érintkezési görbesereg keletkezik. Ha $C_{1\alpha} \equiv C_{2\alpha}$, akkor a kapcsolódó fogoldalak közötti érintkezés vonalszerű lesz, ami a hordképet a fogfelület fizikai határáig terjeszti ki. Ennek az állapotnak a korrekcióját úgy valósítjuk meg, hogy a Σ_1 és a Σ_2 közé ékelt Σ_s származtatófelületet két, vonal mentén érintkező származtatófelülettel helyettesítünk. Legyenek a Σ_{1s} , illetve a Σ_{2s} a fogfelületek származtató felületei. Ebben az esetben a $C_{1\alpha}$ és a $C_{2\alpha}$ érintkezési görbeseregek a fogfelületek kölcsönös helyzetének megfelelő egy-egy eleme adott pontban fog érintkezni, amelyben a fogfelületeknek közös normálisa lesz. A fogazat-lefejtő szerszámának elvi vázlatát az 4.3. ábra baloldalán láthatjuk.

A lefejtőszerszám egy olyan betétkéses marófej, amelynek egyenes vágóélű, α_0 profilszögű késeinek vonatkoztatási élpontjait (az osztóvonali pontokat) olyan Arkhimédész-féle spirálisra illesztjük, amelynek menetemelkedése a lefejtő fogasléc osztásával, i bekezdésű spirál használata esetében a fogasléc osztásának többszörösével egyenlő. Ennek alapján a spirális a^* paramétere a következőképpen számítható:

$$2\pi a^* = i\pi m \quad \Leftrightarrow \quad a^* = \frac{im}{2} \quad (4.1)$$

A továbbiakban a szerszámot egybekezdésűnek tekintjük, tehát $i = 1$.

A lefejtő marófej tengelye a vázlat x_0y_0 osztósíkját (ebben vannak a virtuális lécek osztóvonalai) O_H -ban dőfi át. A megmunkálandó fogaskerekek tengelyei a marófej



4.4. ÁBRA. A lefejtett fogazat fogainak kölcsönös helyzete

Bár az x_0z_0 a síkban a szerszám forgása egy állandó sebességgel radiális irányban mozgó fogasléc-profilhoz létre, és ez a fogazandó kerek megfelelő síkjában egymással kapcsolódó evolvens profilokat fog burkolni, az ettől eltérő, de vele párhuzamos, vagyis a fogazandó kerék tengelyére merőleges síkokban a legördülés késéssel történik, így a burkolt fogfelület – bár a mozgó egyenes módszerével és lécpofilú szerszámmal lefejtett fogazat – nem evolvens fogazat lesz, a burkolás pedig térbeli burkolássá lényegül át.

A 4.3. ábráról észrevehetjük, a lefejtéshez szükséges beállításokat. Az O_1 központú 1-es keréknek a fogárkát fejt le a szerszám *foga*, míg a 2-es kerék fogát fogja lefejtetni a szerszám *fogárka*. Alaphelyzetnek tekintjük azt, amikor az 1-es kerék foga, illetve a 2-es kerék fogárkájának közös szimmetriatengelye egybeesik a lécpofának szimmetriavonalával. Az ábrán ez annak a helyzetnek felel meg, amikor a tangenciális eltolást nulla értékre állítjuk.

A lefejtő virtuális lécek szükséges hosszát úgy állapítjuk meg, hogy az R_s alapsugárnyi távolságról, az előbb említett szimmetriahelyzetből indítjuk, és mindkét irányban terjesztjük addig, ameddig az elméleti kapcsolóhossz megvalósul.

A lefejtett fogdolgak helyzetét és ezek kapcsolódását a 4.4. ábrán láthatjuk. Az 1-es kerék lefejtett fogárkát, felülnézetből, az ábra bal oldalán láthatjuk. Az ábra jobb oldalán a 2-es kerék fogát ábrázoltuk – alulnézetből. Észre kell venni, hogy a fog homorú oldala a fogárok domború oldalával, míg a domború oldala a fogárok homorú oldalával kapcsolódik. A helyes kapcsolódáshoz úgy kell megválasztani a homorú oldalak görbületét, hogy kisebb legyen, mint a domború oldalaké, a pontszerű érintkezés megvalósítására. Ezt a q_1 illetve q_2 tangenciális eltolások segítségével állítjuk be.

4.1. A görbe fogú hengeres fogaskerék lefejtésének elve

Akárcsak a kúpfogaskerek esetében, a fogoldalak görbületének változtatása itt is eléggé szűk korlátok között lehetséges. A működési foghézag kialakítása megköveteli, hogy a fog osztókörü vastagsága kisebb legyen, mint a fogároké, Ennek megfelelően, az árok domború oldalát kialakító éleket a szerszámtengely felé közelítjük, míg a homorú fogárok-oldalt burkoló éleket a maró tengelyétől eltávolítjuk. Az 1-es kereket hasonló beállítás-módosítással fejtjük le.

4.1.2.2. Tangenciális előtolással létrehozott hengeres hajtópár. A tangenciális előtolással lefejtő szerszám a radiális behatolással működő szerszám hátrányát kiküszöböli. Amint az előző pontban bemutattuk, a radiális előtolással dolgozó szerszámon a késeket olyan hosszú spirálisra kell illeszteni, hogy a kapcsolószakasznak megfelelő radiális irányban mért távolságot átérjék (4.3. ábra). Világos, hogy a behatolás, a teljes fogmélység elérése céljából csakis a fogaskerék fejkörétől a lábkör felé, azaz sugárirányban lehetséges. Ennek a megoldásnak a hátránya abban áll, hogy a termelékenysége alacsony.

A tangenciális előtolásos lefejtés az előbbihez képest abban tér el, hogy a szerszámot kezdettől fogva a teljes fogmélységre állítjuk, a forgácsolási mélység pedig a tangenciális előtolásnak megfelelően, fokozatosan jön létre, akár a csigakerek támadókúppal ellátott csigamarós fogazása esetében. Az elvi geometriai viszonyokat a 4.5. ábrán szemléltettük.

Az O_s központ körül ω_s szögsebességgel forgó szerszámfej a forgással egyidejűleg haladó mozgást is végez úgy, hogy a fogazandó kerek O_1O_2 tengelyvonala felé közeledik. A beállításnak a következő alapparamétereit definiáljuk:

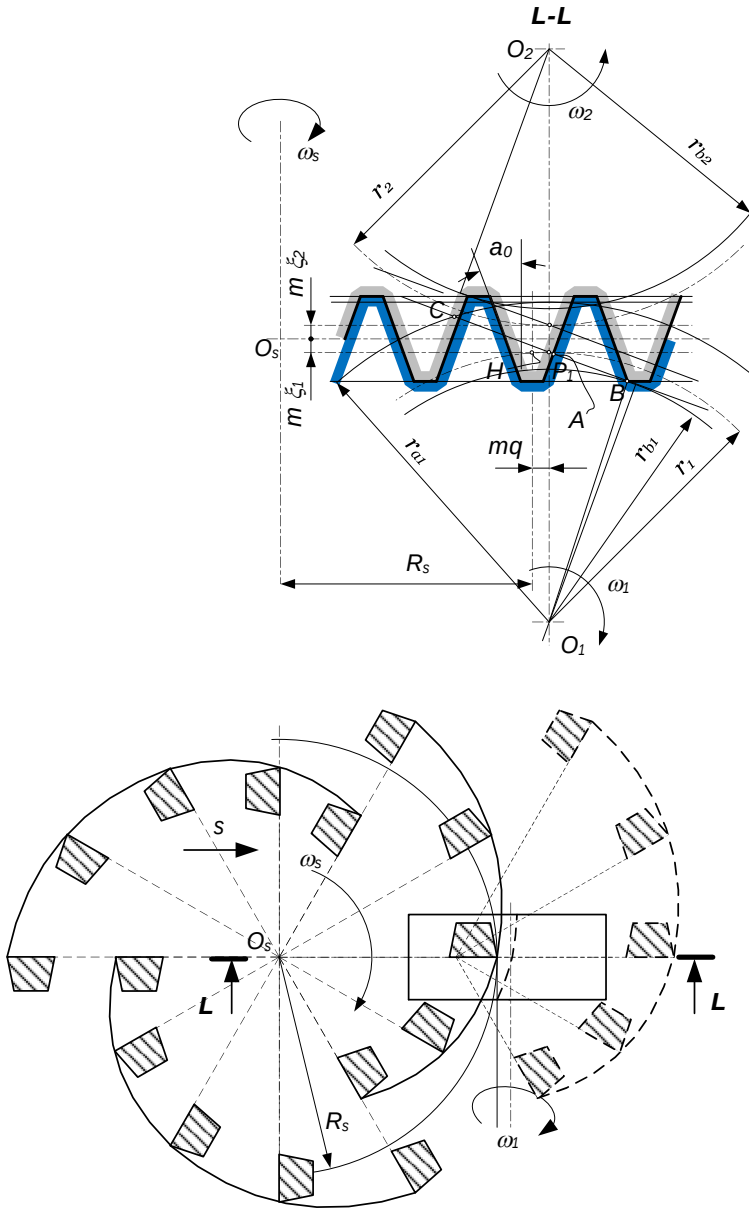
- a szerszámfej R_s referencia-sugara;
- a fogazandó kerek ξ_1 és ξ_2 profileltolásai;
- a fogazandó kerek q_1, q_2 tangenciális profileltolásai.

A fogaskerek ξ_1 és ξ_2 profileltolásai pontosan úgy vannak értelmezve, ahogyan a klasszikus hengeres fogaskerek esetében. Ez azért lehetséges, mert a szerszám fogának profilja a szerszám tengelyét tartalmazó szelvényben megfelel a szabványos (DIN 961) fogaslécnek, melynek profilszöge α_0 . A tangenciális profileltolás segítségével a szerszám alapsugarának módosítását tudjuk elérni. Valóban, a 4.5. ábrán látható **L-L** szelvényben, ha $q = 0$, akkor a szerszám tengelye, végső helyzetében, amit alaphelyzetnek definiálunk, alapsugárnyi távolságra található a fogazandó kerék tengelyétől. A pozitív tangenciális profileltolás nagyobb, a negatív pedig kisebb görbületi sugarakat hoz létre a fogazott kerék fogoldalán.

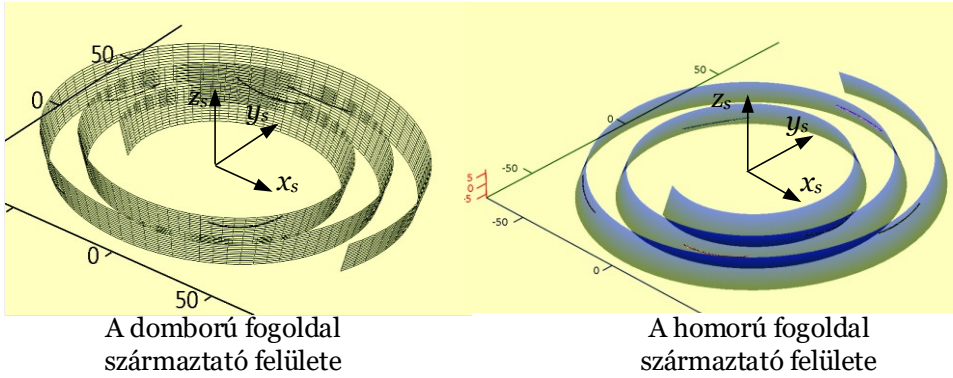
Az s tangenciális előtolás, a szerszámnak a fogazandó kerék felé történő közeledését jelző paraméter. Ennek határait a 4.6. ábra alapján számítjuk ki. Kijelentjük, hogy a beállítás szempontjából az a legnagyobb szerszám–fogaskerék kitérő távolság, amikor a munkadarab fejköre és a szerszám fogcsúcsa interferálni kezd. A 4.6. ábra alapján a $\triangle QAO_1$ háromszögből felírható, hogy

$$\overline{AQ} = 2m\sqrt{\left(\frac{z_1}{2} + \xi_1 - \frac{c_0}{2}\right)\left(h_0 + \frac{c_0}{2}\right)} \quad (4.2)$$

Figyelembe véve a szerszámfogfej s_{as} elméleti vastagságát, a generáló profil méreteit, a tangenciális eltolás lehetséges legnagyobb ΔS értéke a következő:



4.5. ÁBRA. A tangenciális előtolással megvalósított lefejtés elve



4.8. ÁBRA. A származtató felületek alakja

4.2. A FOGFELÜLETEK ÉS A SZÁRMAZTATÓ FELÜLETEK ÖSSZEFÜGGÉSEI

Az Arkhimédész-féle görbe fogú hengeres fogaskerek generálásakor egy, a hagyományos hajtópár-típusok szintézise alatt nem tapasztalt geometriai jelenség lép fel: a generáló fogasléc fogfelületei a görbületüket a legördülési helyzet függvényében változtatják. Az eddig ismert fogaskerék-hajtások esetében a származtató felületek alakja változatlan, jelen esetben viszont – akár radiális behatolással, akár tangenciális eltolással történik a generálás – a származtató felületek módosulása előáll. Ezt a jelenséget a lefejtést jellemző sajátos geometriai viszonyok okozzák, amelyeket a következőkben részletesen ismertetünk.

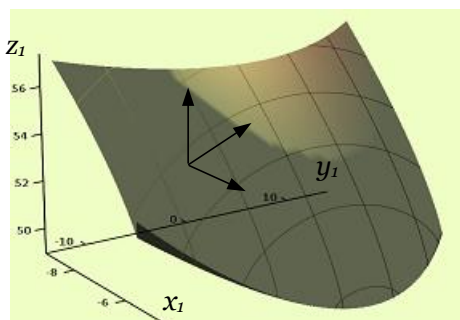
4.2.1. Radiális eltolással történő lefejtés esete

A radiális behatolás esetében a származtató felületet egyetlen, Arkhimédész-féle spirálisra illesztett kések élei alkotják. A spirális ív hossza akkora kell legyen, hogy radiálszelvényben a virtuális fogasléc a teljes kapcsolószakaszt átérje (4.3. ábra). A matematikai modellezés során, a modell egyszerűsítése végett, a származtató felületeket folytonosnak tekintjük. A származtató felületek alakját a 4.8. ábrán szemléltettük, arra az esetre, amikor a szerszám foga a fogaskerék fogárkát burkolja. A felületeken észlelhető vonalak a burkolás folyamatában létrejövő érintkezési görbék.

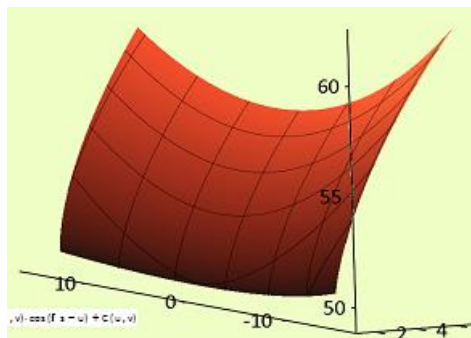
A származtatófelületek egyenletei, a feltüntetett $x_s y_s z_s$ koordináta-rendszerben könnyűszerrel levezethetők, tudván, hogy ez esetben a p_{sp} paraméterű Arkhimédész-féle spirálisra illesztjük a fogasléc-fogprofilok referencia-pontját:

$$\begin{cases} x_s(u, v) = (\delta(a + v \operatorname{tg} \alpha_0) + R_s + p_{sp} u) \cos u \\ y_s(u, v) = (\delta(a + v \operatorname{tg} \alpha_0) + R_s + p_{sp} u) \sin u \\ z_s(u, v) = v \end{cases}, \delta \in \{-1; 1\} \quad (4.6)$$

Az (4.6) egyenletekben $a = \pi m/4$, $\delta = -1$ -re a domború fogoldal, míg a $\delta = +1$ -re a homorú fogoldal származtató felületét kapjuk.



A konvex fogárok-felület



A konkáv fogárok-felület

4.9. ÁBRA. A származtatott fogárkot határoló felületek alakja

A származtatófelületek és a lefejtett felületek közötti kapcsolatot egyparaméteres burkolással írjuk fel. Ennek részletezése a [83] közleményben található meg, elemzésétől jelen könyvben eltekintünk. A származtatott fogfelületek alakját a 4.9. ábrán szemléltettük.

Bár a származtató felületek merevek, a sajátos legördülési kinematikából kifolyólag a gyártott kerék egy olyan fogaslécet kapcsol a gyártás során, amelynek a görbülete a begördülés pillanatában nagyobb, a kigördülés pillanatában pedig kisebb. Ezt a hengeres fogaskerekek lefejtésében eddig nem tapasztalt jelenséget a következő pontban tárgyaljuk részletesen.

4.2.1.1. A mozgó és görbületét változtató léccel. Az Arkhimédész-féle spirális vezérgörbőjű lefejtő szerszám saját tengelye körüli forgásának következtében a szerszám-élek, a spirális-hatás következményeként, sugárirányú relatív mozgást is végeznek a forgástengelyt tartalmazó referencia-síkban. Ha a referencia-síkhoz hozzárendeljük a vele párhuzamos, a gyártott kerék tengelyére merőleges, a kereket határoló homlok-síkok közé illeszkedő síksereget, a kapcsolódási egyenlet megoldhatósága alapján [83] kijelenthető, hogy mindegyikben létrejön a kapcsolódás, az alábbiakban felvázolt különbségekkel.

A szerszám-élek nem fognak beleilleszkedni az említett síkokba, mivel eleve radiális (a szerszám forgástengelyén áthaladó) síkokban találhatók. Az él dőlési irányától függően, fokozatosan, pontról-pontra mennek át a referencia-síkkal párhuzamos bármely síkon, akár az evolvens vagy az Arkhimédész-féle csiga lefejtésekor az esztergakés éle a csiga forgástengelyére merőleges, tetszőlegesen megválasztott síkon.

Ahogy a szerszám elfordulási szöge egyre nagyobb lesz (4.3. ábra), a szerszám-él tengelytől való távolsága is arányosan növekedik. Világos, hogy a szerszám-él tengelytől való távolságának növekedése, valamint a pontjainak egymáshoz viszonyított késése miatt, a vezérsíkkal párhuzamos síkokon való áthaladáskor, ezekben különböző görbe profilú, elemi vastagságú léceket hoznak létre. Mivel a származtató Arkhimédész-féle felületek görbülete csökken a spirális központjától való távolsággal, belátható, hogy a

4.2. A fogfelületek és a származtató felületek összefüggései

profilserreg görbülete csökkenni fog, a begördülés pillanatától a kigördülés pillanatáig. A mozgó fogasléc elve ekvivalens a paloid és az eloid kúpfogaskerek lefejtésekor, a szerszám főmozgása során létrehozott virtuális síkkerek elvével. A különbség abban áll, hogy az Arkhimédész-féle spirálisra helyezett vágóélek olyan virtuális lécet generálnak, amelynek fogfelületei a mozgás során mind a görbületüket, mind pedig fogalakjukat változtatják, miközben vonalfelületek maradnak.

4.2.1.2. A változó görbületű fogasléc geometriai jellemzői. Az x_0z_0 referencia- szelvényben a lefejtőléc profilja egyenes marad, tehát torzulatlanul mozog, a lefejtő szerszám mozgásának megfelelő φ_s szögparaméter szerint. E paraméter időfüggvényként is kezelhető, innen a lécs haladási sebessége az $(x_0y_0z_0)$ rögzített koordináta-rendszerben a következő:

$$(\mathbf{v}_0^{(s)})^T = (p_{sp}\dot{\varphi}_s \quad 0 \quad 0) \quad (4.7)$$

A generáló lécs keletkezését, mozgását és torzulását a 4.10. ábra szemlélteti. A vázlat az 1-es kerék generálására használt szerszám által létrehozott virtuális lécs fogának az (x_0z_0) referencia-síkkal, illetve az erre merőleges (x_0y_0) osztósíkkal elmeszve ábrázolja. A fog alaphelyzete az *EPF* szakasznak felel meg, ahol *E* a külső élpont, *P* a profil szimmetria-középpontja, *F* pedig a belső élpont, Ezek a pontok rendre az R_e, R_s , illetve az R_i sugarú körökön illeszkednek.

Ha a radiális irányú eltolás elvén dolgozó szerszámot tekintjük, akkor a három említett pontból három, egyenként $p_{sp} = 0,5m$ paraméterű spirális indul. Legyenek ezen spirálisok az x_0 tengelytől φ_s szöggel elfordult sugáregyenesen illeszkedő pontjai rendre E_1, P_1 és F_1 . Ha a szerszám a φ_s szöggel óramutató járásának megfelelő irányba elfordul, akkor ezek a pontok E_2, P_2 - és F_2 -ben érnek az x_0 tengelyre, azaz a kezdeti *EPF* szakasz az $E_2P_2F_2$ -be csúszik el. Ezáltal valósul meg a lécs haladása.

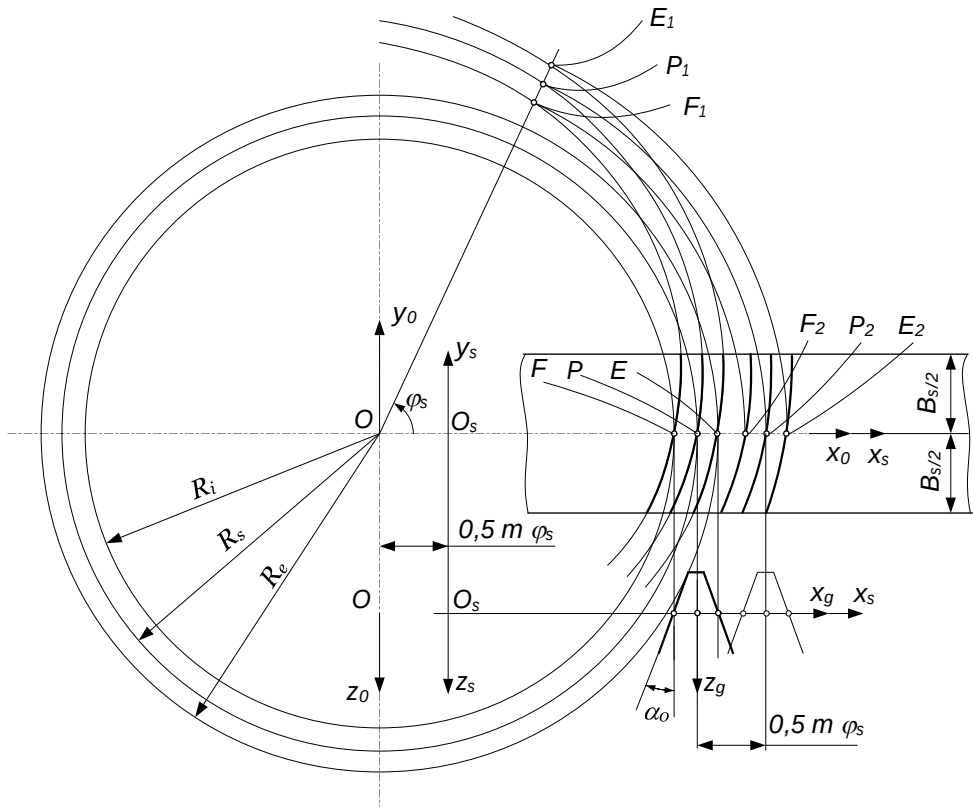
Geometriai szempontból vizsgálva, a léchez kötött $(x_sy_sz_s)$ koordináta-rendszer a kiindulási helyzetében a rögzített rendszerre illeszkedik, majd az x_0 tengely mentén elcsúszik $p_{sp}\varphi_s$ -sel. A fogasléc fogának fogfelülete a φ_s paraméter függvénye. A homorú, illetve a domború fogfelületek parametrikus egyenleteit a következőképpen írhatjuk fel:

$$\begin{cases} x_s(u, v; \varphi_s) = (\delta(a + v \operatorname{tg} \alpha_0) + R_s + p_{sp}(u + \varphi_s)) \cos u \\ y_s(u, v; \varphi_s) = (\delta(a + v \operatorname{tg} \alpha_0) + R_s + p_{sp}(u + \varphi_s)) \sin u \\ z_s(u, v; \varphi_s) = v \end{cases}, \delta \in \{-1; 1\} \quad (4.8)$$

A generáló lécs geometriai határait a fogazandó kerék szélessége határozza meg, ennél fogva az y és a z koordinátákra felírhatjuk, hogy:

$$\begin{aligned} -\frac{B}{2} &\leq y_0 \leq \frac{B}{2} \\ -(h_0 + c_0) &\leq z_0 \leq (h_0 + c_0) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Egy adott, $y_0 = \lambda$ egyenletű lécs-szelvényben numerikus módszerrel ki lehet számítani, adott z_0 szinten (itt csak a v paraméter-változik) és adott lécs-helyzetre (φ_s -érték

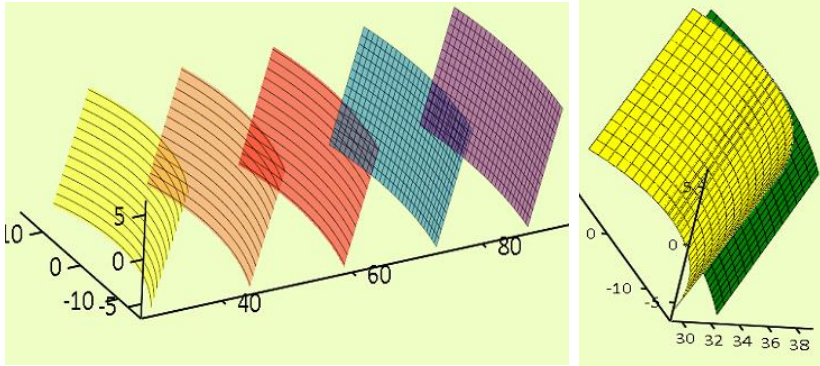


4.10. ÁBRA. A virtuális fogasléc modellje

rögzítve) az u értékét. A z_0 értéket változtatva, a (4.9)-ben megadott intervallumban, ki lehet számítani a lefejtő fogasléc profilját a vizsgált szelvényben. Észre kell venni, hogy ezek a koordináták a φ_s paramétertől függenek. Tehát, a haladó léc esetében, $u = u(v, \varphi_s, \lambda)$, vagy implicit alakban

$$(\delta(a + v \operatorname{tg} \alpha_0) + R_s + p_{sp}(u + \varphi_s)) \sin u - \lambda = 0 \quad (4.10)$$

A virtuális léc fogának a haladását a φ_s paraméter növekedésével a 4.11. ábrán szemléltettük. Az ábra a homorú fogoldal generáló származtatófelületet szemlélteti. Az ábra jobboldali képén a származtató felületnek a legördülés kezdeti és a legördülés végső fázisában felöltött alakjait szemléltettük. A két felület vonal mentén, az $y_0 = 0$ osztósíkból érinti egymást. Látható, hogy a származtatófelület a léc haladása során „megnyílik”, tehát görbülete csökken.



4.11. ÁBRA. A virtuális léc fogfelületének görbületváltozása legördülés közben

4.2.2. Tangenciális előtolással történő lefejtés esete.

A tangenciális előtolással generáló marófej kinematikáját és a modellben feltüntetett koordináta-rendszert a 4.12. ábrán szemléltettük.

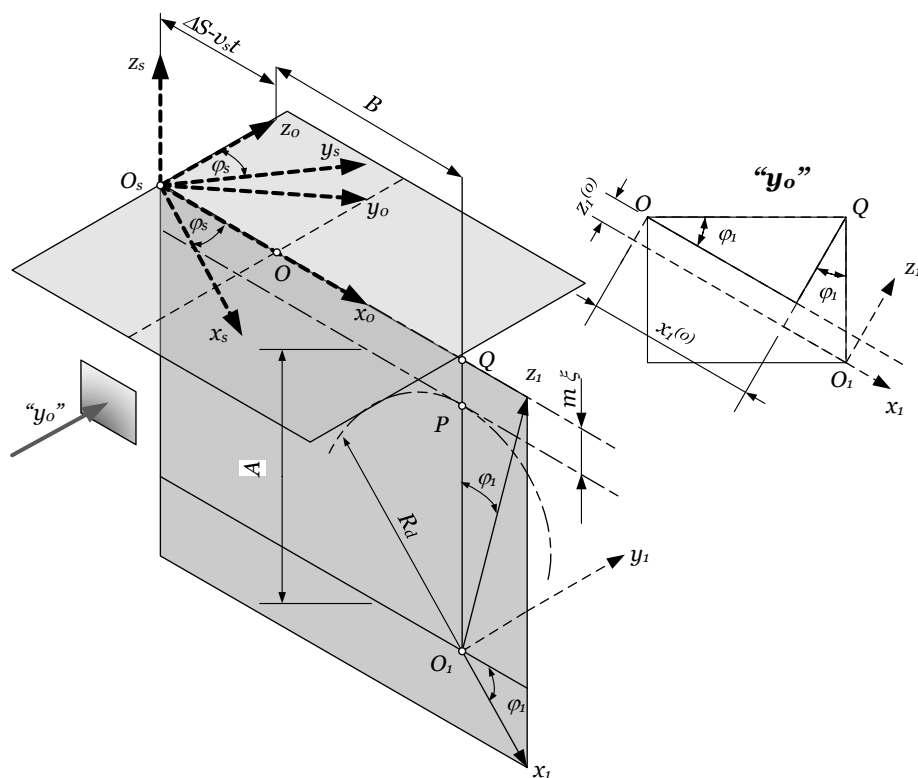
A referencia-helyzet az állványhoz kötött $x_0y_0z_0$ koordináta-rendszerre épül. A szerszámhoz kötött $x_sy_s z_s$, illetve a fogazandó kerékhez kötött $x_1y_1z_1$ rendszerek tengelyei alaphelyzetben párhuzamosak az állványhoz kötött rendszer megfelelő elnevezésű tengelyeivel, tehát elcsúsztatással hozzuk létre ezeket. A szerszám rendszere ekkor egybeesik a kötött rendszerrel, a fogaskerék rendszerének helyzetét pedig az origó koordinátái adják:

$$\begin{cases} \overline{OQ} = R_s + mq_1 = B \\ \overline{QO_1} = \frac{1}{2}mz_1 + m\xi_1 = A \end{cases} \quad (4.11)$$

A lefejtő mozgás elkezdésének pillanatától számított t idő eltelte után a szerszám rendszerének origója $\Delta S - v_s t$ távolságra közelítette meg az állvány rendszerét, miközben φ_s szöggel fordult el. A munkadarab ezalatt a φ_1 szöggel fordul el, a léc haladása által meghatározott irányban. A virtuális léc gördülővonala és a fogaskerék osztóköre a relatív mozgás konjugált centroidái, tehát csúszásmentes legördülésük feltétele a következőképpen írható fel:

$$\omega_s p_{sp} + v_s = \omega_1 R_{01} = \frac{1}{2}\omega_1 m z_1 \quad (4.12)$$

A szerszám és a munkadarab kapcsolódása mind a kétparaméteres, mind pedig az egyparaméteres burkolás modelljének alkalmazásával felírható. A kétparaméteres felírásban az $s = v_s t$ előtolás-paramétert a szerszámfej főmozgását jellemző φ_s elfordulási szögtől függetlennek tekintjük, míg az egyparaméteres felírásban a lefejtési technológiát valósághűbben közelítjük meg azáltal, hogy az s előtolást a fogankénti előtolás és marófej elfordulási szöge függvényében írjuk fel. Mindkét modell alkalmazása ideális



4.12. ÁBRA. *A tangenciális lefejtéssel történő felületburkolás modellje*

esetet jelent, mivel végtelen sokaságú forgácsolóélet feltételez. Az említett módszereknek alkalmazása – a tárgyalt fogazatlefejtés sajátos geometriája miatt – meglehetősen körülményes.

A valóságot sokkal jobban meg lehet közelíteni ez esetben a *kettős burkolás* modelljével, amit a következőkben részletesen mutatunk be.

4.2.3. A kettős burkolás elmélete

4.2.3.1. *A kettős burkolás megfogalmazásának gyakorlati alapja.* A kétparaméteres és egyparaméteres burkolási modellek a jelen fejezetben tárgyalt spirális-vezérvonalú hengeres fogazatok lefejtése esetében olyan idealizált modellek, amelyek körülményesen tudják csak figyelembe venni a folyamatosan változó görbületű lécc hatását. A szerszám felépítésből következik, hogy bármely, tetszőlegesen választott fogárokhoz egy különleges kinematikájú lefejtő lécc tartozik. Elsősorban vegyük észre, hogy az osztásból adódóan, adott fogároknál, ennek adott legördülési helyzetében, *egyetlen*

4.2. A fogfelületek és a származtató felületek összefüggései

késcsoport dolgozik. Ha azt figyeljük, hogy a fogárookban dolgozó késcsoport¹ hogyan forgácsol, akkor kijelenthetjük, hogy a virtuális fogasléc haladási sebessége a tangenciális előtolási sebesség és a spirálhatásból adódó radiális sebesség eredője. Miután a vizsgált késcsoport a vizsgálatnak alávetett fogárkot elhagyja, ez utóbbi elfordul (kifordul a kapcsolódási zónából), és egy teljes munkadarab-kör megtétele után kerül ismét megmunkálási helyzetbe. Ekkor azonban a késcsoport már egy másik, a fogaskerék tengelyéhez a teljes munkadarab-körnek megfelelő előtolással közelebbi helyzetben fogja létrehozni a virtuális lécet. Az előbbi okfejtésből egyértelműen levonható az a következtetés, hogy a fogárkot lefejtő virtuális lécfog kétfajta sebességgel halad a fogaskerékhez képest: az összegezett sebességgel, amikor lefejt, illetve a tangenciális előtoló sebességgel, amikor a kérdéses árok „pihen”. Ez valójában azt jelenti, hogy bár adott késcsoport által alkotott, klasszikus értelemben vett származtató felület kerülhet olyan helyzetbe, hogy a kapcsolódási egyenletet (akár) a fogazandó kerék tértartományán belül kielégíti, valójában mégsem fog hasznos burkoló felületet generálni, mivel a generált pontok a fejkörön kívülre kerülhetnek a begördülési fázisban. Emiatt különlegesen nehéz kétparaméteres burkolás esetében kiszűrni azokat a értékeket, amelyeknek gyakorlati értelme van.

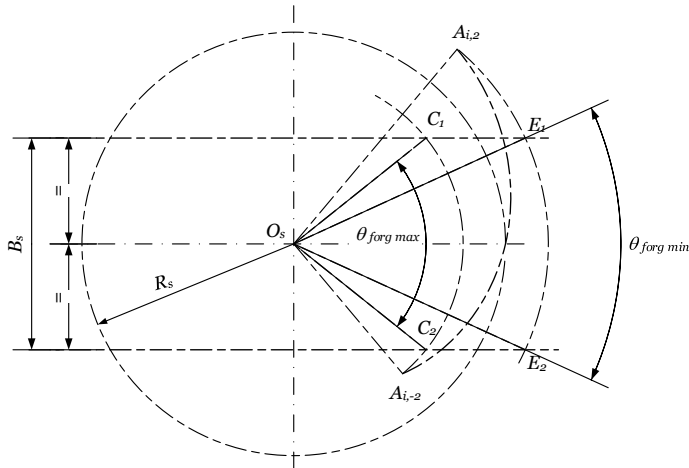
A fenti leírás egyértelműen egy olyan, különleges tulajdonságú virtuális lefejtő fogaslécéhez vezet, amely *pulzáló kinematikával* dolgozik: nagy sebességgel gördül és lefejt, majd kis sebességgel közeledik az újabb lefejtési helyzethez. Ezt a kinematikát – véleményünk szerint – sem a két, sem az egyparaméteres burkolás nem írja le helyesen.

A fentebb ismertetett tények és kinematikai sajátosságok megkövetelik azt a relatív kinematikai leírást, amelyik a fogfej- illetve a foglábvonal közé zárt generáló profilszakasszal rendelkező szerszámból indul el, nem pedig a feltételezett generáló felületből – ez utóbbi ugyanis csak a köszörűszerszámok esetében felel meg a valóságnak. Itt meg kell említeni, hogy léteznek határesetek, mint a csigamarós lefejtések, ahol a csavarvonalra rendezett élek halmazára rá lehet fogni, hogy burkolják a csigát, mivel számuk megfelelően nagy. Ez az eset azonban nem érvényes a maximum 5 késből álló késcsoportra.

4.2.3.2. A tangenciális lefejtéssel működő szerszám valós kinematikája. A valós kinematika a 4.12. ábrán feltüntetett koordináta-rendszerek relatív helyzetét kifejező összefüggésekkel írható le. A műszaki valóságnak azonban *torzítatlanul* csakis az a tény felel meg, hogy a szerszám éle a munkadarabhoz képest végzett relatív mozgásában egy folytonos felületet söpör végig. Ezen felületek megfelelő tájolásához és csoportosításához szükséges bizonyos definíciókat megadni.

A fogazandó kerék – *adott tangenciális előtolási helyzetnek megfelelő* – legördülési helyzetét a φ_1 – saját tengely körüli elfordulást mérő szög azon értékével határozzuk meg, amelyre a fogárookban dolgozó késcsoport referencia-kése a tangenciális előtolás irányára illeszkedik. Ezt legördülési- vagy vezérparaméternek nevezzük. A legördülési szög-intervallum szélső értékeit a klasszikus evolvens fogazás mintájára, a kapcsolószakasz alapján, egyszerű képletekkel számítjuk.

¹Ha a fogazandó kerék fogszáma osztható z_0 -val, akkor adott fogárookban mindig ugyanaz a késcsoport fog dolgozni, de ha az osztás maradékos, akkor az illető fogárookban mindig más-más késcsoport kerül.

4.13. ÁBRA. *A valós szerszámél-felület szögparaméter-határai*

A burkolás valós folyamatát célszerű a legördülési paraméter értékéhez kötni. Emiatt a vezérparaméter szerepét a fogazott kerék legördülési paramétere veszi át. A legördülési paraméter legkisebb értékét jelöljük φ_{11} -gyel, a legnagyobb értékét pedig φ_{12} -vel. φ_{11} -nek a lefejtés kezdeti pillanata felel meg, amikor a lefejtőszerszám tengelye a referencia-helyzettől $B + \Delta S$ távolságra található. A φ_1 vezérparaméter tetszőleges értékét a

$$\varphi_1 = \varphi_{11} + \Delta\varphi_1, \Delta\varphi_1 \in [0, \varphi_{12} - \varphi_{11}] \quad (4.13)$$

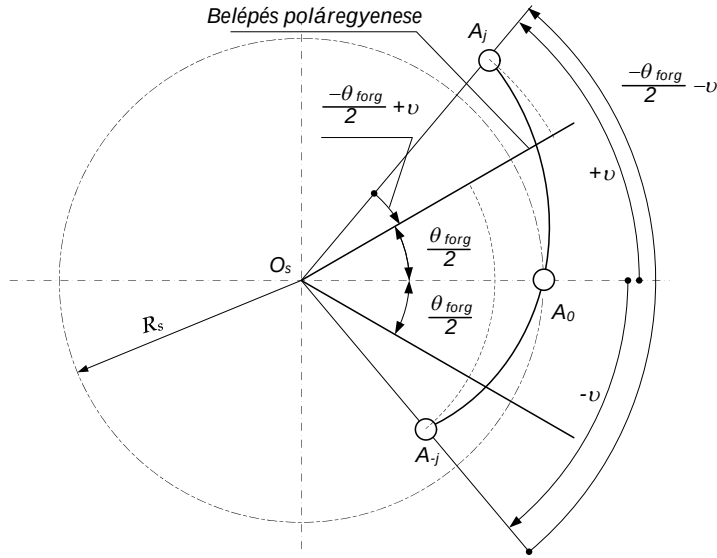
képlettel számítjuk. A tangenciális előtolás s paramétere, azaz a kezdeti helyzettől való elmozdulás értéke ez esetben az osztókör és az osztóegyenes egymáson való legördítéséből következik:

$$s = \Delta\varphi_1 R_{01} \quad (4.14)$$

Adott fogárok megmunkáló kécs csoportjának referencia-helyzete, a legördülési szög definíciójával egyezően, a φ_1 vezérparaméter adott értékére az a helyzet, amikor a kécs csoport referencia eleme a tangenciális előtolás irányára illeszkedik, tehát a generáló profil a fogaskerék tengelyre merőleges felezősíkjában van.

A késélek által lesepert felületek szögterjedelme igen változó, a késél tetszőleges pontjának sugarától függően. A modellt főlegesen bonyolítaná, ha ezt a szöget pontosan behatárolnánk. A leírt felület szögparaméter-határait a 4.13. ábra alapján lehet levezetni. A levezetésben a határokat a virtuális lécs osztóvonalai él pontjának alapján számítjuk ki. Értelemszerűen, a legkisebb lesepert központi szöget a legnagyobb sugáron, a legnagyobbat pedig a legkisebb sugáron illeszkedő kés adja, tehát a csoport szélső késeit vesszük tekintetbe. A forgácsolóélek által lesöpört hasznos szög határértékeit a következő képlettel számoljuk:

$$\theta_{min/max} = 2 \arcsin \frac{B_s}{2(R_s \pm 2\tau_s p_{sp})} \quad (4.15)$$



4.14. ÁBRA. A valós szerszámél-felület tájolásának korrekciója

Definícióként kijelentjük, hogy a hasznos szögérték a (4.14) képletekkel számított maximum-érték, tehát $\theta_{forg} = \theta_{max}$.

Adott késél által lesöpört felületnek a többi felülethez, illetve a modell koordináta-rendszereihez viszonyított helyzete a vezérparaméter adott értékétől, és a csoport késének a referencia-késhez viszonyított helyzetétől függ. A felület helyes tájolása érdekében korrekciókat kell véghezvinnünk. A korrekció felvezetését a 4.14. ábra segítségével tárgyaljuk.

Legyen egy adott késcsoport a referencia-helyzetben. A csoport késeinek osztóvonalai referencia-pontjai rendre az A_{-j} , A_0 és A_j helyzetet foglalják el. Jelöljük a referencia-késhez viszonyított helyzet szögét ϑ -vel. A ϑ értéke, amint az ábrából is kitűnik, óramutató járásával ellentétes irányban pozitívan definiált. Emlékezzünk, hogy a lefejtéshez szükséges mozgások definíciójának értelmében a szerszámfej forgása óramutató járásával megegyező irányban pozitív. Ennek alapján, az ábrából könnyen leolvashatjuk, hogy a j indexű kés belépésének pillanatát a referencia-helyzetből kiindulva, a mozgó koordináta-rendszerek a mozgástörvény betartása mellett történő korrekciós pótforgatása által kapjuk meg, ahol a pótforgatás szögét a

$$\xi(\vartheta) = -\frac{1}{2}\theta_{forg} + \vartheta \quad (4.16)$$

képlettel számítjuk. Valóban, ha a kés indexe negatív, akkor a szerszám pozitív forgásrányával ellentétes értelmű, forgatást kell alkalmazni. Ha a tekintett késél pozitív irányban nagyobb szögtávolságra esik a referencia-késtől, mint a θ_{forg} paraméter fele, akkor a korrekciós forgatást az óramutató járásával megfelelően kell megjeíteni.

több koordináta-rendszert figyelhetünk meg. Az ábrát a csoport referencia-késénél nagyobb sugáron illeszkedő, tehát pozitív j indexű kés belépési pillanatára építettük fel. Az $x_{sr}y_{sr}z_{sr}$ koordináta-rendszer a szerszám referenciahelyzetet foglalja el. Ehhez képest az $x_s^*y_s^*z_s^*$ helyzet a késcsoport tetszőleges késének a belépési pillanatát definiálja. A szerszámrendszer-origók tangenciális eltolás irányán való eltolása, valamint a fogaskerék pót-elforgatása a korrekciós szög alapján számított értékekkel valósul meg. Az ábra jobb felső sarkában elhelyezett vázlat a geometriai entitások pozitív irányait tünteti fel.

4.2.3.3. A kettős burkolás elve. A szerszámél által lefejtett felületsereg burkoló felületét csak akkor tudjuk helyesen meghatározni, ha figyelembe vesszük a tangenciális eltolás és a relatív forgás kombinációja által megvalósított „pulzáló” lécs lefejtő tulajdonságait. A szerszám adott késcsoportja, amikor forgácsol, véges számú felületet hoz létre a munkadarab adott legördülési helyzetében. Ezt a késcsoport késszámaival egyező elemszámú felülethalmazt, matematikai modellkiterjesztést végezve, a kés helyzet ϑ paraméterének folytonosításával, egyszerű végtelenségnyi felületsereggé duzzasztjuk. Értelemszerűen a felületsereg paramétere maga a ϑ helyzetparaméter.

A lefejtés φ_1 vezérparaméterének rögzített értékére az előbb említett felületseregnek burkolója adja azt a *virtuális lécfelületet*, amivel a lefejtett kerék fogfelülete az adott helyzetben kapcsol.

Mivel a fogaskerék folytonosan forog, a szerszámfej késcsoportja viszont csak azután lép be újra a fogárokba, hogy a fogaskerék közelítőleg egy teljes fordulatot végzett, következik, hogy az előbbi bekezdésben leírt felületburkolási jelenség a valóságban véges számszor jöhet csak létre.

Ismét matematikai modell-kiterjesztést végezve, elfogadjuk, hogy a késcsoportok száma is végtelen, azaz a virtuális lécs nem szekvenciálisan ér hozzá a lefejtett fogoldalhoz, hanem folyamatosan. Az előbbieknél során levezetett burkolófelület, mint a virtuális fogasléc fogfelülete, a második kiterjesztés következményeként egy újabb felületsereget hoz létre, melynek seregparamétere pontosan a φ_1 vezérparaméter.

A keresett fogfelület e második felületseregnek a burkolójaként jön létre. A kettős burkolás modelljének valóság-hűségét a fogazandó kerékre ráforgácsolt felületek alakja igazolja:

1. A begördülő késcsoport egy adott helyzetnek megfelelő felületsereget generál, amelynek burkolója lesz a virtuális konjugált gépelem (jelen esetben lécs) kapcsolódó felülete.
2. A virtuális konjugált gépelem és a fogazandó kerék között létrejövő végtelen sok relatív helyzet mindegyikében kialakul egy burkolófelület (alakját és görbületét változtatva), ami egy újabb burkolt sereget alkot.
3. Ennek a másodlagos seregnek a burkolója lesz a keresett fogfelület.

