

Nemcsak az idő, a tér is számít

Földrajzi összefüggések a halandóság előrejelzésében

Dr. Vékás Péter (e-mail: peter.vekas@uni-corvinus.hu)¹

Budapesti Corvinus Egyetem

Kivonat

A halandóság jövőbeli