4.2.3.4. A kettős burkoláshoz kapcsolódó számítások. A kettős burkolás felületseregeit koordináta-transzformációk segítségével írjuk fel. A kapcsolódó koordináta-rendszerek relatív helyzetét a 4.15. ábrán láthatjuk. Az elsődleges felületeket a késélek generálják. Vegyük észre, hogy ha a v értékét a késtávolságok szöglépésére állítjuk, a valós szerszámfej modelljét kapjuk. A kiindulópont mindig az ábrának megfelelő. Ehhez képest a lefejtés pozitív irányába (óramutató járásával megegyezően) elfordul

a szerszámfej, és létrejön az összes relatív mozgás. Jelölje ezt az elfordulást a λ paraméter, amelyik ezáltal válik az elsődleges felület-sereg második felületi paraméterévé (Az első paraméter az él v paramétere, a sereg paramétere pedig ϑ). Az egyenletek felírásához a következő koordináta-transzformációs egyenletet használjuk:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{M}_{10} \mathbf{M}_{0s} \mathbf{r}_s \quad (4.19)$$

A (4.19) egyenletben szereplő mátrixok a következő felírásúak:

$$\mathbf{M}_{10} = \begin{pmatrix} \cos q & 0 & \sin q & -B \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin q & 0 & \cos q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad q = \varphi_{11} + \Delta_{\varphi 1} + \frac{(p_{sp} + \psi)\xi(\vartheta) + (p_{sp} + \psi)\lambda}{R_0} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{M}_{0s} = \begin{pmatrix} \cos(\xi(\vartheta) + \lambda) & \sin(\xi(\vartheta) + \lambda) & 0 & -\Delta S + R_0 \Delta_{\varphi 1} + \psi \xi(\vartheta) + \psi \lambda \\ -\sin(\xi(\vartheta) + \lambda) & \cos(\xi(\vartheta) + \lambda) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

A (4.19), (4.20) és (4.21) összefüggésekkel, valamint az él parametrikus egyenleteivel az elsődleges felület-sereg parametrikus egyenleteinek felírása a következő:

$$\mathbf{r}_1(v, \lambda, \vartheta; \Delta_{\varphi 1}) = \mathbf{M}_{s0}(\lambda, \vartheta; \Delta_{\varphi 1}) \mathbf{M}_{01}(\lambda, \vartheta; \Delta_{\varphi 1}) \mathbf{r}_s(v, \vartheta) \quad (4.22)$$

Az elsődleges burkolót a

$$\frac{\mathbf{D}(x_1, y_1, z_1)}{\mathbf{D}(v, \lambda, \vartheta)} = 0 \quad (4.23)$$

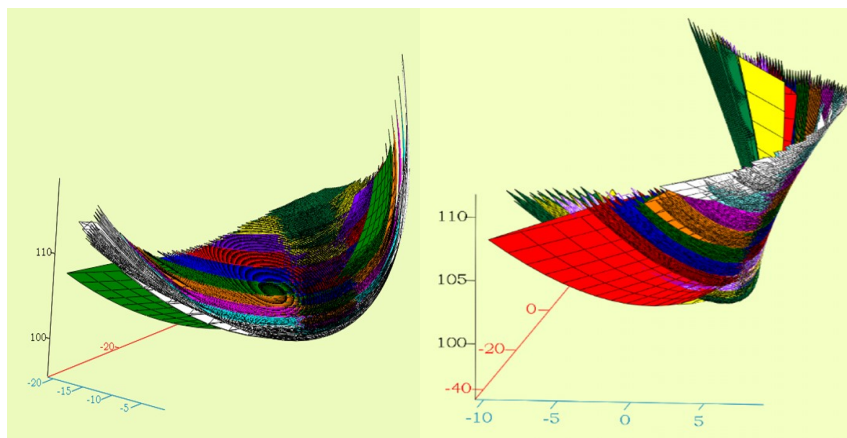
egyenlet megoldásából kapjuk, ahonnan, – lehetőség szerint – a ϑ paramétert kellene kiejteni, azaz meg kell találni a $\mathbf{r}_1(v, \lambda, \vartheta(v, \lambda; \Delta_{\varphi 1}))$ koordináta-függvényeket.

A másodlagos burkolót az elsődleges burkoló kiterjesztésével és a $\Delta_{\varphi 1}$ paraméter kiküszöbölésével kapjuk. Erre a (4.23) egyenlettel formálisan azonos egyenletet írunk fel:

$$\frac{\mathbf{D}(x_1, y_1, z_1)}{\mathbf{D}(v, \lambda, \Delta_{\varphi 1})} = 0 \quad (4.24)$$

A kettős burkolás numerikus vizsgálata során a lefejtőrendszer érdekes geometriai tulajdonságait lehet azonosítani, amelyeket általánosítva az alábbi módon fogalmazhatunk meg:

1. A késcsoport származtató felülete minden virtuális léchelyzetben sima burkolófelületet hoz létre;
2. A létrehozott (elsődleges) burkolófelületek kiterjedése és helyzete a legördülési paraméter függvényében változó;
3. A domború és homorú származtató felületeken különböző módon változik az érintkezési pontok sűrűsége és eloszlása;
4. A virtuális lécs haladása során megjelenik az átmeneti alámetszés: az előző származtatófelület által kigenerált burkoló adott részét a következő értékre létrehozott felület lesöpri, majd az aktuális kapcsolódási pontokból kiegészíti.



a. domború fogárok-felület

b. homorú fogárok-felület

4.16. ÁBRA. A tangenciális előtolással generált fogárok-felületek

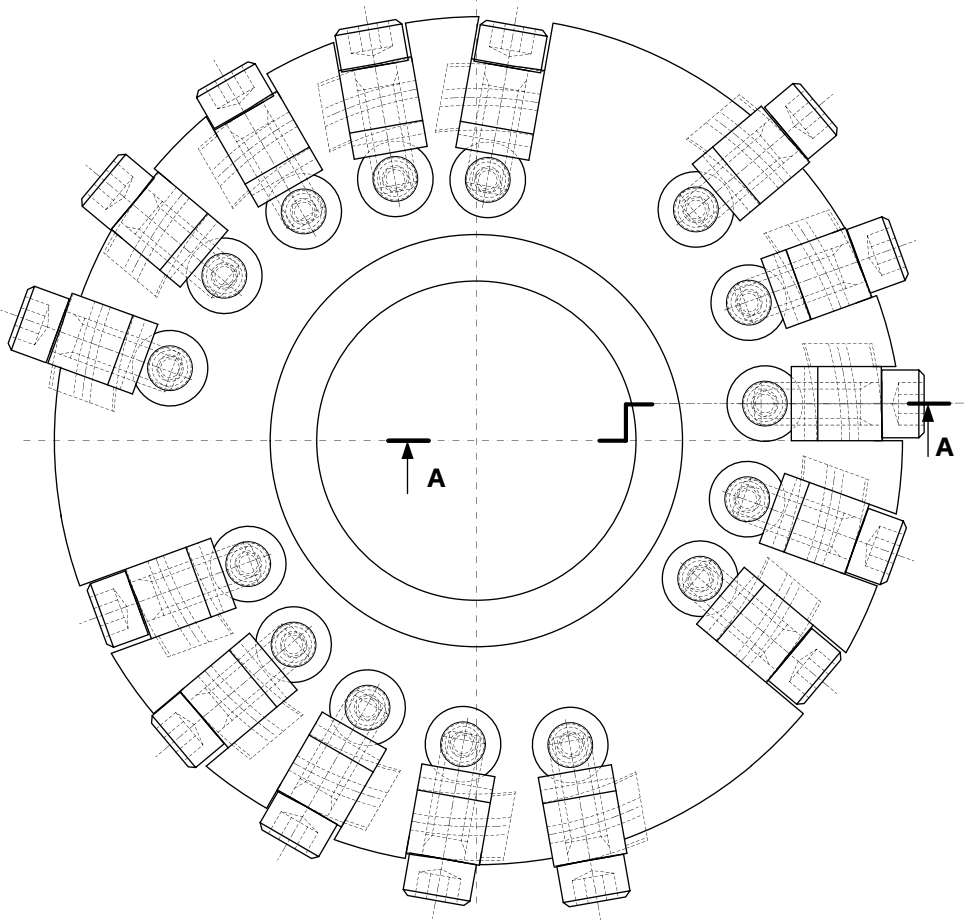
A tangenciális előtolással lefejtett Arkhimédész-féle spirális fogirány- vonalú fogaskerék fogarkának numerikus kiértékelés alapján szerkesztett grafikus képe a 4.16. ábrán látható.

4.3. A LEFEJTŐ MARÓFEJ FELÉPÍTÉSE

A lefejtő marófej betétkéses felépítésű, akár a körív- vagy a hurkolt ciklois fogirány- vonalú (Öerlikon) típusú marófejek. A betétkések elhelyezése az Arkhimédész-féle spirális-ívet kell kövesse, a marófej felépítése pedig lehetővé kell tegye a betétkések pontos állítását. A szerszám felépítésének tervrajzát a 4.17. ábrán láthatjuk. A három, egyenként 5 betétkésből álló késcsoport egyenlő központi szögosztásban áll. A késcsoport középső késének sugara az R_s refrencia-sugár, amivel a lefejtett fogazat görbületét szabályozzuk. A marófej felépítésében alkalmazott műszaki megoldást a 4.18. ábrán szemléltettük.

Az 1-es szerszámtörzsbe, a betétkések rögzítésére, τ_s központi szögosztású, téglalap-körvonalú bemarkást készítenek, majd pontosan köszörülnek. A bemarkások felfekvési felülete, a műszaki megoldástól függően, kétféle lehet: tengellyel párhuzamos, vagy a tengellyel adott szöget bezáró. A 4-es betétkéseket az 5-ös szegcsavarok segítségével tájoljuk, illetve szorítjuk az 1-es törzsbe. A betétkés felülete a 3-as éken keresztül szorul a törzshöz, melynek hornyában a 2-es speciális, mikromenetű állítócsavar gallérja csúszik. A beállítás úgy történik, hogy a szerszámtörzset speciális állítókészülékbe rögzítik, majd pedig a 2-es csavart addig forgatjuk, amíg az élek referencia-pontjai (az osztóvonalon levő, tehát a betétkés fejelvonalától tengelyirányban $1,25m$ -nyi távolságra található élpontok) a szerszámtengelytől az előírt távolságra kerülnek. Ezek után meghúzzuk az 5-ös rögzítő szegcsavarokat.

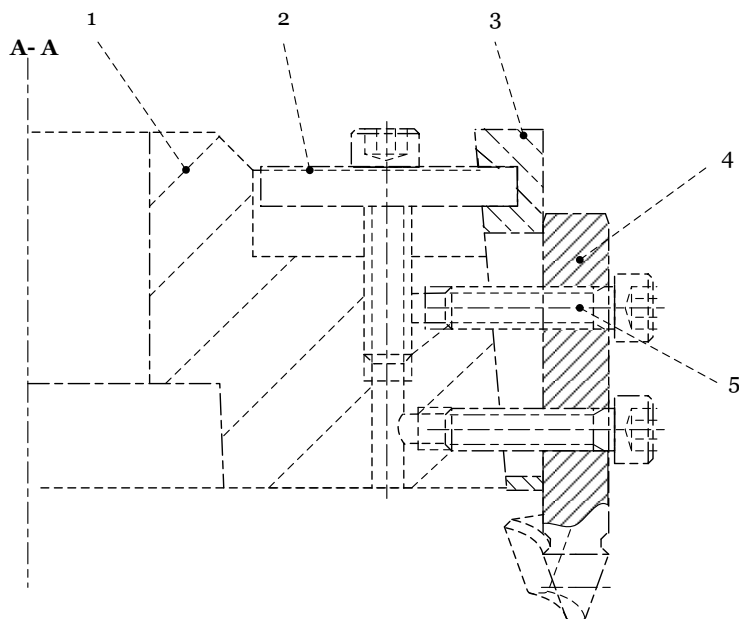
A fent leírt megoldás elvén több műszaki alapsmegoldást is lehet találni:



4.17. ÁBRA. *A marófej felülnézete*

1. ferde felfekvési felületekkel ellátott szerszámtörzs, Arkhimédész-féle spirálisra kiosztva;
2. tengellyel párhuzamos felfekvési felületekkel ellátott szerszámtörzs, Arkhimédész-féle spirálisra kiosztva;
3. ferde felfekvési felületekkel ellátott szerszámtörzs, körre kiosztva;
4. tengellyel párhuzamos felfekvési felületekkel ellátott szerszámtörzs, körre kiosztva.

A négy alapmegoldás kétfajta ék-konstrukciót, illetve kétfajta betétkésszár-konstrukciót követel meg. Az 1-es és a 3-as megoldás a ferde felfekvési felületű szerszámtörzsekre vonatkozik. Az ék dőlésszöge pontosan megegyezik a szerszámtestbe mart



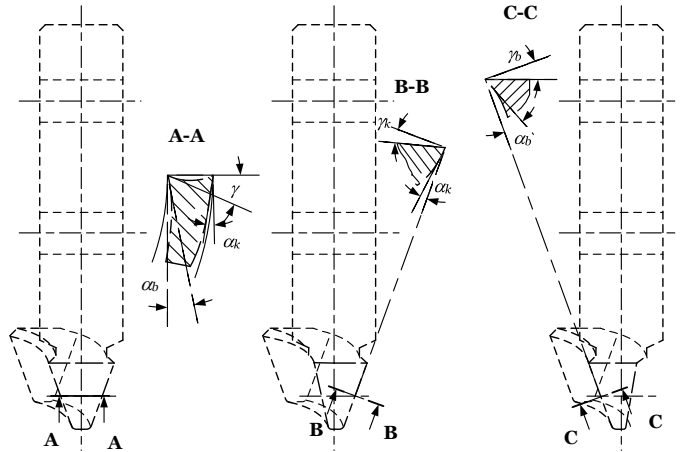
4.18. ÁBRA. A-A szelvény – a szerelés és a beállítás

és köszörült horony felületének ferdeségével, ahogyan az a 4.18. ábrán látható. Következésképpen a betétkés szára téglatest alakú lehet, az él pedig α_0 szöget zár be a készsár tengelyével.

A 2-es é a 4-es konstrukciókban a szerszámtörzs bemarásainak felületei a tengellyel párhuzamosak, így a készsár felülete a retesz ferde felületére kell illeszkedjen. Ez esetben a készsárakat kétféleképpen lehet kidolgozni: téglatest alapú csonka gúla, akár a körívfogazatok betétkései (a gúla ferde oldala a belső oldal, amelyik az ékkel érintkezik), vagy téglatest alakú oldal, de a profil aszimmetrikus (akár az Öerlikon-marófejek betétkései).

A betétkések szárrésze, a marófej típusától függően, téglatest vagy csonka gúla alakú. A forgácsolórész kialakítása szerint 3 típusú betétkést különböztetünk meg (4.19. ábra): kétélű nagyoló, külső, illetve belső késeket. Az utóbbi két típus értelem-szerűen egyélű, és megnevezése az él helyzetére utal. A kések részletes felépítését a következő pontban tárgyaljuk, mivel a geometriához szorosan kapcsolódik. Elvként ki kell jelentenünk, hogy a dolgozó részeket speciális készülékben kell köszörülni, de a szerszám újraélézése *kizárólag a homlokfelületeken* valósul meg, úgy, hogy a kések a marófejbe szerelve maradnak.

A szerszámtörzset a csigamarós fogazógép szerszámtartó szánjára erősített kiegészítőkészülék tengelyére, hengeres (H6/h5)-ös csúszóillesztéssel szereljük, majd pedig speciális, lapos anyacsavarral rögzítjük.



4.19. ÁBRA. A betétkések

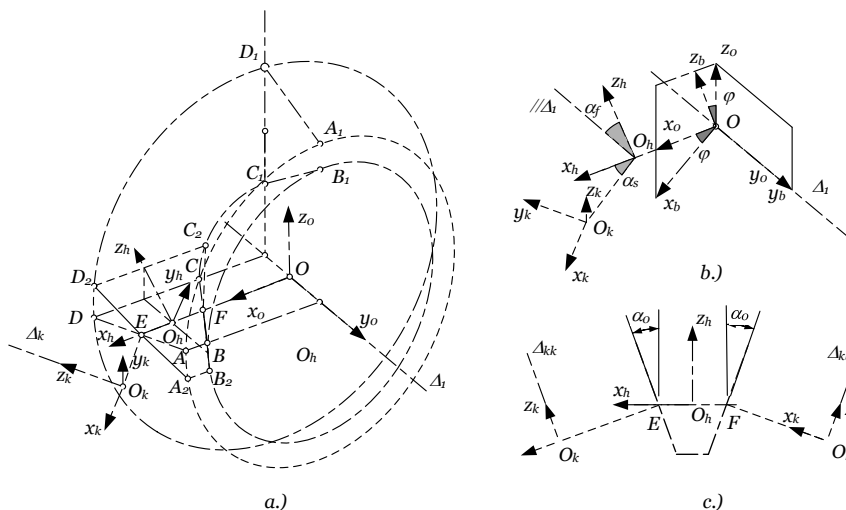
A szerszám pontosságára igen nagy befolyást gyakorolnak az állító ékek. Az Arkhimédész-féle spirális kiosztású bemarásos szerszámfejekbe egyforma ékek kerülnek. Ez esetben, a különböző R_s referenciasugarak elérésére a szerszámhoz több éksorozatot használhatunk.

A körkiosztású bemarásokkal rendelkező szerszámfej több, közeli modulú fogaskeérkpár lefejtésére alkalmas. Ehhez több sorozat éket rendelünk. Az ékek dőlésszöge ugyanakkora, de egyezményes testvastagságuk $\tau_s p_{sp}$ növekményű számtani haladványt alkot.

A körkiosztású marófej gyártási költsége kisebb, mint a spirális kiosztásúé, de a hozzá tartozó ékkészlet előállítása költségesebb. Ez a típusú marófej viszont lehetővé teszi az ékek vastagságának növekvő, illetve csökkenő sorrendben való illesztését, ezzel lehetőséget adva arra, hogy ugyanazt a szerszámkészletet hol az 1-es, hol pedig a 2-es kerék lefejtésére alkalmasan szereljük össze.

4.3.1. A szerszám geometriája

A betétkések forgácsoló részének kialakítása során pontosságra, alak- és méret-tartásra kell törekedni. A szerszám felépítéséből következik, hogy az utánélezések következtében az ékek elmozdulnak eredeti helyzetükhöz viszonyítva, és ez olyan méretmódosulást, illetve profiltorzulást okoz, amelyeket kiegészítő állítással lehet csak ellensúlyozni. A betétkések homlokfelületét sík- vagy kúpfelületként alakítjuk ki. A síkfelület kialakítása a nagyolókés esetében nulla konstruktív homlokszöget eredményez. Amennyiben itt kúpfelületet alkalmazunk, a kúp generátorai a két oldalélel egybe kell essenek. Az után-élezésekkel, figyelembe véve a hátfelületek alakját, a profil torzul és az osztóvonal vastagság csökken. Belátható, hogy a nagyolókést nem érdemes bonyolult alakú homlokfelülettel ellátni, legfeljebb, szükség esetén, pót-élezésekkel, hornyokat kialakítani az oldalélek mentén. A simítókések esetében a homlokfelület



4.20. ÁBRA. A körköszörüléssel előállított hátfelületek beállítása

olyan síkfelület kell legyen, amely tartalmazza a forgácsoló oldalélet, és az alapsíkkal nullától különböző, pozitív homlokszöveget zár be.

A betétkések hátfelületeit két módszerrel lehet kialakítani:

1. A köszörűkészülékben a késszár tengelyét *előredöntjük*, akár csak a körív fog-irányvonalú kúpkerék marószerszámainak betétkéseit, és olyan kúpfelületet köszörülünk, amelyik az újraélezések nyomán keletkező legkisebb éltorzulást eredményezi;
2. Hátraesztérgálással, majd hátraköszörüléssel alakítjuk ki az oldalhátfelületet, ezt követően pedig a fejl hátfelületét az oldalhátfelülettel összehangolva, akár axiális irányú hátraköszörüléssel, akár közelítő, sík-homlokköszörüléssel, előre döntött késszár-tájolással képezzük ki.

A következőkben az említett két módszert mutatjuk be részletesen.

4.3.1.1. Kúp-oldalhátfelület előállítása körköszörülés útján. A kúp-oldalhátfelület köszörülésének vázlatát a 4.20. ábrán szemléltettük. A köszörűgép tengelyére felerősített készülék a betétkéseket körosztásban illeszti és rögzíti oly módon, hogy a kések elméleti profilja, az EF osztóvonali szakasz körül el van fordítva a fejlhez tartozó hátszöveget *közelítő* α_f értékkel, és a fejl elméleti AB vonala az A_2B_2 helyzetbe kerül. Jelen vázlat, az egyszerűség és az érthetőség megőrzése miatt, úgy van felépítve, hogy az elméleti $ABCD$ trapéz síkja a szerszámgép x_0y_0 tengelysíkjaiban található. Amennyiben az élezés optimalizálása céljából szükséges még egy paramétert bevezetni, elképzelhető, hogy a készülék lehetővé tegye a betétkés tangenciális irányú (Oz_0 tengellyel párhuzamosan) elmozdítását, úgy, hogy az elméleti trapéz síkja párhuzamos maradjon az x_0y_0 tengelysíkkal.

A köszörűszerszám Δ_k tengelye az elméleti α_0 profilszöget közelítő, α_s szerszám-beállítási szöget zárja a köszörűgép Δ_1 tengelyével, mivel a köszörűszerszám hengeres.

A köszörűszerszám alkotója az AD szakasszal esik egybe, amikor a külső él, illetve a BC -vel, amikor a belső él hátfelületét köszörüljük. A c. vázlaton a szimmetrikus beállítás van feltüntetve. Ha a betétkések simítókések, akkor a mellékél profilszöge kisebb, mint a főél profilszöge, általában $10^\circ \div 12^\circ$ értékű. A köszörűtárcsa és a forgó készülék relatív mozgása következtében, ez utóbbi koordináta-rendszerében az AD , illetve a BC alkotójú, közös Δ_1 tengelyű körkúpok képződnek. A keletkezett élek ezen körkúpok és az α_f szöggel döntött – esetleg tangenciális irányban is eltolt – homlokfelületeknek metszésvonalai. Elméletileg az élek hiperbola-ívek lesznek, amelyeknek az egyenestől való eltérése a megengedett határokon belül kell maradjon.

A 4.20. ábra b. vázlatán szemléltettük a következő alkalmazott koordináta-rendszereket:

- a köszörűgép $x_0y_0z_0$ rendszere;
- a köszörűkészülék $x_by_bz_b$ rendszere;
- a betétkés $x_hy_hz_h$ rendszere;
- a köszörűszerszám $x_ky_kz_k$ rendszere.

A betétkés rendszere a köszörűkészülék rendszeréhez rögzített, és ezzel együtt forog a gép y_0 tengelye körül. Az ábra b. vázlatán a betétkés $x_hy_hz_h$ rendszerét alaphelyzetben tüntettük fel, azért, hogy világosabban szemléltessük az α_f és α_s beállítási szögek értelmét. Jelen esetben, a lefejtett felületek egyszerűsége miatt, elégséges az álló és a betétkéssel rögzített rendszer kapcsolatát felírni:

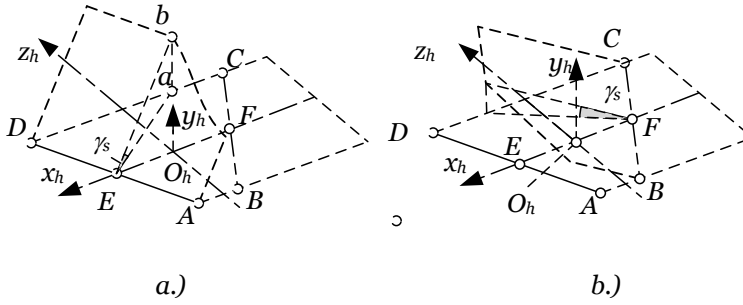
$$\mathbf{r}_h = \mathbf{M}_{hb} \mathbf{M}_{b0} \mathbf{r}_0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -O_hO \\ 0 & \sin \alpha_f & \cos \alpha_f & 0 \\ 0 & -\cos \alpha_f & \sin \alpha_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Jelöljük a betétkés és a készülék rendszereinek origói közötti távolságot R_k -val. Az AD és BC szakaszok parametrikus egyenleteit általánosítva írjuk fel:

$$\begin{cases} x_0(u) = R_k + j(a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s) \\ y_0(u) = u \\ z_0(u) = 0 \end{cases} \quad (4.26)$$

A (4.26) -ban $j = -1$ -re a belső, $j = +1$ -re pedig a külső kúpfelület alkotójának egyenleteit kapjuk, és $a^* = \pi m/4$. Ha a parametrikus koordinátákat a (4.25) mátrix-egyenletbe helyettesítjük, megkapjuk a köszörült kúp- hátfelületek egyenleteit:

$$\begin{cases} x_h(u, \varphi) = (R_k + j(a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s)) \cos \varphi - R_k \\ y_h(u, \varphi) = (R_k + j(a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s)) \cos \alpha_s \sin \varphi + u \sin \alpha_f \\ z_h(u, \varphi) = (R_k + j(a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s)) \sin \alpha_f \sin \varphi - u \cos \alpha_f \end{cases} \quad (4.27)$$



4.21. ÁBRA. A homlokfelületek általános helyzete

Az élek egyenleteit a hátfelület és a homlokfelület metszésgörbéjeként kapjuk. Amint az előbbiekben említettük, a homlokfelületet síkköszörüléssel hozzuk létre, általános esetben úgy, hogy az egyenesnek tekintett elméleti AD illetve BC élek körül az $y_h = 0$ síkot elforgatjuk, ameddig eredeti helyzetével a γ_s beállított homlokszöget zárja.²

A 4.21. ábra alapján, a külső, illetve a belső élekre illesztett homlokfelületek egyenletei a következők lesznek:

$$\begin{aligned} (A_{\gamma_k}) : (x_h - a^*) \operatorname{tg} \gamma_s \cos \alpha_0 + y_h - z_h \operatorname{tg} \gamma_s \sin \alpha_0 &= 0 \\ (A_{\gamma_b}) : (x_h + a^*) \operatorname{tg} \gamma_s \cos \alpha_0 - y_h + z_h \operatorname{tg} \gamma_s \sin \alpha_0 &= 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

A fenti egyenletek bármelyikét $\gamma_s = 0$ -ra sajátosítva, megkapjuk a nagyolókés homloksíkjának egyenletét.

Az élgörbék egyenleteinek felírásához behelyettesítjük a megfelelően sajátosított (4.27) parametrikus egyenleteket a (4.28) hozzátartozó homloksík- egyenletébe, hogy a paraméterek közötti összefüggést megtaláljuk. A számítások elvégzése után homogén trigonometriai egyenletekre jutunk φ -ben, melynek, a 4.20. alapján, értelmes megoldásai az első és negyedik negyedben vannak, utóbbi esetben φ negatív értékeit tekintve.

A külső oldalra:

$$\begin{aligned} \varphi_k(u) &= \arcsin \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} - \operatorname{arctg} \frac{B}{A}, \\ A &= E(u) \cos(\alpha_f + \gamma_l) \\ B &= E(u) \sin \gamma_l \operatorname{ctg} \alpha_0 \\ C &= E(u) \sin \gamma_l \operatorname{ctg} \alpha_0 + u(\operatorname{tg} \alpha_s \operatorname{ctg} \alpha_0 \sin \gamma_l + \sin(\alpha_f + \gamma_l)) \\ E(u) &= R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s \\ \operatorname{tg} \gamma_l &= \operatorname{tg} \gamma_s \sin \alpha_0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

²Azért beállított érték, mivel a köszörülő készülék döntését előíró érték; a geometria élpontonként változik.

A belső oldalra:

$$\begin{aligned}
 \varphi_b(u) &= -\arcsin \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} + \operatorname{arctg} \frac{B}{A}, \\
 A &= E(u) \cos(\alpha_f + \gamma_l) \\
 B &= E(u) \sin \gamma_l \operatorname{ctg} \alpha_0 \\
 C &= E(u) \sin \gamma_l \operatorname{ctg} \alpha_0 + u(-\operatorname{tg} \alpha_s \operatorname{ctg} \alpha_0 \sin \gamma_l + \sin(\alpha_f + \gamma_l)) \\
 E(u) &= R_k - a^* + u \operatorname{tg} \alpha_s \\
 \operatorname{tg} \gamma_l &= \operatorname{tg} \gamma_s \sin \alpha_0
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

A (4.29) és (4.30) függvényeket $\gamma_l = 0$ -ra sajátosítva megkapjuk a nagyolókés éleinek egyenleteihez szükséges $\varphi_{k,b}(u)$ függvényeket:

$$\begin{aligned}
 \varphi_k(u) &= \arcsin \left(\frac{u}{R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s} \operatorname{tg} \alpha_s \right) \\
 \varphi_b(u) &= -\arcsin \left(\frac{u}{R_k - a^* + u \operatorname{tg} \alpha_s} \operatorname{tg} \alpha_s \right)
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Adott betétkés koordináta-rendszere a marófej koordináta-rendszeréhez képest a közös $x_m \equiv x_h$ tengely mentén a beállításnak megfelelő távolságra van elcsúsztatva. Ez a távolság a

$$L = R_s + \tau_s p_{sp} i + \delta \tag{4.32}$$

képlettel számítható ki, amelyben i az adott betétkésnek a késcsoportban elfoglalt helye szerinti indexe, δ pedig a finom beállítás mértéke, ami jelen esetben, a geometria és a profilpontosság elemzésekor elhanyagolható.

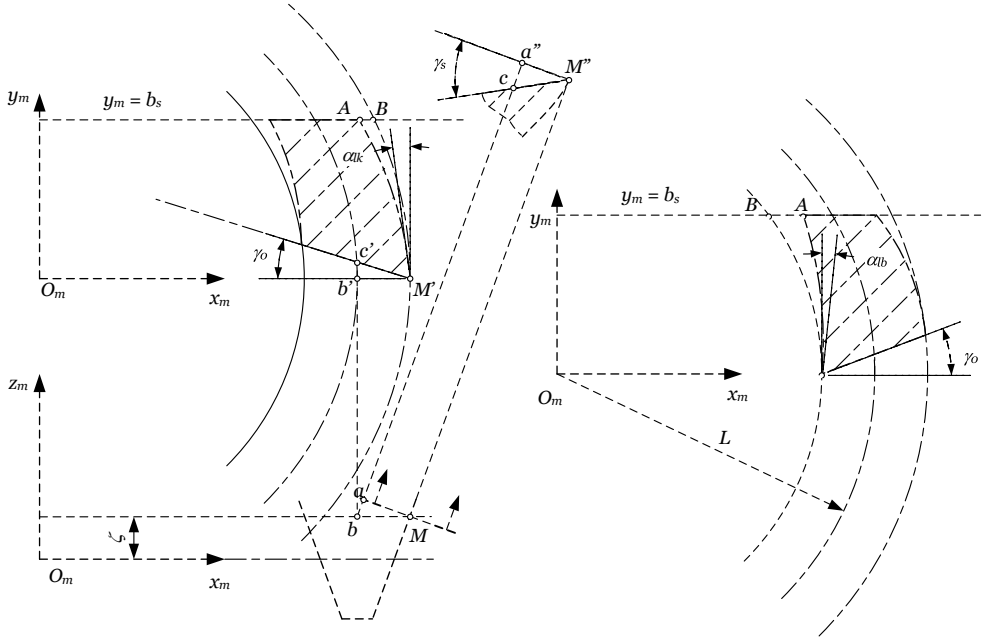
A betétkés oldalhátfelületeinek egyenletei a marófej koordináta-rendszerében a (4.27) egyenletekkel formálisan megegyezők, kivéve az x_m koordinátát, ahol az $x_m = x_h + L$ transzformációt alkalmazzuk. Következésképpen

$$\begin{cases} x_m(u, \varphi) = x_h(u, \varphi) + L \\ y_m(u, \varphi) = y_h(u, \varphi) \\ z_m(u, \varphi) = z_h(u, \varphi) \end{cases} \tag{4.33}$$

Az egyenletek azért fontosak, mert segítségével összefüggést állapíthatunk meg a betétkésnek a készülék forgástengelyétől mért L távolsága, a b_s késszárkérszmet-magassága és az R_k körszörülési sugár között. A feladat megoldására tekintsük a 4.22. ábrát.

Az ábra bal oldalán egy külső élű betétkésnek tetszőleges M pontját tartalmazó ortogonális szelvényt szemléltettünk. A vizsgált M pont az $x_m y_m$ sík fölött ζ távolságra található. Valóban, marófej konstruktív geometriájáról lévén szó, a forgácsolási szögeket radiális, azaz forgástengelyre merőleges szelvényben definiálják. Az ábra jobb oldalán viszont a belső kés oldalhátszögének számítására alkalmas radiális szelvényt szemléltettük, mivel a homlokszög-számítás a külső késnél alkalmazott számítási menettel azonos módon történik.

A konstruktív méreteket a geometriával, illetve az élezési beállítással ebben az esetben össze kell hangolni, hogy a betétkés kifogástalanul működjön, azaz bármely,



4.22. ÁBRA. A betétkés konstruktív geometriája

tengelyre merőleges szelvényben a dolgozó rész keresztmetszete az élpontok által leírt körben maradjon. A betétkések nagyolása során a dolgozó részt határoló oldalfelületeket a készülék forgástengelyével egybeeső tengelyű kúpfelületekként állítjuk elő. Ettől eltérő módon, a köszörülés során a betétkést *előredöntjük*, ezért a köszörült kúpfelületek tengelye a betétkés tengelyéhez képest kitérő lesz. A beállítás következményeként jelen esetben nem egy, a hátraesztérgálással előállított, folyamatosan keskenyedő szelvény keletkezik. Emiatt meg kell bizonyosodjunk arról, hogy a homlokfelület mögött elhelyezkedő dolgozó rész nem fogja súrolni a forgácsolt felületet.

Adott R_k köszörülési sugarbeállítással köszörült betétkést, amint láttuk, a marófejben különböző L , az Arkhimédész-féle spirálisra való rendezés adta tengelytávosságokra állíthatnak. Ellenőrizni kell, hogy a betétkéseket meg lehet-e munkálni egyetlen beállítás mellett, az R_s és L méretek között fennálló összefüggés ismeretében. A súrolás elkerülésének geometriai megfogalmazása, a 4.22. ábra alapján abban áll, hogy bármely ζ -értékre igaz legyen az $x_m^{(A)} < x_m^{(B)}$ egyenlőtlenség a külső, illetve $x_m^{(A)} > x_m^{(B)}$ a belső kés számára. Nagyolókés esetében mindkét feltételt vizsgáljuk. Simítókések nem hasznos felületet alkotó éleit hasonlóan ellenőrizzük. Ezen élek által burkolt felületeket forgácsba söprik a simító élek, tehát geometriájuk kizárólag a forgácsképzés szempontjából fontos. Külső betétkések esetében a legkisebb, belső kések esetében pedig a legnagyobb L beállítási méret kiszámítása a cél. A következőkben a külső élhez kapcsolódó hátfelület helyes illeszkedésének feltételét elemezzük részletesen.

A külső kés esetében a választott M élpont koordinátáit a (4.32) szerint átírt (4.27) felület egyenletek, a (4.29) paraméter-kapcsolat és a $z_m = \zeta$ feltételből a következő, u ismeretlenű egyenletet kapjuk:

$$(R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s) \sin \alpha_f \sin \varphi_k(u) - u \cos \alpha_f - \zeta = 0 \quad (4.34)$$

Az egyenlet $u(\zeta)$ megoldását behelyettesítjük az él x_m és y_m koordinátáiba, majd kiszámítjuk a vizsgált M élpont és a marófej tengelye közötti távolságot:

$$\rho(\zeta) = \sqrt{[x_m(u_\zeta, \varphi_k(u_\zeta))]^2 + [y_m(u_\zeta, \varphi_k(u_\zeta))]^2} \quad (4.35)$$

A (4.35) a vizsgált élpont által leírt kör sugarát adja, így a B pont abszcisszáját a b_s kés-szélesség ismeretében azonnal kiszámíthatjuk.

Az A pont a hátfelület, az $y_m = b_s$ sík és a $z_m = \zeta$ sík közös pontja. Kiszámításához felhasználjuk a hátfelület egyenleteit, melynek y_m és z_m koordináta-függvényeiből u, φ ismeretlenekben a következő egyenletrendszert kapjuk,

$$\begin{cases} (R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s) \cos \alpha_f \sin \varphi + u \sin \alpha_f = b_s \\ (R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s) \sin \alpha_f \sin \varphi - u \cos \alpha_f = \zeta \end{cases} \quad (4.36)$$

melynek megoldása:

$$\begin{cases} u_0 = b_s \sin \alpha_f - \zeta \cos \alpha_f \\ \varphi_0 = \arcsin \frac{b_s \cos \alpha_f + \zeta \sin \alpha_f}{R_k + a^* - u_0 \operatorname{tg} \alpha_s} \end{cases} \quad (4.37)$$

A (4.37) megoldást behelyettesítjük az (4.33) egyenletrendszer első egyenletébe, amellyel a számítások elvégzése után, és a (4.35) kifejezést felhasználva a súrlódás elkerülésének következő feltételét kapjuk:

$$\sqrt{(R_k + a^* - u_0 \operatorname{tg} \alpha_s)^2 - (b_s \cos \alpha_f + \zeta \sin \alpha_f)^2} - R_k + L < \sqrt{\rho^2(\zeta) - b_s^2} \quad (4.38)$$

A belső él számára a számítás hasonló módon történik.

A *konstruktív geometriát* klasszikus, az analitikus mértanra alapozó módszerrel számítjuk ki.

A konstruktív homlokszög közelítő értékét az $\triangle Mab$, $\triangle M''a''c$ és $\triangle M'b'c'$ derékszögű háromszögekből számítjuk ki. A közelítés abban áll, hogy az élet egyenesnek tekintjük, mely a névleges α_0 szöget zárja a z_m tengellyel. Emlékezzünk, hogy a homloksík elméletileg az $x_m z_m$ sík él körüli, γ_s szöggel való leforgatásával keletkezik, így $b'c' = a''c$. A vetületekből és az említett háromszögekből következik, hogy

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \operatorname{tg} \gamma_s \cos \alpha_0 \quad (4.39)$$

A konstruktív hátszög az $M'A$ hiperbolaív és az $M'B$ körív érintői által közrezárt α_l szög. Az él M pontja által leírt kör érintővektora a (4.34) egyenlet u_ζ megoldásával:

$$\tau_1^T = (-x_m(u_\zeta, \varphi(u_\zeta)) \quad y_m(u_\zeta, \varphi(u_\zeta)) \quad 0) \quad (4.40)$$

A hiperbolaív érintővektorának koordinátáit kétféleképpen lehet meghatározni. Az első módszer szerint a kúp-hátfelület normális vektorának és a marófej $\mathbf{k}_m$ forgástengely-egységvektorának vektorszorzatából állítjuk elő. A második módszer a $z_m = \zeta$ síkban fekvő hiperbolaív koordináta-függvényeinek felírása, majd ezek deriválása. A (4.33) egyenletrendszer harmadik egyenletét összevetjük a vizsgált M élpont helyzetét

kifejező $z_m = \zeta$ feltétellel, majd az így kapott $z_m(u, \varphi) = \zeta$ összefüggést $\varphi = \varphi(u)$ alakra hozzuk, amelyet a felület egyenleteinek x_m és y_m koordináta-függvényeibe helyettesítünk vissza. A műveletek elvégzése után a hiperbolaív egyenletei a következő alakot öltik:

$$\begin{cases} x_m(u) = L - R_k + \frac{1}{\sin \alpha_f} \sqrt{(R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s)^2 \sin^2 \alpha_f - (\zeta + u \cos \alpha_f)^2} \\ y_m(u) = \frac{\zeta \cos \alpha_f + u}{\sin \alpha_f} \\ z_m(u) = \zeta \end{cases} \quad (4.41)$$

Végül, a keresett érintővektor-koordinátákat u szerinti deriválással kapjuk:

$$\boldsymbol{\tau}_2(u) = \begin{pmatrix} -\frac{\sin \alpha_f \operatorname{tg} \alpha_s (R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s) + (\zeta + u \cos \alpha_f) \operatorname{ctg} \alpha_f}{\sqrt{(R_k + a^* - u \operatorname{tg} \alpha_s)^2 \sin^2 \alpha_f - (\zeta + u \cos \alpha_f)^2}} \\ \frac{1}{\sin \alpha_f} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Figyeljük meg, hogy az érintővektor x_m -re eső vetülete negatív, vagyis a 4.22. ábrán szemléltetett oldalhátszög valóban pozitív. Ez azt igazolja, hogy a köszörülőkészülékben felvett késszár-döntési irány helyesen van értelmezve.

A (4.40) és (4.42) segítségével az oldalhátszög kifejezése a következő lesz:

$$\alpha_l(\zeta) = \arccos \frac{\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2(u_\zeta)}{\|\boldsymbol{\tau}_1\| \|\boldsymbol{\tau}_2(u_\zeta)\|} \quad (4.43)$$

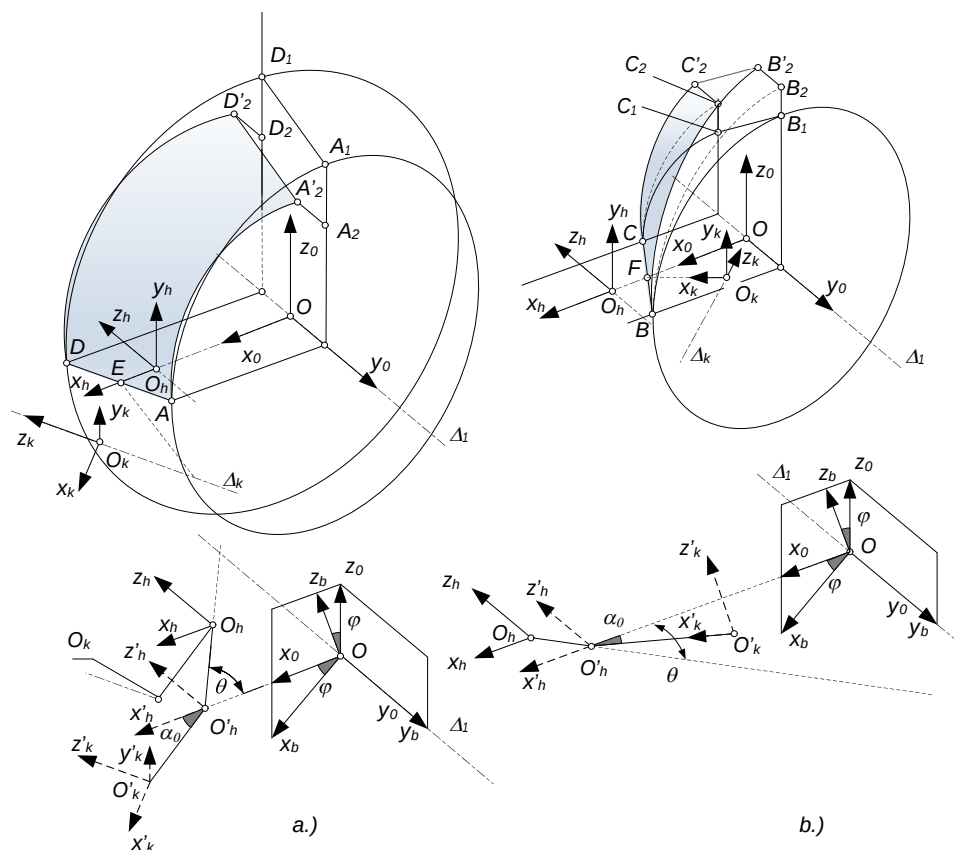
A belső élű betétkés oldalhátszögét az előbbieken szemléltetett módon vezetjük le. Itt a $\boldsymbol{\tau}_2$ vektor x_m tengelyre eső vetülete, a 4.22. ábra jobb oldali szelvényének megfelelően, pozitív kell legyen.

4.3.1.2. Kúp-oldalhátfelület előállítás hátraköszörülés útján. A hátraköszörülés az előző alpontban bemutatott körköszörüléssel szemben viszonyítva kisebb termelékenységű, ellenben robusztusabb él-alaktartást és nagyobb oldalhátszögek létrehozását teszi lehetővé. Elvileg háromfajta hátramunkálást végezhetünk el a betétkésen:

1. radiális bagy beszűrő hátramunkálást;
2. ferde irányú hátramunkálást;
3. tengelyirányú vagy axiális hátramunkálást.

A hátfelületeknek a marófej tengelyéhez viszonyított helyzete egyértelművé teszi, hogy az élek az utánélezések következtében elmozdulnak: a külső él a tengelyhez közeledik, míg a belső él a tengelytől eltávolodik. Kivételt a tengelyirányú hátramunkálás képez, mivel ez esetben a hátfelület irányvonala hengeres csavarvonal lesz.

A hátramunkált profil magassága az elméleti magasságnál nagyobb kell legyen, mivel a homlokfelületen végrahajtott újraélezések, a fejel hátfelületének α_f hátszöge miatt, a profil magasság csökkenéséhez vezetnek. Kivételt a tengelyirányú hátramunkálás képez.



4.23. ÁBRA. A betétkések hátramunkálásának elvi vázlata

A felsorolt esetek arra engednek következtetni, hogy a megfelelő értékű homlok-, illetve hátszögbeállítások megvalósítása érdekében, a simító (vagyis az egyélű) késeket érdemes hátramunkálni. A hátramunkálás mindhárom változata megvalósítható. A kések tengelytől való távolságát szabályzó ékeket ebben az esetben úgy kell méretezni, hogy a finomhangoláson kívül képesek legyenek az újraélezési tartalék teljes felhasználása után is a megfelelő kompenzációs elmozdítást megvalósítani.

A nagyolókéseket kizárólag tengelyirányú hátramunkálással szabad megmunkálni, mert ez esetben a profilpontok (az élpontok) az utánélezések miatt hengeres csavarvonalakon mozdnak el. A profil méretének invarianciája az említett hengerek egytengelyűségéből következik.

A betétkések hátramunkálásának elvi vázlata a 4.23. ábrán látható. Az a. ábrán a külső oldal-hátfelület, a b. ábrán pedig a belső él-oldalhátfelület kialakításának geometriai összefüggései vannak feltüntetve. A betétkéseket itt is készülékbe helyezve munkáljuk meg. A készülék n_k számú, egyenlő szögosztású tájolórekeszt tartalmazó

hengeres test, amely a hátraesztgera-pad főorsójának kúpos hüvelyébe csatlakozik, ahol tájolása (a szükséges 5 szabadságfok lefogása) megvalósul.

Az n_k értéket $6 \div 10$ között választjuk; minél kisebb a kések terjedelme és minél nagyobb a lefejtendő fogazat R_s referenciasugara, annál több kést illeszthetünk a készülékbe. A hátramunkálás k_{th} technológiai értékét minden esetben a hátraesztgera-szán elmozdulásának hosszirányában mérjük, és ezt szükség szerint vetítjük sugár- illetve tengelyirányba. A készülék osztása és a technológiai irányba mért fajlagos (1 radiánnyi főorsó-szögelfordulásra mért) k' hátraszán-elmozdulás között az ismert összefüggés érvényes:

$$k' = \frac{n_k k_{th}}{2\pi} \quad (4.44)$$

A matematikai modellt az általánosnak számító, ferde irányú hátramunkálásra szerkesztjük meg. A ferde irányú hátramunkálás meghatározó paramétere a szerszám-gép tengelyére húzott merőleges és a hátraszán elmozdulásának iránya által meghatározott θ ferdeségi szög. A θ nulla értékére megkapjuk a beszúró hátramunkálást, $\theta = \frac{\pi}{2}$ -re pedig a tengelyirányú hátramunkálást.

A matematikai modell felállításához a következő koordináta-rendszerek szükségesek:

- a köszörűgép $x_0 y_0 z_0$ rendszere;
- a köszörűkészülék $x_b y_b z_b$ rendszere;
- a hátraszán $x_h y_h z_h$ rendszere;
- a köszörűszerszám $x_k y_k z_k$ rendszere.

A betétkések koordináta-rendszere a 4.23. ábrákon nem szerepel, a geometriai összefüggések jobb átláthatósága céljából. A hátramunkálás kiindulásának pillanatában a készülék-elfordulás paramétere $\varphi = 0$, a betétkések koordináta-rendszere pedig egybevág (szuperponál) a hátramunkáló szán rendszerével. A mozgás beindulásával a betétkés rendszere a készülék rendszeréhez kötötten elfordul a készülék tengelye körül, miközben a hátramunkáló szán rendszere továbbcsúszik az $O'_h O_h$ irány mentén. A köszörűkorong (hengeres vagy kúp alakú szerszám) rendszere a hátramunkáló szán rendszeréhez kötött. Emiatt csak alaphelyzetben ábráztuk.

Tekintsük a külső éltre szerkesztett a. ábrát. Ha az $x_k y_k z_k$ rendszerhez nem köszörűszerszámot, hanem késélet helyezünk, akkor a nulla homlokszögű szerszám éle egybe kéne essen a betétkés AD élvonalával. A mozdulatlanak tekintett betétkéshez képest a hátramunkálás során a szerszám A és D élpontjai az AA'_2 , illetve a DD'_2 kúpos csavarvonalakat írják le. A csavarvonalak jellemzői az $A_1 A_2 = D_1 D_2$ sugárcsökkenés és az $A_2 A'_2 = D_2 D'_2$ tengelyirányú eltolódás:

$$\begin{aligned} A_1 A_2 &= D_1 D_2 = k' \varphi \cos \theta \\ A_2 A'_2 &= D_2 D'_2 = k' \varphi \sin \theta \end{aligned} \quad (4.45)$$

A (4.45) kifejezések a belső felület hátraköszörülésére is érvényesek, ha mind a θ szöget, mind a hátramunkálás k' paraméterét negatívnak vesszük. A vizsgált modellekben feltételezzük, hogy a hátraköszörülést henger alakú köszörűszerszámmal végezzük.

A köszörűkorong felületének egyenletei a saját koordináta-rendszerében, parametrikus felírásban a következők:

$$\begin{cases} x_k = -\rho_k \cos v \\ y_k = \rho_k \sin v \\ z_k = u \end{cases} \quad v \in [0, 2\pi), \quad u \in \left[-\frac{1.25m}{\cos \alpha_0}, \frac{1.25m}{\cos \alpha_0} \right] \quad (4.46)$$

A parametrizálásban azért vesszük mínusz előjellel az x_k koordinátát, hogy a burkolás során létrejövő érintkezési görbék felírásához a v paraméter abszolút értéke a $(0, \frac{\pi}{2})$ intervallumban legyen.

A koordináta-rendszerek közötti transzformáció egyenlete a következő:

$$\mathbf{r}_b = \mathbf{M}_{b0} \mathbf{M}_{0h} \mathbf{M}_{hk} \mathbf{r}_k \quad (4.47)$$

A transzformáció részmátrixai a következők:

$$\mathbf{M}_{b0} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

$$\mathbf{M}_{0h} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & R_k - k' \varphi \cos \theta \\ 0 & 0 & -1 & -k' \varphi \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

$$\mathbf{M}_{hk} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_0 & 0 & \sin \alpha_0 & a^* + \rho_k \cos \alpha_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_0 & 0 & \cos \alpha_0 & -\rho_k \sin \alpha_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

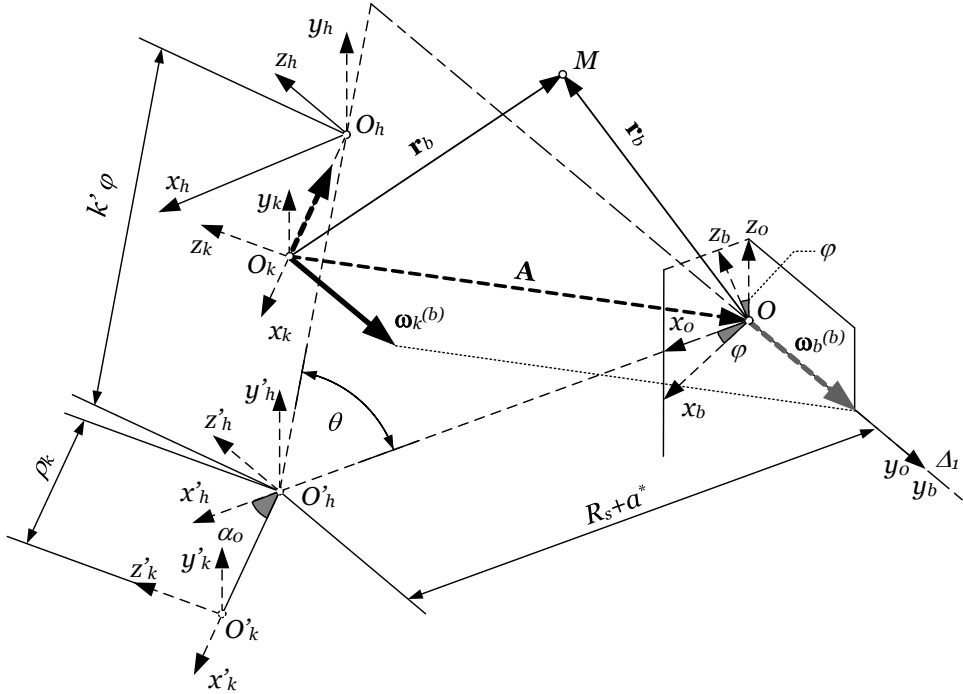
A (4.46)... (4.50) kifejezésekkel felírjuk a köszörűszerszám-hengerpalást relatív elmozdulása során a készülék rendszerében képződő felületsereg egyenleteit:

$$\begin{cases} E(u, v) = [\rho_k \cos \alpha_0 (1 - \cos v) + u \sin \alpha_0 + a^* + R_k - k' \varphi \cos \theta] \\ x_b(u, v, \varphi) = E(u, v) \cos \varphi - \rho_k \sin v \sin \varphi \\ y_b(u, v, \varphi) = -(\rho_k \sin \alpha_0 (1 - \cos v) + u \cos \alpha_0 + k' \varphi \sin \theta) \\ z_b(u, v, \varphi) = E(u, v) \sin \varphi + \rho_k \sin v \cos \varphi \end{cases} \quad (4.51)$$

A burkolófelület kiszámítására a kapcsolódási egyenletet a köszörűszerszámhoz kötött koordináta-rendszerben oldjuk meg. A relatív sebességeket a 4.24. ábra alapján írjuk fel.

A burkolás feltétele abban áll, hogy a köszörűszerszám felületéhez húzott normális merőleges legyen a köszörűkészülék S_b koordináta-rendszeréhez kötött M pont és az ezzel a vizsgálat pillanatában egybeeső, a köszörűszerszám S_k koordináta-rendszeréhez kötött M' pont közötti relatív sebességvektorra [70], [47]. A kapcsolódási egyenlet vektor-alakja a következő:

$$\mathbf{v}_k^{(b,k)} \cdot \mathbf{n}_k = 0 \Leftrightarrow \left(\boldsymbol{\omega}_k^{(b)} \times \mathbf{r}_k + \mathbf{A} \times \boldsymbol{\omega}_k^{(b)} - \mathbf{v}_k^{(k)} \right) \cdot \mathbf{n}_k = 0 \quad (4.52)$$



4.24. ÁBRA. A ferde irányú hátramunkálás kinematikája – a relatív sebességek

A kapcsolódási egyenletben szereplő vektorok közösrűkorong-rendszerbeli koordinátáit a 4.24. ábra alapján írjuk fel:

$$\begin{aligned}
 \left(\underline{\omega}_k^{(b)} \right)^T &= (\sin \alpha_0 \quad 0 \quad -\cos \alpha_0) \\
 \underline{\mathbf{A}}_k &= \begin{pmatrix} -(R_k + a^*) \cos \alpha_0 - \rho_k + k' \varphi \cos(\theta - \alpha_0) \\ 0 \\ -(R_k + a^*) \sin \alpha_0 - k' \varphi \sin(\theta - \alpha_0) \end{pmatrix} \\
 \left(\underline{\mathbf{v}}_k^{(k)} \right)^T &= k' (-\cos(\theta - \alpha_0) \quad 0 \quad \sin(\theta - \alpha_0)) \\
 \left(\underline{\mathbf{n}}_k \right)^T &= (-\cos v \quad 0 \quad \sin v)
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

A műveletek elvégzése után a kapcsolódási egyenlet $A \cos v + B(u, \varphi) \sin v = 0$ alakra hozható, amelyből a $v = v(u, \varphi)$ összefüggést a következőképpen fejezzük ki:

$$v(u, \varphi) = -\arctg \frac{k' \cos(\theta - \alpha_0)}{(R_k + a^* + u \sin \alpha_0 + \rho_k \cos \alpha_0 - k' \varphi \cos \theta)} \tag{4.54}$$

Megfigyelhető, hogy a gyakorlatban a k' paraméter értéke sokkal kisebb, mint a készülék R_k beállítási sugara, így a (4.54) nevezője mindig pozitív marad, hasonlóképpen a számlálója is. A v szög értéke negatív, következésképpen az érintkezési görbe becsúszik az $x_k z_k$ sík alá.

A hátraköszörült hátfelület matematikai egyenleteit a (4.51) egyenletek adják, amelyekbe behelyettesítjük a (4.54) függvénykapcsolatot. A számítások során az egyenletek alakja annyira elbonyolódik, hogy ezeket kezelhetetlenné teszi.

4.4. HORDKÉPLOKALIZÁCIÓ

A hordkép beállítása a valóságos hajtás kapcsolódásához elengedhetetlen. Az egyetlen, közös származtatófelülettel lefejtett fogaskerék-fogfelületpárok vonalszerűen kapcsolódnak, ám ez csak elméletben tökéletes. A valós hajtások fogfelületei mind alakban, mind a fogaskerék bázisfelületéhez viszonyított helyzetükben eltérnek az elméleti felülettől. Ennek oka a gyártásfolyamatot kísérő hibákban rejlik. Ezekhez hozzájárulnak a szerelési hibák is. Következésképpen az elméleti, vonalszerű érintkezést pontszerűvé kell zsugorítani, mert ez több esélyt ad az elfogadható kapcsolódásra, mint a vonalszerű érintkezéssel gyártott felületek, ahol a felsorolt hibák miatt, a felületek átmetszenék egymást.

A hordkép lokalizálásán a vonalszerű érintkezés pontszerűsítését, valamint ennek a fogfelületen való kijelölését értjük. Az elméleti érintkezési pont helyzete a hajtás tagjainak egymáshoz viszonyított, a legördülési fázisszög által meghatározott helyzetmódosulása miatt változik, vagyis a fogfelületen vándorol. A valóságban, az erőátadást kísérő rugalmas alakváltozások következtében a kapcsolódási pont környezetében létrejön a kapcsolófolt [70] [47] [74], amely szintén vándorol a legördülés folyamán. A hordképet úgy kell lokalizálni, hogy a kapcsolódásban levő fog hajlító és nyomó terhelésekor a kapcsolófolt ne vándoroljon túlzottan a fogláb vagy a fogfej irányába, a kúp- illetve hipoid hajtópárok esetében pedig – amennyiben lehetséges – a nagy átmérő irányába mozduljon el.

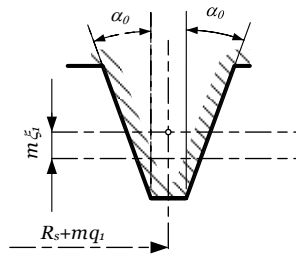
Hengeres fogazatok esetében a hordképet köszörüléssel, újabban hántolással is elő lehet állítani. A pontszerű érintkezést folyamatosan változtatott profileltolás alkalmazásával érik el: a fogív közepén a fogvastagság a legnagyobb, majd a fogaskerék homlok-határfelületei irányába fokozatosan csökken.

Kúpos, ívelt fogazatok esetében a hordképet szerszám-beállítással, vagy megfelelő szerszámköszörüléssel (paloid csigamaró esete) valósítják meg: a homorú fogfelület görbületét csökkentik, a domború felületét pedig növelik.

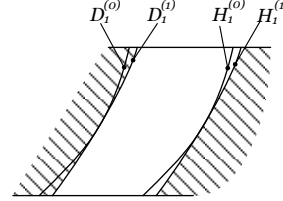
4.4.1. Radiális behatolással dolgozó szerszám esete

Radiális beszűrő előtolással fogazó szerszám használata esetében az Arkhimédész-féle spirális fogirány-vonalú fogaskerékpár hordkép-lokalizációja az ívelt fogú kúpke-rekek esetében alkalmazott elvet követi. A pontszerű kapcsolódás akkor valósul meg, ha az 1-es keréken a fogárok homorú felületének görbületét csökkentjük, míg a vele kapcsolódó 2-es keréken a fog domború fogfelületének görbületét növeljük. Ezáltal a homorú felületet „megnyitjuk”, a domború felületet pedig „összezárjuk”. A feladatot a tangenciális profileltolás alkalmazásával sikerült megoldani. A fogak érintkezési viszonyát a 4.25. ábrán szemléltettük.

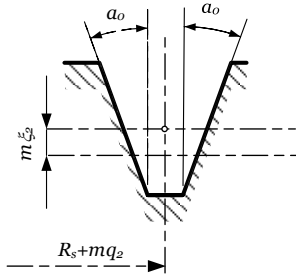
Az 1-es kerék fogárkát származtató fog



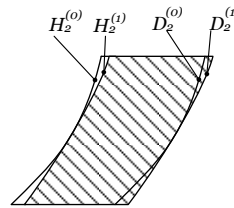
Az 1-es kerék fogárka



A 2-es kerék fogárkát származtató fogárok



A 2-es kerék fogá

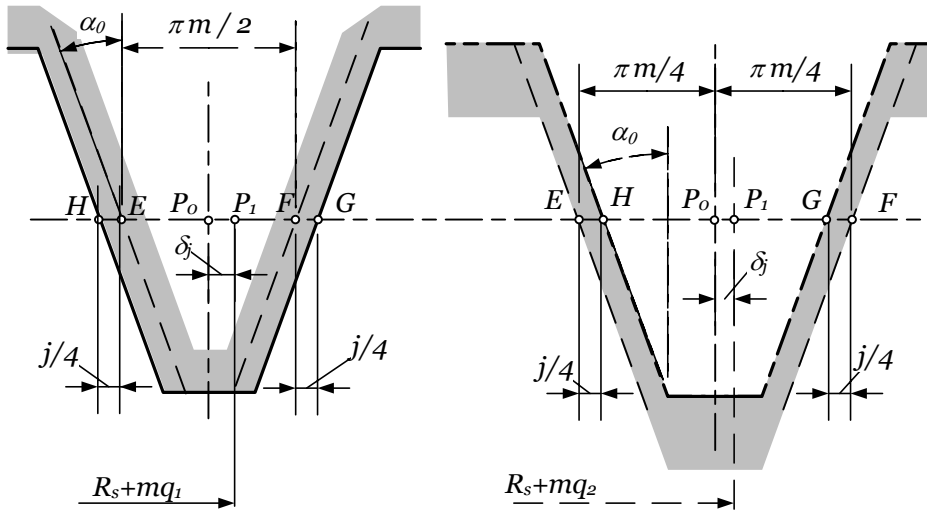


4.25. ÁBRA. A tangenciális előtolással generált fogárok-felületek

Kiindulási helyzetnek tekintsük azt az állapotot, amikor a kerek tangenciális eltolása nulla. Ebben az esetben a kapcsolódó fogoldalak érintkezése vonalszerű lesz. A felső rajzon az 1-es kerék fogárkának változását ábrázoltuk. Jelöljük $D_0^{(1)}$ -val a fogárak domború, $H_0^{(1)}$ -val pedig a homorú felületén felvett irányonlat. A $+mq_1$ értékű tangenciális profileltolás-beállítással a domború felületen felvett érintkezési vonal $D_1^{(1)}$, a homorú felületen felvett vonal pedig $H_1^{(1)}$ lesz. Mindkét vonal görbülete csökkent. Ez azt jelenti, hogy a fogárok jobb (homorú) oldalán létrejöhet a pontszerű érintkezés, míg a domború oldalon interferenciát tapasztalunk. Hasonló következtetésre jutunk akkor is, ha a 2-es kerék fogát vizsgáljuk. A pozitív irányban megvalósított tangenciális eltolás a bal oldalon lokalizálja a hordképet, mivel a homorú fogoldalat „megnyitja”. A jobb oldalon interferencia jön létre. Innen azt a következtetést vonhatnánk le, hogy a tangenciális eltolás ilyen módon történő beállítása – a hajtópár mindkét tagjának egy és ugyanazon szerszámmal történő lefejtése céljából – nem oldja meg a hordkép lokalizációját.

A megoldás mégis lehetséges, mert a fogfelület görbületmódosítása 10^{-2} mm nagyságrendű, ami a működési hézag méretével egyenértékű. Feltételezzük, hogy az előírt j_n normál működési hézag eléréséhez az elméleti fogasléc osztóvonalán a lécszár osztóvonalai fogvastagsága

$$\frac{\pi m}{2} + \frac{j}{2}, \quad j = \frac{j_n}{\cos \alpha_0}$$



4.26. ÁBRA. A tangenciális profileltolás és az egyezményes görbületi sugarak kapcsolata

és ennek megfelelően a fogárok-szélessége $\frac{\pi m}{2} - \frac{j}{2}$. Így a ξ_1 fajlagos profileltolású kerék osztóköri fogvastagsága és fogárok-szélessége a következő:

$$\begin{cases} s_1 = \frac{m\pi}{2} + 2m\xi_1 \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{j}{2} \\ g_1 = \frac{m\pi}{2} - 2m\xi_1 \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{j}{2} \end{cases} \quad (4.55)$$

Az evolvenstrigonometria második alapegyenletének alkalmazásával kiszámítjuk a gördülőköri fogvastagságot és fogárok-szélességet:

$$\begin{cases} s_w = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w} \left(mz_1 (\operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha_w) + \frac{m\pi}{2} + 2m\xi_1 \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{j}{2} \right) \\ g_w = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w} \left(-mz_1 (\operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha_w) + \frac{m\pi}{2} - 2m\xi_1 \operatorname{tg} \alpha_0 + \frac{j}{2} \right) \end{cases} \quad (4.56)$$

Belátható, hogy a gördülőkörön a fogvastagság és a fogárok-szélesség közötti különbség a $\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w}$ -vel egyenesen arányosan növekszik.

A működési foghézagot előállító fogasléc fogának illetve fogárkának méreteit a 4.26. ábrán szemléltettük. A δ_j mértékű tangenciális eltolás miatt a kapcsolódás pólusából az osztóvonalra húzott merőleges nem osztja pontosan félbe az osztóvonal felosztását, így az 1-es kerékre felírhatjuk, hogy:

$$\begin{cases} \overline{P_1 G} = a_{1hom.} = \frac{\pi m}{4} + \frac{j}{4} - \delta_j \\ \overline{P_1 H} = a_{1domb.} = \frac{\pi m}{4} + \frac{j}{4} + \delta_j \end{cases} \quad (4.57)$$

A 2-es kerékre a jobboldali, generáló fogárok-ábra alapján, az előbbihez hasonló módon felírhatjuk, hogy:

$$\begin{cases} \overline{P_1 G} = a_{2domb.} = \frac{\pi m}{4} - \frac{j}{4} - \delta_j \\ \overline{P_1 H} = a_{1hom.} = \frac{\pi m}{4} - \frac{j}{4} + \delta_j \end{cases} \quad (4.58)$$

A 2-es kerék D_2 domború fogoldala kapcsolódik az 1-es kerék H_1 homorú fogoldalával, tehát a D_2 görbületi sugara kisebb kell legyen, mint a H_1 görbületi sugara. Hasonlóképpen, a H_2 homorú fogoldal görbületi sugara nagyobb kell legyen, mint a D_1 domború fogoldal görbületi sugara. A görbületi sugarakat első közelítésre a szerszámprofil szerszámtengelytől való távolságával közelítjük, tehát:

$$\begin{cases} \rho_{H_1} = R_s + mq_1 + \frac{\pi m}{4} + \frac{j}{4} \\ \rho_{D_1} = R_s + mq_1 - \frac{\pi m}{4} - \frac{j}{4} \\ \rho_{H_2} = R_s + mq_2 - \frac{\pi m}{4} + \frac{j}{4} \\ \rho_{D_2} = R_s + mq_2 + \frac{\pi m}{4} - \frac{j}{4} \end{cases} \quad (4.59)$$

A pontszerű kapcsolódás feltételeit a következő egyenlőtlenség-rendszerrel fejezzük ki:

$$\begin{aligned} \rho_{H_1} &\geq \rho_{D_2} \\ \rho_{H_2} &\geq \rho_{D_1} \end{aligned} \quad (4.60)$$

A (4.60) kikötések, a (4.59) kifejezésekkel az alábbi egyenlőtlenség-rendszerhez vezetnek:

$$\begin{cases} mq_1 + \frac{j}{4} \geq mq_2 - \frac{j}{4} \\ mq_2 + \frac{j}{4} \geq mq_1 - \frac{j}{4} \end{cases} \quad (4.61)$$

A (4.61) egyenlőtlenség-rendszerből levezethető a q_1 és q_2 tangenciális profileltolások közötti kapcsolatot:

$$q_1 - \frac{j}{2m} \leq q_2 \leq q_1 + \frac{j}{2m} \quad (4.62)$$

A (4.62) összefüggés értelmében elméletileg végtelen lehetőség adódik a hordkép lokalizálására, mivel az egyik kerék tangenciális eltolását a másik tangenciális eltolása függvényében kell megválasztani. Valóban, a q_1 megválasztása azzal egyenértékű, hogy módosítjuk a szerszám Archimédész-féle vezérgörbéjének R_s referencia-sugarát.

A (4.62) kettős egyenlőtlenség érdekes eredményekre vezet. Egyik sajátos eset a tangenciális profileltolások egyenlősége, azaz $q_1 = q_2 = q$. Megfigyelhető, hogy az egyenlőtlenség minden q -ra igaz, vagyis, amennyiben a fogaskerék generáló léce gyártóléc, nem az elméleti levezetések során felhasznált egyenközű léc, bármilyen tangenciális eltolásra az érintkezés pontszerű lesz. A másik érdekes sajátossága a fogfelületek érintkezésének abban áll, hogy amennyiben az 1-es kerék tangenciális eltolását nullára állítjuk be, a 2-es kerék tangenciális eltolása akár negatív is lehet:

$$q_1 = 0 \implies -\frac{j}{2m} \leq q_2 \leq \frac{j}{2m} \quad (4.63)$$

4.4.2. Tangenciális előtollással dolgozó szerszám esete

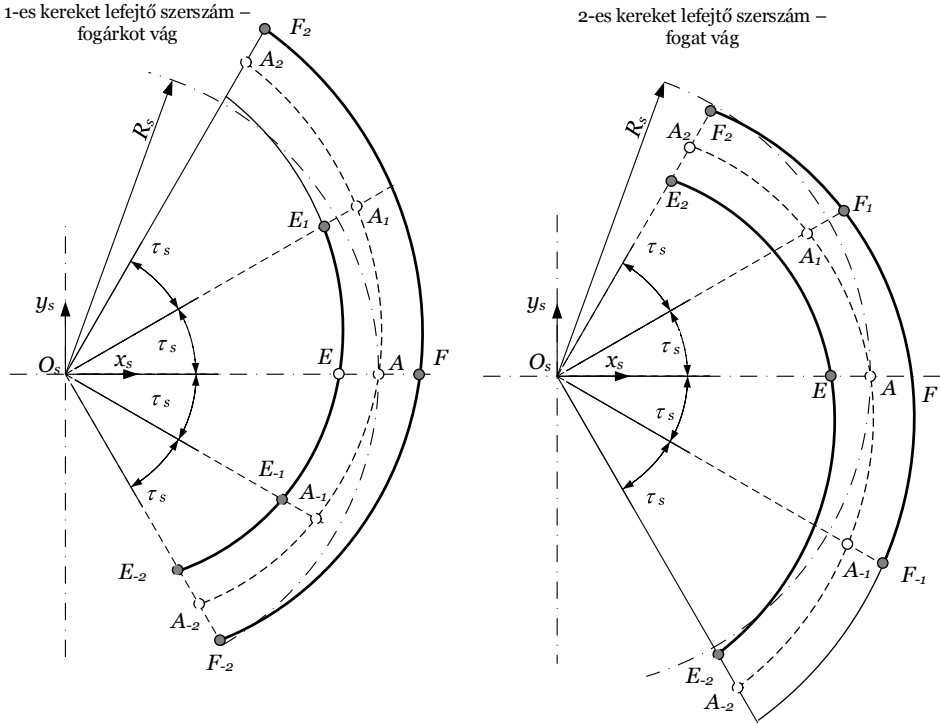
A tangenciális előtollással dolgozó marófej esetében a késcsoportokon belüli kések megfelelő beállításával lehet a hordkép lokalizációját elérni. A szerszám geometriai felépítése (3–5 késcsoport, csoportonként 5 kés) többféle beállítási lehetőséget enged meg. A beállítások értelmezésére tekintsük a 4.27. ábrát.

A bal oldali vázlaton a görbe fogirány-vonalú hengeres hajtás 1-es kerekének, a jobb oldali vázlaton pedig az ellenkeréknek (2-es kerék) lefejtőszerszám- szerkezetét tüntettük fel. A vázlatok alapelemeit az osztóvonali élpontokhoz, illetve a lefejtő profil osztóvonali pontjához csatolt három, a késcsoport központi szögterjedelmére kiterjedő, Arkhimédész-féle spirális ív alkotja. A vázlatok síkjai *alatt* található a lefejtendő fogaskerekek tengelyei. Nevezzük vezérspirálisnak az $A_{-2}A_{-1}AA_1A_2$ ívet, amely a virtuális fogasléc *fogának* osztóvonali-középpontján halad át, és legyen $OA = R_s$ a szerszám referencia-sugarának értéke. Az 1-es kereket lefejtő szerszám adott késcsoportjához tartozó élei fogárokban dolgoznak, mivel az 1-es marófej a virtuális fogasléc fogát materializálja. A fogárok homorú felületét a külső élek fejtik le, amelyek az F ponton áthaladó spirálisra illeszkednek. Elvi hasonlóságban, a fogárok domború felületét a belső élek fejtik le, ezek viszont az E ponton áthaladó spirálisra illeszkednek. Mindhárom spirális paramétere értelemszerűen p_{sp} .

Mivel a kerekeket lefejtő származtató felületeket illesztő lécek úgy kell kapcsolódjanak, mint sablon és ellensablon [70], [47], a 2-es szerszámhoz tartozó spirálisok paramétere $-p_{sp}$, tehát az óramutató járásával megegyező irányba növekedik a polár-sugár. A 2-es kereket lefejtő szerszám ³ élei értelemszerűen a virtuális fogasléc fogárákat materializálják, így a késélek két, egymás melletti fogárokban dolgoznak. A külső spirális íven illeszkedő élek a 2-es kerék fogának domború, míg a belső élek a homorú fogfelületét fogják lefejtetni.

A késélek által leírt származtató felületek *vonalfelületek*. E sajátosságból kiindulva könnyen meghatározhatjuk a felület adott tetszőleges pontjában a főirányokat és a főgörbületeket. A differenciálgeometriából ismert, hogy a főirányok mentén a görbületek szélső értékeit találjuk meg. Ennélfogva az Arkhimédész-féle felület egyik főiránya az illető ponton és a szerszám forgástengelyén áthaladó sík, valamint a felület metszészvonala, azaz a szerszámél vonala. A görbület itt nulla, következésképpen a maximális

³A betétkéses szerelés miatt lényegében *egyetlen típusú* készletre lesz szükség, két példányban, amelyeket úgy kell összeszerelni, hogy egymás tükörképei legyenek a forgástengelyükre merőleges osztósíkjukhoz viszonyítva.



4.27. ÁBRA. A hordkép lokalizációja – váltakozó elrendezés

értéket az erre merőleges irányon, vagyis az illető ponton áthaladó spirális-ív érintője mentén keressük. Az előbb leírt sajátosságok alapján elégséges a származtatófelületek görbületének vizsgálatára az adott ponton áthaladó spirális görbületét, illetve görbületi sugarát vizsgálni.

Ismert tény, hogy a származtatófelületek görbülete és a lefejtett burkolófelületek görbülete között egyértelmű összefüggés létezik, azaz a lefejtett fogfelület görbületét a származtató felületek görbülete és a szerszám-fogaskerék relatív kinematikája határozza meg [70]. A fogaskerék fogfelületén észlelhető görbületet azonban a *valós származtatófelület-rész* fogja meghatározni. Amennyiben az E illetve F pontokon áthaladó spirális ívek teljes hosszára egyenletes központi szögelosztásban elhelyezett, kétélű betétkéseket helyezünk, az 1-es, illetve a 2-es kereket lefejtő szerszám származtató felületei egybeesnek, a megvalósított érintkezés pedig elméleti, vonalszerű lesz.

A következőkben, az eddigi műszaki gyakorlatban jól bevált, egyélű betétkésekkel felépített szerszámokhoz hasonló szerszám- szerkezeteket tekintünk. Az ütőkés elvéből kiindulva (a relatív mozgást betartva, egyetlen késsel is ugyanazt a felületet alakíthatjuk ki, mint csigamaróval, csak sokkal nagyobb gépi idő fogyasztással) elfogadjuk, hogy nem szükséges a késcsoport számára kijelölt szögtartományt, kétélű késekkel, teljes egészében kitölteni, így a csoportban levő kések számát nem kell megkétszereznünk.

Ki kell tehát használnunk származtatófelület fogirány-vonalát jelentő Arkhimédész-féle spirálisnak azt tulajdonságát, miszerint a görbület csökken a polársugár növekedésével. Ezt úgy tudjuk elérni, hogy a domború- illetve homorú oldalat lefejtő késeket a késcsoport számára kijelölt, $\frac{2\pi}{Z_0}$ szögtartományban, a kívánt görbületmódosításnak megfelelő részére illesztjük az éleket.

A hordkép lokalizációját a kések csoporton belüli elhelyezésével háromféleképpen lehet megvalósítani:

1. Egyetlen nagyolókéssel és váltakozó módon elhelyezett simítókésekkel;
2. Egyetlen nagyolókéssel és csoportosan elhelyezett simítókésekkel;
3. A kétélű kés kihagyásával, oldalankét egyetlen nagyoló és 1–2 simítókés használatával.

A hordkép finombeállítását a radiális behatolás elvén működő marófej beállításánál ismertetett módon, a működő foghézag tartományában történő sugármódosítással lehet megvalósítani.

4.4.2.1. Egyetlen nagyolókéssel és váltakozó módon elhelyezett simítókésekkel megvalósított hordképlokalizáció. Ez a módszer feltételezi, hogy a késcsoportban levő 5 kés közül az első, a legkisebb sugáron dolgozó kés nagyolókés, tehát kétélű. Utána sorban, a spirál polársugarának növekvő sorrendjében váltakozva helyezük el a belső és a külső késeket. Az elhelyezést a 4.27. ábrán szemléltettük, a késélek osztóvonali pontjait szürke színű körökkel jelöltük meg. Látható, hogy az 1-es kereket lefejtő szerszámfejen a beállítás: $E_{-2}F_{-2}$ nagyoló, E_{-1} belső, F külső, E_1 belső és végül F_2 külső. Ezzel szemben, a 2-es kereket megmunkáló marófejen a beállítás a következő lesz: E_2F_2 nagyoló, F_1 külső, E belső, F_{-1} külső és végül E_{-2} belső. A késélek által kitöltött íveket vastag vonallal emeltük ki. Figyeljük meg a két marófej-vázlaton az $"E"$ -belső, illetve az $"F"$ -külső íveket! Emlékeztetünk, hogy a belső, $"E"$ típusú ívekre illesztett élek az 1-es keréken domború, a 2-es keréken pedig homorú felületet hoznak létre. Hasonlóképpen, a külső ívekre illesztett kések az 1-es keréken homorú, a 2-esen pedig domború felületet generálnak. A hordkép lokalizálása azért valósul meg, mert a domború felületeket kialakító kések a spirális kisebb polársugarú, tehát nagyobb görbületű tartományára vannak illesztve.

A következőkben feltételezzük a késélek egyenszögű elosztását, és legyen τ_s két egymás után következő él távolságát meghatározó központi szög. Vezessük be a spirális ívekre a közepes polársugár fogalmát: a közepes polársugár a kések által kitöltött központi szögtartomány szögfelezőjére illeszkedő polársugár. Könnyen belátható, hogy a vezérspirális, a belső és a külső elméleti spirális közepes polársugarai R_s , $R_s - a^*$ illetve $R_s + a^*$. Parametrikus egyenleteiket általánosítva, ezeket a következőképpen írjuk fel:

$$\begin{cases} x_s(u) = (R_s + \delta a^* + p_{sp}u) \cos u \\ y_s(u) = (R_s + \delta a^* + p_{sp}u) \sin u \end{cases} \quad (4.64)$$

A δ paraméter nulla értékére a vezérspirális, -1 -re a belső, míg 1 -re a külső spirális egyenleteit kapjuk.

A (4.64) alapján, a domború, illetve a homorú oldalt generáló késélek osztóvonalai pontján áthaladó spirálisok közepes polársugarai, rendre a következők:

$$\begin{aligned} R'_{b1} &= \frac{1}{2}(Rs - a^* - 2\tau_s p_{sp} + Rs - a^* + \tau_s p_{sp}) = Rs - a^* - \frac{1}{2}\tau_s p_{sp} \\ R'_{k1} &= \frac{1}{2}(Rs + a^* - 2\tau_s p_{sp} + Rs + a^* + 2\tau_s p_{sp}) = Rs + a^* \end{aligned} \quad (4.65)$$

az 1-es kerékre, és

$$\begin{aligned} R'_{b2} &= \frac{1}{2}(Rs - a^* - 2\tau_s p_{sp} + Rs - a^* + 2\tau_s p_{sp}) = Rs - a^* \\ R'_{k2} &= \frac{1}{2}(Rs + a^* - \tau_s p_{sp} + Rs + a^* + 2\tau_s p_{sp}) = Rs + a^* + \frac{1}{2}\tau_s p_{sp} \end{aligned} \quad (4.66)$$

a 2-es kerékre. Az R'_{b1} , R'_{k1} , R'_{b2} , R'_{k2} közepes polársugár- értékek rendre az u paraméter $\frac{-\tau_s}{2}, 0, 0, \frac{\tau_s}{2}$ értékeire keletkeznek. A (4.64) parametrikus egyenletekre alkalmazzuk a differenciálgeometriából ismert görbületképleteket, és az Arkhimédész-féle spirális adott pontjára (azaz a származtatófelület legkisebb, főgörbületi sugarára) a következő kifejezést kapjuk:

$$\rho(u) = \frac{((Rs + \delta a^* + p_{sp}u)^2 + p_{sp}^2)^{\frac{3}{2}}}{(Rs + \delta a^* + p_{sp}u)^2 + 2p_{sp}^2} \quad (4.67)$$

Az u paraméter megfelelő értékeinek behelyettesítése után a következő közepes görbületi sugár-értékeket kapjuk:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{b1} &= \frac{((Rs - a^* - p_{sp}\frac{\tau_s}{2})^2 + p_{sp}^2)^{\frac{3}{2}}}{(Rs - a^* - p_{sp}\frac{\tau_s}{2})^2 + 2p_{sp}^2} \\ \rho_{k1} &= \frac{((Rs + a^*)^2 + p_{sp}^2)^{\frac{3}{2}}}{(Rs + a^*)^2 + 2p_{sp}^2} \\ \rho_{b2} &= \frac{((Rs - a^*)^2 + p_{sp}^2)^{\frac{3}{2}}}{(Rs - a^*)^2 + 2p_{sp}^2} \\ \rho_{k2} &= \frac{((Rs + a^* - p_{sp}\frac{\tau_s}{2})^2 + p_{sp}^2)^{\frac{3}{2}}}{(Rs + a^* - p_{sp}\frac{\tau_s}{2})^2 + 2p_{sp}^2} \end{aligned} \right. \quad (4.68)$$

A (4.68) képletek utolsó két sorában a p_{sp} spirálparaméter abszolút értéke szerepel, ugyanis a 2-es szerszám vezérspirálisa csökkenő.

A görbületi sugarak értékeit vizsgálva kijelenthetjük, hogy az 1-es szerszám külső és a 2-es szerszám belső származtató felületének közepes görbületi sugarai az elméleti származtatófelület $u = 0$ értékre számított ρ_0 görbületi sugarával egyenlők, tehát felírhatjuk, hogy:

$$\begin{aligned} \rho_{b1} &< \rho_{b2} = \rho_0 \\ \rho_0 &= \rho_{k1} > \rho_{k2} \end{aligned} \quad (4.69)$$

A fenti eredményekből látszik, hogy a lefejtett fogak domború és homorú fogfelületei pontban érintkeznek. A görbületek finomhangolását a kés csoport vezérspirálisának

R_s polársugarú A referenciapontjához való közelítéssel-távoltítással lehet megvalósítani. A fentebb bemutatott modellben a belső és a külső élek egyetlen, τ_s léptékű szögosztásban vannak elhelyezve, a nagyolókés pedig a referencia-polársugártól $2\tau_s$ központi szögnyire található. Ha a szögosztás értékét a két élkészletre különbözőnek vesszük, és a kezdőkés helyzete révén a kiosztási íveket önmagukban elcsúsztatjuk, annyit tesz, mintha a (4.68) képletekben a τ_s szögargumentum helyett a τ_{sb}, τ_{sk} külső illetve belső osztási szögértékeket alkalmaznánk, az íveket pedig $u = \frac{2\pi}{Z_0} + \Delta_0$ polárszögekről indítanánk. A spirálisok parametrikus egyenleteiből ki lehet számítani a közepes polársugarakat, illetve a megfelelő szögargumentumokat ahhoz, hogy a kívánt – a műszaki lehetőségek által megengedett mértékű – finomhangolást elvégezhessük.

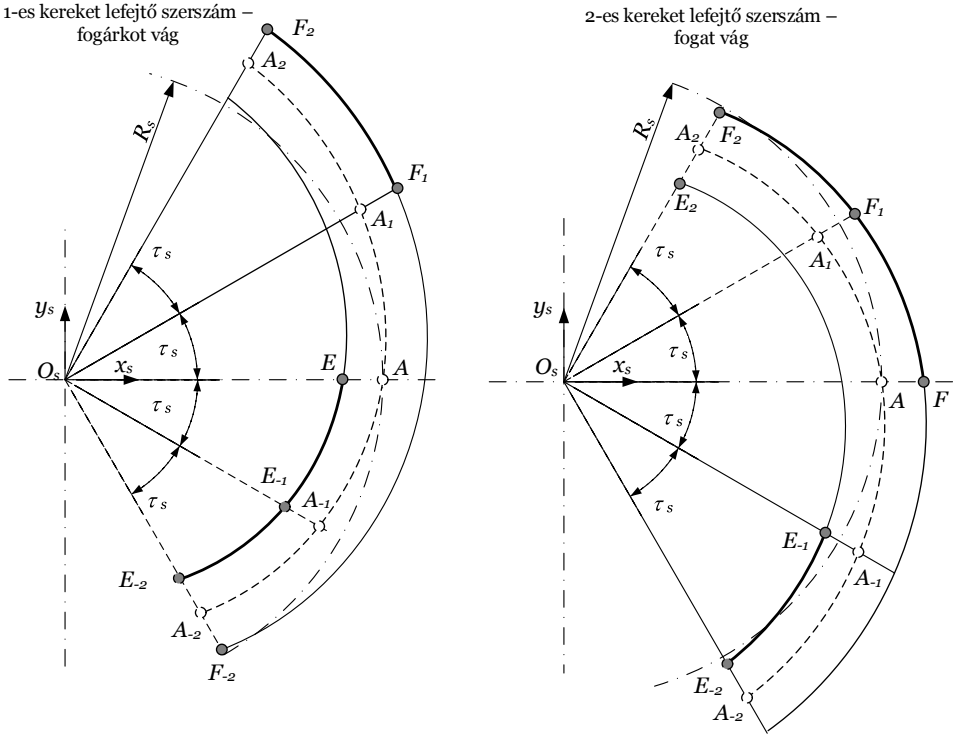
4.4.2.2. Egyetlen nagyolókéssel és csoportosan elhelyezett simítókésekkel megvalósított hordképlokizáció. A származtatófelületek közepes görbületeinek különbségét lényegesen tudjuk változtatni, amennyiben az azonos típusú betétkéseket egymáshoz közelebb helyezzük el. Tekintsük a 4.28. ábrát, amelynek szerkezete a 4.27. ábráéval azonos. Az élek kiosztása azonban különböző: Az 1-es kereket lefejtő marófejen az E_{-2}, F_{-2} pontokba helyezzük a nagyoló éleket (a nagyoló betétkést). Ezután a belső íven osztjuk ki a két simítókést, az E_{-1} és E pontokba helyezve ezeket. A külső simítókéseket szögosztás szerint a belső simítókések után helyezzük el, így ezek az F_1 és az F_2 pontokba kerülnek. Hasonló módon osztjuk ki az éleket a 2-es marófejen is: a nagyolókés értelemszerűen a legkisebb sugárra kell kerüljön, így az E_2, F_2 pontokba kerülnek a nagyoló élek. A külső éleket az F_1, F pontokra illesztjük, a belső éleket pedig, az 1-es marófej kiosztásának megfelelően, az E_{-1} és E_{-2} pontokba.

Az előbbi paragrafusban ismertetett kiosztás, és a jelen kiosztás között a különbség alapvető. Figyeljük meg, hogy a nagyolókés élei vagy egyenközü központi szögosztásban vannak a simítókésektől (1-es szerszám belső, 2-es szerszám külső élei), vagy pedig 3 szögosztásnyi távolságra (az 1-es szerszám külső, illetve a 2-es szerszám belső élei). Ennek a kiosztásnak az a következménye, hogy a 3 szögosztásnyi távolságra levő nagyolólél hozzájárulása a folytonos, elméleti származtatófelület megközelítésében elhanyagolhatóan kevés lesz. Kijelenthetjük, hogy az érintett oldalakon a származtatófelületet csupán a két simítókések fogja materializálni.

A késélek rendező spirálisainak (4.64) parametrikus egyenleteit felhasználva felírhatók a közepes polársugarak és az ezeknek megfelelő u szögparaméterek:

$$\begin{aligned} R'_{b1} &= R_s - a^* - \tau_s p_{sp}; & u_{b1} &= -\tau_s \\ R'_{k1} &= R_s + a^* + \frac{3}{2} \tau_s p_{sp}; & u_{k1} &= \frac{3}{2} \tau_s \\ R'_{b2} &= R_s - a^* - \frac{3}{2} \tau_s p_{sp}; & u_{b2} &= -\frac{3}{2} \tau_s \\ R'_{k2} &= (R_s + a^* + \tau_s p_{sp}; & u_{k2} &= \tau_s \end{aligned} \quad (4.70)$$

Ha összevetjük a (4.70) értékeket a (4.65) és (4.66) értékekkel, figyelembe véve, hogy a közepes polársugarak és a megfelelő görbületi sugarak között egyenes (bár nem lineáris) arányosság áll fent, kijelenthetjük, hogy a késék szemléltetett elrendezésével

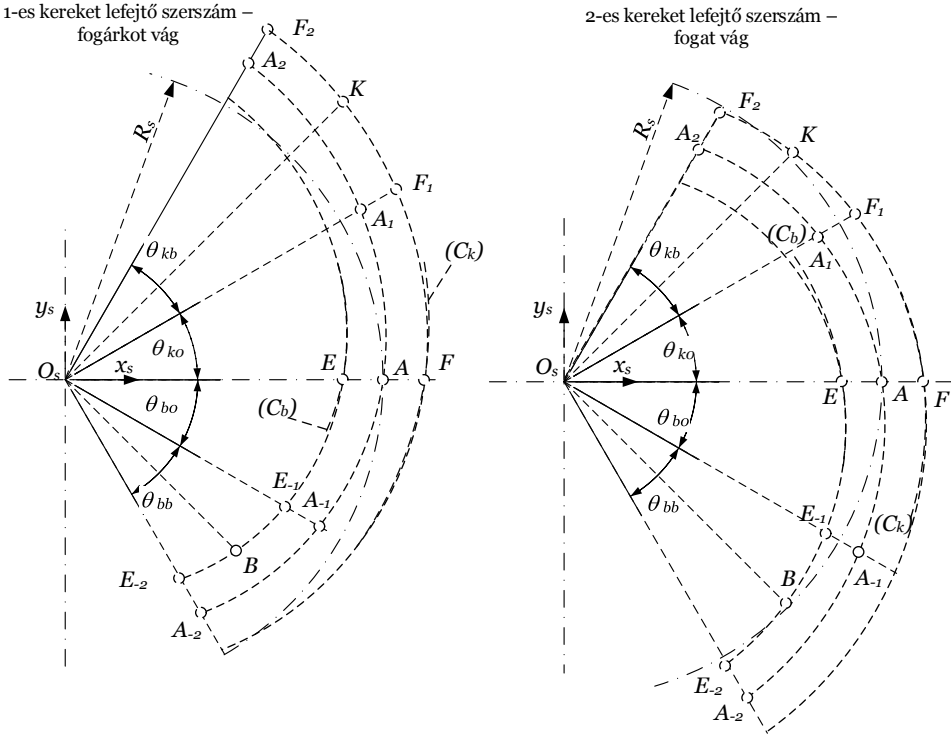


4.28. ÁBRA. A hordkép lokalizációja – csoportos elrendezés

a homorú oldalakat generáló származtatófelületeket „megnyitottuk”, a domború oldalakat generálókat pedig „összezártuk”. Így a görbületek közötti különbség nagyobb lesz, mint az előző esetben.

A 4.28. ábra alapján belátható, hogy a görbületek finomhangolása itt is lehetséges. Mind a domború, mind a homorú oldalakat lefejtő származtatófelületeket elcsúsztatjuk a késcsoport A referenciapontja felé, ezáltal a domború oldal görbületi sugarát növeljük, míg a homorú oldalon csökkentjük.

4.4.2.3. Kétélű nagyoló és simító nélküli, oldalanként 1-1 nagyoló és 1-1 simítókéssel megvalósított hordképlokalizáció. A harmadik módszer szerint felépített szerszám a legkevésbé költséges, mivel a kétélű betétkés hiányzik, így a készlet csak két betétkéstípust tartalmaz. A 4.29. ábrán látható szerelésben a vezérspirálist közrevező spirálisok mindegyikére csak egyfajta késélet rendelünk: az E_{-2} és az E_{-1} pontokba helyezzük a domború felületen, az F_1 és F_2 -be pedig a homorú felületen dolgozó éleket. Ebben az esetben a késcsoport elhelyezésére szánt központi szögön sokkal nagyobb hely, így bővített elhelyezési lehetőség adódik az egyoldalú késcsoportok elhelyezésére. Akárcsak az előbbi alpontokban ismertetett módszerek esetében, itt is a domború



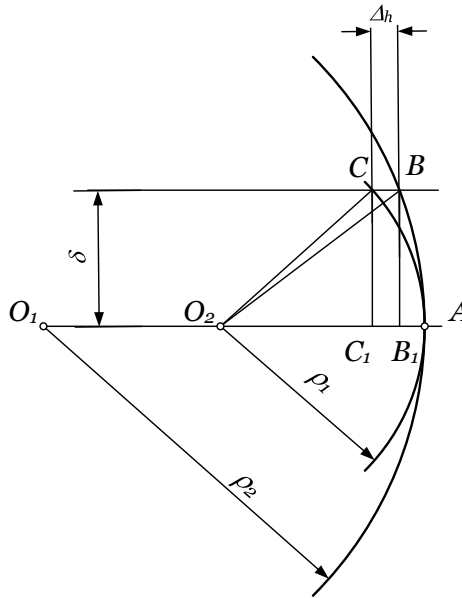
4.29. ÁBRA. A hordkép lokalizációja – kétélű kés nélküli elrendezés

fogárok-oldalat összezártuk, a homorút pedig megnyitottuk. Hangsúlyozzuk, hogy *matematikailag ugyanazon egyenletű spirálisokról van szó*, mint amelyeket a hordképlokalizáció nélküli, elméleti modellben tekintettünk. A valóságban viszont a központhoz közelebb álló spirális-ívekre épített élek nagyobb görbületű felületet fognak burkolni, mint a nagyobb polársugarú, kisebb görbületű spirális ívre épített élek. Ezt a 4.29. ábrán a szaggatott vonallal ábrázolt, és a vízszintes tengelyen az elméleti spirálisokhoz illesztett, (C_b) , illetve (C_a) jelölésű ívszakaszokkal szemléltettük.

Jelöljük θ_{b0} -val a belső kések csoportjának tájolószögét, és θ_{bb} -vel a kések közötti szöveget. Hasonlóképpen definiáljuk a külső kések számára a θ_{k0} és θ_{kb} szögeket. A megvalósított (materializált) vezérspirális ívek egyenletét viszont úgy is fel lehet írni, mint a késélek által elfoglalt spirális ív közepétől induló íveket:

$$\begin{cases} x_s(u) = ((R_s + p_{sp}(\theta_{i0} + \frac{1}{2}\theta_{ib})) + \delta a^* + p_{sp}u) \cos u \\ y_s(u) = ((R_s + p_{sp}(\theta_{i0} + \frac{1}{2}\theta_{ib})) + \delta a^* + p_{sp}u) \sin u \end{cases}, \quad \delta = -1 \Rightarrow i = b; \delta = +1 \Rightarrow i = k; \quad (4.71)$$

Ha az O_sE_{-2} , O_sE_{-1} , illetve O_sF_1 , O_sF_2 sugarak közé zárt spirális-íveket elforgatjuk, hogy karakterisztikus B illetve K pontjaik az E , illetve F pontokra tevődjenek,



4.30. ÁBRA. A görbületi különbségekből adódó felületrés számítása

megfigyelhető, hogy a görbületi sugár változása miatt létrejövő rés igazolja a görbületmódosítást. Az előbbieken tárgyalt esetek szemléltetésére tekintünk a következő számpéldát:

- $m = 5$ mm – normálmodul;
- $\alpha_0 = 20^\circ$ – lécpofil-szög;
- $R_s = 80$ mm – a vezérszpirális referencia-sugara;
- $Z_0 = 3$ – a késcsoportok száma;
- $\frac{\pi}{12} < \tau_s < \frac{\pi}{6}$ – a szögosztás értékének lehetséges intervalluma

A görbületi sugarak változásával előálló hézagokat a 4.30. ábra alapján számítjuk ki.

Ha elvégezzük a számításokat az első beállítási módra, a következő értékeket kapjuk:

$$\rho_{b1} = 73,74 \text{ mm}; \rho_{k1} = 83,59 \text{ mm}; \rho_{b2} = 75,71 \text{ mm}; \rho_{k2} = 81,63 \text{ mm}.$$

A második beállítási mód hangsúlyosabb különbségeket eredményez:

$$\rho_{b1} = 73,74 \text{ mm}; \rho_{k1} = 89,51 \text{ mm}; \rho_{b2} = 81,63 \text{ mm}; \rho_{k2} = 77,69 \text{ mm}.$$

Ha a kapcsolódó fogazatok felületei között elméleti, pontszerű érintkezés jön létre, az érintkezési ponttól adott δ távolságra, a közös normálissal párhuzamos irányon a Δ_h méretű rés keletkezik:

$$\Delta_h = \rho_1 - \sqrt{\rho_1^2 - \delta^2} - \rho_2 + \sqrt{\rho_2^2 - \delta^2}, \quad \rho_1 < \rho_2 \quad (4.72)$$

A valóságban a Hertz-féle elméleti érintkezési képlet alapján számított érintkezési ellipszis adja a hordkép valószínű alakját, aminek pontos számítását a [70] tartalmazza részletesen. A Δ_h mennyiség segítségével meg tudjuk becsülni az érintkezés minőségét. Ha a vizsgált mennyiség túl kicsi, akkor adott terhelés mellett az érintkezési folt nagyobb lehet, mint az optimális. Ez már a vonalszerű kapcsolódáshoz közelebb álló helyzetet hozna létre, tehát a fogak nagy felületen súrlódnak, ami melegeddéssel és berágódással járhat. Másrészt, ha a folt mérete túl kicsi, akkor az elméleti érintkezési pont körül a megengedett nyomófeszültség- értékeknél nagyobb feszültség keletkezhet, ami szintén a fogazat berágódásához vezet.

A pontos számításokat, adott fogazat gyártására, a [70], [47] szerint kell elvégezni. A számítások alapján állítjuk be a θ_{b0} és a θ_{k0} szögeket. Ha a kieszközölt görbület-módosítás igen nagy lenne, akkor a kések elhelyezési sugarának módosításával kell a beállítást kompenzálni.

5. FEJEZET

Klasszikus hengeres fogaskerek simítószerszámai

A fogaskerék-simító eljárásokat nagy teljesítményű és fokozott pontosságú hajtások esetében alkalmazzák.

Simítással az 5–7 pontossági osztályba sorolható, $R_a \in (0,4 \div 0,8 \mu\text{m})$ felületi érdességű fogaskerek gyárthatók.

A simító eljárásokat minden esetben hőkezelt fogaskerekre alkalmazzák. A klasszikus gyártási eljárásokban a felületi keménység meghatározó jellegű volt a simító eljárás kiválasztására: $44 \div 47$ HRC esetben határozott élgeometriájú szerszámokkal megvalósítható felületburkoló eljárásokat, $47 \div 60$ HRC-re pedig kizárólag köszörülési eljárásokat lehetett alkalmazni. A napjainkban kifejlesztett új, növelt hőállóságú lapkák lehetővé teszik az edzett anyagok határozott élgeometriájú szerszámmal való megmunkálását is. Figyelembe kell ilyenkor venni a gyártórendszer, ezen belül a fogtő merevségét, és meg kell vizsgálni, hogy az adott esetben alkalmazott forgácsolási erők okozta kihajlások mennyiben befolyásolják a profil és a fogfelület pontosságát. Meg kell jegyezni, hogy a köszörülési palástnyomás-eloszlásból származó erőrendszer eredője nagyságrenddel kisebb, mint a klasszikus forgácsolóék által indukált forgácsolóerő, így a köszörüléssel kialakított fogazatok pontossága várhatóan nagyobb, a kisebb megmunkálás közbeni kihajlások miatt. Másrészt, bizonyos köszörülési eljárások műveleti ideje jóval nagyobb, mint a határozott élgeometriájú szerszámmal történő megmunkálása. Az optimális eljárás kiválasztása a gyártástechnológiai optimalizálás témakörébe tartozik.

A simító megmunkálások sikeres alkalmazása nagymértékben függ a megmunkálási ráhagyás geometriájától és az elősimító eljárás pontosságától. A gyártórendszer rugalmassága miatt a szerszám, illetve a munkadarab fogának kihajlása elkerülhetetlen, így fogtőben és fogcsúcsban a fogásmélység csökken, és ennek következtében a jó működést biztosító felület az említett helyeken az anyagban marad. Ez ellen változó megmunkálási ráhagyással védekezünk, úgy, hogy a fogtőben és fogcsúcsban a ráhagyás mértéke minimális. A beállítás pontossága biztosítja a simított fogoldal-felület erőkoncentrátor-mentes csatlakoztatását az elősimító megmunkálással előállított fogtő-felülethez. Ha ez nem sikerül, a létrejövő erőkoncentrátor fáradásra igen érzékennyé teszi a gyártott fogazatot. Az előző fejezetben, a módosított alapprofilú csigamarók tárgyalásakor a jelenséggel részleteiben foglalkoztunk.

A hengeres fogaskerek simító szerszámainak az alábbi rendszer szerint osztályozhatjuk:

- I. Szabályos élű, lefejtő simítószerszámok:
 - Hántolótárcsa;
 - Hántolócsiga;
 - Hámozócsiga;
 - Hámozókerék.
- II. Szabálytalan élű szerszámok – köszörűszerszámok:
 - Maag- féle köszörűtárcsák;
 - Niles- féle köszörűtárcsa;
 - Reishauer- féle köszörűcsiga.

A következőkben részleteiben mutatjuk be ezeket.

5.1. A HÁNTOLÓTÁRCSA

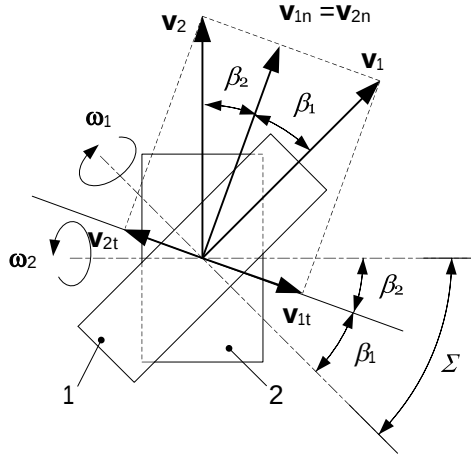
A hántolótárcsát a második világháború alatt fejlesztették ki, a harcokcsi-kapcsolószekrények gyártási idejének hatékony csökkentése céljából. A hántolásról kezdetben olyan vélemények is elhangzottak [97], hogy általa a profil minősége romlik. Tény, hogy a kihajlott fogak kapcsolódása során létrejövő felületek az elméleti evolvens felülettől eltérnek. Ennek ellenére a hántolás megmaradt, és az idők során folyamatosan fejlődött, annyira, hogy a fogaskerékgyártás jelenjében egyik leghatékonyabb simítási eljárásként tartják számon. Kísérletekkel bizonyították, hogy megfelelő hántolási paraméterek mellett a fogprofil és a fogirány is javul [50]. A numerikusan vezérelt szerszámgépek a szerszám gyártását és a hántolási technológiát új lehetőségekkel gazdagította. Numerikus vezérlésű hántológépen többféle hordkép-lokalizáció is megvalósítható, illetve a korszerű hántológépeken többféle forgácsolási stratégiát lehet megvalósítani [32] [68]:

- tengelyirányú vagy párhuzamos hántolás – a tengelyirányú előtolást a munkadarab végzi;
- átlós hántolás – az előtolást a munkadarab végzi, a tengelyétől eltérő irányban, úgy, hogy a hipoid tengelytáv állandó maradjon;
- beszúró hántolás – az előtolás a kitérő tengelyek legrövidebb távolságának irányára merőleges, a szerszám pedig annyival szélesebb a hántolt fogaskeréknél, hogy a fedés a teljes foghossz mentén létrejöjjön;
- keresztirányú hántolás – az előtolást a munkadarab végzi, iránya ennek tengelyére merőleges.

Hántolással kétféleképpen is meg lehet valósítani a hordképlokalizációt: számvezerlésű hántológépeken, a munkadarab lengetésével [68], vagy pedig a beszúró hántolást alkalmazva, különleges, negatív hordósítású hántolótárcsa használatával [35].¹

A hántolás elvét a relatív csavarmozgásban levő, kitérő tengelyű hajtópár működésének kinematikai-geometriai sajátosságai határozzák meg. Mint ismeretes, a relatív csavarmozgás két elemi mozgásra bontható: a pillanatnyi csavartengely körüli elemi forgásra, illetve az említett tengely mentén való elcsúszásra. A fogaskerék-kapcsolás elméletéből szintén ismert tény, hogy a relatív csavartengely a két gördülőfelület közös érintősíkjában található. Ebből az következik, hogy a kapcsolódó fogoldalak között,

¹ A módszert a Mitsubishi-üzemekben kísérletezték ki, a gépkocsi-kapcsolószekrények fogaskerekeinek termelékenyebb és kevésbé költséges gyártása céljából.



5.1. ÁBRA. A hántolás kinematikája.

a kapcsolódás bármilyen helyzetében, létrejön a relatív csúszás. Ahhoz, hogy a forgácsleválasztás megvalósuljon, a hajtópár szerszámtagjának fogfelületére egymással párhuzamos, fogmagasság-irányú hornyokat képezzünk ki. A működés közben a fogdalak között létrejövő nyomóerő hatására a megmunkálandó kerék fogfelülete lokálisan deformálódik, a hornyok szerint, a horonyba süllyedő mikron nagyságrendű anyagtérfogatot pedig a horonyélek a relatív csúszás közben eltávolítják.

Fogazás-elméleti szempontból a hántolás kinematikája szintén a Litvin-féle rendszerezésben említett – Krülov és Erihov által megfogalmazott – IV. fogazási elvvel írhatunk le. A hántolótárcsa elméletileg tökéletes csavarevolvens fogazata egy fogasléc-cel kapcsolódik, amelynek fogfelületei egy kitérő irányú lécc fogfelületeivel esnek egybe, amellyel a hántolt kerék kapcsol. A két lécc kapcsolódását a 3.45. ábrán, a csigamaró lefejtési elvének tárgyalásakor mutattuk be. A hántolós lefejtés geometriája abban különbözik a csigamarós lefejtés geometriájától, hogy ez esetben a csavarevolvens-felületek dőlésszöge $\beta_0 = 0^\circ \div 20^\circ$ intervallumban van, és a fogság jóval nagyobb.

5.1.1. A hántolás forgácsolási viszonyai

A hántolás főbb jellemzőit az 5.1. vázlat alapján azonosítjuk.

Jelöljük β_1 -gyel a hántolótárcsa, β_2 -vel pedig a fogaskerék osztóhengeri dőlésszögét, Σ -val pedig a tengelyek keresztezési szögét. Bevezetünk két egyezményt:

1. A fogazott elemek dőlésszöge pozitív, ha jobb irányú, ellenkező esetben negatív.
2. A tengelyek közötti szög a fogdőlésszögek algebrai összege, azaz $\Sigma = \beta_1 + \beta_2$.

Az 5.1. ábrán felülnézetből, azaz a tengelyek közös merőlegesének irányából nézve ábrázoltuk a hántolótárcsa (1-es elem, felül) és a hántolt kerék (2-es elem, alatta)

osztóhengereit.² Mindkét fogazott elem jobb irányú, következésképpen a Σ tengelyszög a fogdőlésszögek abszolút értékének összege lesz. A fogoldalak evolvens csavarfelületek, a származtató lécek normálszelvénye azonos, így a kapcsolódás biztosított. Tekintsük a kapcsolódási pontot a főponttal egybeesőnek. A fogoldalak érintkezése és kapcsolódása megköveteli, hogy a közös fogirányvonal merőlegesének irányával egybeeső sebesség-összetevők egyenlők legyenek, így $\mathbf{v}_{1n} = \mathbf{v}_{2n}$. A normál irányú sebesség-összetevők a helytálló tengelyek körüli forgó mozgásból adódó $\mathbf{v}_i, i = 1, 2$ sebességvektorok a normális, illetve a tengely irány szerinti felbontásából keletkeznek. Az ábra alapján felírható, hogy:

$$\begin{aligned} v_1 \cos \beta_1 &= v_2 \cos \beta_2 & (a) \\ \frac{\omega_1}{\omega_2} &= \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} & (b) \end{aligned} \quad (5.1)$$

A forgácsolósebesség a közös érintőre vetített sebességvektorok különbsége, azaz a forgácsolóél adott pontjának a vizsgálat pillanatában a munkadarab ezzel egybeeső pontjához viszonyított relatív sebességének az egybeeső, fogirány-vonalakra bocsátott vetülete. Az ábra alapján következik, hogy

$$v_{forg} = v_{1t} - v_{2t} = v_1 \sin \beta_1 + v_2 \sin \beta_2 \quad (5.2)$$

Az (5.2)-ba behelyettesítjük az (5.1) (a) egyenletből kifejezett v_2 sebességet. Ezzel a forgácsolósebesség képlete a következő lesz:

$$v_{forg} = v_{1t} + v_{2t} = v_1 \sin \beta_1 + v_1 \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \sin \beta_2 = v_1 \frac{\sin \Sigma}{\cos(\Sigma - \beta_1)} \quad (5.3)$$

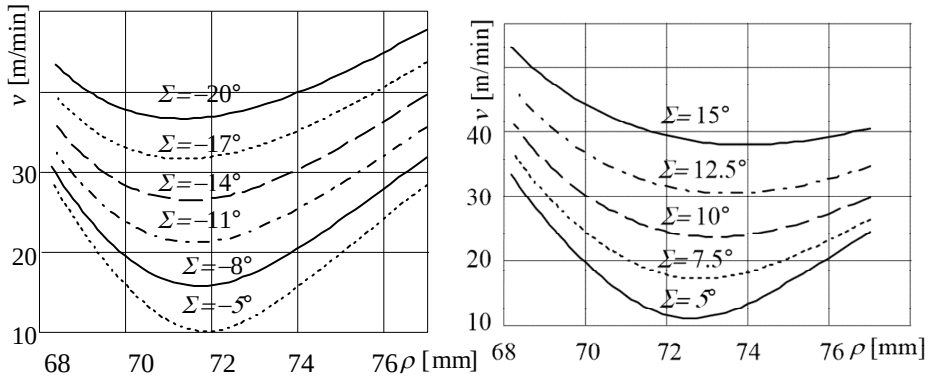
A tangenciális sebesség fordulatszám szerinti felírásából az (5.3) képlet a következő alakot ölti:

$$v_{forg} = \frac{\pi D_{01} n_1}{10^3} \frac{\sin \Sigma}{\cos(\Sigma - \beta_1)} = \frac{\pi n_1}{10^3} m_n z_1 (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) \quad (5.4)$$

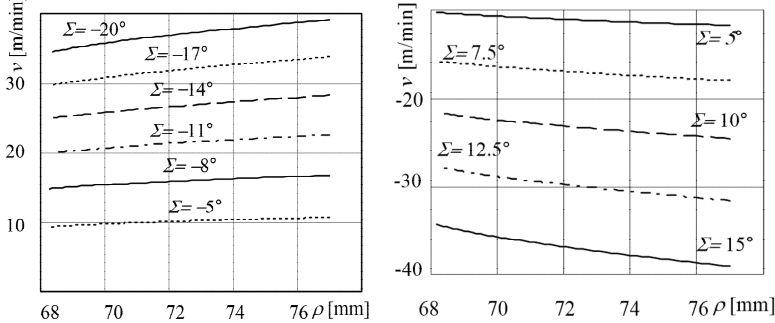
A hántolótárcsa fordulatszámának becslésére az (5.4) képlet alkalmas. A valóságban a sebességeloszlás a hántolószerszám élein erőteljes változást mutat. A valós sebességeloszlás matematikai modelljének részletes tárgyalásától jelen könyv keretein belül eltekintünk. A sebességeloszlás sajátosságait ellenben a [84]-ben közölt eredmények alapján következőkben mutatjuk be.

A matematikai modell a hántolótárcsa és a hántolt kerék közötti kitérő tengelyű kapcsolódást írja le, két független paraméter segítségével. A kapcsolódási egyenletekből kiszámítjuk a szerszám fogfelületén létrejövő érintkezési görbét, majd pedig ennek pontjaiban a relatív sebességvektorokat. A sebességvektorok iránya és abszolút értéke nagy mértékben függ a tengelyszögtől és az élpont sugarától. A modell numerikus vizsgálatának eredményeit az 5.2. ábrán szemléltettük, a tengelyszögek beállítható értéktartományára ($\Sigma \in (-20^\circ, -5^\circ) \cup (5^\circ, 20^\circ)$ [35]). A hántolótárcsa névleges dőlésszöge ez esetben $\beta_1 = 30^\circ$. Észre lehet venni, hogy azonos fordulatszám mellett a

²A valóságban a gördülőhengerek érintkeznek, mivel a technológiai hajtás általános fogazású [97], ez azonban a modellt elhanyagolható módon befolyásolja



5.2. ÁBRA. Az élen keletkező relatív sebességvektorok abszolút értékének eloszlása



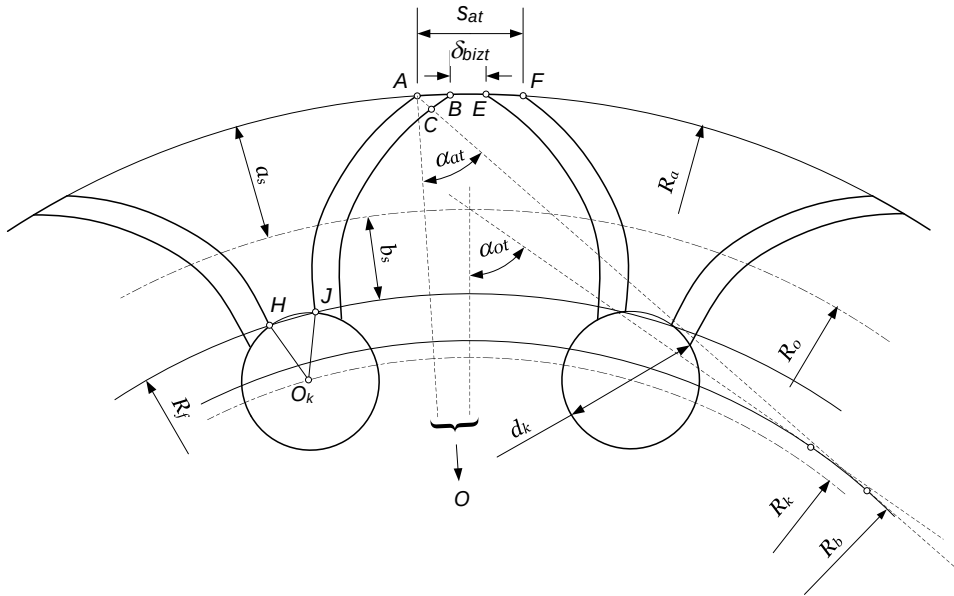
5.3. ÁBRA. A relatív sebességvektor élre merőleges összetevőjének eloszlása

forgácsolósebesség a tengelyszög növekedésével növekedik. Az élpont tengelyhez viszonyított távolsága függvényében viszont az eloszlás parabolikus jellegű, amelynek minimuma az osztókörre esik.

Igen fontos a forgácsolás szempontjából a sebességvektor szerszámélhez viszonyított iránya is. A relatív sebességvektor az érintkező fogfelületek közös érintősíkjába illeszkedik, tehát felbontható az él érintővektora és a közös érintősíkra illeszkedő, az érintővektorra merőleges irány szerint. Minél kisebb az él érintővektorára eső vetület, annál hatékonyabb a forgácsleválasztás. Az eloszlást az 5.3. ábrán láthatjuk. Megállapítható, hogy a gyakorlatban jelentéktelen a változás az élpont sugara szerint, viszont ez esetben is a nagyobb tengelyszögek nagyobb vágósebességet fognak biztosítani.

5.1.2. A hántolótárcsa méreteinek kiszámítása

A hántolótárcsa olyan fogaskerék, amelynek fogoldalait forgácsoló hornyok borítják. Idővel a horonyélek elkopnak, ezért a szerszámot újra kell élezni. Az újraélezés a



5.4. ÁBRA. A hántolótárcsa homlokszelvénybeli konstruktív paramétere

dőlt fogú fogaskerék köszörüléséhez hasonló művelet, melynek következtében az osztóköri fogvastagság csökkenni fog. A csökkentett ívhossznak kisebb fajlagos profileltolás felel meg, ami fejkörátmérő-csökkentést von maga után. Következésképpen a fejkört is az oldalak köszörülése után körbe kell köszörülni, aminek következtében a fogak hossza csökkenni fog. Emiatt a hántolótárcsát úgy tervezzük, mint egy növelt fogmagasságú fogaskereket. Másrészt, a hornyokat csak akkor lehet megmunkálni, ha a fogláb környezetében a vésőkés kifutását biztosítjuk. Ezt a fogárokra illesztett furatsorral oldjuk meg, mint ahogyan az 5.4. ábrán szemléltettük.

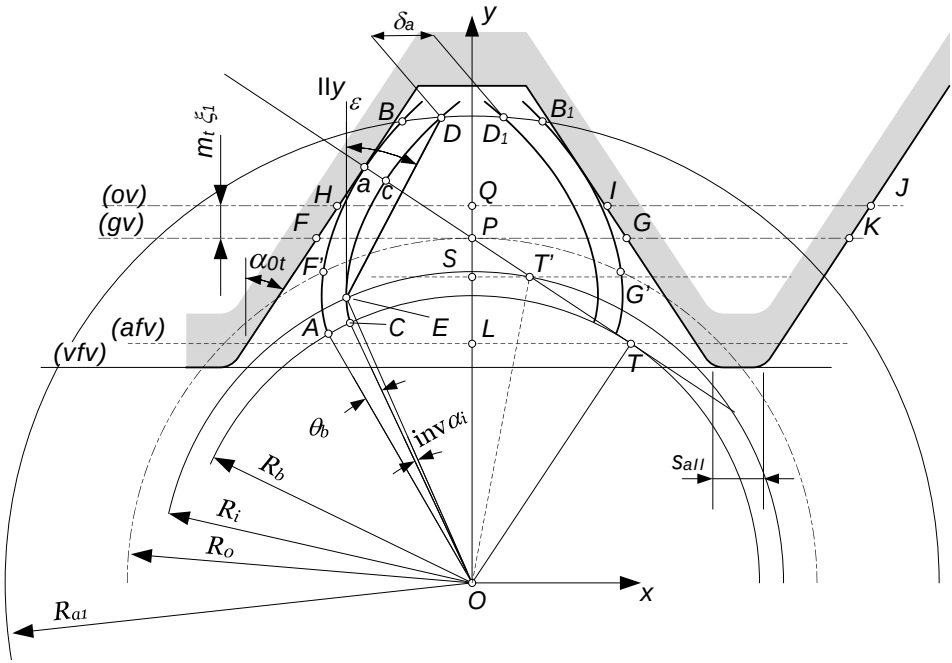
A számítást a szabványosított m_n normálmodul és α_{0n} normálkapcsolószög ismeretében kezdjük. Megválasztjuk a β_s osztóköri fogdőlésszöget: általában

$$\beta_s \in [10^\circ, 20^\circ].$$

A következő lépésben a hántolótárcsa z_s fogszámának előszámítását végezzük el. Törekedjünk a prím, vagy amennyiben ez nem lehetséges, a páratlan fogszámmra, azért, hogy lehetőleg ugyanabban a fogárokból minél több szerszámfog forgácsoljon. Ezáltal a kinematikai és profilhibák periodikus ismétlődésének valószínűségét a lehető legkisebbre csökkentjük.

A hántolótárcsa fogszámát a lehető legnagyobbra válasszuk, mert ezáltal a szerszám éltartama növekszik. A hántológép által megengedett legnagyobb külső, a D_a^{gep} szerszámtátmérő alapján a fogszámot a

$$z_s = \left\lceil \frac{D_a^{gep} - 3m_n}{m_n} \right\rceil \quad (5.5)$$



5.5. ÁBRA. A hántolótárcsa profileltolás-határainak kiszámítása

képlettel becsüljük. Észre lehet venni, hogy a számlálóban egy olyan fogaskerék osztóköre szerepel, amelynek normálszelvénybeli profileltolása $\xi_n = +0,5$. Ha a fogszám páros, akkor ezt 1-gyel csökkentjük.

A szerszám legnagyobb lehetséges profileltolását az 5.5. ábra alapján számítjuk ki. Minél nagyobb a fajlagos profileltolás, annál nagyobb a fejkörátmérő, és az osztóköri fogvastagság. A fogfejvastagság viszont csökken. Így a profileltolást pozitív irányban a fogfejvastagság fogja korlátozni. A fogfej ívhossza a a hántolótárcsa esetében három ívből áll (5.5. ábra): a forgácsolóhorony által a fejszalagon kimetszett BD és B_1D_1 ívekből, valamint a $DD_1 = \delta_a$ biztonsági ívhosszból, a forgácsolóhorony interferálásának elkerülésére.

Igen fontos a megfelelő méretű forgácsolóhorony megválasztása. A forgácsolóhoronyok a szerszám újraelemezése során veszítenek mélységükből. A gyakorlat igazolta, hogy a forgácsolóválasztáshoz szükséges legkisebb horonymélység 0,5 mm. Következésképpen a lehető legmélyebb forgácsolóhorony kialakítására kell törekednünk. A legfrissebb szakirodalom ([36]) az egyenes forgácsolóhorony-fenékvonalat javasolja (az 5.5. ábrán látható ED szakasz). Ez esetben a horonymélység változó lesz, csúciban és fogtőben kisebb, az osztókör környezetében pedig nagyobb. Számításainkban feltételezzük, hogy a forgácsolóhorony az evolvensre merőlegesen állandó mélységű, mivel így a fenékvonal egy, a fogprofilal egybeeső, ehhez képest a szerszám tengelye körül elforgatott evolvens

lesz, ami a számításokat jelentősen megkönnyíti. Jelöljük h_s -sel a forgácshorony ac mélységét. Értékének meghatározására a szakirodalom [36] a kapcsolószögtől függően az 1. táblázatban összefoglalt számítási képleteket ajánlja.

Normál-lécprofilszög-tartomány	Számítási képlet
$\alpha_{0n} < 17^\circ 30'$	$h_s^{min} = 0,20 + 0,22m_n$ $h_s^{max} = 0,20 + 0,28m_n$
$17^\circ 30' \leq \alpha_{0n} < 22^\circ 30'$	$h_s^{min} = 0,20 + 0,28m_n$ $h_s^{max} = 0,20 + 0,32m_n$
$\alpha_{0n} \geq 22^\circ 30'$	$h_s^{min} = 0,20 + 0,25m_n$ $h_s^{max} = 0,20 + 0,28m_n$

1. TÁBLÁZAT. A Tokugawa- cég által javasolt forgácshorony-mélységek számítási képletei

Az 5.5. ábra alapján felírhatjuk, hogy:

$$\theta_b = \frac{AC}{R_b} = \frac{h_s}{R_b} \quad (5.6)$$

Tehát a forgácshorony fejszalagon kimetszett ívének hossza a következő lesz:

$$BD = B_1D_1 = R_a\theta_b = h_s \frac{R_a}{R_b} \quad (5.7)$$

Vegyük észre, hogy az AB és CD evolvensíveket O központ körüli θ_b szöggel való elforgatással egymásra helyezhetjük. Ha a biztonsági fejszalag értéket $\delta_a = 0,2 \div 0,5$ mm értékre jelöljük ki, akkor a fejszalag nem lehet kisebb, mint

$$s_a^{lim} = \delta_a + 2BD = \delta_a + h_s \frac{R_a}{R_b} \quad (5.8)$$

A hántolótárca fogaira, az általános fogazás szabályait [97] mellőzve, nem alkalmazzuk a fogrövidülést, emiatt a fejkör-átmérő, a fajlagos profileltolás függvényében, a következő lesz:

$$R_a = R_0 + m_t \xi_t + m_n (h_{0a} + c_a) \quad (5.9)$$

A hántolótárca fogfejét a fogaskerék fogfejénél hosszabbra méretezzük, $c_a m_n$ értékkel, ahol $c_a = 0,1$. Ezáltal biztosítjuk, hogy a hántolótárca eltávolítsa a ráhagyást a profil legbelső kapcsolódó részéről, de ne dolgozzon a foglábgörbén. A hántolótárca fogfeje, a gyártott kerékkel való kapcsolódásban, a működő ellenkerék fogfeje és a lefejtő csigamaró fogfeje közé esik. Az (5.9) egyenlet és az evolvenstrigonometria második alapegyenlete segítségével kifejezzük az R_a sugarú körön keletkező fogfejszalagszélességet, a profileltolás függvényében:

$$s_a = 2R_a \left(\frac{s_0}{2R_0} + \text{inv } \alpha_0 t - \text{inv } \alpha_a t \right) \quad (5.10)$$

Kifejezzük az (5.10) egyenlet jobb oldalát a fejkör sugarának függvényében:

$$s_a = 2R_a \left(\operatorname{inv} \alpha_{0t} + \frac{\pi}{2z_s} + \frac{R_a - m_t(h_{0a} + c_a) - R_0}{R_0} \operatorname{tg} \alpha_{0t} - \sqrt{\left(\frac{R_a}{R_b}\right)^2 - 1} + \arccos \frac{R_b}{R_a} \right) \quad (5.11)$$

Bevezetjük a $\zeta = \frac{R_a}{R_b}$ változót. Ezzel az (5.11) kifejezés a következő alakot ölti:

$$s_a = 2\zeta R_b \left(-\alpha_{0t} + \frac{\pi}{2z_s} + \zeta \sin \alpha_{0t} - 2 \frac{h_{0a} + c_a}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{0n} - \sqrt{\zeta^2 - 1} + \arccos \frac{1}{\zeta} \right) \quad (5.12)$$

A legkisebb fejszalag-szélesség (5.8) kifejezését átírjuk a ζ változó szerint, majd pedig kikötjük, hogy az (5.12) képlettel számított fejszalag-szélesség nagyobb, vagy határesetben egyenlő legyen ezzel:

$$s_a \geq s_a^{\lim} \iff 2\zeta R_b \left(-\alpha_{0t} + \frac{\pi}{2z_s} + \zeta \sin \alpha_{0t} - 2 \frac{h_{0a} + c_a}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{0n} - \sqrt{\zeta^2 - 1} + \arccos \frac{1}{\zeta} \right) \geq 2h_s \zeta + \delta_a \quad (5.13)$$

A fenti egyenlőtlenséget végigosztjuk $2R_b$ -vel, majd pedig baloldalra rendezzük. A fejszalag-szélesség betartásának feltétele ζ változóban a következő lesz:

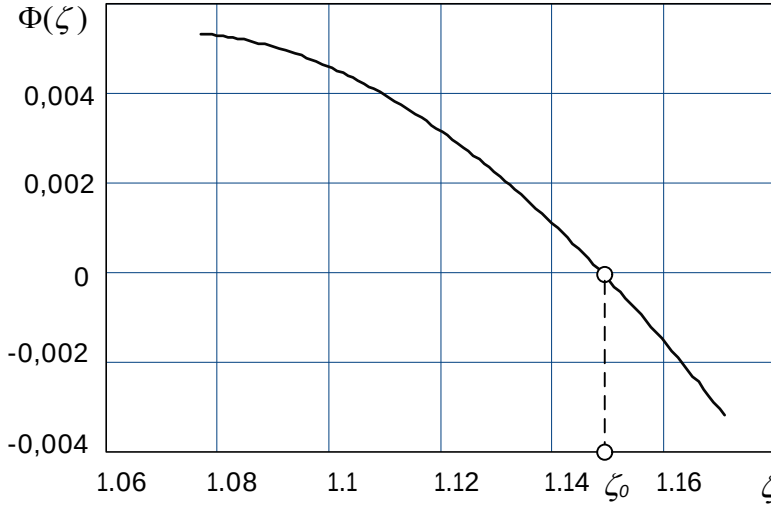
$$\Phi(\zeta) = -\alpha_{0t} + \frac{\pi}{2z_s} + \zeta \sin \alpha_{0t} - 2 \frac{h_{0a} + c_a}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{0n} - \sqrt{\zeta^2 - 1} + \arccos \frac{1}{\zeta} - \frac{h_s}{R_b} - \frac{\delta_a}{2R_b} \frac{1}{\zeta} \geq 0 \quad (5.14)$$

A $\Phi(\zeta)$ függvényt, $z_s = 43$ fogra, $\beta = 20^\circ$, $m_n = 5\text{mm}$ $\alpha_{0n} = 20^\circ$ értékekre az 5.6. ábrán szemléltetjük.

Észrevehető, hogy a függvény parabolikusan csökken. A lehető legnagyobb fejkört és profileltolást a $\Phi(\zeta)$ függvény ζ_0 nullahelyéből számítjuk ki:

$$\begin{cases} R_{a1} = \zeta_0 R_b \\ \xi_{t1} = \frac{R_{a1} - R_0 - (h_{0a} + c_a)m_n}{m_t} \end{cases} \quad (5.15)$$

A szerszám legkisebb profileltolását az alámetszés elkerülési feltétele, a hántolótárcaát lefejtő összszerszám profilja és a forgácshornyok legkisebb megengedett mélysége együttes vizsgálatából számítjuk ki. Ismeretes, hogy a lefejtéssel előállított fogaskerék evolvensprofilja csak az alámetszés határán éri el az alapkört, egyébként az ennél nagyobb, R_t sugarú talpkörig terjed. A lábkör és a talpkör közötti részben a fogtőgörbe helyezkedik el, amelyet a kifutófúratok eltüntetnek. Ismeretes, hogy a talpkör sugara a fogazott kerék középpontjától addig a pontig terjed, amelyben a kapcsolóvonalat metszi a fogazószerszámhoz rendelt lécs *aktív fejvonala*. A szerszám aktív fejvonala az evolvensképző részt határolja. Az aktív és a tényleges fejvonal között általában $c_0 m_n$ a távolság, és a generálóprofilnak a két egyenes közé eső részét le szokták kerekíteni.

5.6. ÁBRA. A $\Phi(\zeta)$ függvény alakja

Mivel a hántolótárcsát eleve úgy fogazzuk, hogy a fogmagassága a szabványosnál nagyobb, célszerszámot – fésűskést vagy csigamarót – kell hozzá gyártani. A célszerszám pontossági osztálya, bár félsimító szerszám, a hántolótárcsa pontossági osztályával megegyező (5-6). Mindkét esetben a geometriát a hántolótárcsa homlokszelvényében tárgyaljuk. Figyelembe kell venni, hogy a célszerszámhoz rendelt lécpofil méretezésekor az a_{fk} fogoldalankénti köszörülési ráhagyást is rá kell számítani. A köszörülési ráhagyást, az egyszerűség kedvéért, homlokszelvényben, az evolvensgörbére merőlegesen mérjük.

A legkisebb lehetséges profileltolást az alámetszés határán keressük. Az 5.5. ábrán az (afv) aktív fejtörő a kapcsolóvonalat az alapköri T pontban metszi. A generáló fogléc fogfejmérete, az osztókört érintő (gv) gördülővonalától a (vfv) valós fejtörőig a következő lesz:

$$a_{II1} = \overline{LP} + c_0 m_n = R_0 \sin^2 \alpha_{0t} + c_0 m_n \quad (5.16)$$

Figyelembe kell venni azt a tényt, hogy a hántolótárcsa fogszáma jóval nagyobb, mint az alámetszés határfogszáma, következésképpen az a_{II1} számított lécpofil- fogfejméret akkorára nyúlhat, hogy a generáló léc foga kihegyesedik. A metszőkerék esetében, a hőkezelés során fellépő széntartalom-vesztés elkerülése végett a fogfej-vastagság alsó határát $0,501\sqrt{m_n}$ -re vettük. Ezt az értéket elfogadva, a léc- fogfejvastagság minimális mérete homlokszelvényben

$$s_{IIa}^{lim} = \frac{0,501\sqrt{m_n}}{\cos \beta_s} \quad (5.17)$$

A generálóléc fogának gördülővonalai fogvastagsága a ξ_{t1} fajlagos profileltolással fogazott hántolótárcsa osztóköri fogárok-szélességénél a kétszeres oldalankénti ráhagyással kisebb, tehát felírhatjuk, hogy:

$$\begin{aligned} s_{IIg} &= \pi m_t - s_0 - 2 \frac{a_{fk}}{\cos \alpha_{0t}} \implies \\ s_{IIg} &= \frac{\pi m_t}{2} - 2 m_t \xi_{t1} \operatorname{tg} \alpha_{0t} - 2 \frac{a_{fk}}{\cos \alpha_{0t}} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Az (5.17) és (5.18) képletek adta értékek segítségével felírjuk a legnagyobb lehetséges lécfogfejhossz értéket, azaz a gördülővonal és a valós vf fejevonal közötti távolságot:

$$a_{II}^{(max)} = \frac{s_{IIg} - s_{IIa}^{lim}}{2 \operatorname{tg} \alpha_{0t}} \quad (5.19)$$

Az (5.16) és az (5.19) képletekkel kapott értékek közül a legkisebbet választjuk:

$$a_{II} = \min\{a_{II1}; a_{II}^{(max)}\} \quad (5.20)$$

A kapott értékkel kiszámítjuk a talpkör sugarát. Feltételezzük, hogy az (afv) aktív fejevonal az S ponton halad át, $PS = a_{II} - c_0 m_n$, és a kapcsolóvonalat a T' -ben metszi. Az $'\Delta SPT$, $'\Delta OPT$ és $'\Delta OTT'$ háromszögekből kiszámítható a talpkör sugara, amit, a hántolótárcsára vonatkozó megfontolásokból, R_i vel jelölünk:

$$R_i = \sqrt{TT'^2 + R_b^2} = \sqrt{\left(R_0 \sin \alpha_{0t} \frac{a_{II} - c_0 m_n}{\sin \alpha_{0t}}\right)^2 + R_b^2} \quad (5.21)$$

Az R_i sugarú körön hozható létre az utolsó evolvenspont, tehát a hántolótárcsa aktív részének határa is lesz egyben. A megmunkált kerék fejköre elméletileg érinti a talpkört, mikor a hántolótárcsa elhasználódott. Tehát a legkisebb lehetséges fejkör értéke:

$$R_{a2} = R_i + (2h_{0a} + c_a) m_n \quad (5.22)$$

A legkisebb fajlagos profileltolás értéke ezzel

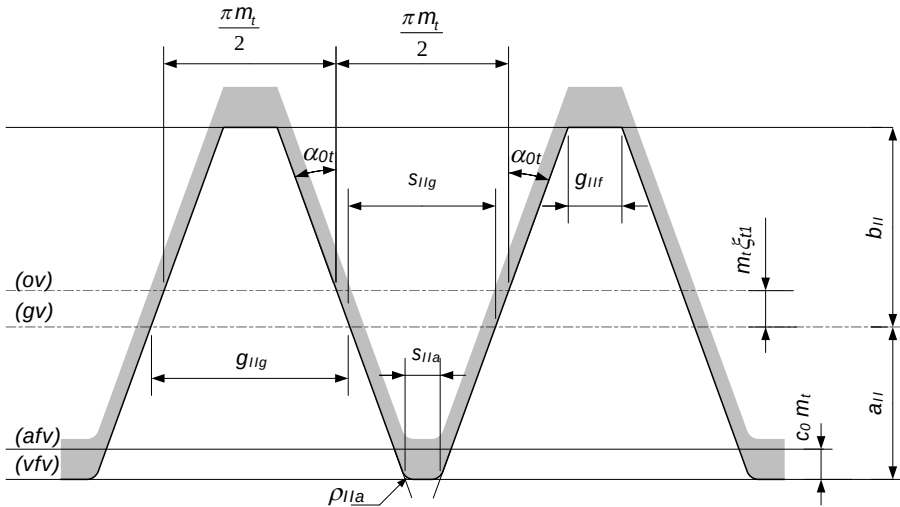
$$\xi_{t2} = \frac{R_{a2} - R_0 - (h_{0a} + c_a) m_n}{m_t} = \frac{R_i + h_{0a} m_n - R_0}{m_t} \quad (5.23)$$

A hántolótárcsát lefejtő lécpofilú szerszám homlokszelvénybeli méreteit az 5.7 ábrán szemléltettük. A generáló lécfogfej-, illetve foglábmagasságát a gördülővonalról számítjuk. A fogfejmagasság a minimális profileltolás függvényében (5.16), (5.19) és (5.20) képletek segítségével kiszámított a_{II} érték.

A generáló lécfoglábmagasságát úgy kapjuk meg, hogy a gördülővonalról mért hántolótárcsa-fogfejmagassághoz hozzáadjuk a $c_0 m_n$ technológiai fejhézagot:

$$b_{II} = m_t \xi_{ti} + (h_{0a} + c_a + c_0) m_n \quad (5.24)$$

A generálóléc lábhézag-szélességét az 5.7. ábra alapján a következő képlettel számítjuk:



5.7. ÁBRA. A hántolótárcsa generáló lécpofiljának homlokszelvénye

$$g_{IIl} = g_{IIg} - 2b_{II} \operatorname{tg} \alpha_{0t} \quad (5.25)$$

A generálóléc normálszelvényére való rátérés az ábrázoló geometria szabályai szerint, úgy történik, hogy a lécirány-méreteket $\cos \beta_s$ -sel szorozzuk, a lécpofilszöget α_{0n} -nek vesszük, a fogmagasság-irányú méreteket pedig változatlanul hagyjuk.

Előfordulhat, hogy a legnagyobb és a legkisebb profileltolás között igen kevés a különbség, aminek következtében a szerszám kihasználhatóságára (utánélezések számára) vetített gyártási költség túl magas lesz. Számításokkal igazolható, hogy adott $m_n = 5$ mm normálmodulú, $z_s = 43$ fogú, $\beta_s = 20^\circ$ dőlésszögű és $\alpha_{0n} = 20^\circ$ normálkapcsolószögű hántolótárcsa esetében a legnagyobb profileltolás, $h_s = 1,2$ mm forgácsolóhorony-mélységgel és $\delta_a = 0,3$ mm biztonsági fejszalaggal $\xi_{t1} = +0,499$, míg a legkisebb profileltolás, ha a lefejtőszerszám normálkapcsolószöge a hántolótárcsa normálkapcsolószögével egyenlő, csupán $\xi_{t2} = +0,122$. A legnagyobb és a legkisebb fogvastagságnak megfelelő evolvensívek közötti normálirányú távolság ez esetben csupán

$$\delta_{1,2} = m_t (\xi_{t1} - \xi_{t2}) \operatorname{tg} \alpha_{0t} \frac{R_b}{R_0} \approx 0,724 \text{ mm.}$$

Ez a különbség megközelítőleg, $0,075 \div 0,080$ mm-es köszörülési ráhagyással, csak 9 újraélezést enged meg. A legkisebb profileltolást tovább csökkenthetjük, ha a hántolótárcsa lefejtésére különleges alakú, lécpofilú szerszámot tervezünk. A profileltolás csökkentése nem az alámetszés veszélye miatt, hanem a lefejtőszerszám fogfejkihegyesedése miatt korlátozott. Ha a profilszöget csökkentjük, akkor a lefejtőszerszám fogfejmagassága, ugyanakkora fogfejméret mellett, jelentősen növekedik. A számításokat a következőképpen végezzük el.

Ismert tény, hogy ugyanazt az evolvenst egyszerű végtelenségnyi, különböző profilszögű fésűskéssel fejthetjük le, úgy, hogy a gördülőkör sugara $R_{yg} = \frac{R_b}{\cos \alpha_{yt}}$. Ezen a körön az osztás értelemszerűen $p_{yg} = \frac{2\pi R_y}{z_s}$.

A gyártandó fogazat fogvastagsága az R_y sugarú gördülőkörön, az előzőekben kiszámított ξ_{t1} legnagyobb profileltolás függvényében,

$$s_{yg} = 2R_y \left(\operatorname{inv} \alpha_{0t} + \frac{\pi}{2z_s} + 2 \frac{\xi_{t1}}{z_s} \operatorname{tg} \alpha_{0t} + \frac{a_{fk}}{R_b} - \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) \quad (5.26)$$

ezzel pedig

$$g_{yg} = \frac{2\pi R_y}{z_s} - s_{yg} \quad (5.27)$$

Megjegyezzük, hogy az (5.26) egyenletben a köszörülési ráhagyást a $\frac{a_{fk}}{R_b}$ tag bevezetésével rászámoltuk, így a generáló lécsördülővonal fogvastagsága $s_{IIg} \equiv g_{yg}$, és ezzel, a gördülővonalról számított maximális lehetséges fogfejmagassága

$$a_{II} = \frac{g_{yg} - s_{IIa}}{2 \operatorname{tg} \alpha_{yt}} \quad (5.28)$$

Az új kapcsolódás pólusa és az aktív fejtávolság közötti távolság $l_y = a_{II} - c_0 m_n$, ezzel pedig az új talpkör sugarát a következő képlettel számoljuk:

$$R_{ty} \equiv R_i = \sqrt{R_b^2 + \left(R_y \sin \alpha_{yt} - \frac{a_{II}}{\sin \alpha_{yt}} \right)^2} \quad (5.29)$$

A legkisebb fejkörsugarat, az (5.29) alapján az (5.22) képlettel, a legkisebb lehetséges profileltolást pedig az (5.23) képletekkel számoljuk. Az előbbi számpélda folytatásaként, ha a generáló lécsördülő-értékét homlokszelvényben $\alpha_{yt} = 14^\circ$ -ra csökkentjük, az elérhető legkisebb profileltolás $\xi_{t2} = -0,089$, amivel a lehetséges élezések számát 14-re emelhetjük.

A legnagyobb és legkisebb fajlagos profileltolás értékeit jelentősen befolyásolja a forgácshoronymélység h_s értéke, amivel a számítást elkezdjük. A korszerű hántolótárcsák, a gyártás egyszerűsítése miatt, már egyenes horonyfenékekkel készülnek. Ezáltal a forgácstér jelentősen növekedik anélkül, hogy a fog merevsége lényegesen csökkenne. Az 5.6. ábrán látható, hogy az ED horonyfenékvonal helyzete miatt a horony mélysége az osztókör közelében jóval nagyobb, mint a fej, illetve a belső körön. A megmunkálási ráhagyás eloszlása a jelzett mélységváltozással össze van hangolva, hiszen a hántolásra előkészített fogaskerék fogoldalán az osztókör környezetében a legnagyobb, majd fokozatosan csökken a fogfej- illetve a fogláb felé. A gyakorlati tapasztalat azt mutatja, hogy a 1. táblázatban megadott értékek $0,6 \div 0,66$ -nyi töredékével kell kezdeni a számítást, azaz $h_s := 0,6 \div 0,66 h_s^{tabl}$.

A horonymélység változásának függvényét a következőképpen írjuk fel. Az AB és CD evolvensívek alapköri pontjainak θ_b szögtávolsága, a ξ_{t1} legnagyobb és ξ_{t2} legkisebb profileltolás alapján kiszámítjuk a forgácshorony fenékvonalán illeszkedő E

és D pontok koordinátáit:

$$\begin{cases} \angle AOy = \text{inv } \alpha_{0t} + \frac{\pi}{2z_s} + 2\frac{\xi_{t1}}{z_s} \text{tg } \alpha_{0t} \\ \angle EOy = \angle AOy - \theta_b - \text{inv} \left(\arccos \frac{R_b}{R_i} \right) \\ \angle DOy = \frac{s_a}{2R_{1a}} - \theta_b \\ \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \end{pmatrix} = R_i \begin{pmatrix} -\sin(\angle EOy) \\ \cos(\angle EOy) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \end{pmatrix} = R_{a1} \begin{pmatrix} -\sin(\angle DOy) \\ \cos(\angle DOy) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5.30)$$

A forgácshorony-fenékvonal és a homlokszelvény szimmetriatengelye által bezárt ε szöget a

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{x_D - x_E}{y_D - y_E} \quad (5.31)$$

képlettel számítjuk ki.

A forgácshorony-mélységet az AB evolvensív tetszőleges, $(x(\varphi), y(\varphi))$ koordinátájú pontjából az ED vonalra bocsátott merőleges szakasz hosszaként definiálunk. Elemi analitikus mértani számítások után a forgácshorony-mélység függvénye a következő alakot ölti:

$$h_n(\varphi) = (y(\varphi) - y_E) \sin \varepsilon + (x_E - x(\varphi)) \cos \varepsilon \quad (5.32)$$

A furatkör-átmérőt és a kifutófuratok átmérőjét, valamint ezeknek dőlésszögét az 5.4. ábra alapján számítjuk ki.

A furatok átmérőjét úgy választjuk meg, hogy az $1,3 \div 1,5$ -ször nagyobb legyen, mint a belső kör fogárok és a hozzátartozó forgácshoronyok mélységének összege. A belső kör fogárok-szélességet az evolvenstrigonometria második alapegyenletéből számítjuk ki:

$$g_i = \frac{2\pi R_i}{z_s} - 2R_i \left(\text{inv } \alpha_{0t} - \text{inv } \alpha_{it} + \frac{\pi}{2z_s} + 2\frac{\xi_{t1}}{z_s} \text{tg } \alpha_{0t} \right) \quad (5.33)$$

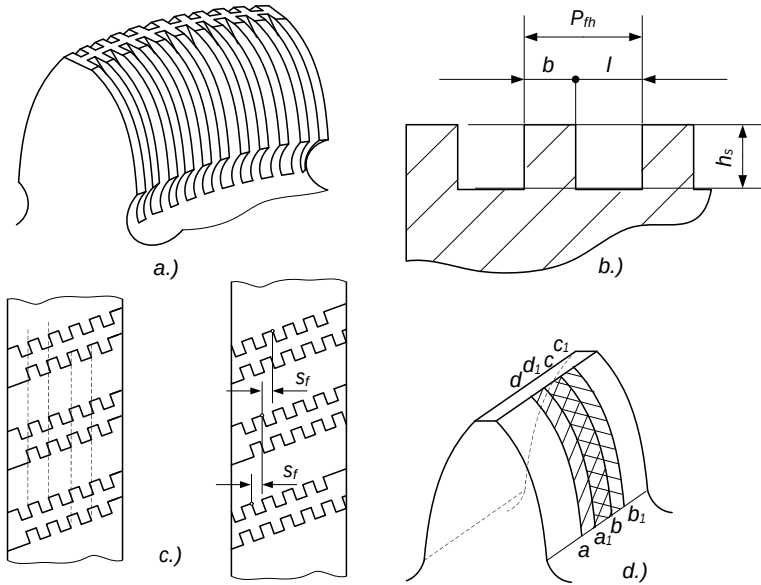
Ezzel a keresett d_k furatátmérő a következő lesz:

$$d_k = (1,3 \div 1,5) \left(g_i + 2\frac{h_s}{R_b} R_i \right) \quad (5.34)$$

Az R_k furatkör-sugarat a $\triangle HJO_k$ háromszögből számítjuk:

$$R_k = R_i - \frac{1}{2} \sqrt{d_k^2 - g_i^2} \quad (5.35)$$

Végül a furatok tengelyének β_k dőlésszögét számítjuk ki. Elméletileg a furat vezérgörbéje a hántolótárcsa fogazatának p_E csavaremelkedésével egyenlő emelkedésű csavarvonal kéne legyen. A legjobb közelítést úgy kapjuk, hogy a hántolótárcsa tengelyre merőleges felezősíkjában a furat tengelye érintse a furatkör-sugarú hengerre illesztett csavarvonalat. Ennek alapján felírhatjuk, hogy



5.8. ÁBRA. A forgácshornyok kiosztása és jellemző méretei

$$p_E = \frac{2\pi R_0}{\operatorname{tg} \beta_s} = \frac{2\pi R_k}{\operatorname{tg} \beta_k} \Leftarrow \operatorname{tg} \beta_k = \frac{R_k}{R_0} \operatorname{tg} \beta_s \quad (5.36)$$

A forgácshornyok mérete és elhelyezése nagymértékben befolyásolja a hántolt fogfelület felületi érdességét és pontosságát. A forgácshorony-jellemzőket az 5.8. ábrán tüntettük fel.

Az 5.8a. ábrán a hántolótárcsa foga látható, melyre különleges alakú, véső-fésűkessel vésik a hornyokat, ezáltal a fogfelületen hornyok és bordák váltakozó elrendezése keletkezik. A hornyok kiosztásának jellemző méretei a P_{fh} osztás, a borda b vastagsága és a horony l szélessége. Világos, hogy $P_{fh} = b + l$. A b és l méretek helyes megválasztása a normálmodultól, a ráhagyás mértékétől és a megmunkált anyag minőségétől függ. Ha a bordavastagság túl nagy, akkor megfelelő hajtónyomaték hiányában az élek nem képesek behatolni a megmunkálás alatt levő fogoldal-felületbe, hanem csak pikkelyesítik, megkeményítik ezt, mert nem képesek a forgácsot kiemelni. Amennyiben a borda vékonyabb, a horonyszélesség, ugyanakkora osztás mellett, nagyobb lesz, ami a forgácsstér tágulása miatt hatékony forgács befogadást és -eltávolítást biztosít, és meggátolja, hogy a felület összekarcolódjon. Meg kell jegyeznünk, hogy semmilyen körülmények között nem választhatunk adott érték alatti bordaszélességet, mert a forgácsolás során, az igénybevétel hatására eltörhet.

A szakirodalom [36], a normálmodul szerint, a 2. táblázatba rendszerezett értékeket javasolja.

Az intervallumok alsó értékei a ráhagyások legkisebb, a felső értékei pedig ezek legnagyobb lehetséges értékeire vannak előírva.

m_n [mm]	P_{fh}
$m_n \leq 1,5$	$1,8 \div 2,0$
$1,50 < m_n \leq 2,75$	$1,9 \div 2,16$
$m_n > 2,75$	$2 \div 2,20$

2. TÁBLÁZAT. A Tokugawa cég által javasolt forgácshorony-osztás értékek

A horony szélessége, az osztás függvényében, jól közelíthető a [36]-ben közölt táblázatok alapján felírt ötödfokú polinommal, az osztás előírt értéktartományára:

$$l(x) = 10^3(1,17949x^5 - 11,7249x^4 + 46,5426x^3 - 92,2192x^2 + 91,2066x - 36,0209)$$

$$x \equiv P_{fh} \in [1,8, 2,2] \quad (5.37)$$

A forgácshoronyok fogakra vetített kiosztásának szabálya a hántolás módszerétől függ. Klasszikus, tengelyirányú vagy diagonális előtolás alkalmazása esetében a forgácshoronyok, fogról-fogra, ugyanabban a helyzetben találhatók (5.8c. ábra bal oldala). Az előtolás miatt ugyanannak a forgácshorony-élnek a nyoma nem kerül adott hántolt fogfelületen ugyanabba a helyzetbe, tehát a felülethibák nem jelennek meg.

Más a helyzet a keresztirányú és a beszűrő hántolás esetében. Annak következtében, hogy itt a szerszám nem csúszik el a darab tengelye mentén, adott fagon levő sorszámú horonyélek ugyanazon a helyen hagynának nyomot, ami a felületi szabálytalanságok hangsúlyos kiemeléséhez vezetnének; ezért fogról-fogra, a forgácshorony helyét el kell csúsztatni (5.8c. ábra jobb oldala).

Jelöljük az elcsúsztatás mértékét s_f -fel. Az elcsúsztatás, az osztás és a megmunkált kerék fogszáma között fontos kapcsolat van. Figyeljük a hántolt kerék egyik fogát. Adott pillanatban, ezen egy horonyél egy megmunkálási foltot hagy, ahogyan az 5.8d. ábrán látható, jelöljük a foltot az $(abcd)$ felülettel. A fogaskerék egy teljes fordulata után ismét a vizsgált fog kerül kapcsolásba, de a hántolótárcsa egy, az előbbitől különböző fogával, amelyen az előbbivel egyenértékű helyzetben levő, de eltolt horony az $(a_1b_1c_1d_1)$ foltot hagyja. A két foltnak, ahogy az ábrán is szemléltettük, részlegesen szuperponálniuk kell.

Tegyük fel, hogy a megmunkált kerék kijelölt fogával kapcsolódó szerszámfog legelső élhornyának nyomát vizsgáljuk. Amint a következő szerszámfog kapcsol, az adott helyzetű élhorony eltolódik s_f -fel, a következő fagon $2s_f$ - fel, és így tovább, amire egy teljes kör megtétele után a keréknek a vizsgált foga kerül ismét kapcsolásba, az eltolódás mértéke Z_1s_f lesz, ahol Z_1 a megmunkált kerék fogszáma. Természetesen ez a nyom más, egész számú P_{fh} osztásnyi távolságra lesz, így a folt szabad (aa_1d_1d) felületének aa_1 szélességét a következő módon számítjuk ki:

$$aa_1 = Z_1s_f - nP_{fh}, \quad nP_{fh} \leq Z_1s_f \leq (n+1)P_{fh}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (5.38)$$

Vegyük észre, hogy a megmunkált fogra vetített elméleti horony-nyomfelület csavarfelület, melynek emelkedése s_fZ_1 , ugyanakkor az egy szerszámfogra véselt horonyok száma természetes szám. Következik, hogy a horonyosztás az előbbi menetemelkedésnek osztója, tehát

$$\frac{Z_1 s_f}{P_{fh}} = n_1, \quad n_1 \in \mathbb{N} \quad (5.39)$$

Előbb az aa_1 -et gyakorlati megfontolások alapján $0,15 \div 0,20$ mm-re állítjuk be, majd ezzel az értékkel, az (5.38) képlettel előszámítjuk az s_f eltolást. Ezzel az értékkel, az (5.39)-ből kiszámítjuk az n_1 -et, mint a bal oldali valós értékhez legközelebb álló természetes számot, és ezzel visszaszámoljuk az s_f végleges értékét.

5.2. A HÁNTOLÓCSIGA

A hántolócsigát főleg csigakerekek fogfelületeinek simítására alkalmazzák. A hántolócsiga – típusában és méreteiben – tökéletesen megegyezik a működő csigával. A fogalakba, akár a hántolótárcsa fogaiba, forgácsoló hornyokat vésnek. A horonyvésés igen lassú és költséges művelet, ami a hántolás költségeit is növeli. A hántolócsiga jelentős előnye abban áll, hogy a csigamaró átmérő-változása következtében fellépő hordkép-torzulást korrigálja. Fogainak merevsége következtében igen jó felületi minőséget lehet vele létrehozni.

A hántolócsigának jelentős hátrányai is vannak, amelyeket kellő körütekintéssel kell kezelni. Az egyik a forgácsolási folyamatban rejlik, mivel az a szerszám jelentős felmelegedését okozza, emiatt a hűtésre különös gondot kell fordítani. A másik hátrányt az okozza, hogy a hántolócsiga – utánélezése következtében – veszít átmérőjéből, ami a megmunkált csigakeréken profiltorzulást és hordképtorzulást eredményez. A jelenséget úgy lehet csak korrigálni, hogy minden újraélezés után a csigakerékkel kapcsolódó csiga paramétereit módosítják úgy, hogy ez a hántolócsigával egybevágó legyen.

A hántolócsiga számára előírt megmunkálási ráhagyás fogdalanként $0,02 \div 0,04$ mm.

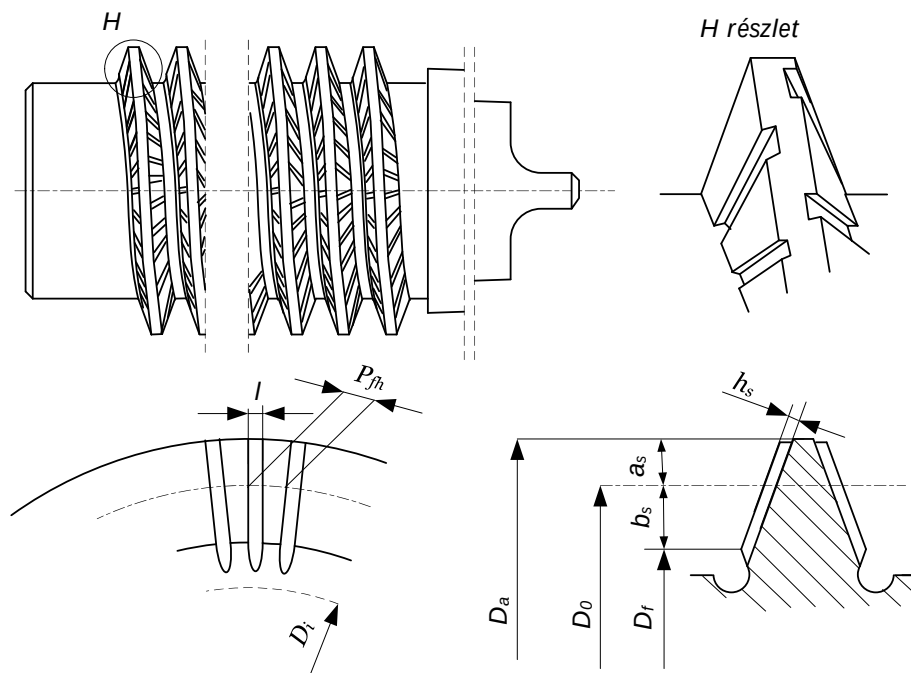
Az osztóhenger-átmérő a működő csiga osztóhenger-átmérőjével egyenlő.

Az osztóhengeri fogvastagság a tengelyirányú működési hézaggal nagyobb, mint a működő csiga osztóhengeri fogvastagsága.

A külső átmérőt a működő csiga külső átmérőjénél $2c_a m_{ax}$, $c_a \approx 0,15 \div 0,2$ értékkel nagyobbra veszük, hogy a működő fogfelületről teljes magasságában eltávolítsa a ráhagyást. (5.9. ábra). A konstruktív méretek a következők:

$$\begin{cases} D_a = D_0 + 2(h_{0a} + c_a)m_{ax} \\ D_f = D_0 - 2(h_{0a} + c_0)m_{ax} \\ D_i = D_f - 2(1,5 \div 1,7) \frac{h_s}{\sin \alpha_{0n}} \\ a_s = (h_{0a} + c_a)m_{ax} \\ b_s = (h_{0a} + c_0)m_{ax} \end{cases} \quad (5.40)$$

A forgácshorony konstruktív méreteit a hántolótárcsa esetében leírt módon választjuk meg. Az értékeket az osztóhengeren definiáljuk. Mivel a forgácshorony oldalai párhuzamosak, az osztás pedig az adott kör sugarával arányos, a horonyvastagság enyhe növekedést mutat a belső átmérőtől a külső átmérő felé.



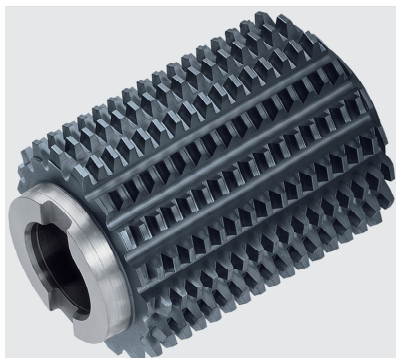
5.9. ÁBRA. A hantolócsiga felépítése

5.3. A HÁMOZÓ CSIGAMARÓ

A hámozó csigamarót az előmunkált és legtöbb $62 \div 64$ HRC-re edzett egyenes és ferde fogazatok megmunkálása céljából fejlesztették ki. A hámozás során tapasztalt forgácsolási teljesítmény³ nagyságrendekkel nagyobb, mint a köszörüléssel elérhető. Ugyanakkor a technológiai rendszer dinamikus igénybevétele, a jóval nagyobb forgácsolónyomaték miatt, jelentősebb, így az eljárás a kis és közepes pontosságú fogaskerek kivitelezésére ajánlott. Ennek ellenére, a hámozó csigamaró egyik gyártója szerint [34] az általa forgalmazott szerszámmal elérhető legnagyobb pontosság közelítőleg a DIN 3962 szerinti 6-os osztály.

A hámozás igen nagy előnye abban áll, hogy a hőkezelés következtében fellépő elhúzódnásokat korrigálja. A szerszámélek megfelelő kialakításával fogfejenyesés és foglábmélyítés, azaz fogprofilmódosítás is elérhető. Ennek kapcsán érdemes megjegyezni, hogy a nagy pontosságú fogaskerekek köszörülés előtti megmunkálására igen alkalmas a hámozás, mivel az elhúzódnások korrigálásán kívül optimális eloszlású köszörülési ráhagyást hagy a fogfelületen, ezáltal jelentős köszörűszerszám- és műveleti időmegtakarítást lehet elérni.

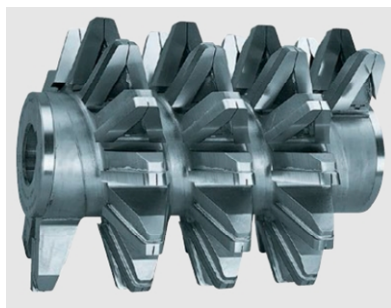
³Az időegység alatt eltávolított forgácsolóanyag



a.) tömör keménycsiga



b.) ragasztott, háromélű lapkás

c.) ragasztott, oldal- és részleges
fejű lapkákkal

d.) rögzített lapkás

5.10. ÁBRA. Hámozócsiga-kivitelezések [34]

5.3.1. A hámozó csigamaró felépítése

A hámozást jellemző kis forgácsvastagság és nagy forgácsszélesség, valamint a szerszám sajátos geometriájából következő jelentős terelőszög következtében a forgácsolóél igénybevétele különlegesen nagy, következésképpen a szerszámél megvalósításához kizárólag keménycsiga, vagy vékonyréteg-bevonatú keménycsiga jöhet szóba. A gyártó az ISO K05–K15 csoportba sorolható keménycsiga-t javasolja.

A szerszámot három kivitelezési formában állítják elő (5.10. ábra):

- tömör keménycsiga szerszám, $m = 4$ mm-ig;
- ragasztott lapkás szerszám, $m = 4$ mm-nél nagyobb modul esetében;
- váltólapkás szerszám, $m = 5$ mm-nél nagyobb modul esetében.

A ragasztott lapka lehet háromélű (5.10b. ábra), azaz egy fogat egy lapka burkol, ha a modul $m = 10$ mm-nél kisebb. Efölött érdemesebb egy fogat két lapkával ellátni, úgy, hogy egy-egy lapka az oldalélet és részben a homlokélet fedje le (5.10c. ábra).

A váltólapkás szerszám felépítési elve azonos a lefejtő csigamaróéval. Ki kell jelteni, hogy ragasztott vagy rögzített váltólapkás csigamaró pontossága mindig kisebb, mint a monolit szerkezetű szerszámé. A gyártástechnológus-mérnök dönt arról, hogy

adott feladat esetében a ragasztott vagy szerelt váltólapkás szerszámok pontossága elegendő-e. A [34] gyártó által szavatolt pontossági osztály, a ragasztott, illetve fel-szorított lapkás szerszámokra az DIN 3968 szerinti AA osztály. Tömör keményfém szerszám esetében az AAA emelt pontossági osztályt is szavatolja (az ehhez tartozó tűrésmezők az AA osztály megfelelő tűrésmezőinek a 75%-át teszik ki).

5.3.2. A hámozás jellemző forgácsolási paraméterei

Hámozás esetén a forgács, a jellemzően nagy terelőszög miatt, jelentős mértékben deformálódik, amíg elválik a fogfelületről. A forgácsolt anyag edzett, ezért a fellépő fajlagos forgácsolóerők nagyok, a hőjelenségek figyelemreméltóak. A tapasztalat alapján, ha a forgácsvastagság túl kicsi, akkor előfordul, hogy a szerszám a felületbe préseli a forgácsolt réteget, ahelyett, hogy azt forgácsba emelné. Ennek alapján az ajánlott fogdalanokénti megmunkálási ráhagyás $a_f = 0,15 \div 0,30$ mm, az $m \in [2, 10]$ mm modul-tartományban. Meg kell jegyeznünk, hogy minél kopottabb a szerszám, annál kevésbé sikeres a forgácskiemelés. A gyártó $h_\alpha = 0,15$ mm hátkopás-határértéket enged meg. Javaslatunk szerint, ha a hátkopás a megmunkálási ráhagyás 30%-át elérte, érdemes a szerszámot újraélezni.

A forgácsolási sebesség fordítottan arányos a modullal és a megmunkált anyag keménységével. Az edzett fogaskerekek keménysége általában az $55 \div 60$ HRC érték-tartományban található. Az $57 \div 58$ HRC keménység esetében az a javaslat, hogy $m = 30$ mm modulra a forgácsolósebesség legnagyobb értéke $v = 36 \frac{\text{m}}{\text{min}}$, míg $m = 2$ mm modulra $v = 110 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ lehet. Az $m = 2$ mm modul-érték alatt a szakirodalom szerint akár $140 \div 160 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ -re is emelhető a forgácsolósebesség. Ebben az esetben viszont fokozottan kell figyelni a szerszámkopás és a forgácsolási hő összefüggésére, mivel igen könnyen elfogadhatatlan szerkezeti változások – kilágyulás, kristálynövekedés – következhetnek be a megmunkált felületen.

62 HRC fölött minden esetben a forgácsolási sebességet $70 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ érték alatt kell tartani.

Az ajánlott tengelyirányú előtolás-érték, nagyoló hámozás esetében $4 \frac{\text{mm}}{\text{darab.ford.}}$, míg simító eljárásra $1,5 \div 2 \frac{\text{mm}}{\text{darab.ford.}}$.

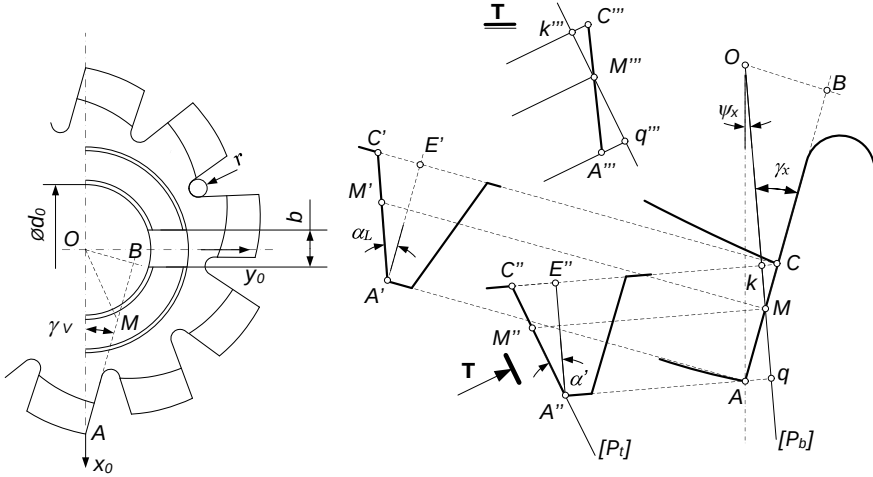
A szerszám éltartamának minél hosszabb ideig való megőrzésére ajánlott, hogy a fogásmélység ne haladja meg az $1,5 \div 2$ mm-t.

5.3.3. A hámozó csigamaró geometriai felépítése

A hámozó csigamaró felépítése és kivitelezése hasonló a klasszikus simító csigamaróéhoz. A különbség abban áll, hogy utóbbinak feltűnően nagy értékű, negatív csúcshátszöge van (5.11. ábra). Ennek az az értelme, hogy az oldaléleken létrehozza a hámozást előidéző negatív terelőszöget.

A csigamaró, amint a 3. fejezetben részletesen elemeztük, akkor a legpontosabb, ha élei evolvens csiga felületére illeszkednek. Következésképpen, a hámozó csigamaró éleit is, kivéve a profilmódosító élszakaszokat, az evolvens csiga felülete és a csavar-homlokfelület metszésvonalaként kell definiálni.

Az evolvens csiga fogának felületeit a (3.215) egyenletekkel írjuk fel. A negatív csúcshomlokszöget adó csavar-homlokfelület egyenleteit a (3.217) egyenlettel hasonló



5.11. ÁBRA. A hámozócsiga-oldalnézete és geometriája

módon vezetjük le, figyelembe véve, hogy ez esetben az alkotóegyenes nem a szerzám z_0 tengelyét metszi, hanem egy $R_a \sin \gamma_V$ sugarú kört érint. Az alkotóegyenes egyenletei, az 5.11. ábra alapján, a következők:

$$\underline{\mathbf{OM}} = \underline{\mathbf{OB}} + \underline{\mathbf{BM}} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x(u_1) \\ y(u_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_a \sin^2 \gamma_V \\ -R_a \sin \gamma_V \cos \gamma_V \end{pmatrix} + u_1 \begin{pmatrix} \cos \gamma_V \\ \sin \gamma_V \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

A homlokl felületet megkapjuk, ha az (5.41) egyenletekkel felírt alkotóra a z_0 tengely körüli bal irányú, p_C menetemelkedésű csavarmozgást kényszerítünk. Egyszerű számítások után a homlokl felület parametrikus egyenletei a következők lesznek:

$$\begin{cases} x(u_1, v_1) = R_a \sin \gamma_V \sin(\gamma_V + v_1) + u_1 \cos(\gamma_V + v_1) \\ y(u_1, v_1) = -R_a \sin \gamma_V \cos(\gamma_V + v_1) + u_1 \sin(\gamma_V + v_1) \\ z(u_1, v_1) = -\frac{p_C}{2\pi} v_1 \end{cases} \quad (5.42)$$

Az első két egyenlet négyzetre emeléséből, majd pedig az $\frac{x(u_1, v_1)}{y(u_1, v_1)}$ kifejtéséből kapjuk a homlokl felület implicit egyenletét:

$$\frac{x_0 R_a \sin \gamma_V + y_0 \sqrt{R_a^2 \sin^2 \gamma_V + x_0^2 + y_0^2}}{y_0 R_a \sin \gamma_V - x_0 \sqrt{R_a^2 \sin^2 \gamma_V + x_0^2 + y_0^2}} + \frac{2\pi}{p_C} z_0 - \gamma_V = 0 \quad (5.43)$$

Az élegyenletek felírására az (3.215) parametrikus koordináta-függvényeket az (5.43) homlokl felület-egyenletbe helyettesítjük be, majd innen kiszámítjuk a $v_1 = v_1(\varphi_1; j)$ kapcsolatfüggvényt. Az élegyenleteket ennek az (3.220)-ba és (3.221)-be való behelyettesítésével kapjuk meg.

Az élegyenletek segítségével tervezzük meg a csigamaró fogának hátfelületeit. Keményfém monolit szerkezet esetében célszerű a hagyományos, hátramunkált geometriát alkalmazni. Amennyiben a csigamaró lapkás kivitelezésű, a lapkát kell az elméleti él köré építeni, majd kiszámítani a támasztófelületek helyzetét.

A hámozó csigamaró oldalélének terelőszögét az 5.11 ábrán szemléltetett közelítő modell alapján számítjuk ki. Feltételezzük, hogy a fő-forgácsolómozgás ez esetben kizárólag a maró helytálló tengely körüli forgásából származik (A csavarhatás figyelembevételével eltértené ugyan az eredő forgácsolósebesség-vektort, de ez elfogadhatóan kevés hibát visz be a terelőszög-számításába, ezért elhanyagoljuk.). Kiinduló geometriai elemként tekintjük a homlokfelületbeli $AC = A'E' = h_\gamma$ profilmagasságot és az α_L ekvivalens profilszögét. Linearizált él esetén az ekvivalens profilszög az él és a tengelyre húzott merőleges által bezárt szög. Amennyiben az él görbe, ekvivalens profilszöggént az élpontokba húzott érintő és az illető pontból a maró tengelyére bocsátott merőleges által bezárt szögek középértékét tekintjük.

Az $\triangle OBM$ és az $\triangle OBA$ háromszögekből felírható az alakos modul tárcsamáróktól ismert kapcsolat:

$$OB = OA \sin \gamma_V = OM \sin \gamma_x \Rightarrow \gamma_x = \arcsin \frac{R_a \sin \gamma_V}{\sqrt{R_a^2 \sin^2 \gamma_V + u_1^2}} \quad (5.44)$$

Az M ponthoz csatolt $[P_b]$ alapsíktól az él C és A pontjainak a távolsága minden, az alapsíkra merőleges nézetben ugyanaz, így felírható, hogy

$$Aq = A'''q'''; Ck = C'''k''' \quad (5.45)$$

Az $\triangle AMq''$ és a $\triangle CMk$ háromszögekből felírható, hogy $h_\gamma \cos \gamma_x = kq$, ezzel pedig:

$$\operatorname{tg} \alpha_L = \frac{C'E'}{A'E'} = \frac{C'E'}{h_\gamma}; \operatorname{tg} \alpha' = \frac{C''E''}{A''E''} = \frac{C'E'}{kq} \quad (5.46)$$

Az (5.46) összefüggésekből, valamint a $\triangle C''E''A''$ és a $\triangle CEA$ derékszögű háromszögekben fennálló $C'E' = C''E''$ egyenlőségből következik, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha_L = \operatorname{tg} \alpha' \cos \gamma_x \quad (5.47)$$

Az $\triangle AMq$ és $\triangle MCK$ illetve az $\triangle A'''M'''q'''$ és $\triangle M'''C'''k'''$ háromszögekből felírható a λ_x és a γ_x szögek közötti kapcsolat:

$$\operatorname{tg} \gamma_x = \frac{Aq + kC}{AC}; \operatorname{tg} \lambda_x = \frac{A'''q''' + k'''C'''}{k'''q'''} \Rightarrow \operatorname{tg} \lambda_x = \frac{\operatorname{tg} \gamma_x}{\cos \alpha'} \quad (5.48)$$

5.4. A FOGKÖSZÖRŰ-SZERSZÁMOK

A hengeres fogaskerekek köszörülése a hajtással szemben támasztott, egyre nagyobb terhelés-, sebesség- és pontosságigények következményeképpen jött létre. Bár a mai vékonyréteg-bevonatok lehetővé teszik az edzett acélok meghatározott élgeometriájú szerszámokkal való megmunkálását, ez a XX. század elején csak köszörűszerszámok használatával történhetett.

Bár a hántolás és a hámozás is eredményes simító megmunkálás, a köszörülés pontosságát egyikük sem éri el. Ennek oka a köszörűgépek nagyobb merevségével s

a köszörülési palástnyomás nagyságrendekkel kisebb értékével magyarázható. Köszörüléssel tehát mindig is pontosabb fogazatot fogunk gyártani, mint simító véséssel, marással, gyalulással, illetve az ezt kiegészítő hámozással vagy hántolással. A köszörüléssel $3 \div 6$ -os pontossági osztályba sorolható fogazatok gyárthatók, míg a határozott élgeometriájú szerszámokkal legfeljebb a 7-es pontossági osztályt érhetjük el⁴.

A fogaskerekek köszörülése, akár a fogazat létrehozása, másolással vagy lefejtéssel lehetséges.

A másolással történő, vagy profilozó köszörülést leginkább az egyenes fogazatokra alkalmazzák. Két, nem szomszédos fogárok ellentétes oldalait két, szimmetrikus profilozású, és közös tengelyre szerelt köszörűkoronggal simítják. A köszörűkorongok profiljának számítása hasonló az alakos modul-tárcsamaró számításához. Számvezérlésű köszörűgépek használata esetében az osztás pontossága kielégítő, viszont a profil fogárokról-fogárokra romlik, a köszörűkorong nem egyenletes kopása miatt. Ezt valamelyest ellensúlyozni lehet az emelt éltartamú, CBN-szemcsebevonatú, profilozott acél- köszörűtárcsa alkalmazásával. A másolás viszont minden esetben alulmarad a legördülésen alapuló lefejtéssel szemben.

A lefejtéses köszörülés az álló egyenessel, illetve a mozgó egyenessel való evolvensképzés elvét követi. A következőkben ezeket a módszereket vizsgáljuk részletesen.

5.4.0.1. A Maag-féle köszörülés és szerszámai. A Maag-féle köszörülés a fogaskerék alapkörének, vagy osztókörének a géptörzshöz mereven kapcsolódó egyenesen való legördítése útján valósul meg (5.12. ábra). Az elvet és a köszörűgépet a kiváló svájci mérnök és feltaláló, Max Maag tervezte és szabadalmaztatta 1916-ban ([73]).

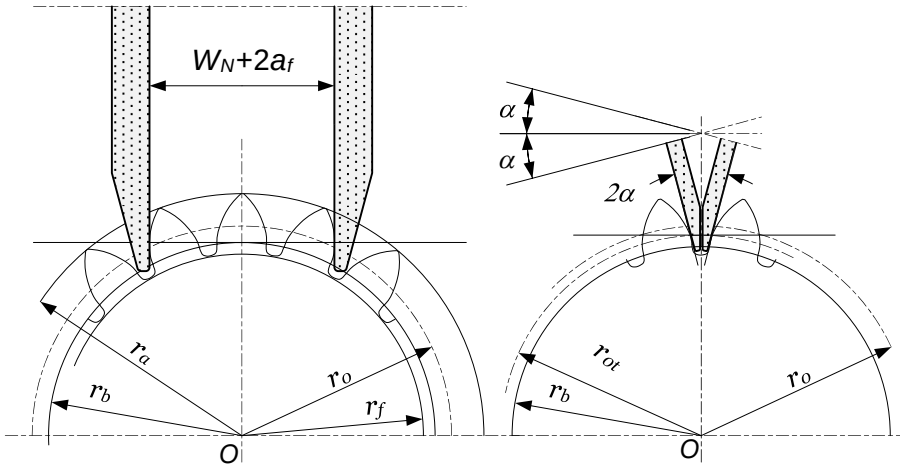
A bal oldali ábrán látható elrendezésben a köszörűtárcsák sík felülete az alapkörig fejti le az evolvenst. Ezt a módszert a nulla fokos Maag-féle köszörülésnek nevezik. A tárcsák közötti távolság, a művelet megkezdésekor, a W_N többfogmért és az oldalankénti a_f köszörülési ráhagyások összege. A tárcsák végzik a fő-forgácsoló, helytálló tengelyű forgómozgást, mialatt a fogaskerék az alapkörével gördül le az alapkört érintő egyenesen; eközben a fogaskeréktartó szán a tengelyével párhuzamos előtolómozgást is végez, hogy a teljes fogszélesség megmunkált legyen.

A köszörűtárcsa alakjának megtervezésekor figyelembe kell venni a fogaskerék esetleges tájolási hibáit is. Emiatt a tárcsa síkfelülete csupán egy keskeny körgyűrűfelület, ahogy az az 5.13. ábrán látható.

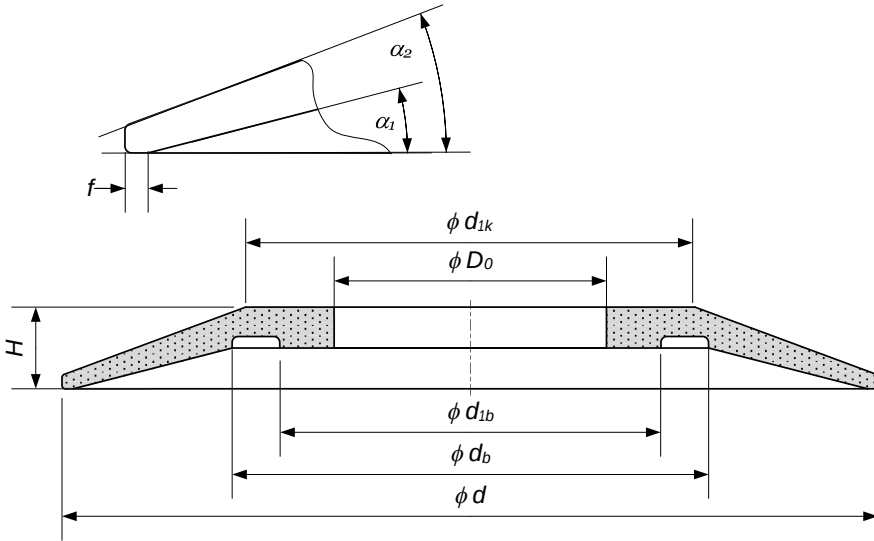
A köszörűkorongot, a modullal arányosan, különböző méretekben készítik. A külső átmérő $ad \in (80, 500)$, a furatátmérő $D_0 \in (20, 203,2)$, míg a korong szélessége a $H \in (15, 100)$ mm-es tartományban található.

A Maag-féle köszörülés másik változata az alapkörnél nagyobb sugarú körön való legördülés elvén valósul meg (5.12. jobb oldali ábra). Ez esetben a két tárcsa dolgozhat ugyanabban a fogárookban, vagy különböző fogárkokban. A legördülő kör ez esetben a gyártási osztókör, amelynek nem kell kötelező módon egybeesnie a fogaskerék osztókörével. A tárcsák síkjai által közrezárt 2α szögnek függvényében $r_0 = \frac{r_b}{\cos 2\alpha}$. A szög általában 15° értékű, így a módszert a 15° -os Maag-féle köszörülésnek nevezik.

⁴Bár léteznek olyan vélemények, hogy a DIN 6-os pontossági osztályát hámozó csigamaró használatával el lehet érni, mint azt az előbbi pontban említettük.



5.12. ÁBRA. A Maag-féle köszörülés elve



5.13. ÁBRA. A Maag-féle köszörűtárcsa főbb méretei

A tárcsák közötti távolságot ez esetben a gyártási osztókörü fogárokra számítjuk ki, amelyből levonjuk a fogoldalankénti ráhagyás által kijelölt szakaszokat:

$$\Delta_0 = g_0 - 2 \frac{a_f}{\cos \alpha} \quad (5.49)$$

A fenti képletben g_0 az r_0 sugarú körön mért fogárok-ív hossz, amelyet az z fogszám és a ξ fajlagos profileltolás függvényében írunk fel:

$$g_0 = 2r_0 \left(\frac{\pi}{2z} - \operatorname{inv} \alpha_0 + \operatorname{inv} \alpha - 2 \frac{\xi}{z} \operatorname{tg} \alpha_0 \right) \quad (5.50)$$

A két köszörülési mód teljesen más mikrogeometriai nyomokat generál a fogfelületen [97]: egyenes fogazat köszörülésekor, a nulla fokos eljárás tengellyel párhuzamos nyomokat generál, míg a 15° -os eljárással két, egymást metsző, kvázi-párhuzamos, keresztácsos küllemű nyomvonal-rendszer jön létre (Kreuzschliff). Ez utóbbi esetben, ha az alámetszés határára terveztük a fogazatot, az alapkör alatti rész élesen elkülönül, mivel itt a nyomvonalak párhuzamosak lesznek.

A korong sík felületét képező körgyűrű és a külső henger-határfelület között $\rho \approx \approx 0,1, 0,5$ mm sugarú lekerekítést alkalmazunk. Ez a köszörülési fogláb gödör, mint erőkoncentrátor létrejöttének meggátolását valamint a korong élettartamának növelését szolgálja.

5.4.0.2. A Niles-féle köszörülés és szerszámjai. A Niles-féle fogköszörülés a fogasléc fogát megvalósító, szimmetrikus köszörűkoronggal valósul meg. A találmányt a Niles AG mérnöke, Paul Uhlich nyújtotta be 1931-ben [98]. A forgácsoló mozgást végző köszörűkorong szánja az asztal síkjára merőlegesen, vagy ezzel, dőlt fogazat megmunkálása esetében, $90^\circ - \beta_0$ szöget bezáró egyenes vonal mentén váltakozó mozgást végez, létrehozván ezáltal a megmunkált kerékkel kapcsolódó lécc fogát. A fogaskerék osztókörre a lécc gördülővonalán gördül le. Afogárok megmunkálása után az osztás következik. A megmunkálás, akár a Maag-féle lefejtés esetében, szakaszos, gördülő illetve osztó fázisok sorozatából áll. A gördülési táv és a lécc-kerék távolság fajlagos profileltólástól függő beállítása után a szerszámgép, egyetlen fogárok megköszörülésére, a következő fázissorozatot valósítja meg:

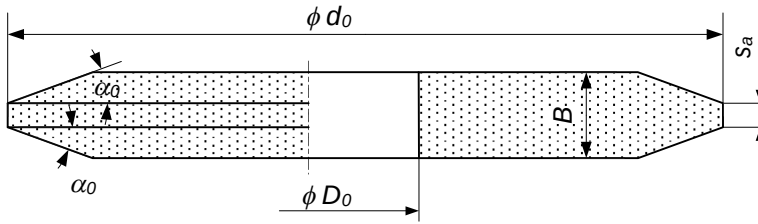
- bal profil köszörülése;
- túlfutás $\Delta_s = 5 \div 7$ mm értékkel;
- visszafutás a Δ_s -sel, és gördülés nélküli ráfutás, Δ_f értékkel a bal profilra – ez 4-6 löketet vesz igénybe forgácsolás nélkül;
- jobb profil köszörülése;
- kigördülés, osztás, ráfutás;

A kettős kúpos köszörűtárcsának vastagságát a csúcstól mért $1,05 \div 1,1 m_n$ távolságon állítják be, úgy, hogy a fogárok-vastagságnál vékonyabb legyen a ráfutás értékével, tehát felírható, hogy:

$$s_{0k} = \frac{\pi m}{2} - 2m\xi \operatorname{tg} \alpha_0 - \Delta_f \quad (5.51)$$

A köszörűtárcsa főbb konstruktív elemeit az 5.14. ábrán szemléltettük.

5.4.0.3. A Reishauer-féle köszörülés és szerszámjai. A Reishauer-féle köszörülés evolvens csiga alakú köszörűkorong és fogaskerék kapcsolódásának elvén alapszik. A módszer felfedezője Alfred Rickermann a „Reishauer AG” cég mérnöke, aki 1953-ban nyújtja be szabadalmát [93].



5.14. ÁBRA. A Niles-féle köszörútárcsa főbb méretei

A köszörűszerszám több bekezdésű evolvens csiga, a bekezdések száma legtöbb 9 lehet. Az 5.15. ábrán egy három bekezdésű evolvens csiga alakú köszörűkorong főbb méreteit szemléltettük. A köszörűkorongok átmérője, hossza és furata szerszámgépfüggő. A jelenleg leggyakrabban előforduló gépek és méretek a 3. táblázatban vannak összefoglalva [8]:

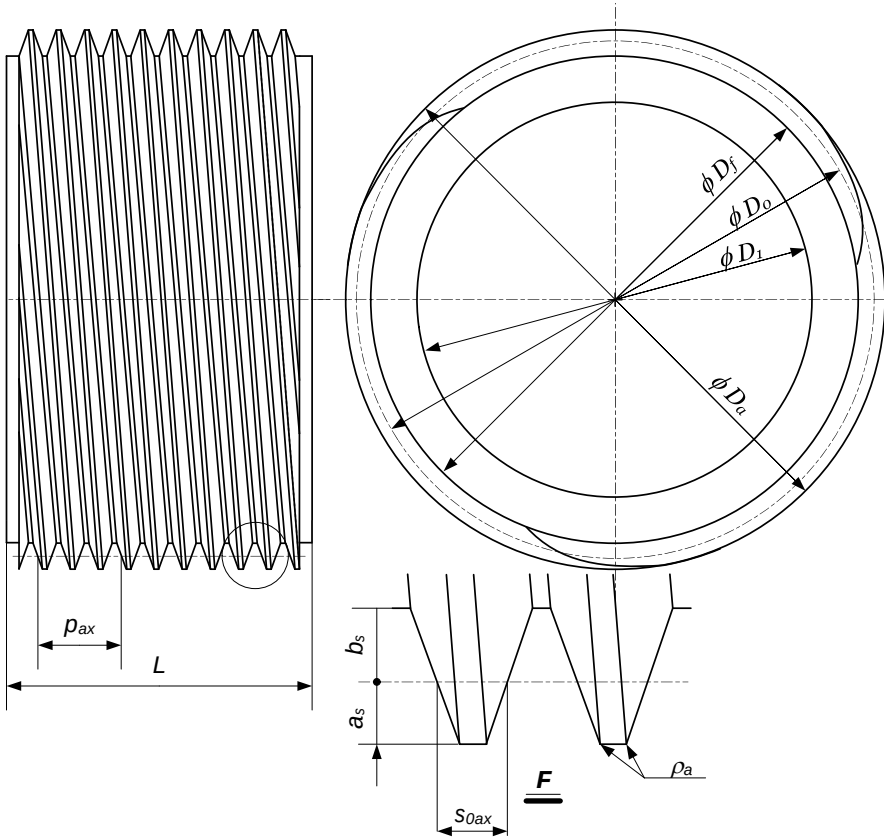
Sorszám	Szerszámgép	$D_a \times L \times D_1$	v_{max}
1.	Gleason 300 TWG	220 x 180 x 90	63
2.	Gleason 160 TWG	240 x 125 x 120	63
3.	Liebherr LCS	195 x 200 x 90	63
4.	Liebherr LCS	240 x 230 x 90	63
5.	Kapp KX300P	280 x 160 x 115	63
6.	Kapp KX300P	320 x 125 x 115	63
7.	Reishauer RZ150	275 x 125 x 160	75
8.	Reishauer RZ400/RZ303	300 x 125/140 x 160	80

3. TÁBLÁZAT. A Reishauer-féle köszörűcsigák főbb méretei

A profil magassága $2,35m_n$, ami az $a_s = 1,1m_n$ és a $b_s = 1,25m_n$ fogfej- illetve foglábmagasságok összegéből adódik.

A köszörűcsiga profilozását az R_b alaphenger két, párhuzamos érintősíkjában, a tengellyel $90^\circ - \lambda_b$ szöget bezáró egyenes vonalú pályán mozgó gyémánthegekkel végzik. A csigát nulla profileltolású ferde fogú fogaskerékként kell tekinteni, akár a csigamaró származtató csigáját, azzal a különbséggel, hogy a köszörült fogaskerék hajtásbeli j_n normálirányú működési hézagát figyelembe kell vennünk.

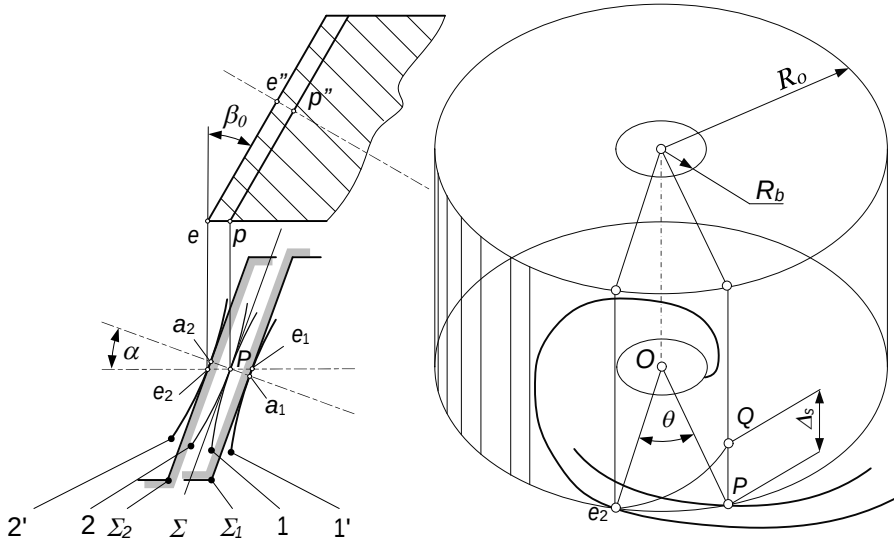
A gördülő működési hézag vagy más néven holtjáték (jelölése j_c), az osztókörön mért legördülési ív, amelynek méretét a hajtópár egyik tagjának azon mértékű elfordulása adja, amely megfelel a terheletlen állapotban végzett profilérintkezés átvitelének egyik fogoldalról a másikra, anélkül, hogy az ellenkerék mozdulna. Nulla holtjáték esetében a hajtópár kapcsolása kétoldali, azaz a kapcsolódó fog mindkét oldala érintkezik az ellenkerék megfelelő fogárok-felületeivel. A szerelési, gyártási és működési



5.15. ÁBRA. A Reishauer-féle köszörűszerszám főbb méretei

(a kihajlási és hőtágulási) hibák kompenzálása végett célszerű a fogaskerék fogárcát, *a fajlagos profileltolás alapján kiszámított értéknél nagyobbra* méretezni. Ennélfogva, a valós hajtás görbülőköri fogvastagsága is kisebb lesz, mint az ellenkerék megfelelő fogárok-íve. Figyelembe véve, hogy az általános fogazás [97] változatlan fogszámarány mellett végtelen osztóköri fogvastagságot tesz lehetővé, a működési hézagot a fogaskerék fogasléccel való kapcsolódása alapján definiáljuk. A geometriai összefüggéseket az 5.16. ábra alapján írhatjuk fel.

Tekintsük az ábra bal oldalán, a P főpontban elméleti kapcsolódásban levő (1)-es és (2)-es evolvens profilokat, melyek közé matematikai modellként beírhatjuk a közös származtató lécc Σ profilját. A gyakorlatban a hézag úgy keletkezik, hogy az 1-es kereket fogazó lécc Σ_1 -es származtató profilja Pe_1 -gyel, a 2-es kereket fogazó lécc Σ_2 profilja pedig Pe_2 -vel van eltolva, mindkét esetben az anyag irányába, aminek következtében (1) helyett az (1')-et, a (2)-es helyett pedig a (2')-et generálják. Ez úgy történik, hogy a lécc osztóvonalai fogvastagsága az osztás felénél *a görbülő működési*



5.16. ÁBRA. A Reishauer-féle köszörűszerszám fogvastagságának beállítása

hézag felével nagyobb:

$$e_2 P = P e_1 = \frac{j_c}{2} \rightarrow s_0 = \frac{\pi m}{2} + \frac{j_c}{2} \quad (5.52)$$

Az adott helyzetben az (1') profil a_1 -ben, a (2') pedig a_2 -ben érintkezik a Σ_1 , illetve a Σ_2 származtató profillal.

Az ábrából egyértelműen következtethető, hogy a normál működési hézag az evolvensgörbék közötti, ezek közös merőlegese mentén, azaz a kapcsolóvonalon mért távolság, tehát az $a_1 a_2$ szakasz:

$$a_1 a_2 = e_1 e_2 \cos \alpha \Leftrightarrow j_n = j_c \cos \alpha \quad (5.53)$$

A működési hézagot a hajtás terhelése, pontossága és sebessége függvényében adják meg. A működési hézagot annál nagyobbra tervezzük, minél nagyobb a terhelés. Nulla működési hézag gyakorlatilag nem létezik. A klasszikus, mechanikus mérőműszerek szerkezeteiben is hézaggal gyártott fogaskerék-hajtások működnek – itt spirálrugó biztosítja az egyoldali kapcsolódást. A hézag értékeire vonatkozó előírásokat az AGMA 236.04 amerikai⁵, a DIN 3967 német illetve az ISO TR 10064-2:1996 nemzetközi szabványok tartalmazzák. Ferde fogazatú fogaskerekek esetében a normálirányú szabványértékeket át kell vinni a lécháladási irányára (a homloksíkba). Az ábrából könnyen kikövetkeztethető, hogy a lécháladási irányában definiált gördülési hézagnak az $e'' p''$ szakasz felel meg, így a homloksíkbeli gördülő működési hézag értéke a következő lesz:

⁵Az ANSI/AGMA 2002 B88 szabványt a 2016-ban kibocsátott ANSI/AGMA 2002-C16 helyettesíti.

$$e_2P = \frac{e''p''}{\cos \beta_0} \Leftrightarrow j_{ct} = \frac{j_n}{\cos \alpha_n \cos \beta_0} \quad (5.54)$$

Megjegyezzük, hogy az e_2P szakasz a gördülő működési hézag felét teszi ki.

A Reishauer-féle köszörűszerszámot z_k bekezdésű evolvens csigaként definiálunk, amelynek számítását a köszörűgép típusa szerint megadott D_a külső átmérőtől indítjuk. A becsült osztó kör-átmérő

$$D_0 = D_a - 2 \cdot 1,1m_n \quad (5.55)$$

amivel az osztóhengeri csavarvonal-dőlésszög

$$\lambda_0 = \frac{z_k p_n}{\pi D_0} = \frac{z_k m_n}{\pi D_0} \quad (5.56)$$

A tengelyirányú menetemelkedést az ismert $p_{ax} = \frac{\pi m_n z_k}{\cos \lambda_0}$ képlettel számítjuk ki. Ez esetben nem szükséges a p_{ax} értéket korrigálni, mint a csigamarók esetében, mivel a profilozás a köszörűgépen, numerikus vezérléssel történik.

A λ_0 és a D_0 értékek ismeretében kiszámítjuk a csiga homlokszelvényi m_t modulját, α_{0t} kapcsolószögét R_b , alapkörsugarát és λ_b alaphengeri csavarvonal-dőlésszögét. A homlokszelvénybeli fogvastagság (5.16. jobboldali ábra) értelemszerűen az e_2P ívvel kell hosszabb legyen, mint az osztás fele, amit az (5.54) képlettel számítottunk, figyelembe véve, hogy $\lambda_0 + \beta_0 = \frac{\pi}{2}$. A csiga fogának tengelyirányú s_{0ax} vastagságát az e_2 -ből induló csavarvonal θ központi szögére eső Δ_s emelkedésével növeljük, így felírható, hogy:

$$s_{0ax} = \left(\frac{\pi m_t}{2} + \frac{j_n}{2 \cos \alpha_n \sin \lambda_0} \right) \operatorname{tg} \lambda_0 \quad (5.57)$$

A csiga átmérője az utánélezésekkel csökken, aminek következtében az osztókörü dőlésszög változik, tehát a csigát újra kell generálni.

A. FÜGGELÉK

A forgácsoló szerszámok geometriája

A forgácsolás bonyolult – sokszor nem eléggé ismert – fizikai és vegyi folyamatok összessége, melyek a szerszám forgácsolóék és a munkadarab anyaga között létrejött kölcsönhatás okozataként jelentkeznek. A folyamatot befolyásoló tényezőket a következőképpen csoportosíthatjuk:

- *anyagjellemzők*: a szerszám és a munkadarab anyagának szakítószilárdsága, szívóssági tényezője, felületi mikrokeménysége, a munkadarab kristályosodási rendszere stb.;
- *folymatjellemzők*: fogásmélység, előtolás, vágósebesség;
- *szerszámgeometria*: homlokszög, hátszög, terelőszög, él-elhelyezési szög, ékszög, csúcssugár.

A szerszámgeometria a szerszám dolgozó részének – a forgácsolóéknak – az alakját, valamint ennek a munkadarabhoz viszonyított helyzetét határozza meg. A forgácsolóék és a szerszámél helyzetét szögekkel adjuk meg, melyeknek összessége alkotja a szerszám geometriáját.

Szerszámtani szempontból két geometriát tartunk nyilván: a konstruktív, valamint a működő geometriát. A konstruktív geometriát a fő forgácsolósebesség-vektor tartóegyenésére épített koordináta-rendszerben, a *konstruktív rendszerben* adjuk meg. A szerszám tervezése során a dolgozó rész alakját és méreteit a konstruktív geometria alapján számoljuk. A működő élgeometria a valós forgácsolási folyamat során keletkező forgácsolási szögeket jelenti, amelyek a folyamat fő meghatározói lesznek. Ezt a geometriát az előbbihez hasonlóan definiáljuk, de a működő koordináta-rendszerhez viszonyítjuk. A működő koordináta-rendszert a működő forgácsolósebesség-vektor tartóegyenésére építjük. A működő (vagy valós) forgácsolósebesség a fő forgácsolósebesség-vektor és az összes előtolási sebességvektor eredője. Egyszerű megmunkálások esetében (esztergálás, marás) a működő forgácsolósebesség összetevői viszonylag könnyen azonosíthatók. Bonyolultabb megmunkálások esetében (fogaskerék-lefejtés) ez korántsem egyszerű feladat. Minden esetben viszont, akár egyszerű, akár bonyolult, ismernünk kell a szerszámnak a munkadarabhoz viszonyított relatív mozgását. Ezt felhasználva, kimondhatjuk, hogy *a működő vagy valós forgácsolósebesség a szerszámnak a munkadarabhoz viszonyított relatív sebessége*. Nyilvánvaló, hogy az előbbi definíció alapján a szerszám minden élpontjában más lesz a forgácsolósebesség-vektor, így a működő koordináta-rendszer helyzete is pontról pontra változni fog (akár a Frenet-féle rendszer, csak más szabályok alapján). Jelen függelék egy általános vektoriális élgeometria-számítási módszert mutat be, a következő szerkezetben:

- a konstruktív szögek számítása;
- A működő geometria számítása;
- A konstruktív és működő élgeometria közötti összefüggések.

A.1. A SZERSZÁM KONSTRUKTÍV GEOMETRIÁJA

A konstruktív geometria tervezésekor a szerszám és a munkadarab relatív helyzetét ideálisnak (tájéolási hibáktól mentesnek) tekintjük. A forgácsolósebesség-vektor irányát a fő-forgácsolósebesség-összetevő irányával megegyezőnek vesszük, tehát az előtolási sebességtől eltekintünk.

A.1.1. Az alkalmazott koordináta-rendszerek

A konstruktív geometria elemzéséhez három koordináta-rendszert használunk:

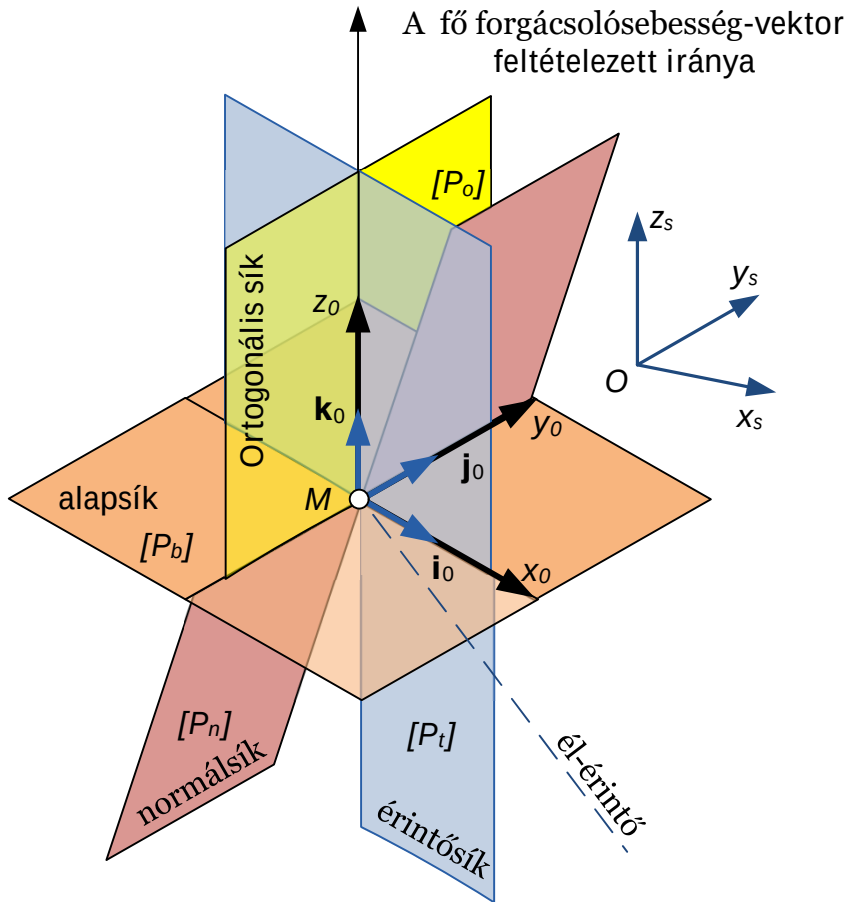
- a szerszám koordináta-rendszert;
- a munkadarab koordináta-rendszert;
- a konstruktív koordináta-rendszert.

A szerszám koordináta-rendszere mindig a szerszám befogó részéhez kötött. Helyzetét a befogórész sajátosságai alapján választjuk meg. A gyakorlatban száras rögzítésű, illetve furatos rögzítésű szerszámokat különböztetünk meg. A száras szerszámok befogórésze hasáb, körhenger vagy körkúp. A furatos szerszámok befogó felülete mindig forgásfelület, általában henger-, ritkábban kúpfelület. Ezen sajátosságokat felhasználva, a szerszám koordináta-rendszerét mindig úgy tájoljuk, hogy az egyik koordinátatengely a befogórész szimmetriatengelye legyen – ha van ilyen. Hasáb alakú befogórész esetében a kérdéses tengely a hasáb oldalélével párhuzamos. Bonyolultabb felépítésű marófejek (Arkhimédész-féle spirális vezérgörbájű hengeres fogazatok, körív-kúpfogazatok, eloid fogazatok marófejei) betétkései esetében a kérdéses tengely a hasáb referencia-oldalával párhuzamos. A fennmaradt két tengelyt úgy állítjuk be, hogy a számításokat a lehető legjobban egyszerűsítse.

A munkadarabhoz kötött koordináta-rendszer megválasztásánál figyelembe vesszük a forgácsolási megmunkálás típusát, illetve a műveletet biztosító szerszámgépet. A munkadarabhoz kötött koordináta-rendszer tájolásánál ugyancsak a számítások lehető legnagyobb fokú egyszerűsítésére törekszünk. A konstruktív koordináta-rendszert a szerszámél tetszőleges M pontjában határozzuk meg (A.1. ábra). A szerszám és a munkadarab feltételezett relatív helyzete már a tervezéskor ismert, ezért a munkadarab koordináta-rendszerét itt nem tüntettük fel. Az egyszerűség kedvéért a szerszámot a hozzá mereven csatolt $Ox_s y_s z_s$ koordináta-rendszerrel tüntetjük fel. A fő forgácsolóél tetszőlegesen választott M pontjában meghatározzuk a fő forgácsolósebesség-vektor koordinátáit a szerszám koordináta-rendszeréhez viszonyítva. Ezáltal a konstruktív koordináta-rendszer *alapsíkját* tájoltuk be, mivel:

A *konstruktív alapsík* az a koordinátasík, amely tartalmazza a szerszámél választott pontját, és merőleges a feltételezett fő forgácsolósebesség irányára.

Továbbá ismertnek tekintjük a homloklfelület és a hátfelület egyenleteit, így a forgácsolóél bármely pontjában kiszámíthatjuk az élgörbe érintővektorának koordinátáit. A fő forgácsolósebesség-vektor és az él-érintővektor tartóegyeneseire épül a konstruktív koordináta-rendszer *érintősíkj*a.



A.1. ÁBRA. A konstruktív koordináta-rendszer felépítése

Az *érintősík* magában foglalja a forgácsolóél választott pontbeli érintőjét, és merőleges az alapsíkra.

E két sík meghatározása után a harmadikat, az *ortogonalis síkot* a következőképpen definiáljuk: az *ortogonalis sík* tartalmazza a forgácsolóél választott pontját, és merőleges az alap-, illetve az érintősíkra. Az ortogonalis síkban értelmezzük a forgácsolóél alapsíkhöz, illetve érintősíkhöz viszonyított helyzetét a homlok-, illetve a hátszög segítségével, valamint terjedelmét, az ékszög által.

A forgácsolóél helyzetét és terjedelmét bizonyos esetekben a *normálsíkban* definiáljuk. Adott esetekben ez a szerszámgeometria optimalizálására felírt matematikai modelleket egyszerűsítheti. A normálsík – amint a differenciálgeometriából ismert – a forgácsolóél vizsgált pontbeli érintőjére merőleges sík.

A.1.2. A konstruktív koordináta-rendszer bázisvektorai

A konstruktív koordináta-rendszer bázisvektorait a szerszámhoz, vagy a munkadarabhoz kötött koordináta-rendszerben írjuk fel. Feltételezzük, hogy a szerszám koordináta-rendszerében ismertek a homlokfelület és a hátfelület egyenletei. A felületek egyenleteit akár implicit, akár parametrikus formában adhatjuk meg. A forgácsolóél-görbe egyenleteinek felírása lényegesen egyszerűsödik, ha a szóban forgó két felület közül az egyiket parametrikus, a másikat pedig implicit formában adjuk meg. Jelen elméleti levezetés során a hátfelület egyenleteit parametrikus alakban, a homlokfelület egyenletét pedig implicit alakban használjuk.

Legyen a hátfelület

$$[A_\alpha]: \begin{cases} x_s = f(u, v) \\ y_s = g(u, v) \\ z_s = h(u, v) \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

a homlokfelület pedig

$$[A_\gamma]: F(x_s, y_s, z_s) = 0 \quad (\text{A.2})$$

A forgácsolóél parametrikus egyenleteit a hátfelület-koordináták u, v paraméterei közötti kapcsolatból állítjuk elő, az (A.1) és az (A.2) egyenletekből:

$$F(f(u, v), g(u, v), h(u, v)) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Az (A.3) egyenletből feltételezhetően kifejezhető az egyik paraméter a másik függvényében, tehát felírható, hogy $u = \psi(v)$, vagy $v = \psi^{-1}(u)$.

A szerszámél parametrikus egyenleteit úgy írjuk fel, hogy valamelyik kifejezést az előbbiekből a parametrikus alakban megadott felület egyenleteibe helyettesítjük, jelen esetben az (A.1) egyenletekbe:

$$[T]: \begin{cases} x_s = f(u, \psi^{-1}(u)) \\ y_s = g(u, \psi^{-1}(u)) \\ z_s = h(u, \psi^{-1}(u)) \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Amennyiben nem sikerül az u és v paraméterek között analitikus összefüggést találni, akkor az egyik paramétert –legyen az u – a szerszámél terjedelmének megfelelő intervallumon n pontra diszkrétizáljuk, és mindegyikre megoldjuk az (A.3) egyenletet. Az így kapott $(u_i, v_i)_{i=1, \dots, n}$ értékpárokat helyettesítjük a parametrikus alakban megadott felületegyenletekbe, és ezáltal a szerszámélet n elemű ponthalmazként határoztuk meg. Ha a felosztás megfelelően sűrű, akkor az élgörbe érintője helyettesíthető a két egymás után következő pontot összekötő szakasszal. Ha az élgörbe parametrikus alakja felírható, akkor ennek adott pontjában az érintővektor koordinátáit az (A.4) egyenletek deriválásával kapjuk:

$$\tau = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{dv}{du} \\ \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{\partial g}{\partial v} \frac{dv}{du} \\ \frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial h}{\partial v} \frac{dv}{du} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

A fenti vektorkoordináták számításakor, az (A.5) kifejezésekben a parciális deriváltakban szereplő v paramétert be kell helyettesíteni a $v=\psi^{-1}(u)$ paraméterek közötti kapcsolatfüggvénnyel, majd ezt deriválni kell u szerint, hogy a dv/du kifejezést is számítani tudjuk. Emlékezzünk, hogy az (A.5) kifejezéssel megadott vektorkoordináták a szerszám koordináta-rendszerében vannak felírva, amelyben a fő forgácsolósebesség-vektor irányát is megadjuk.

A konstruktív koordináta-rendszer bázis-egységvektorait a fő forgácsolósebesség-vektor és forgácsolóél-érintővektor segítségével határozzuk meg.

Legyen a fő forgácsolósebesség-vektor irány-egységvektora $\mathbf{k}_0$ (ezt mindig az adott megmunkálás sajátos geometriája alapján írjuk fel):

$$\mathbf{k}_0 = \gamma_1 \mathbf{i}_s + \gamma_2 \mathbf{j}_s + \gamma_3 \mathbf{k}_s \quad (\text{A.6})$$

A fő forgácsolósebesség-vektor egymagában határozza meg a konstruktív koordináta-rendszer alapsíkját a választott élpontban, mivel a konstruktív alapsík normál-egységvektora.

A konstruktív érintősík normál-egységvektora $\mathbf{j}_0$. Mivel az érintősík merőleges az alapsíkra és tartalmazza a forgácsolóél vizsgált pontbeli érintőjét, kijelenthető, hogy a $\mathbf{k}_0$ és $\boldsymbol{\tau}$ vektorokra épül, tehát normál-egységvektora e két vektor vektorszorzataként fejezhető ki:

$$\mathbf{j}_0 = \mathbf{k}_0 \times \boldsymbol{\tau} = \beta_1 \mathbf{i}_s + \beta_2 \mathbf{j}_s + \beta_3 \mathbf{k}_s \quad (\text{A.7})$$

A vektorszorzatban a sorrend jelentőséggel bír. Ügyeljünk arra, hogy $\mathbf{j}_0$ az érintősík által meghatározott azon féltérbe essen, amelyben a forgácsolóék is fellelhetők, ne a forgácsolóéken kívül. Ez a későbbi számítások során sok előjelproblémát kiküszöböl.

Az ortogonális sík normál-egységvektora $\mathbf{i}_0$, melyet úgy tájolunk, hogy a konstruktív koordináta-rendszer bázisa jobbsodrású legyen, vagyis

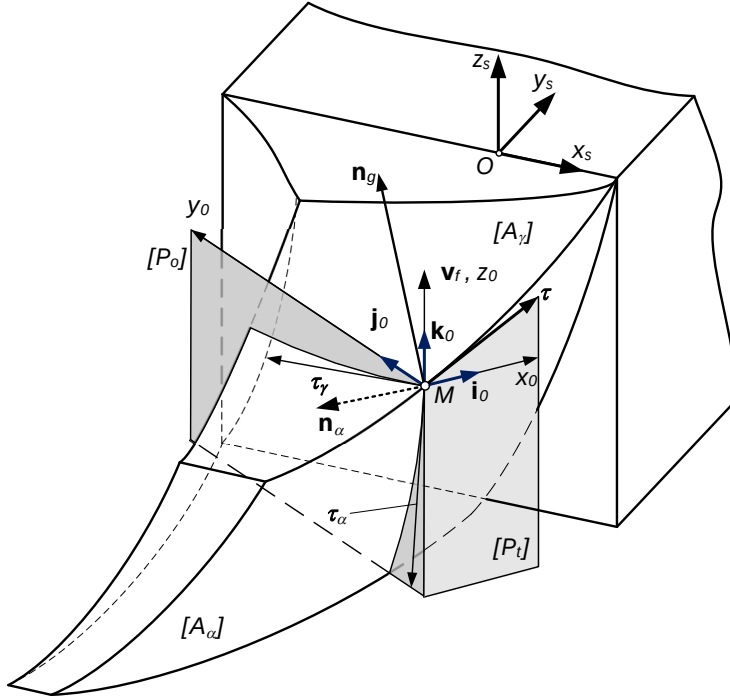
$$\mathbf{i}_0 = \mathbf{j}_0 \times \mathbf{k}_0 = \alpha_1 \mathbf{i}_s + \alpha_2 \mathbf{j}_s + \alpha_3 \mathbf{k}_s \quad (\text{A.8})$$

Az (A.6), (A.7) és (A.8) képletekkel kiszámított bázisvektorok ismeretében felírjuk a konstruktív koordináta-rendszer és a szerszám koordináta-rendszere közötti transzformáció homogén mátrixát:

$$\mathbf{M}_{s0} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & x_s^{(M)} \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & y_s^{(M)} \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & z_s^{(M)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

A.1.3. A forgácsolóék és a konstruktív koordináta-rendszer kölcsönös helyzete

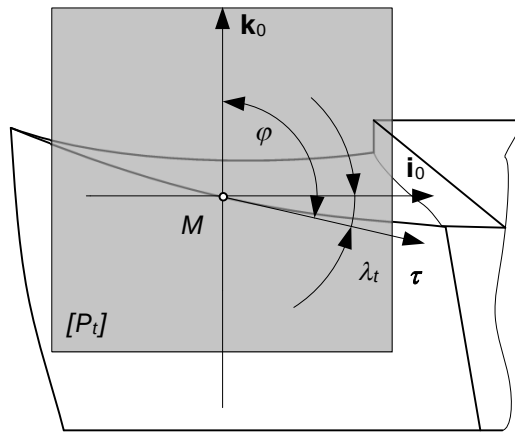
A konstruktív geometria a forgácsolóék és a koordináta-rendszer kölcsönös helyzetéből határozható meg. Tekintsük az A.2. ábrán szemléltetett elemi forgácsolóéket, amelynek lényeges elemei az $[A_\gamma]$ homlokfelület és az $[A_\alpha]$ hátfelület. E két felület metszészvonala a forgácsolóél, amelynek tetszőleges M pontjában ismerjük a fő forgácsolósebesség-vektor feltételezett irányát. A konstruktív koordináta-rendszer $[P_o]$ ortogonális síkja és a homlokfelület metszésgörbéjének M pontbeli érintővektora $\boldsymbol{\tau}_\gamma$.



A.2. ÁBRA. A konstruktív koordináta-rendszer és a forgácsolóék kölcsönös helyzete

Hasonlóképpen, az ortogonális sík és a hátfelület metszésgörbéjének M pontbeli érintővektora τ_α . A számítások egyszerűsítése érdekében ügyelnünk kell az érintővektorok irányítására, tehát mindkettőt a forgácsolóék felé kell tájolni. A geometria számításához szükségünk van a homlokfelület és a hátfelület M pontbeli normálvektoraira, melyeket $\mathbf{n}_\gamma$, illetve $\mathbf{n}_\alpha$ jelöl. Itt is be kell tartanunk az irányításra vonatkozó szabályokat. A homlokfelület normálisa a homlokfelületből kifelé irányított, míg a hátfelület normálisa a forgácsolóék felé.

Kiemelt figyelmet kell fordítani a forgácsolóél érintővektorának irányítására is. Az A.2. ábrán feltüntetett irányítást kell betartani, vagyis – minden esetben – a τ az élcúctól az él tőpontja felé irányított. Az (A.4) parametrikus egyenletekkel felírt vektorkoordináták adják meg az érintővektor irányítását. A deriválás geometriai értelmezéséből adódik, hogy az érintővektor irányítását a görbe paraméterét növelő bejárési irány adja meg. Tehát, ha az élcúcsban a paraméter értéke a legkisebb az élgörbe-szakasznak megfelelő intervallumon, akkor az érintővektor irányítása az élcúctól az él-tő felé adott, így a jelen geometriai modell számára megfelelő. Ellenkező esetben az (A.4) vektorkoordinátákat -1 -gyel kell szorozni, hogy megvalósuljon az érintővektor irányítása az élcúctól az él tőpontja felé.



A.3. ÁBRA. A terelőszöget meghatározó vektorok

A.1.4. A konstruktív szögek számítási képletei

A.1.4.1. *A konstruktív terelőszög számítása.* Tekintsük az A.3. ábrát, amely az A.2. ábrán szemléltetett konstruktív koordináta-rendszer érintősját szemlélteti. Ebben az alábbi három vektor látható:

- $\mathbf{k}_0$, az alapsík normál-egységvektora;
- $\boldsymbol{\tau}$, a forgácsolóél érintővektora;
- $\mathbf{i}_0$, az ortogonális sík normál-egységvektora.

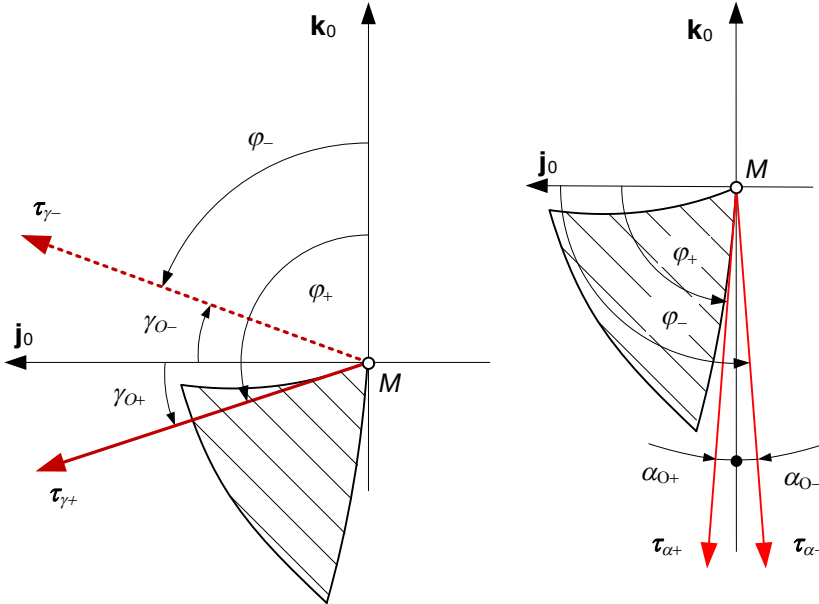
A forgácsolás elméletéből ismert, hogy a terelőszög az él adott pontbeli érintővektorának az alapsíkkal bezárt szöge. Mivel az alapsík merőleges az érintőt tartalmazó érintősíkra, a keresett szög az alapsík és az érintősík metszésvonala, valamint az érintővektor által bezárt szög lesz. Ezt könnyen ki lehet fejezni a $\boldsymbol{\tau}$ és a $\mathbf{i}_0$ vektorok skalárszorzatával.

A terelőszögnek előjeles értelme is van: pozitív, ha az élcsúcs az alapsík fölött helyezkedik el, és negatív ellenkező esetben. A terelőszög gyakorlati abszolút értékei a $(0^\circ \div 15^\circ)$ intervallumban vannak, így a skalárszorzatból kifejezett koszinuszfüggvény értéke minden esetben pozitív lenne, és nem utalna a terelőszög előjelére. Ha viszont a $\mathbf{k}_0$ és $\boldsymbol{\tau}$ vektorok kölcsönös helyzetét vizsgáljuk, könnyen megállapíthatjuk, hogy a közéjük zárt φ szög pozitív terelőszög esetén nagyobb, negatív terelőszög esetén pedig kisebb, mint egy derékszög, tehát a koszinusza előjelt vált. Ezt kihasználva felírjuk, hogy

$$\varphi - \lambda_{t+} = \frac{\pi}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad \cos \varphi = -\sin \lambda_t,$$

és ezzel, a skalárszorzat tulajdonságait kihasználva kapjuk a terelőszög képletét:

$$\lambda_t = -\arcsin \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \boldsymbol{\tau}}{|\mathbf{k}_0| |\boldsymbol{\tau}|} \quad (\text{A.10})$$



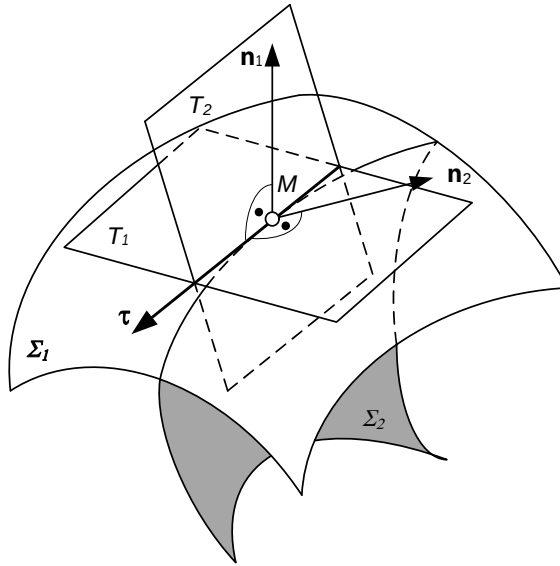
A.4. ÁBRA. Az ortogonális homlok- és hátszög meghatározó vektorai

A.1.4.2. A konstruktív ortogonális homlokszög. A konstruktív ortogonális homlokszög a homlokl felület és az alapsík ortogonális síkbeli nyomvonalai által közrezárt szög. A konstruktív jelző a vizsgálathoz felhasznált vonatkoztatási rendszer definíciójából adódik. A számításhoz az ortogonális síkban helyezkedő vektorokat használjuk fel. Tekintsük az A.4. ábrán látható bal oldali szelvényt. Figyeljük meg, hogy a forgácsolók és az ortogonális sík metszésgörbéjéhez a vizsgált pontban húzott τ_γ érintővektor és a j_0 vektor által közrezárt szög a konstruktív homlokszög. A homlokszögnek is van előjele. Amennyiben a homlokl felület az alapsík alatt helyezkedik el, a homlokszög pozitív, ha pedig az alapsík fölé emelkedik, akkor negatív. Figyelembe véve a homlokszög gyakorlati értékeinek tartományát $-5^\circ \leq \gamma_o \leq 25^\circ$, ugyanaz a helyzet áll elő, mint a terelőszög számítása esetében: a homlokszöget közrezáró vektorok skaláris szorzatából nem lehet meghatározni az előjelt. Ha a τ_γ érintővektort a k_0 vektorhoz viszonyítjuk, akkor megfigyelhetjük, hogy pozitív homlokszög esetén e két vektor közötti szög nagyobb, mint egy derékszög, ha pedig a homlokszög negatív, akkor a metszésgörbe érintője a j_0 fölé kerül (ezt szaggatott vonallal ábrázoltuk), akkor a derékszögnél kisebb. Tehát e két vektor skaláris szorzata előjelt változtat a homlokszög előjelének függvényében. Jelöljük a τ_γ és a k_0 vektorok közötti szöget φ_γ -val. Az ábra alapján felírható, hogy

$$\varphi_\gamma = \frac{\pi}{2} + \gamma_0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos \varphi_\gamma = -\sin \gamma_0$$

A skalárszorzatot felhasználva kifejezzük az ortogonális homlokszöget:

$$\gamma_0 = -\arcsin \frac{\tau_\gamma \cdot k_0}{|\tau_\gamma| |k_0|} \quad (\text{A.11})$$



A.5. ÁBRA. A metszésgörbe érintője

A továbbiakban a metszésgörbe érintőjét az egymást metsző felületek normálvektori segítségével írjuk fel. Tekintsük az A.5. ábrán látható, egymást metsző Σ_1 és Σ_2 felületeket, ezek metszésgörbéjét, a metszésgörbe tetszőleges pontjában felvett τ érintővektort, valamint a két felületnek a vizsgált ponthoz tartozó, T_1 és T_2 érintősíkjaikat. A felület adott pontján áthaladó összes felületi görbe érintője az érintősíkban van, tehát $\tau \in T_1$ és $\tau \in T_2$. Másrészt a felületek normális vektorai merőlegesek az érintősíkokra, így $\mathbf{n}_i \perp T_i$, $i = \overline{1,2}$.

Ismert térmértani tulajdonsága egy, adott síkra merőleges egyenesnek, hogy minden, a dőfsponton áthaladó síkbeli egyenesre merőleges. Ebből kifolyólag a τ érintővektorra mind $\mathbf{n}_1$, mind $\mathbf{n}_2$ merőleges. Figyelembe véve a vektoriális szorzat szabályát, a keresett érintővektor a két normális vektor vektoriális szorzataként írható fel. Az elkövetkezőkre való tekintettel érdemes megjegyezni, hogy két felület metszésgörbéjének adott pontjában húzott érintővektor a két felület illető pontbeli normálvektorainak vektoriális szorzataként fejezhető ki, tehát, az A.5. ábrán szemléltetett geometriai elemekre érvényes a

$$\tau = \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1$$

összefüggés.

A homlokfelületi metszésgörbe érintőjének felírására az előbbi összefüggést alkalmazzuk. Figyeljük meg újra az A.2. ábrát, emlékezzünk a normálvektorok irányításának egyezményére, és rögtön észrevehetjük, hogy

$$\tau_\gamma = \mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0 \quad (\text{A.12})$$

Ezzel az (A.11) képlet a következőképpen alakul:

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= -\arcsin \frac{\boldsymbol{\tau}_\gamma \cdot \mathbf{k}_0}{|\boldsymbol{\tau}_\gamma||\mathbf{k}_0|} = -\arcsin \frac{(\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0) \cdot \mathbf{k}_0}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0|} = \\ &= \arcsin \frac{(\mathbf{k}_0 \times \mathbf{i}_0) \cdot \mathbf{n}_\gamma}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0|} = \arcsin \frac{\mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{n}_\gamma}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0|}\end{aligned}\quad (\text{A.13})$$

A.1.4.3. Az ortogonális konstruktív hátszög számítása. Az ortogonális konstruktív hátszög a hátfelület és az érintősík által közrezárt szög az ortogonális síkban. Számításához tekintsük az A.4. ábrán szemléltetett jobb oldali szelvényt. A hátfelület és az ortogonális sík metszésgörbéjének érintővektora $\boldsymbol{\tau}_{\alpha+}$. A forgácsolás elméletéből ismert, hogy a forgácsolóék nem terjedhet az érintősíkon túl, mert ha ez megtörténik, akkor a forgácsolt felületet nem az él támadja, hanem a hátfelület egyik pontja, és a forgácsleválasztás lehetetlenné válik. Mi több, a hátfelület és az érintősík közötti szög értéke nullánál nagyobb kell legyen. Ez az állítás azonban csak a működő élgeometriára érvényes! Amennyiben a fő forgácsolósebesség-vektor iránya lényegesen eltér a működő forgácsolósebesség-vektor irányától, a működő és a konstruktív hátszög közötti különbség sem hanyagolható el. El kell kerülni azt, hogy a működő hátszög túl nagy értékeket vehessen fel, mert ez lényeges hátkopást és éltartamcsökkenést okoz. Ilyen esetekben (menetvágás, hátraesztergálás, ferde fogazatok metszőkerekes vagy fésűskéses lefejtése) előfordul, hogy a konstruktív hátszögnek negatív értéket írunk elő (természetesen ebben az esetben a forgácsolóék túllépi az érintősíkot), és így a metszésgörbe érintővektora a $\boldsymbol{\tau}_{\alpha-}$ helyzetbe kerül. Ebből következik, hogy a hátszög előjelének meghatározására nem alkalmas a $\mathbf{k}_0$ és a $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ vektorok skaláris szorzata. Ha a $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ és a $\mathbf{j}_0$ kölcsönös helyzetét vizsgáljuk, észrevehető, hogy az általuk közrezárt φ szög pozitív hátszög esetében hegyesszög, negatív hátszögre pedig tompaszög, így koszinusza előjelt vált. Az ábra alapján felírható, hogy

$$\varphi + \alpha_0 = \frac{\pi}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad \cos \varphi = \sin \alpha_0$$

A hátfelület ortogonális síkbeli $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ érintővektorát – a homlokszögnél tárgyaltakkal azonos módon – a hátfelület $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektora és az $\mathbf{i}_0$ vektoriális szorzataként írjuk fel:

$$\boldsymbol{\tau}_\alpha = \mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0$$

Ezzel az ortogonális konstruktív hátszög képlete az alábbi alakot ölti:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \arcsin \frac{\boldsymbol{\tau}_\alpha \cdot \mathbf{j}_0}{|\boldsymbol{\tau}_\alpha||\mathbf{j}_0|} = \arcsin \frac{(\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0) \cdot \mathbf{j}_0}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0|} = \\ &= \arcsin \frac{(\mathbf{i}_0 \times \mathbf{j}_0) \cdot \mathbf{n}_\alpha}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0|} = \arcsin \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{n}_\alpha}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0|}\end{aligned}\quad (\text{A.14})$$

A.1.4.4. A konstruktív ortogonális forgácsolóék-szög. A konstruktív ortogonális forgácsolóék-szög a homlokfelület és a hátfelület ortogonális síkbeli nyomvonalainak érintői által bezárt szög.

A forgácsolóék szöge a szerszám dolgozó részének igen jelentős paramétere, mivel értéke meghatározó a forgácsolási hő terjedésére. A szerszám tervezésekor gondot

kell fordítani arra, hogy a forgácsolóék szög értéke – a szerszámtípusnak megfelelően – elégséges legyen, *a szerszámmal minden pontjában*. Ha ez nem teljesül, akkor a hőelvezetés a szerszám dolgozó részében nem lesz megfelelő, és az éltartam csökken. Leginkább azon szerszámok esetében kell a forgácsolóék-szög értékét ellenőrizni, amelyek zárt térben forgácsolnak (furatmegmunkálás, üregeles).

Másrészt, a forgácsolóék-szög a dolgozó résznek a merevségét is befolyásolja forgácsolóél környezetében. Ebből a szemszögből nézve, a forgácsolóék-szögének értéke azon szerszámok esetében lényeges, amelyek megszakítással forgácsolnak, vagyis a forgácsolóél ütést gyakorol a forgácsolt felületre (marás, vésés, gyalulás, és ezen alapmegmunkálások származtatott változatai, mint a fogaskerék-lefejtés).

Ha megfigyeljük az A.4. ábrát, beláthatjuk, hogy a forgácsolóék – pozitív konstruktív homlok- és hátszög értékek mellett – az alapsík és az érintő sík által lehatárolt negyedtérből helyezkedik el. Ennélfogva a homlokszög, a hátszög és az ékszög összege mindig egy derékszög, tehát $\alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 = \pi/2$. Így a forgácsolóék szögeinek megválasztásakor az előbbi korlátfeltételt nem lehet figyelmen kívül hagyni.

Az A.4. ábrából kitűnik, hogy a forgácsolóék ortogonális szelvényét a választott M élpont környezetében a τ_γ és τ_α vektorok határolják, tehát a forgácsolóék szöge az általuk közrezárt szög. Felhasználva e két vektor számítási képletét, felírhatjuk, hogy

$$\beta_0 = \arccos \frac{\tau_\gamma \cdot \tau_\alpha}{|\tau_\gamma| |\tau_\alpha|} = \arccos \frac{(\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0) \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0)}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0| |\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0|} \quad (\text{A.15})$$

Továbbá, kihasználva a vektoriális szorzatok skalárszorzatának képletét, miszerint

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}),$$

felírhatjuk, hogy

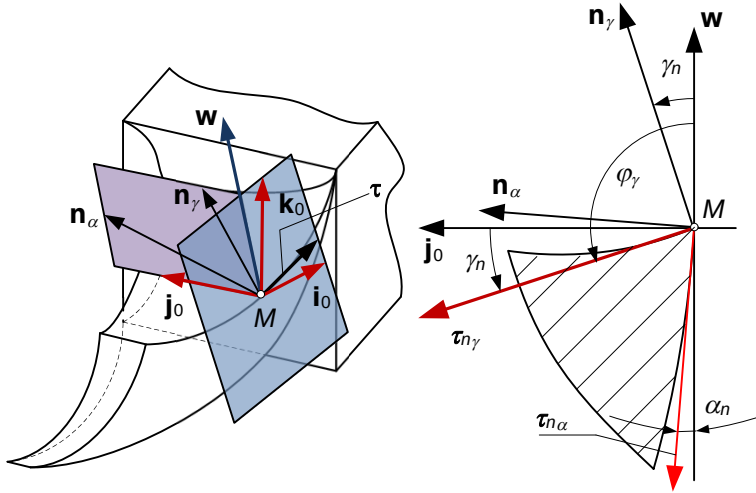
$$(\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0) \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0) = (\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{n}_\alpha)(\mathbf{i}_0 \cdot \mathbf{i}_0) - (\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{i}_0)(\mathbf{i}_0 \cdot \mathbf{n}_\alpha)$$

A konstruktív ortogonális forgácsolóék-szög képlete, az előbb alkalmazott képlet bevezetésével sem lesz elfogadhatóan egyszerű. Egyszerűsítést csak abban az esetben kapunk, ha a homlok- és hátfelület $\mathbf{n}_\gamma$ illetve $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektorait a konstruktív koordináta-rendszer bázisa szerint fejezzük ki, mivel ez esetben $\mathbf{i}_0 = (1 \ 0 \ 0)^T$. Legyenek az ily módon értelmezett vektorkoordináták $(n_{\gamma x}^0, n_{\gamma y}^0, n_{\gamma z}^0)$, illetve $(n_{\alpha x}^0, n_{\alpha y}^0, n_{\alpha z}^0)$. Az (A.15)-ben kijelölt műveletek elvégzése után a következő képletre jutunk:

$$\beta_0 = \arccos \frac{n_{\gamma y}^0 n_{\alpha y}^0 + n_{\gamma z}^0 n_{\alpha z}^0}{\sqrt{(n_{\gamma y}^0)^2 + (n_{\gamma z}^0)^2} \sqrt{(n_{\alpha y}^0)^2 + (n_{\alpha z}^0)^2}} \quad (\text{A.16})$$

A.1.5. A konstruktív normál geometria számítási képletei

A forgácsolóék normálgeometriáját a forgácsolóél-görbe adott pontjához rendelt normálsíkban definiálják. Amint eddig is láthattuk, a homlokszög a homlokfelület alapsíkhoz való helyzetét, míg a hátszög a hátfelületnek az érintő síkhoz való helyzetét jellemzi számszerűen. Az ortogonális geometriától különbözően, a normálgeometria ezeket a szögeket a normálsíkban adja meg.



A.6. ÁBRA. A forgácsolóék konstruktív normál geometriája

Elsősorban tisztáznunk kell az ortogonális sík és a normálsík kölcsönös helyzetét. Tekintsük e célból az A.6. ábrán feltüntetett forgácsolóéket, amelynek tetszőlegesen választott M pontjában a konstruktív koordináta-rendszer $\mathbf{i}_0, \mathbf{j}_0, \mathbf{k}_0$ bázisát, az érintő- és normálsíkot, valamint a homlok- és hátfelület normálvektorát ábrázoltuk. Vegyük észre, hogy az $\mathbf{n}_\alpha$ és $\mathbf{n}_\gamma$ normálvektorok a normálsíkba illeszkednek, mivel merőlegesek a forgácsolóél $\boldsymbol{\tau}$ érintővektorára! Továbbá emlékezzünk, hogy az érintősík $\mathbf{j}_0$ normálvektora is merőleges $\boldsymbol{\tau}$ -ra, így szintén a normálsíkba illeszkedik. A konstruktív koordináta-rendszer definíciójából viszont az derül ki, hogy e vektor az alapsík és az ortogonális sík metszőegyenesén illeszkedik, tehát az *alapsík, az ortogonális sík és a normálsík metszőegyenesé*. A λ_t konstruktív terelőszög definícióját is figyelembe véve (az él érintővektor és az alapsík által bezárt szög) belátható, hogy ha az ortogonális síkot a $\mathbf{j}_0$ tartóegyenesé körül λ_t -vel elforgatjuk, merőleges lesz a forgácsolóél érintővektorára, tehát egybeesik a normálsíkkal. Ezáltal bizonyítást nyert az a tény, hogy a terelőszög a normálsík és az ortogonális sík által bezárt lapszög.

Jelöljük $\mathbf{w}$ -vel a normálsík és az érintősík metszőegyenesére illeszkedő vektort. Mivel $\mathbf{w}$ mindkét síkban benne van, merőleges a síkok normálvektoraira, tehát $\mathbf{w} \perp \boldsymbol{\tau}$ és $\mathbf{w} \perp \mathbf{j}_0$. Ezt a tulajdonságot kihasználva felírhatjuk, hogy

$$\mathbf{w} = \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0 \quad (\text{A.17})$$

A vektorszorzat sorrendjét úgy kell megadni, hogy $\mathbf{w}$ a homlokfelületből kifelé legyen irányítva. A $\mathbf{w}$ és a $\mathbf{j}_0$ vektorok a normálsíkban határozzák meg a normál homlok- és hátszög számításához szükséges sík vonatkoztatási rendszert, hasonlóan az ortogonális sík $\{\mathbf{j}_0, \mathbf{k}_0\}$ vektoraihoz. A különbség abban áll, hogy a $\mathbf{w}$ általában nem egységvektor. A következőkben a normálszögeket a normálsík vektorainak sajátos elhelyezkedése alapján írjuk fel.

A.1.5.1. A normál konstruktív homlokszög számítása. A normál konstruktív homlokszög a homlokfelület és a konstruktív alapsík által a normálsíkban közrezárt szög. Számítására tekintsük az A.6. ábrán feltüntetett normálszelvényt. A forgácsolóélen tetszőlegesen választott M pontban a γ_n normálhomlokszög a $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma}$ és a $\mathbf{j}_0$ által közrezárt szög. A $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma}$ a homlokfelület és a normálsík metszéspontjához tartozó érintővektor. Mivel $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma} \perp \mathbf{n}_\gamma$ és $\mathbf{w} \perp \mathbf{j}_0$, a γ_n normálhomlokszög a $\mathbf{n}_\gamma$ és $\mathbf{w}$ között is fellelhető. Jelöljük φ_γ -val az $\mathbf{n}_\gamma$ és $\mathbf{j}_0$ közötti szöget, ami nem más, mint a γ_n pótszöge. Figyeljük meg, ha γ_n csökken, akkor $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma}$ a $\mathbf{j}_0$ felé forog, és ezzel egyidőben $\mathbf{n}_\gamma$ a $\mathbf{w}$ felé. Ha a homlokszög negatív értéket vesz fel, akkor $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma}$ az alapsík fölé emelkedik, $\mathbf{n}_\gamma$ pedig az érintősík által meghatározott jobboldali féltérbe kerül, és ezáltal a φ_γ nagyobb lesz a derékszögnél. Így az $\mathbf{n}_\gamma$ és $\mathbf{j}_0$ vektorok közötti φ_γ szöget használjuk fel a homlokszög értékének számítására. Az A.6 ábra alapján felírhatjuk, hogy

$$\gamma_n = \arcsin(\cos \varphi_\gamma) = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_0}{|\mathbf{n}_\gamma|} \quad (\text{A.18})$$

A.1.5.2. A normál konstruktív hátszög számítása. A normál konstruktív hátszög a hátfelület és az érintősík által közrezárt szög a normálsíkban. Számítása az ortogonális konstruktív hátszög számításához hasonló. Tekintsük az A.6. ábrán szereplő szelvényben feltüntetett $\boldsymbol{\tau}_{n\alpha}$, $\mathbf{j}_0$, $\mathbf{n}_\alpha$ és $\mathbf{w}$ vektorokat. A normál konstruktív hátszög a $\boldsymbol{\tau}_{n\alpha}$ és a $\mathbf{w}$ tartóegyenesei által közrezárt szög. Figyelembe véve, hogy $\boldsymbol{\tau}_{n\alpha} \perp \mathbf{n}_\alpha$ és $\mathbf{w} \perp \mathbf{j}_0$, α_n $\mathbf{n}_\alpha$ és $\mathbf{w}$ között is megtalálható. A hátszög előjelének kiértékelése céljából, hasonlóan a homlokszög számításához, az α_n pótszögét, φ_α -t írjuk fel az őt közrezáró skalárszorzatból, ezzel

$$\sin \alpha_n = \cos \varphi_\alpha = \frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{w}}{|\mathbf{n}_\alpha| |\mathbf{w}|}$$

Ha a fenti képletbe a $\mathbf{w}$ (A.17)-ös számítási képletét helyettesítjük, akkor ez a következő alakot ölti:

$$\sin \alpha_n = \frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0)}{|\mathbf{n}_\alpha| |\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0|}$$

Továbbá vegyük észre, hogy $\boldsymbol{\tau} \perp \mathbf{j}_0$ ahonnan $|\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0| = |\boldsymbol{\tau}|$ és ezzel

$$\alpha_n = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0)}{|\mathbf{n}_\alpha| |\boldsymbol{\tau}|} \quad (\text{A.19})$$

A.1.5.3. A normál konstruktív forgácsolóékszög. A forgácsolóékszög normálmet-szetben a forgácsolóéket határoló $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma}$ és $\boldsymbol{\tau}_{n\alpha}$ érintővektorok által közrezárt szög. Ha megfigyeljük az A.6. ábrát, látható, hogy $\boldsymbol{\tau}_{n\gamma} \perp \mathbf{n}_\gamma$ és $\boldsymbol{\tau}_{n\alpha} \perp \mathbf{n}_\alpha$, tehát

$$\beta_n = \arccos \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{n}_\alpha}{|\mathbf{n}_\gamma| |\mathbf{n}_\alpha|} \quad (\text{A.20})$$

A.1.6. A konstruktív él-elhelyezési szög

Az él-elhelyezési szög a forgácsolóél relatív helyzetét határozza meg a *forgácsolási sík*hoz viszonyítva. A forgácsolási sík a fő forgácsolósebességvektor és az előtolási sebességvektor által meghatározott sík. A konstruktív geometria tárgyalásakor mindkét sebességről csak feltételezéseink vannak, így a forgácsolási sík helyzete is csak feltételezett. Az él-elhelyezési szög a forgácsolási sík és az érintősík alapsíkbeli

Az érintősík és az alapsík metszőegyenesének irányvektora $\mathbf{i}_0$, így belátható, hogy az él elhelyezési szöget τ_f és $\mathbf{i}_0$ skaláris szorzatából számítjuk:

$$\kappa_b = \arccos \frac{\tau_f \cdot \mathbf{i}_0}{|\tau_f|} = \arccos \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{i}_0}{|\mathbf{q} - (\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{q}) \mathbf{k}_0|} \quad (\text{A.21})$$

A.2. A MŰKÖDŐ ÉLGEOMETRIA

A működő élgeometria a szerszám forgácsolási folyamatában jelentkező geometria. Ennek pontos megállapítása csak a szerszám és a munkadarab relatív kinematikájának pontos ismeretében lehetséges. A továbbiakban feltételezzük, hogy a szerszám mind a munkadarabhoz, mind a szerszámgéphez viszonyított tájolása tökéletes, így a működő élgeometriát csak a fő-forgácsolósebesség és az előtolási sebesség vektorok abszolút értéke és iránya befolyásolja.

A.2.1. A működő koordináta-rendszer bázisvektorai

A működő koordináta-rendszert, akár a konstruktívat, három egymásra merőleges sík határozza meg:

- a *működő alapsík* – tartalmazza a kiválasztott élpontot és merőleges a működő forgácsolósebesség-vektor tartóegyenesére;
- a *működő érintősík vagy élsík* – tartalmazza a forgácsolóél kiválasztott élpontjában az érintővektort és merőleges a működő alapsíkra;
- a *működő ortogonális sík* – tartalmazza a kiválasztott élpontot és merőleges a működő alapsíkra és a működő érintősíkra.

A működő koordináta-rendszer bázisvektorai a koordináta-rendszert alkotó síkok normális egységvektorai. Az iránykoszinuszok kiszámításához tekintsük az A.8 ábrát, amely a szerszám tetszőleges M élpontjába felvett konstruktív és működő koordináta-rendszerek bázisvektorait tünteti fel.

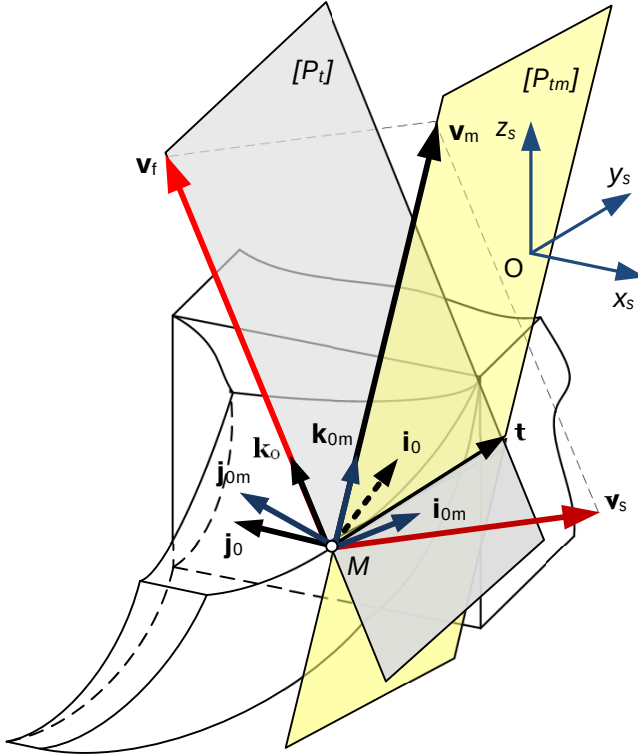
A $\mathbf{v}_m$ működő forgácsolási sebesség a forgácsolóél tetszőlegesen választott M pontjában a $\mathbf{v}_f$ fő forgácsolási sebesség és a $\mathbf{v}_s$ előtolási sebesség vektorösszege. E három sebességvektor a forgácsolási síkban található, amelyet a vázlat áttekinthetőségére való tekintettel nem tüntettünk fel. A $\mathbf{v}_m$ irány-egységvektora, egyben a működő alapsík normál-egységvektora $\mathbf{k}_{0m}$. A működő alapsík majdnem minden esetben eltér a konstruktív alapsíktól. Kivételt képeznek:

- az üregelés, mivel az előtolást a fogemeléssel oldják meg;
- a keresztgyalulás;
- a fésűskéses fogaskerék-lefejtés.

Az utóbbi két megmunkálás esetében az előtoló mozgás a főmozgástól el van különítve.

A működő érintősík a forgácsolóél M pontbeli τ érintőjére és a $\mathbf{k}_{0m}$ egységvektorra épül. Világosan látszik, hogy a működő és a konstruktív érintősík a τ tartóegyenesre mentén metszi egymást. Legyen a működő érintősík egységvektora $\mathbf{j}_{0m}$. A működő ortogonális sík normál-egységvektora $\mathbf{i}_{0m}$. Irányítását – akár a konstruktív koordináta-rendszer esetében – úgy határozzuk meg, hogy a bázis jobbsodrású legyen.

A bázis-egységvektorok iránykoszinuszait ugyanúgy számítjuk ki, mint a konstruktív koordináta-rendszer esetén. Ebben az esetben is a szerszámhoz mereven kötött $Ox_s y_s z_s$ koordináta-rendszert használjuk.



A.8. ÁBRA. A konstruktív és a működő koordináta-rendszerek bázis-egységvektorai

A működő alapsík normál-egységvektorának számításához ismertnek tekintjük a $\mathbf{v}_f$ fő forgácsolósebesség-vektor és a $\mathbf{v}_s$ előtolási sebességvektor irányát és abszolút értékét:

$$\mathbf{v}_m = \mathbf{v}_f + \mathbf{v}_s \Rightarrow \begin{bmatrix} v_{mx} \\ v_{my} \\ v_{mz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{fx} \\ v_{fy} \\ v_{fz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{sx} \\ v_{sy} \\ v_{sz} \end{bmatrix}$$

Innen

$$\mathbf{k}_m = \begin{bmatrix} \gamma_{1m} \\ \gamma_{2m} \\ \gamma_{3m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{mx}}{\sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2 + v_{mz}^2}} \\ \frac{v_{my}}{\sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2 + v_{mz}^2}} \\ \frac{v_{mz}}{\sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2 + v_{mz}^2}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

A működő érintő sík normál-egységvektorának koordinátáit a $\boldsymbol{\tau}$ forgácsolólél-érintővektor ismeretében, az (A.5) és (A.7) képletek alapján számítjuk ki:

$$\tilde{\mathbf{k}}_m \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{3m} & \gamma_{2m} \\ \gamma_{3m} & 0 & -\gamma_{1m} \\ -\gamma_{2m} & \gamma_{1m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_{3m} \tau_y + \gamma_{2m} \tau_z \\ -\gamma_{1m} \tau_z + \gamma_{3m} \tau_x \\ -\gamma_{2m} \tau_x + \gamma_{1m} \tau_y \end{bmatrix}$$

$$|\mathbf{k}_m \times \boldsymbol{\tau}| = \left((1 - \gamma_{1m}^2) \tau_x^2 + (1 - \gamma_{2m}^2) \tau_y^2 + (1 - \gamma_{3m}^2) \tau_z^2 - 2(\gamma_{2m} \gamma_{3m} \tau_y \tau_z + \gamma_{3m} \gamma_{1m} \tau_z \tau_x + \gamma_{1m} \gamma_{2m} \tau_x \tau_y) \right)^{\frac{1}{2}}$$

Végül

$$\mathbf{j}_m = \frac{1}{|\mathbf{k}_m \times \boldsymbol{\tau}|} \tilde{\mathbf{k}}_m \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \beta_{1m} \\ \beta_{2m} \\ \beta_{3m} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

A $\mathbf{k}_m$ és $\mathbf{j}_m$ ismeretében a működő ortogonális sík normál-egységvektorát az (A.8) képlettel formálisan azonos módon számítjuk ki:

$$\mathbf{i}_m = \tilde{\mathbf{j}}_m \mathbf{k}_m = \begin{bmatrix} 0 & -\beta_{3m} & \beta_{2m} \\ \beta_{3m} & 0 & -\beta_{1m} \\ -\beta_{2m} & \beta_{1m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{1m} \\ \gamma_{2m} \\ \gamma_{3m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1m} \\ \alpha_{2m} \\ \alpha_{3m} \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

Ezzel a működő koordináta-rendszer bázisát meghatároztuk a szerszámhoz kötött koordináta-rendszerben. A bázis-egységvektorok között az alábbi összefüggés írható fel:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_m \\ \mathbf{j}_m \\ \mathbf{k}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1m} & \alpha_{2m} & \alpha_{3m} \\ \beta_{1m} & \beta_{2m} & \beta_{3m} \\ \gamma_{1m} & \gamma_{2m} & \gamma_{3m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{j}_s \\ \mathbf{k}_s \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

A.2.2. A működő élszögek vektorképletei

A vektormódszer egyik legnagyobb előnye a klasszikus, ábrázoló geometrián alapuló módszerrel szemben abban rejlik, hogy a működő élszögek kifejezései formálisan azonosak a konstruktív élszögek kifejezéseivel. Ez természetes, mivel csak a vizsgálat helyét képező koordináta-rendszer fordult el, de a forgácsolólél elemeinek viszonyítása a rendszer síkjaihoz nem változott. Ezzel kijelenthető, hogy a konstruktív élgeometria képletei formálisan érvényesek maradnak, azzal a kitételrel, hogy a konstruktív bázis elemeit a működő bázis elemeire kell cserélni. A működő élgeometriát jellemző szögeket a következőképpen számítjuk:

– a működő terelőszög (az (A.10)-es képlet alapján):

$$\lambda_{tm} = -\arcsin \frac{\mathbf{k}_m \cdot \boldsymbol{\tau}}{|\mathbf{k}_m| |\boldsymbol{\tau}|} \quad (\text{A.26})$$

– a működő ortogonális homlokszög (az (A.13) képlet alapján):

$$\gamma_{0m} = \arcsin \frac{\mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_\gamma}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m|} \quad (\text{A.27})$$

A.3. A konstruktív és a működő szerszámgeometria kapcsolata

- a működő ortogonális hátszög (az (A.14) képlet alapján):

$$\alpha_{0m} = \arcsin \frac{\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{n}_\alpha}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_m|} \quad (\text{A.28})$$

- a működő ortogonális forgácsolók-szög (az (A.15)-ös képlet alapján¹):

$$\beta_m = \arccos \frac{\boldsymbol{\tau}_{\gamma m} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\alpha m}}{|\boldsymbol{\tau}_{\gamma m}| |\boldsymbol{\tau}_{\alpha m}|} = \arccos \frac{(\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m) \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_m)}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m| |\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_m|} \quad (\text{A.29})$$

- a működő normál homlokszög (az (A.18) képlet alapján):

$$\gamma_{nm} = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_m}{|\mathbf{n}_\gamma|} \quad (\text{A.30})$$

- a működő normál hátszög (az (A.19) képlet alapján):

$$\alpha_{nm} = \arcsin \frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_m)}{|\mathbf{n}_\alpha| |\boldsymbol{\tau}|} \quad (\text{A.31})$$

- a működő él-elhelyezési szög (az (A.21) képlet alapján):

$$\kappa_{bm} = \arccos \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{i}_m}{|\mathbf{q} - (\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{q}) \mathbf{k}_m|} \quad (\text{A.32})$$

A.3. A KONSTRUKTÍV ÉS A MŰKÖDŐ SZERSZÁMGOMETRIA KAPCSOLATA

A.3.1. A transzformációk mátrixai

A vizsgálatot segítő három koordináta-rendszer közötti transzformációt a 4x4-es homogén mátrixok segítségével írjuk fel.

A működő és a szerszám koordináta-rendszer közötti transzformációt a konstruktív koordináta-rendszerből a szerszám koordináta-rendszerébe való átmenet mátrixának ((A.9) képlet) formális átalakításával írjuk fel, úgy, hogy a működő koordináta-rendszer bázisvektorainak iránykoszinuszait helyettesítjük a konstruktív koordináta-rendszert jellemző megfelelő iránykoszinuszok helyére. A negyedik oszlop változatlan marad, mivel az M origó közös:

$$\mathbf{M}_{sm} = \begin{bmatrix} \alpha_{1m} & \beta_{1m} & \gamma_{1m} & x_s^{(M)} \\ \alpha_{2m} & \beta_{2m} & \gamma_{2m} & y_s^{(M)} \\ \alpha_{3m} & \beta_{3m} & \gamma_{3m} & z_s^{(M)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

A szerszám rendszeréből a konstruktív rendszerre való áttérés $\mathbf{M}_{0s}$ mátrixa az ((A.9) mátrix inverze:

$$\mathbf{M}_{0s} = \mathbf{M}_{s0}^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & -(\alpha_1 x_s^{(M)} + \alpha_2 y_s^{(M)} + \alpha_3 z_s^{(M)}) \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & -(\beta_1 x_s^{(M)} + \beta_2 y_s^{(M)} + \beta_3 z_s^{(M)}) \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & -(\gamma_1 x_s^{(M)} + \gamma_2 y_s^{(M)} + \gamma_3 z_s^{(M)}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

¹Ha az $\mathbf{n}_\gamma$ és $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektorokat a működő koordináta-rendszerben fejezzük ki, akkor az (A.16) képlettel számoljuk a működő ékszög értékét

Az (A.33) és az (A.34) mátrixok szorzata a konstruktív és működő koordináta-rendszerek közötti tanszformáció mátrixa:

$$\mathbf{M}_{0m} = \mathbf{M}_{0s} \mathbf{M}_{sm} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \alpha_{im} & \sum_{i=1}^3 \alpha_i \beta_{im} & \sum_{i=1}^3 \alpha_i \gamma_{im} & 0 \\ \sum_{i=1}^3 \beta_i \alpha_{im} & \sum_{i=1}^3 \beta_i \beta_{im} & \sum_{i=1}^3 \beta_i \gamma_{im} & 0 \\ \sum_{i=1}^3 \gamma_i \alpha_{im} & \sum_{i=1}^3 \gamma_i \beta_{im} & \sum_{i=1}^3 \gamma_i \gamma_{im} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.35})$$

A.3.2. A konstruktív és működő szögek közötti összefüggések

A.3.2.1. A konstruktív és működő terelőszög összefüggése. Tekintsük a konstruktív és a működő terelőszög (A.10) illetve (A.26) képleteit. Felírhatjuk, hogy

$$\frac{\sin \lambda_t}{\sin \lambda_{tm}} = \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \boldsymbol{\tau}}{|\boldsymbol{\tau}|} \frac{|\boldsymbol{\tau}|}{\mathbf{k}_m \cdot \boldsymbol{\tau}} = \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \boldsymbol{\tau}}{\mathbf{k}_m \cdot \boldsymbol{\tau}} = \frac{\tau_{z0}}{\tau_{zm}},$$

tehát a terelőszögek szinuszaiknak hányadosa a forgácsolól- érintővektor z -irányú koordinátáinak hányadosa.

Ha a $\boldsymbol{\tau}$ koordinátáit a szerszámhoz kötött rendszerben ismerjük, akkor egyszerűbben jutunk eredményre, ha a skalárszorzatok kifejtésekor a vektorokat a szerszámhoz kötött koordináta-rendszerben tekintjük. Az (A.6), valamint az (A.25) figyelembevételével

$$\frac{\sin \lambda_t}{\sin \lambda_{tm}} = \frac{\gamma_1 \tau_x + \gamma_2 \tau_y + \gamma_3 \tau_z}{\gamma_{1m} \tau_x + \gamma_{2m} \tau_y + \gamma_{3m} \tau_z} \quad (\text{A.36})$$

A.3.2.2. Az ortogonális konstruktív és működő homlokszög összefüggése. A homlokszögek összefüggését az (A.13) és (A.27) képletek egybevetésével számíthatjuk. Itt is felírható, hogy

$$\frac{\sin \gamma_0}{\sin \gamma_{0m}} = \frac{\mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{n}_\gamma}{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0|} \frac{|\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m|}{\mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_\gamma} \quad (\text{A.37})$$

Továbbá

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0 &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_s & \mathbf{j}_s & \mathbf{k}_s \\ n_{\gamma x} & n_{\gamma y} & n_{\gamma z} \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \end{vmatrix} = \\ &= (n_{\gamma y} \alpha_3 - n_{\gamma z} \alpha_2) \mathbf{i}_0 + (n_{\gamma z} \alpha_1 - n_{\gamma x} \alpha_3) \mathbf{j}_0 + (n_{\gamma x} \alpha_2 - n_{\gamma y} \alpha_1) \mathbf{k}_0 \end{aligned}$$

Jelöljük E_0 -val az $\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0$ és E_m -el az $\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m$ vektorszorzatok abszolút értékét. Akkor

$$\begin{aligned} |\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0| &= E_0 = ((1 - \alpha_1^2) n_{\gamma x}^2 + (1 - \alpha_2^2) n_{\gamma y}^2 + (1 - \alpha_3^2) n_{\gamma z}^2 - \\ &\quad - 2(\alpha_1 \alpha_2 n_{\gamma x} n_{\gamma y} + \alpha_2 \alpha_3 n_{\gamma y} n_{\gamma z} + \alpha_3 \alpha_1 n_{\gamma z} n_{\gamma x}))^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m| &= E_m = ((1 - \alpha_{1m}^2) n_{\gamma x}^2 + (1 - \alpha_{2m}^2) n_{\gamma y}^2 + (1 - \alpha_{3m}^2) n_{\gamma z}^2 - \\ &\quad - 2(\alpha_{1m} \alpha_{2m} n_{\gamma x} n_{\gamma y} + \alpha_{2m} \alpha_{3m} n_{\gamma y} n_{\gamma z} + \alpha_{3m} \alpha_{1m} n_{\gamma z} n_{\gamma x}))^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

A.3. A konstruktív és a működő szerszámgeometria kapcsolata

Ha e két kifejezést az ortogonális homlokszögek (A.37) összefüggésébe helyettesítjük, a skalárszorzatok kifejtése után a következő kifejezést kapjuk:

$$\frac{\sin \gamma_0}{\sin \gamma_{0m}} = \frac{\beta_1 n_{\gamma x} + \beta_2 n_{\gamma y} + \beta_3 n_{\gamma z}}{\beta_{1m} n_{\gamma x} + \beta_{2m} n_{\gamma y} + \beta_{3m} n_{\gamma z}} \frac{E_m}{E_0} \quad (\text{A.38})$$

Belátható, hogy a homlokszögek közötti kapcsolat meglehetősen bonyolult, ha a képletekben szereplő vektorokat a szerszám koordináta-rendszerében írjuk fel. Egyszerűbb kifejezést találhatunk, ha a vektorokat a konstruktív, vagy – a kifejezéstől függően – a működő koordináta-rendszerben írjuk fel, mivel itt a bázisvektorok alakja a lehető legegyszerűbb. Vegyük észre, hogy a skalárszorzat értéke, illetve a vektoriális szorzat abszolút értéke független a koordináta-rendszertől, tehát

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_0 \cdot \mathbf{n}_\gamma &= n_{\gamma y_0} \\ \mathbf{j}_m \cdot \mathbf{n}_\gamma &= n_{\gamma y_m} \\ \mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0 &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_0 & \mathbf{j}_0 & \mathbf{k}_0 \\ n_{\gamma x_0} & n_{\gamma y_0} & n_{\gamma z_0} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = n_{\gamma z_0} \mathbf{j}_0 - n_{\gamma z_0} \mathbf{k}_0 \\ \mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_m & \mathbf{j}_m & \mathbf{k}_m \\ n_{\gamma x_m} & n_{\gamma y_m} & n_{\gamma z_m} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = n_{\gamma z_m} \mathbf{j}_m - n_{\gamma z_m} \mathbf{k}_m \\ |\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_0| &= \sqrt{n_{\gamma y_0}^2 + n_{\gamma z_0}^2} \\ |\mathbf{n}_\gamma \times \mathbf{i}_m| &= \sqrt{n_{\gamma y_m}^2 + n_{\gamma z_m}^2} \end{aligned}$$

Ezekkel a részeredményekkel a homlokszögek összefüggése egyszerűbb alakot ölt:

$$\frac{\sin \gamma_0}{\sin \gamma_{0m}} = \frac{n_{\gamma y_0}}{n_{\gamma y_m}} \frac{\sqrt{n_{\gamma y_m}^2 + n_{\gamma z_m}^2}}{\sqrt{n_{\gamma y_0}^2 + n_{\gamma z_0}^2}} \quad (\text{A.39})$$

További elemi átalakításokkal kapjuk, hogy

$$\sqrt{1 + \left(\frac{n_{\gamma z_0}}{n_{\gamma y_0}} \right)^2} \sin \gamma_0 = \sqrt{1 + \left(\frac{n_{\gamma z_m}}{n_{\gamma y_m}} \right)^2} \sin \gamma_m \quad (\text{A.40})$$

Ha a homlokfelület normálvektorának koordinátáit a szerszám koordináta-rendszerében akarjuk felírni, akkor az eqrefA-9-kr-transzf mátrix inverzének és az (A.35) mátrixnak forgató almatraxisait alkalmazzuk:

$$[\mathbf{n}_\gamma]_0 = \mathbf{L}_{0s} [\mathbf{n}_\gamma]_s \Leftrightarrow \begin{bmatrix} n_{\gamma x_0} \\ n_{\gamma y_0} \\ n_{\gamma z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{\gamma x} \\ n_{\gamma y} \\ n_{\gamma z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.41})$$

$$[\mathbf{n}_\gamma]_m = \mathbf{L}_{ms} [\mathbf{n}_\gamma]_s \Leftrightarrow \begin{bmatrix} n_{\gamma x_m} \\ n_{\gamma y_m} \\ n_{\gamma z_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1m} & \alpha_{2m} & \alpha_{3m} \\ \beta_{1m} & \beta_{2m} & \beta_{3m} \\ \gamma_{1m} & \gamma_{2m} & \gamma_{3m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{\gamma x} \\ n_{\gamma y} \\ n_{\gamma z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.42})$$

Az (A.41) és (A.42) alkalmazásával a konstruktív és működő homlokszögek (A.39) kapcsolata a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_1 n_{\gamma x} + \gamma_2 n_{\gamma y} + \gamma_3 n_{\gamma z}}{\beta_1 n_{\gamma x} + \beta_2 n_{\gamma y} + \beta_3 n_{\gamma z}} \right)^2} \sin \gamma_0 = \\ & = \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_{1m} n_{\gamma x} + \gamma_{2m} n_{\gamma y} + \gamma_{3m} n_{\gamma z}}{\beta_{1m} n_{\gamma x} + \beta_{2m} n_{\gamma y} + \beta_{3m} n_{\gamma z}} \right)^2} \sin \gamma_m \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

A.3.2.3. A konstruktív és működő ortogonális hátszög összefüggése. Tekintsük a konstruktív és működő ortogonális hátszög (A.14), illetve (A.28) képleteit. Némi átalakítással felírhatjuk – akár a homlokszögek esetében – a konstruktív és működő hátszög szinuszának arányát:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_{0m}} = \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{n}_\alpha}{\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{n}_\alpha} \frac{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_m|}{|\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{i}_0|} \quad (\text{A.44})$$

Ha a homlokszögek vizsgálatakor elvégzett számításokat megismételjük, megfigyelve, hogy a vektorszorzatok abszolút értékeinek kifejezései formálisan azonosak, a skalárszorzatok esetében pedig a z irányú koordináták maradnak meg, az (A.44) egyenlet a következő alakra hozható:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_{0m}} = \frac{n_{\alpha z_0}}{n_{\alpha z_m}} \frac{\sqrt{n_{\alpha y_m}^2 + n_{\alpha z_m}^2}}{\sqrt{n_{\alpha y_0}^2 + n_{\alpha z_0}^2}} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{n_{\alpha y_m}}{n_{\alpha z_m}} \right)^2}{1 + \left(\frac{n_{\alpha y_0}}{n_{\alpha z_0}} \right)^2}} \quad (\text{A.45})$$

A szerszám koordináta-rendszerében érvényes vektorkoordinátákat felhasználó felíráshoz az (A.41) és (A.42) transzformációkat az $\mathbf{n}_\alpha$ normálvektorra alkalmazzuk, és az (A.43) képlethez hasonló kifejezést nyerünk:

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \left(\frac{\beta_1 n_{\alpha x} + \beta_2 n_{\alpha y} + \beta_3 n_{\alpha z}}{\gamma_1 n_{\alpha x} + \gamma_2 n_{\alpha y} + \gamma_3 n_{\alpha z}} \right)^2} \sin \alpha_0 = \\ & = \sqrt{1 + \left(\frac{\beta_{1m} n_{\alpha x} + \beta_{2m} n_{\alpha y} + \beta_{3m} n_{\alpha z}}{\gamma_{1m} n_{\alpha x} + \gamma_{2m} n_{\alpha y} + \gamma_{3m} n_{\alpha z}} \right)^2} \sin \alpha_m \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

A.3.2.4. A normál konstruktív és működő homlokszög összefüggése. Tekintsük a normál konstruktív homlokszög (A.18) egyenletének és a normál működő homlokszög (A.30) egyenletének hányadosát:

$$\frac{\sin \gamma_n}{\sin \gamma_{nm}} = \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_0}{|\mathbf{n}_\gamma|} \frac{|\mathbf{n}_\gamma|}{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_m} = \frac{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_0}{\mathbf{n}_\gamma \cdot \mathbf{j}_m} = \frac{n_{\gamma y_0}}{n_{\gamma y_m}} \quad (\text{A.47})$$

Ha a homlokfelület normálvektorának y irányú koordinátáit a szerszám koordináta-rendszerében érvényes koordináták függvényében fejezzük ki, az $\mathbf{L}_{0s}$ és $\mathbf{L}_{ms}$ forgatómátrixok alkalmazásával, úgy, ahogy az előbbieken is szemléltettük, akkor a

normál homlokszögek kapcsolata a következő alakban írható fel:

$$\frac{\sin \gamma_n}{\sin \gamma_{nm}} = \frac{\beta_1 n_{\gamma x} + \beta_2 n_{\gamma y} + \beta_3 n_{\gamma z}}{\beta_{1m} n_{\gamma x} + \beta_{2m} n_{\gamma y} + \beta_{3m} n_{\gamma z}} \quad (\text{A.48})$$

A.3.2.5. *A normál konstruktív és működő hátszög összefüggése.* A hátszögek közötti kapcsolat az ezeket kifejező egyenletek együttes vizsgálatán alapszik. Tekintsük az (A.19) és (A.31) összefüggéseket, és írjuk fel a hátszögek szinuszának arányát:

$$\frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{nm}} = \frac{\frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0)}{|\mathbf{n}_\alpha| |\boldsymbol{\tau}|}}{\frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_m)}{|\mathbf{n}_\alpha| |\boldsymbol{\tau}|}} = \frac{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_0)}{\mathbf{n}_\alpha \cdot (\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{j}_m)}$$

Továbbá, a vegyeszorzatokban végrehajtott megfelelő helycserével

$$\frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{nm}} = \frac{\mathbf{j}_0 \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \boldsymbol{\tau})}{\mathbf{j}_m \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \boldsymbol{\tau})}$$

A műveletek elvégzése után kapjuk, hogy:

$$\frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{nm}} = \frac{\beta_1 (n_{\alpha y} \tau_z - n_{\alpha z} \tau_y) + \beta_2 (n_{\alpha z} \tau_x - n_{\alpha x} \tau_z) + \beta_3 (n_{\alpha x} \tau_y - n_{\alpha y} \tau_x)}{\beta_{1m} (n_{\alpha y} \tau_z - n_{\alpha z} \tau_y) + \beta_{2m} (n_{\alpha z} \tau_x - n_{\alpha x} \tau_z) + \beta_{3m} (n_{\alpha x} \tau_y - n_{\alpha y} \tau_x)} \quad (\text{A.49})$$

A.4. KÖVETKEZTETÉSEK

A vektoriális képletek alkalmasak a szerszámgeometria optimalizálását megvalósító matematikai modell felépítésére.

A működő élgeometria lehető legjobb közelítéséhez a legvalószínűbb, vagy a leggyakrabban előálló fő-forgácsolóbességsvektor – előtolási sebességsvektor viszonyt (ez alatt az abszolút értékek arányát illetve tartóegyeneseik által zárt szöget értjük) vesszük figyelembe.

Felírhatjuk, az előbbieken levezetett vektorképletek segítségével, a homlok- illetve a hátszög kifejezését, az élgörbe paramétere szerint, illetve a homlok- valamint a hátfelület jellemző geometriai illetve technológiai paraméterei szerint. Az optimalizálás leggyakrabban előforduló célfüggvényei a kijelölt homlok- illetve hátszögektől való négyzetes eltérésösszeg-függvény minimalizálásából adódik.

A modell megoldásából következnek a homlok- illetve a hátfelület optimális beállítási paraméterei.

Irodalomjegyzék

- [1] *** . www.matweb.com.
- [2] *** Boehler szerszámacél. nemesacél katalógus.pdf.
URL www.boehler.hu/hungarian/files/downloads.
- [3] *** Ceramic. Definition and Properties. URL www.sandvik.coromant.com/en-gb/knowledge/materials/cutting_tool_materials/ceramics/Pages/default.aspx.
- [4] *** Cutting Data Recommendations Uddeholm Corrax.
URL www.uddeholm.com/files/Corrax.
- [5] *** Formfräser HSS-E.
URL <http://www.megatools.ru/catalog/lmt-fette/fette-frezy-profilnye.pdf>.
- [6] *** Gear milling- for gear, spline and rack manufacturing. URL http://www.vargus.com/download/files/Gear%20Milling%20EE%202013%20221-01164_310713%20WEB.pdf.
- [7] *** Grades and Material Information.
URL www.taegutec.com/Styles/DownloadFiles/I_Grades_en.pdf.
- [8] *** Hermes Schleifschnecken. URL <http://www.hermes-schleifkoerper.de/anwendungen-schleifkoerper/hermes-schleifschnecken/uebersicht-maschinentypen/>. utolsó letöltés:2016. október 6.
- [9] *** High Performance Turning Tools.
URL www.sumicarbide.com/pdf/09-10-Turning-LR.pdf.
- [10] *** Kyocera Insert Grades.
URL www.innovativetoolsales.com/Kyocera%20catalog08_insert_grades_p11-32.pdf.
- [11] *** Materials and Grades.
URL <http://nsert-uk.com/wordpress/wp-content/uploads/2012/04/MATERIAL-GRADES.pdf>.
- [12] *** Mk-kosmos.pdf. URL www.mkb.be/MK-kosmos.pdf.
- [13] *** Nanoscale Multi -Layer PVD Coatings.
URL <http://www.shu.ac.uk/research/meri/research/nanoscale-multi-layer-pvd-coatings>.
- [14] *** Romay Inserts and the SC Coating.
URL www.romaycorp.com/Romay2010CatalogReduced.pdf.
- [15] *** S000de_2010.pdf. URL www.boehler-edelstahl.com/files.
- [16] *** S390de.pdf. URL www.boehler-edelstahl.com/files.
- [17] *** Seco. Teljes katalógus. URL www.secotools.com/CorpWeb/Service_Support/machining_navigator/2010/update_2010/Update_2010_Complete_HU.pdf.
- [18] *** Technical Information Ingersoll Cutting Tools.
URL www.ingersoll-imc.com/en/products/CAT-011_Technical.pdf.
- [19] *** Tungaloy. General Catalogue. 01 Grades.pdf.
URL www.tungaloy.co.jp/common/products/catalog/e/01_grades_e.pdf.
- [20] *** Turning Catalog 2012. Section A: Insert Grades. URL http://americas.kyocera.com/kicc/pdf/Turning_Catalog_2012_Section_A_Insert_Grades.pdf.
- [21] *** Winning Solutions – Gear Milling Cutters.
URL <http://www.secotools.com/en/Global/Segment-Solutions/Alternative-Energy-Solutions/Winning-Solutions/Gear-Milling/>.

-
- [22] *** Diamond and cBN Wheels., 2010–2011.
URL <http://www.nortonindustrial.com/Diamond-CBN-Superabrasives.aspx>.
- [23] *** New Megacoat- CBN Series., 2010. (utolsó letöltés:2016. november 30.).
URL <http://global.kyocera.com/prdct/tool/pdf/e-d-megacoat.pdf>.
- [24] *** Megacoat- Cermet., 2011 (utolsó letöltés:2016. november 30.).
URL http://www.kyoceramicrotools.com/indexable/pdf/MEGACOAT-Cermet-Brochure_Dec2011.pdf.
- [25] *** Abrasive Grains 101., 2013. URL <http://www.uama.org/Abrasives101/101Types.html>.
- [26] *** Asahi Diamond and cBN Wheels., 2013. URL <http://www.asahidia.co.jp>.
- [27] *** Basic training. Pacific Grinding Wheel Company., 2013.
URL http://pacificgrindingwheel.com/index.php?option=com_docman&Itemid=71.
- [28] *** CBN- and diamond tools for precision machining., 2013.
URL http://www.lukas-erzett.com/uploads/tx_lukasproductlisting/4_1PDF2_GB.pdf.
- [29] *** Hermes Superabrasives; CBN and Diamond Vitrified Bonded Abrasives., 2013. URL <http://www.hermes-schleifkörper.de>.
- [30] *** Standard Recommendations of Grinding Wheels., 2013. URL <http://www.saint-gobain-abrasives.com/e-catalogues.aspx>.
- [31] *** Effizient Verzahnen-Wälzschälen in der Komplettbearbeitung, 2016.
URL http://pittler.dvs-gruppe.com/fileadmin/user_upload/pittler/downloads/Pittler_Waelzschaelen_De_En.pdf. utolsó letöltés:2016. október 16.
- [32] *** Gear manufacturing tools., 2016. URL <http://www.samputensili.com/?ddownload=1401>.
utolsó letöltés:2016. augusztus 18.
- [33] *** Lefejtőmarók., 2016.
URL <http://edimodul.hu/hu/fogaskerek-lefjtomarok/1-20-modul-din-8002b.html>. utolsó letöltés:2016. augusztus 11.
- [34] *** LMT Fette Verzahnen Werkzeuge und Wissen., 2016. URL http://www.lmt-tools.de/verzkat/epaper/LMT_Verzahnen_V2.1.pdf?rnd=538f0fb8dba57. (utolsó letöltés:2016. augusztus 11).
- [35] *** Mitsubishi Gear Shaving Machine; F series., 2016.
URL <http://mitsubishigearcenter.com/pdf/docs/c/F%28en%29TF01-F-SERIE1-B-0.pdf>.
utolsó letöltés:2016. augusztus 18.
- [36] *** The serrations characteristic of shaving cutters., 2016. URL <http://www.tokugawa-gears.com/Shaving%20cutters%20technology/The%20serrations%20characteristic%20of%20shaving%20cutters.pdf>. utolsó letöltés:2016. augusztus 20.
- [37] Bagyinszki, Gy., Bitay, E. *Felületkezelés*. Erdélyi Múzeum Egyesület 2009. ISBN 978-973-8231-76-4.
- [38] Barna, P. B. History of Thin Films Growth, Techniques, Characterization. *Hungary Autumn School 2005 on Advanced Materials Science and Electron Microscopy*, Oct. 4th - Oct.7th, 2005. Research Institute for Technical Physics and Materials Science of HAS Budapest, Humboldt University of Berlin.
- [39] Bayer, A. M., Becherer, B. A., Vasco, T. *The ASM Handbook*. 16: Machining. köt. ASM International, 1989, 51–59. p.
- [40] Belous, V. *Sinteza sculelor aşchietoare*. Editura Junimea, Iaşi, 1980.
- [41] Biró, D. *Straturi subţiri nanostructurate*. Editura Universităţii „Petru Maior” Tîrgu-Mureş, 2004. ISBN: 973-7794-09-5.
- [42] Bloch, P. Die Hochleistungs-Zahnradhobelmaschine sh-1200. *Schweizer Ingenieur und Architekt*, 98. évf. (1980), 355–359. p. URL <http://dx.doi.org/10.5169/seals-74094>.
- [43] Botez, E. *Cinematica maşinilor-unelte*. Editura Tehnică, Bucureşti, 1961.
- [44] Cavalliero, A., de Hosson, J. Th. M. *Nanostructured Coatings*. Springer Science+Business Media, LLC, 2006. ISBN: 978-0387-25642-9.
- [45] Csudakov, J.A. *Gépipari Enciklopédia VII. – Forgácsoló szerszámok és eljárások*. Nehézipari Könyvkiadó, Budapest, 1952.
- [46] Csizmadia Ferencné dr. *Szerszámanyagok és kezelésük. Egyetemi jegyzet*. Széchenyi István Egyetem, Győr, 2004.

-
- [47] Dudás, I. *The Theory and Practice of Worm Gear Drives*. Penton Press, London, 2000.
 - [48] Dudás, I. Grinding possibilities of the conical worm of spiroid driving pairs. *microCAD'96 International Computer Science Conf., Miskolc, Hungary, sect. F.*, 1996., 33–38. p.
 - [49] Dudás, L. Nem szabályos csavarfelületek köszörülési lehetőségei. 2013., 173–184. p. a Miskolci egyetem közleménye, HU ISSN 2062-9737.
 - [50] Dugas, J. P. Gear Finishing by Shaving, Rolling and Honing - Part i. *Gear Technology Magazine, ISSN 0011-4189*, March-April 1992., 14–21. p.
 - [51] Duplak, J. T-v Dependence for Cutting Ceramic in Standard ISO 3685. *Manufacturing and Industrial Engineering, 4, ISSN 1335-7972. Technical University of Presov, Slovakia*, 2010., 58–62. p.
 - [52] Duplak, J., Orlovsky, I. The Comprehensive Comparison of Selected Cutting Materials with Standard ISO 3685 in Machining Process of Steel C60. 2012., 64–67. p.
 - [53] Erney, Gy. *Fogaskerek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983.
 - [54] Gorszkij, I. *Alakos megmunkáló szerszámok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1999.
 - [55] Graham, D. New Coatings Meet New Challenges. *Cutting Tool Engineering, ISSN 0011-4189*, 49. évf. (February 1997) 1. sz.
URL <http://www.cuttingtoolengineering.com/dynamic.articles.php?id=134>.
 - [56] Cs. Gyenge Determinarea profilului sculelor abrazive la detalonarea radială a frezor-melc. *Tehnologii Calitate Maşini Materiale*, 7. évf. (1990), 92–115. p.
 - [57] Gyenge, Cs. A Frenet-féle triéder alkalmazása a csavarfelületek gyártástervezésében. *Gépgyártástechnológia*, 32. évf. (1992) 5-6. sz., 191 – 194. p.
 - [58] Gyenge, Cs. Lefejtőmarók oldalhátszögeinek pontos meghatározása és optimalása. *Gép*, 48. évf. (1996) 10. sz., 38 – 40. p.
 - [59] Gyenge, Cs., e.a. Relatív sebesség és forgácskeresztmetszet meghatározása globoidkerek fogazásánál. *microCAD 2004 International Scientific Conference, ISBN:963-661-608-6*, 2004., 73–76. p.
 - [60] Harper, C. A. *Handbook of Ceramics, Glasses and Diamonds*. McGraw-Hill. ISBN 007026712X, 2001.
 - [61] Hollanda, D. *Bazele aşchierii şi generării suprafeţelor II. Curs universitar*. Editura Universităţii „Petru Maior” Tîrgu-Mureş, 1994.
 - [62] Hollanda, D., Máté, M. *Aşchiere şi scule*. Editura Universităţii „Petru Maior” Tîrgu-Mureş, 2004.
 - [63] Hotelling, H. Stability in competition. *Economic Journal*, 39. évf. 153. sz., 41–57. p.
 - [64] Jin, J. An analytical theory of gear turning- gear skiving for internal gears and gear generating for external gears. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 22. évf. (1982) 2. sz., 125– 130. p.
 - [65] J.R. Tinklepaugh, *Cermets*. Reinhold Publishing Corporation, 1960.
 - [66] Klocke, F., e.a. Technological and simulative analysis of power skiving. *Procedia CIRP*, 50. évf. (2016), 773– 778. p.
 - [67] Kojima, M. On the adaptability of calculation process in gear-skiving. Study note, 1974.
 - [68] Kosal, D. Gear Shaving Basics - Part ii. *Gear Technology Magazine, ISSN 0011-4189*, January-February 1998., 45–48. p.
 - [69] Kozák, I. *Szilárdságtan V. Nehézipari Műszaki Egyetem, Miskolc. Jegyzet*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1967.
 - [70] Litvin, F. L. *A fogaskerékkapcsolás elmélete*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
 - [71] Litvin, F. L., Chung-Biau, T. Helical Gears With Circular Arc Teeth: Simulation of Conditions of Meshing and Bearing Contact. *Gear Technology Magazine, ISSN 0011-4189*, July/August 1987., 22 – 36. p.
 - [72] Looman, J. Walzschälen von innenverzahnten Stirnräder. *VDI-Z*, 113. évf. (1971) 2. sz.
 - [73] Maag, M. Gear-tooth-grinding machine., 1916. 16.
URL <http://www.google.ch/patents/US1183020>. US Patent 1,183,020, utolsó letöltés:2016. október 5.
 - [74] Maros, D. *Teoria mecanismelor si a masinilor: cinematica roţilor dintate (Mechanismusok és gépek elmélete: fogaskerék-hajtások kinematikája)*. Editura Tehnică, Bucureşti, 1958.

-
- [75] Maros, D. Beitrag zur Kinematik der Erzeugung von Zahnflanken nach Wälzschälverfahren. *Industrie-Anzeiger*, 90. évf. (1971) 27. sz.
- [76] Maros, D., Pálffy, K. Metszőkerékkel gyártott fogaskerekek profilszámítása. *Gép*, 1976. 5. sz.
- [77] Maros, D., Pálffy, K. Profilberechnungen für Zahnräder. *Industrie-Anzeiger*, 99. évf. (1976) 28. sz.
- [78] Marsoner, S., Ebner, R., Minichmayr, R. Material Behaviour of Powder-Metallurgically Processed Tool Steels in Tensile and Bending Tests. *The Use of Tool Steels: Experience and Research Proceedings of the 6-th International Tooling Conference*, Karlstad, Sweden, 10–13 September, 2002., 197–208. p.
- [79] Mattox, D. M. *Handbook of Physical Vapor Deposition (PVD) Processing*. Elsevier, 2010. ISBN: 978-081-5520-38-2.
- [80] Münz, V.D., Smith, I.J., e.a. PVD Superlattice Structured Hard Coatings Designed for Dry High Speed Machining.
URL <https://www2.lirimm.fr/lirimm/interne/BIBLI/CDROM/ROB/2000/ECN–IMTP/B2/Munz.pdf>.
- [81] Máté, M. *Calculul cuțitelor roată cu dinți înclinați*. Editura Universității „Petru Maior” Tîrgu-Mureș, 2004.
- [82] Máté, M. *Contribuții privind optimizarea parametrilor constructivi-funcționali ai cuțitelor-roată cu dinți înclinați (Hozzájárulások a ferdefogú metszőkerekek konstruktív és működési paramétereinek optimalizálásához) – doktori értekezés*. Brassói „Transilvania” Egyetem, 1999.
- [83] Máté, M., Hollanda, D. The cutting of cylindrical gears having archimedean spiral shaped tooth line. *13th International Conference on Tools, 27-28 March 2012, Miskolc, ISBN 978-963-9988-35-4*, 2012., 357–362. p.
- [84] Máté, M., Hollanda, D. The Repartition of the Cutting Speed by Shaving Using Axial Feed. *The 6th International Conference on Interdisciplinarity in Engineering. Interdisciplinarity in Development of New Technologies, ISSN 2285 - 0945, ISSN-L2285 - 0945*, 2012., 45–49. p.
- [85] Mutnyánszky, Á. *Statika*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1964.
- [86] Nacy, S.M., Mohammad, Q.A., Mohammed, N.M. Generation of Crowned Parabolic Novikov Gears. *Engineering Letters, 15-1, EL-15-1-4*, 2007.
URL http://www.engineeringletters.com/issues_v15/issue_1/EL_15_1_4.pdf.
- [87] Peters, W. Generating milling cutter., 1997. 14.
URL <http://www.google.com.na/patents/US5593254>. US Patent 5,593,254, utolsó letöltés:2016. október 1.
- [88] Pálffy, K. *Contribuții la generarea danturilor interioare prin metoda cojirii cu rulare continuă. Doktori értekezés*. Kolozsvári Műszaki Egyetem, 1976.
- [89] Pálffy, K. Fogazószerszámok belső fogazatok lefejtő hámozásos megmunkálásához. *Gép*, 1981. 10. sz.
- [90] Pálffy, K., Preszenszky, T., Csibi, V., Antal, B., Gyenge, Cs., Balogh, F. *Fogazott alkatrészek tervezése, szerszámai és gyártása*. ISBN:973-9203-46-9, Gloria Kiadó, Kolozsvár, 1999.
- [91] Pálmai, Z. *Szerszámanyagok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1991.
- [92] Quinto, D. T. Twenty-Five Years of PVD-Coatings at the Cutting Edge.
URL <http://online.qmags.com/SVC1007/>.
- [93] Rickenmann, A. Gear grinding machine., 1957. 26.
URL <https://www.google.com/patents/US2786309>. US Patent 2,786,309, utolsó letöltés:2016. október 5.
- [94] Réti, T., Zsoldos, I. *Válogatott fejezetek az anyagtudományból*. 2011, Széchenyi István Egyetem.
URL http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0013_05_Valogatott_fejezetek_az_anyagtudomanybol/51_lecke_bevozatolsi_techolgik.html.
- [95] Secară, Gh. *Proiectarea sculelor așchietoare*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979.
- [96] Sályi, I. *Műszaki Mechanika I. A kinematika elemei*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1960.
- [97] Szeniczai, L. *Az általános fogazás. 2. átdolgozott kiadás*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1955.
- [98] Uhlich, P. Method of grinding straight and helical teeth on spur wheels., 1934. 26. URL <http://www.google.com/patents/US1964233>. US Patent 1,964,233, utolsó letöltés:2016. október 5.

- [99] Ullmann, E., e.a. CBN Coatings on Cutting Tools. URL http://www.iwf.tu-berlin.de/fachgebiet_werkzeugmaschinen_und_fertigungstechnik/menu/forschung/laufende_projekte/hartspan/news/.
- [100] Voinea, P.R. *Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie*. Editura Academiei R. S. R., 1989.
- [101] Vörös, I. *Gépelemek III. Fogaskerekek*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1964.
- [102] Zheng, G., e.a. Research on the theoretical tooth profile errors of gears machined by skiving. *Mechanism and Machine Theory*, 97. évf. (2016), 1– 11. p.

Cylindrical Gear Cutting Tools

English Abstract and Table of Contents

Gear manufacturing – including all its beauty and difficulty – stays as a remarkable part of the engineering sciences through its polemic- provocative, development-starting attitude. Automotive industry, mining, hard machinery energetics and many other domains of economic activity – due to the hard working conditions – continuously present real demands for gears while other solutions are hardly imaginable and may be implemented (only) through considerable financial investment. In such circumstances, gear theory and manufacturing technology are involved in a permanent evolution. New materials, technologies and improved machine infrastructures invoke new conditions that challenge the gear and manufacturing science – domains that are often considered as classics and pretty closed nowadays. When analyzing the evolution of gear cutting tools in the past quarter century, the evidence of a multilayered development becomes incontestable, marking the directions of tool materials, tool constructions and cutting geometry.

The goal of the present book is to synthesize the cylindrical gear cutting tools emphasizing constructive and geometrical characteristics through proper mathematical models. These models are appropriate but not exclusive: their analysis can lead to discussions and new models. As a consequence, I recommend this not only for the students of manufacturing sciences but also for researchers and PhD students.

The book is structured on five chapters and an appendix.

The first chapter deals with a systematic presentation of cutting tool materials with special consideration of the accelerated development of material sciences. Here, physical and mechanical properties are presented in connection with the possible cases of application.

Chapter two presents the copying tools. The mathematical models of constructive elements and geometry are explicitly described and discussed. They are completed by the mathematical models of the newest constructions that use inserts with linear cutting edges. This last solution leads to further discussions regarding the classification of this cutting tool. Considering the working principle, it is a copying tool, but despite of this, it realizes the involute profile as the envelope of the hyperbolic traces of the edge in the radial plane of the cut gear.

Chapter three presents the classical generating tools: Max Maag's planing comb, Fellow's cutter, gear hob and skiving cutter. The geometry of the tools mentioned before is discussed using an exact mathematical model based on vector calculus. The classical diagram-based dimensioning procedures are completely replaced by exact mathematical formulae and procedures. The elaborated geometrical models can be easily used for optimization of the discussed tool.

The fourth chapter presents a special case of cylindrical gears with curved teeth. The solution is one original, synthesizing the results of the personal research of the author. The

proposed gear is based on a mathematical solution that completely differs from the well-known Novikov-Wildhaber gear geometry. Here, the toothline is derived from an Archimedean spiral. Its robustness is supported by all advantages of involute geometry and the corresponding manufacturing technology and completed by simple gearing patch localizing techniques. The mathematical modeling of reciprocate meshing surfaces have led to a completely new concept: the double meshing theory. This differs essentially from the classical, one or two parameter meshing model. Thereinafter chapter deals with the construction of the milling head, the geometry and the relieving possibilities of the inserts, considering the aspects of the profile constancy.

The last chapter presents the gear finishing tools, with special consideration of the gear shaving process and the shaving disk.

Appendix A describes the general vectorial computing method of the constructive and functional geometry. All cutting angle repartition functions and their graphical representations in the chapters before were realized through the particularization of this and computed in Mathcad environment.

I will use this opportunity to thank the Hungarian Government for helping my personal research described in chapter four, through the "John von Neumann" fellowship prize.

Last but not least, I would like to express warm thanks to Professor Dénes Hollanda for the careful proofreading, the appropriate remarks that contributed to a substantial increase of the quality of the present work. Finally, I would like to express my hope that I stirred the interest of the reader for the wonderful world of gear manufacturing, gear cutting tools and vectorial geometry.

Contents

1. Foreword in Hungarian	11
1. Chapter. Material grades for cutting tools	13
1.1. A brief history	14
1.2. The taxonomy of cutting tool grades	17
1.3. The High-speed steel	18
1.3.1. The domains of appliance of the HSS	18
1.3.2. The composition of the HSS	18
1.3.3. The principal HSS grades	20
1.3.4. The physical and mechanical properties of the HSS	21
1.4. Carbides	24
1.5. Cermets	27
1.6. Ceramics	28
1.7. The cubic boron-nitride (CBN)	32
1.8. The poly-crystalline diamond (PCD)	34
1.9. Coated grades	35
1.9.1. The principle of thin coating	36
1.9.2. The most widely used thin film coatings	41
1.10. Grinding grades	46
1.10.1. The structure of the grinding wheel	46
1.10.2. The taxonomy of grinding tools	46
1.10.3. Grinding wheel grades and characteristics	47
1.10.4. The form of the grains	50
1.10.5. The heat treatment of the grains	50
1.10.6. The symbolization of the grinding grades	51
1.10.7. The selection of the grinding grade.	53
2. Chapter. Cylindrical gear cutting tools working on the principle of profile copying	57
2.1. The involute disk mill	58
2.1.1. The theoretical profile of the involute disk mill	58
2.1.2. The analytical representation of the tool profile	59
2.1.3. The constructive dimensions of the involute disk mill	62
2.1.4. The geometry of the involute disk mill	68
2.1.5. The correction of the profile	73
2.1.6. The involute disk mill with grinded relief faces	74
2.1.7. The correction of the profile of the relieving grinding wheel	76
2.1.8. Involute disk mill sets	86
2.1.9. Involute disk mills for helical gears	87
2.1.10. Unrelieved involute disk mills with cutting inserts	92
2.1.11. Involute disk mills with profiled inserts	98
2.2. The involute end mill	99
2.2.1. The roughing involute end mill	101
2.2.2. The finishing involute end mill	102

3. Chapter. Classical cylindrical gear cutting tools working on the principle of meshing	109
3.1. The planing comb	111
3.1.1. The Maag type right toothed planing comb	112
3.1.2. The Maag-type inclined planing comb	126
3.2. The gear shaper cutter	133
3.2.1. The principle of meshing with a gear shaper cutter	134
3.2.2. The straight toothed gear shaper cutter	135
3.2.3. The Sykes-type helical shaper cutter	158
3.2.4. The Fellows-type helical shaper cutter	170
3.3. The involute gear hob	187
3.3.1. The principle of meshing with an involute hob	188
3.3.2. The computing of the geometric parameters of the basic involute worm	193
3.3.3. The manufacturing parameters of the basic involute worm	196
3.3.4. The equations of the cutting edges	201
3.3.5. The linearization of the cutting edges	205
3.3.6. The geometry of the gear hob	209
3.3.7. The relief faces and the relieving through grinding	221
3.3.8. The computing of the constructive and geometric parameters of the gear hob	230
3.3.9. Gear hobs with modified profile	237
3.3.10. Worm wheel hobs	239
3.3.11. Gear hobs with indexable inserts	239
3.4. The gear skiving cutter	243
3.4.1. The principle of skiving	243
3.4.2. The construction of the skiving cutter	246
4. Chapter. Meshing tools for cylindrical gears with curved teeth	249
4.1. The generating principle of cylindrical gears with curved teeth	250
4.1.1. The generating of gears with circular arc toothline	251
4.1.2. The generating of gears with Archimedean spiral toothline	251
4.2. The dependence of generating surfaces and the meshing surfaces	259
4.2.1. Case of meshing using radial feed	259
4.2.2. Case of meshing using tangential feed	263
4.2.3. The theory of double meshing	264
4.3. The construction of the milling head	271
4.3.1. The cutting geometry	274
4.4. The localization of the contact pattern	286
4.4.1. Case of head operating with radial feed	286
4.4.2. Case of head operating with tangential feed	290
5. Chapter. Cylindrical gear finishing tools	299
5.1. The gear shaving cutter	300
5.1.1. The chip removing process by shaving	301
5.1.2. The geometrical and dimensional parameters of the shaving cutter	303
5.2. The shaving worm	315
5.3. The skiving hob	316
5.3.1. The construction of the skiving hob	317
	359

5.3.2. The characteristic cutting parameters by skiving	318
5.3.3. The geometry of the skiving hob	318
5.4. Gear grinding wheels	320
Appendix A. The geometry of the cutting tools	328
A.1. The constructive geometry	329
A.1.1. The applied frames	329
A.1.2. The vector basis of the constructive frame	331
A.1.3. The position of the cutting wedge related to the constructive frame	332
A.1.4. The formulae of the orthogonal constructive cutting angles	334
A.1.5. The formulae of the normal constructive cutting angles	338
A.1.6. The constructive primary edge angle	340
A.2. The functional geometry	342
A.2.1. The vector basis of the functional frame	342
A.2.2. The vectorial formulae of the functional cutting angles	344
A.3. The relation between the constructive and the functional geometry	345
A.3.1. The transformation from the constructive to the functional frame	345
A.3.2. The relations between the constructive and effective angles	346
A.4. Conclusions	349
Bibliography	351
English Abstract and Table of Contents	356
German Abstract and Table of Contents	361
Romanian Abstract and Table of Contents	366

Zerspanungswerkzeuge für Zylindrische Zahnräder

Deutsches Vorwort und Inhaltsverzeichnis

Zahnradfertigung, mit aller ihrer Schönheit und deren begleitenden Schwierigkeiten, bleibt ein ausgesprochenes Element der Maschinenbauwissenschaften. Es ist ohne Zweifel unersetzlich im Rahmen der Schwermaschinenbauindustrie, Bergbau, Energetik, Fahrzeugindustrie und auch mehreren Plätzen der Wirtschaft, wo auch die Funktionierungsbedingungen außergewöhnlich hart sind, und von Zahnradantrieb verschiedene technischen Lösungen schwer vorstellbar sind.

Unter den oben geschriebenen Bedingungen bleibt die Entwicklung der Zahnradgetriebe und Zahnradfertigung immer erforderlich. Die beschleunigte Entwicklung der Materialwissenschaften, der Fertigungstechnologien und der Fertigungsinfrastruktur ermöglichten neuen Zahnradgetrieben zum Leben kommen. Diese brauchen aber ohne Zweifel verbesserte Fertigungsumstände, die nur durch die Genauigkeit der Werkzeugmaschinen und der Werkzeuge erzeugbar werden. In diesem Umstand ist die Qualität des Werkzeugs gar nicht vernachlässigbar. Einige Folgen der Werkzeugentwicklung in dem letzten Vierteljahrhundert führen zu den Anerkennung, daß hier Werkstoff-, Aufbau- und Geometrieverbesserungen verwirklicht sind.

Das Hauptziel dieses Buchs ist die Zusammenfassung, Analyse und geometrische Modellierung der Zerspanungswerkzeugen für Zylindrische Zahnräder. Die ausgerichteten geometrischen Modelle sind zutreffend, aber nicht exklusiv: sie ermöglichen weiteren Forschungen und starten immer neue Debatten. Demnach, empfehle ich dieses Buch nicht nur den Maschinenbauwissenschaften studierenden Hochschülern, sondern auch den Konstrukteuren, Forschern und Doktoranden.

Das Buch ist in fünf Kapitel und einem Appendix unterteilt.

Der erste Kapitel erzielt sich die heutigen Zerspanungswerkzeugstoffe in einem System zusammenfassen. Die angeführten Werkzeugstoffe sind auch in geschichtlicher Reihe angeordnet, und durch die mechanischen und physischen Eigenschaften, Mikro- und Nanotextur, und die vermutliche Anwendungen charakterisiert.

Der zweite Kapitel zeigt eine komplette geometrische Analyse der kopierenden Verzahnungswerkzeugen auf. Neben der genauen Berechnung der konstruktiven und geometrischen Parameter der Modulscheiben- und Modulfingerfräser, wird die auf der Theorie der beiderseits-einhüllenden Oberflächen aufgebauten Profilberechnende analytische Erfahrung tiefergehend dargestellt. Neben diesen, wird die neue, mit geradschneidkantigen Wendeschneidplatten versehenen Konstruktion von konstruktiver und geometrischer Sichtpunkt in Tiefe analysiert.

Der dritte Kapitel präsentiert die klassischen ableitenden Zerspanungswerkzeuge: der Hobelkamm, der Schneidrad, der Wälzfräser und der Schälrad. Die konstruktive Maße, die richtigen Profilformen und Schneidkantenometrien sind durch mathematische Modellen erzeugt. Die klassischen Darstellungen durch Diagrammen sind durch Berechnungserfahrungen

besetzt. Diese Modelle ermöglichen die Optimierung verschiedener Elementen der Werkzeuge, mit dem klaren Ziel den Profilverfäher und spanabhebender Geometrie zu verbessern.

Der vierte Kapitel stellt der Aufmerksamkeit der Leser einen neuen Zylindrischen Zahnrad Aufbau vor, das das Ergebnis der eigenen Forschungen des Autors ausdrückt. Der Flankenkontakt entsteht zwischen eine gewölbte und eine hohlrunde Oberfläche durch die Einführung einer gekrümmten Zahnlinie, die von einer Archimedischen Spirale abgeleitet ist. Die neue Verzahnung vereinigt die Vorteile der klassischen Evolventenverzahnung mit der Möglichkeit der Kontakterzeugung zwischen Tragflächen mit gegenseitigen Krümmungen, und zeigt dadurch eine viel verbesserte Tragfähigkeit auf. Der Kontakt zwischen der ableitenden Oberflächen bildete Flächenschar und die resultierende einhüllende Flankenoberfläche ist nur durch die Einführung einer neuen Theorie möglich: die Theorie der Doppelein hullung. Es ist zu bemerken, daß diese von der zweiparameterische Einhüllung wesentlich verschieden ist. Weiter sind die Berechnungen der Fräsekopf, der Geometrie und die Hinterschliffmöglichkeiten der Einsatzmeißeln dargestellt.

Der fünfte Kapitel fasst die Schlichtwerkzeuge für Zylindrische Zahnräder zusammen. Hier sind der Schabrad, der Schabschnecke und der Schälwälzfräser analysiert. Die wirkende Geometrie, und die Aufbauvarianten sind für alle Werkzeuge aufgezählt. Ein wichtiger Teil des Kapitels ist mit Schleifwerkzeugen besetzt. Neben dem Prinzip der Schleiferfahrung, werden die konstruktive Maße und die Berechnungen für jede berühmte Variante (Maag, Niles und Reishauer) präsentiert.

Der Appendix faßt die vektorische Berechnungserfahrung der konstruktive und wirkende Schneidkanten geometrie um. Die in dem vorherigen Kapitel befindlichen Verteilungen der Span- und Freiwinkeln waren mit Hilfe der obengenannten Erfahrung im Mathcad Umgebung berechnet.

Schließlich, möchte ich meinen herzlichen Dank und Erkenntlichkeit an der Ungarischen Staatsregierung ausdrücken für die Unterstützung meiner Forschungen durch der „John von Neumann“ Stipendium.

Außerdem, möchte ich innig Herrn Professor Dénes Hollanda danken für das vorsorgliche Lektorieren, für die zu der Form und dem Inhalt angebundenen Bemerkungen und Vorschlägen, die alle zur wesentlichen Verbesserung des Buchs zugeführt haben.

Als Schlusswort, hoffe ich daß der Inhalt des Buchs die Interesse der Leser für Zahnradfertigung, Verzahnungswerkzeuge, und Vektorgeometrie wirklich erwecken kann.

Inhalt

Vorwort in Ungarisch	11
Kapitel 1. Werkstoffzusammensetzungen für spanende Werkzeuge	13
1.1. Eine kurze Übersicht	14
1.2. Die Klassifikation der spanenden Werkstoffe	17
1.3. Der Schnellarbeitsstahl	18
1.3.1. Die Anwendungsorte der Schnellarbeitsstahl	18
1.3.2. Die Zusammensetzung der Schnellarbeitsstahl	18
1.3.3. Die bezeichnende Schnellarbeitsstahlgüte	20
1.3.4. Die physische und mechanische Eigenschaften der Schnellarbeitsstahl	21
1.4. Das Hartmetall	24
1.5. Die Metallkeramik	27
1.6. Die Keramik	28
1.7. Das Kubische Bornitrid (CBN)	32
1.8. Der Sammelkristalldiamant (PCD)	34
1.9. Beschichtete Werkstoffe	35
1.9.1. Das Prinzip der Beschichtung	36
1.9.2. Häufig benutzten Beschichtungsgüte	41
1.10. Schleifstoffgüte	46
1.10.1. Die Textur der Schleifkörper	46
1.10.2. Die Klassifikation der Schleifkörper	46
1.10.3. Schleifkorngüte und Eigenschaften	47
1.10.4. Die Form der Körner	50
1.10.5. Die Wärmebehandlung der Körner	50
1.10.6. Die Bezeichnung der Schleifstoffgüte	51
1.10.7. Die Auswahl der Schleifstoff	53
Kapitel 2. Nachform-Verzahnungswerkzeuge	57
2.1. Der Modulscheibenfräser	58
2.1.1. Das theoretische Profil des Modulscheibenfräasers	58
2.1.2. Die analytische Darstellung der Profil	59
2.1.3. Die Einheitsgröße der Modulscheibenfräser	62
2.1.4. Die Geometrie der Modulscheibenfräser	68
2.1.5. Die Berichtigung der Profil	73
2.1.6. Der Modulscheibenfräser mit geschliffenen Freiflächen	74
2.1.7. Die Profilberichtigung der Schleifscheibe	76
2.1.8. Modulscheibenfräser- Serien	86
2.1.9. Modulscheibenfräser für Schrägverzahnungen	87
2.1.10. Nichthinterschliffene Modulscheibenfräser mit Wendeschneidplatten	92
2.1.11. Modulscheibenfräser mit Involutprofilierter Wendeschneidplatten	98
2.2. Der Modulfingerfräser	99
2.2.1. Schrumpfende Modulfingerfräser	101
2.2.2. Modulfingerfräser für Feinbearbeitung	102

Kapitel 3. Wälzende Verzahnungswerkzeuge	109
3.1. Der Hobelkamm	111
3.1.1. Der geradzähnige Maag-Hobelkamm	112
3.1.2. Der schrägzähnige Maag-Hobelkamm	126
3.2. Der Stossrad	133
3.2.1. Die Prinzip der Profilableitung durch Stossen	134
3.2.2. Der geradzähnige Stossrad	135
3.2.3. Der schrägzähnige plangeschliffte Sykes-Stossrad	158
3.2.4. Der schrägzähnige treppengeschliffte Fellows-Stossrad	170
3.3. Der Wälzfräser	187
3.3.1. Das Wirkprinzip des Wälzfräasers	188
3.3.2. Die Berechnung der geometrischen Parameter der Grundschnecke	193
3.3.3. Die Fertigungsparameter der Grundschnecke	196
3.3.4. Die Gleichungen der Schneidkanten	201
3.3.5. Die Linearisierung der Schneidkanten	205
3.3.6. Die Geometrie der Wälzfräser	209
3.3.7. Die Freiflächen und der Hinterschliff	221
3.3.8. Die Berechnung den Einheitsgrössen und der Wälzfräsergeometrie	230
3.3.9. Wälzfräser mit Protuberanz	237
3.3.10. Schneckenrad-Wälzfräser	239
3.3.11. Wälzfräser mit Hartmetall-Wendeplatten	239
3.4. Der Schälrad	243
3.4.1. Das Prinzip der Zahnflankenableitung durch Schälen	243
3.4.2. Der Aufbau des Schälrads	246
Kapitel 4. Wälzwerkzeuge für krummzähnige Zylindrische Zahnräder	249
4.1. Das Prinzip der Ableitung krummzähnigen Zylindrischen Zahnräder	250
4.1.1. Der Ableitung kreisbogenzähnigen Zylindrischen Zahnräder	251
4.1.2. Der Ableitung krummzähnigen Zylindrischen Zahnräder mit archimedische spiralförmige Zahnflanklinie	251
4.2. Der Zusammenhang zwischen der Ableitende und Einhülloberflächen	259
4.2.1. Fall der Wälzen mit Radialvorschub	259
4.2.2. Fall der Wälzen mit Tangentialvorschub	263
4.2.3. Die Theorie der verdoppelte Einhüllung	264
4.3. Der Aufbau des Fräsekopfs	271
4.3.1. Die Schneidkantengeometrie	274
4.4. Die Lokalisierung der Tragbild	286
4.4.1. Fall der Wälzen mit Radialvorschub	286
4.4.2. Fall der Wälzen mit Tangentialvorschub	290
Kapitel 5. Verzahnungswerkzeuge für Feinbearbeitung	299
5.1. Der Schabrad	300
5.1.1. Das Spanabhebungsprocess bei Schaben	301
5.1.2. Die Berechnung den Einheitsgrössen und der Geometrie der Schabrad	303
5.2. Der Schabschnecke	315
5.3. Der Schälwälzfräser	316

5.3.1. Der Aufbau des Schälwälzfräasers	317
5.3.2. Die bezeichnende Schneidparameter	318
5.3.3. Die Geometrie der Schälwälzfräser	318
5.4. Verzahnungschleifkörper	320
Annexe A. Die Geometrie der Zerspanungswerkzeuge	328
A.1. Die konstruktive Geometrie	329
A.1.1. Die angewandte Koordinatensysteme	329
A.1.2. Die Vektor-Basis der Bezugssystem	331
A.1.3. Die Stelle der Schneidkeil in der Bezugssystem	332
A.1.4. Die Berechnungsformeln der orthogonalen Schneidwinkeln	334
A.1.5. Die vektorielle Berechnungsformeln der Schneidwinkeln in der Normalebene	338
A.1.6. Der Konstruktiver Haupteinstellwinkel	340
A.2. Die wirkende Geometrie	342
A.2.1. Die Vektor-Basis der wirkenden Bezugssystem	342
A.2.2. Die vektorielle Berechnungsformel der wirkenden Schneidwinkeln	344
A.3. Der Zusammenhang zwischen der bezugs- und wirkende Geometrie	345
A.3.1. Die Matrixtransformation zwischen die bezugs- und wirkende Koordinatensystem	345
A.3.2. Der Zusammenhang zwischen der bezugs- und wirkende Schneidwinkeln	346
A.4. Schlußfolgerungen	349
Bibliographie	351
Englisches Vorwort und Inhaltsverzeichnis	356
Deutsches Vorwort und Inhaltsverzeichnis	361
Rumänisches Vorwort und Inhaltsverzeichnis	366

Scule pentru danturarea roților dințate cilindrice

Rezumat și cuprins în limba română

Fabricația roților dințate – cu eleganța ei deosebită și toate dificultățile ce o însoțesc – rămâne fără îndoială un pol marcant al științelor ingineresti, prin caracterul ei provocativ, declanșator de polemici ce poartă germenii progresului tehnic și științific. În industria de automobile, minieră, energetică, și în nenumărate alte arii de activitate economică, unde condițiile de funcționare sunt nu tocmai comode, greu și mai ales cu multă investiție financiară pot fi imaginate soluții ce ar elimina clasicele și robuste angrenaje. În asemenea circumstanțe, evoluția teoriei angrenării și a tehnologiei de fabricație a roților dințate rămâne o necesitate de necontestat. Evoluția ingineriei și științei materialelor, a tehnologiilor și a infrastructurilor de fabricație formulează mereu cerințe noi, ceea ce face ca știința angrenajelor – aparent încheiată ca evoluție – să fie continuu provocată, iar soluțiile nu se lasă prea mult așteptate. Angrenajele concepute și testate în laborator prind viață în urma tehnologiei, iar succesul acestora este asigurată de calitatea coreespunzătoare a mașinilor-unelte și a sculelor de danturare. Examinând dezvoltarea acestora în ultimul sfert de veac, constatăm existența unei evoluții simultane a materialelor, a soluțiilor constructive și a geometriei sculelor de danturare.

Scopul cărții de față este aceea de a înmănunchia sculele de danturare ale roților dințate cilindrice, cu accent deosebit asupra detalierii modelelor matematice ale elementelor constructive și geometrice. Despre modelele matematice înșiruite trebuie menționat faptul că deși corecte, nu sunt exclusive: mai degrabă le consider declanșatoare de dezbateri, înspre găsirea și a altor soluții. În acest sens, recomand această lucrare cu încredere nu numai studenților de la tehnologia construcțiilor de mașini și mecatronică, ci și cercetătorilor și doctoranzilor.

Lucrarea este structurată pe cinci capitole și o anexă.

Capitolul întâi trece în revistă toate materialele de scule așchietoare, marcând îndeosebi caracteristicile fizico-mecanice ale acestora, domeniile de utilizare, cu accent deosebit asupra evoluției după anii '90. Capitolul doi analizează sculele de danturare prin copiere. Modelele de calcul ale soluțiilor clasice sunt prezentate aici cu amănunțime. În completare sunt adăugate și modelele de calcul ale noilor soluții de freze-disc modul, cu plăcuțe având tăișul rectiliniu. Clasificarea noului sistem este dificil: acesta poate fi considerat atât sculă de copiere, cât și generatoare, realizând arcul de evolventă ca și înfășurătoarea arcelor de hiperbolă lăsate în urmă de tăișul așchietor în planul radial al danturii generate.

Capitolul trei prezintă sculele de danturare clasice, care lucrează prin generare: cuțitele-pieptene, cuțitele-roată, frezele-melc și roțile de cojire. Geometria acestora este prezentată și discutată în baza metodei vectoriale, fără aproximări. Metodele de determinare a diferitelor mărimi, bazată pe diagrame, aici sunt înlocuite prin relații analitice. Modelele geometrice elaborate facilitează proiectarea optimală a sculelor.

Capitolul patru prezintă sculele de danturare ale roților dințate cilindrice cu dantură curbă. Angrenajul în cauză nu este binecunoscuta soluție Novikov-Wildhaber, ci angrenajul

cu dantură curbă în arc de spirală arhimedică, rezultat al cercetărilor proprii. Robustetea acestei soluții o văd în faptul că acesta preia toate avantajele danturii și tehnologiei de danturare evolventice, la care se adaugă simplitatea și eficiența cu care se poate realiza pata de contact. Capitolul prezintă și particularitățile geometrice ale înfășurării, care au putut fi rezolvate prin implementarea unui nou model, concretizat în baza teoriei înfășurării duble – deasemenea o dezvoltare proprie. Aceasta diferă esențial de modelul înfășurării mono-, respectiv biparametrice. În continuare se prezintă construcția capului de frezat, construcția, geometria și posibilitățile de detalonare ale cuțitelor, precum și analiza constanței profilului.

Capitolul cinci sistematizează sculele de finisare ale danturilor cilindrice, cu accent deosebit asupra șeverului-disc.

Cartea se încheie printr-o anexă, în care se prezintă modelul de calcul vectorial generalizat al geometriei constructive și funcționale a sculei așchietoare. Trebuie menționat faptul că graficele de repartiție ale geometriei, prezentate în capitolele precedente, au fost calculate prin particularizarea modelului de calcul prezentat în anexă, în mediul Mathcad.

Țin să mulțumesc pe această cale Guvernului Maghiar pentru sprijinul acordat cercetării desfășurate, fundamentatoare a rezultatelor prezentate în capitolul patru, prin bursa de cercetare „John von Neumann”.

Nu în ultimul rând, doresc să mulțumesc din toată inima domnului profesor universitar Dionisie Hollanda, pentru lecturarea minuțioasă a lucrării, pentru sugestiile și observațiile făcute, în baza cărora calitatea prezentării a putut fi considerabil îmbunătățită.

În final, îmi exprim speranța că prin parcurgerea acestei lucrări, am reușit să atrag Cititorul în lumea minunată a modelării angrenajelor, a geometriei și a sculelor de danturare.

Cuprins

Prefață în limba maghiară	11
Capitolul 1. Materiale pentru scule aşchietoare	13
1.1. Scurt istoric	14
1.2. Clasificarea materialelor sculelor aşchietoare	17
1.3. Oţelul rapid	18
1.3.1. Domenii de aplicare ale oţelului rapid	18
1.3.2. Compoziția oţelului rapid	18
1.3.3. Principalele mărci de oţel rapid	20
1.3.4. Proprietățile fizico-mecanice ale oţelului rapid	21
1.4. Carburi metalice	24
1.5. Materiale ceramico-metalice (cermet)	27
1.6. Materiale ceramice	28
1.7. Nitrura cubică de bor (CBN)	32
1.8. Diamantul policristalin (PCD)	34
1.9. Materiale acoperite cu straturi subțiri	35
1.9.1. Principiul acoperirii cu straturi subțiri	36
1.9.2. Compoziții de straturi subțiri frecvent întâlnite	41
1.10. Materiale abrazive	46
1.10.1. Structura sculei abrazive	46
1.10.2. Clasificarea materialelor abrazive	46
1.10.3. Mărci de materiale abrazive și proprietățile acestora	47
1.10.4. Forma grăunților abrazivi	50
1.10.5. Tratarea termică a grăunților abrazivi	50
1.10.6. The symbolization of the grinding grades	51
1.10.7. Simbolizarea materialelor abrazive.	53
Capitolul 2. Scule de danturare prin copiere	57
2.1. Freza-disc-modul	58
2.1.1. Profilul teoretic al frezei-disc modul	58
2.1.2. Expresiile analitice ale profilului dintelui	59
2.1.3. Parametrii constructivi ai frezei-disc modul	62
2.1.4. Geometria frezei-disc modul	68
2.1.5. Corectarea profilului frezei-disc modul	73
2.1.6. Freza disc-modul cu fețele de aşezare rectificate	74
2.1.7. Corectarea profilului dicului de rectificat	76
2.1.8. Seturi de freze-disc modul	86
2.1.9. Freze-disc modul pentru dantură înclinată	87
2.1.10. Freze-disc modul nedetalonate armate cu plăcuțe neprofilate	92
2.1.11. Freze-disc modul cu plăcuțe profilate	98
2.2. Freza deget-modul	99
2.2.1. Freza deget-modul de degroșare	101
2.2.2. Freza deget-modul de finisare	102

Capitolul 3. Scule de danturare clasice care lucrează prin metoda generării	109
3.1. Cuțitul-pieptene	111
3.1.1. Cuțitul-pieptene de tip Maag cu dantură dreaptă	112
3.1.2. Cuțitul-pieptene de tip Maag cu dantură înclinată	126
3.2. Cuțitul-roată	133
3.2.1. Principiul generării danturii cu cuțite-roată	134
3.2.2. Cuțitul-roată cu dinți dreupți	135
3.2.3. Cuțitul-roată cu dinți înclinați de tip I. Sykes	158
3.2.4. Cuțitul-roată cu dinți înclinați de tip II. Fellows	170
3.3. Freza-melc modul	187
3.3.1. Principiul generării danturii cu freze-melc modul	188
3.3.2. Calculul parametrilor geometrici ai melcului de bază	193
3.3.3. Parametrii de fabricație ai melcului de bază	196
3.3.4. Ecuatiile tăișurilor	201
3.3.5. Liniarizarea tăișurilor	205
3.3.6. Geometria frezei-melc	209
3.3.7. Feșele de așezare și detalonarea de rectificare	221
3.3.8. Calculul parametrilor constructivi și geometrici	230
3.3.9. Freze-melc modul cu profil modificat	237
3.3.10. Freze-melc pentru roți melcate	239
3.3.11. Freze-melc cu plăcuțe fixate mecanic	239
3.4. Cuțitul-roată de cojire	243
3.4.1. Principiul cojirii danturii	243
3.4.2. Construcția cuțitului-roată de cojire	246
Capitolul 4. Scule pentru generarea roților dințate cilindrice cu dantură curbă	249
4.1. Principiul generării danturilor cilindrice curbe	250
4.1.1. Generarea danturilor cilindrice în arc de cerc	251
4.1.2. Generarea danturilor cilindrice în arc de spirală arhimedică	251
4.2. Dependența între suprafeșele generatoare și cele înfășurătoare	259
4.2.1. Cazul generării cu avans radial	259
4.2.2. Cazul generării cu avans tangențial	263
4.2.3. Teoria înfășurării duble	269
4.3. Construcția capului de frezat	271
4.3.1. Geometria capului de frezat	274
4.4. Localizarea petei de contact	286
4.4.1. Cazul generării cu avans radial	286
4.4.2. Cazul generării cu avans tangențial	290
Capitolul 5 Scule pentru finisarea danturilor cilindrice	299
5.1. Șeverul-disc	300
5.1.1. Procesul formării așchiei la șeveruire	301
5.1.2. Parametrii geometrici și constructivi ai șeverului-disc	303
5.2. Șeverul-melc	315
5.3. Freza-melc modul de cojire	316
5.3.1. Construcția frezei-melc modul de cojire	317
5.3.2. Parametrii regimului de așchiere la cojire	318
	369

5.3.3. Geometria frezei-melc modul de cojire	318
5.4. Scule pentru rectificarea danturilor cilindrice	320
Anexa A. Geometria sculelor aşchietoare	328
A.1. Geometria constructivă	329
A.1.1. Sistemele de referinţă aplicate	329
A.1.2. Baza vectorială a sistemului de referinţă constructiv	331
A.1.3. Poziţia penei de aşchiere în sistemul de referinţă constructiv	332
A.1.4. Formule de calcul pentru unghiurile constructive ortogonale	334
A.1.5. Formule de calcul pentru unghiurile constructive normale	338
A.1.6. Calculul unghiului de atac principal	340
A.2. Geometria funcţională	342
A.2.1. Baza vectorială a sistemului de referinţă funcţional	342
A.2.2. Formule de calcul pentru unghiurile funcţionale	344
A.3. Relaţia dintre sistemele de referinţă constructiv şi funcţional	345
A.3.1. Trecerea de la sistemul de referinţă constructiv la cel funcţional	345
A.3.2. Relaţii între unghiurile constructive şi funcţionale	346
A.4. Concluzii	349
Bibliografie	351
Rezumat şi cuprins în limba engleză	356
Rezumat şi cuprins în limba germană	361
Rezumat şi cuprins în limba română	366

A SOROZAT EDDIG MEGJELENT KÖTETEI

1. Jodál Endre: *Számítástechnika az ezredforduló küszöbén.* 1992.
2. Pálfalvi Attila: *Porkohászat.* 1993.
3. Bagyinszki Gyula – Bitay Enikő: *Bevezetés az anyagtechnikák informatikájába.* 2007.
4. Bitay Enikő: *Lézeres felületkezelés és modellezés.* 2007.
5. Bagyinszki Gyula – Bitay Enikő: *Felületkezelés.* 2009.
6. Forgó Zoltán: *Bevezetés a mechatronikába.* 2009. 1
7. Tolvaly-Rosca Ferenc: *A számítógépes tervezés alapjai. AutoLisp és Autodesk Inventor alapismeretek.* 2009.
8. Bagyinszki Gyula – Bitay Enikő: *Hegesztéstechnika I. Eljárások és gépesítés.* 2010.
9. Bagyinszki Gyula – Bitay Enikő: *Hegesztéstechnika II. Berendezések és mérések.* 2010.
10. Máté Márton: *Műszaki mechanika – Kinematika.* 2010.
11. Bitay Enikő: *Anyagtudományi laboratórium I. Tulajdonságminősítő vizsgálatok.* 2011.

ELŐKÉSZÜLETBEN

Tolvaly-Rosca Ferenc: *Gépelemek.*

Bitay Enikő: *Anyagtudományi laboratórium II. Anyagszerkezettani vizsgálatok.*

A negyedik fejezetet megalapozó kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program” című kiemelt projekt keretei között valósult meg.

The chapter 4. is a result of a research that was supported in the framework of TÁMOP 4.2.4. A/2-11-1-2012-0001 "National Excellence Program – Elaborating and operating an inland student and researcher personal support system" key project. The project was subsidized by the European Union and co-financed by the European Social Fund.



Új és újabb anyagok és technológiák, tökéletesedett gyártórendszerek új követelményekkel lépnek elő, ezek pedig a fogaskerekek klasszikusnak és mára zártnak tűnő tudományterületét folytonos kihívások elé állítja, a megoldások pedig nem váratnak magukra. A megálmodott, majd laboratóriumban kikísérletezett hajtásokat a hatékony gyártási folyamatok teszik életképpé, amihez nem csak a pontos szerszámgépek, hanem a feladathoz illő forgácsolószerszámok is nélkülözhetetlenek. Ha figyelemmel kísérjük ez utóbbiak fejlődését az elmúlt negyedszázadban, többértű haladást tapasztalunk: szerszámanyag, szerszámfelépítés és szerszámgeometria terén.

ISBN 978-606-739-070-4



110

100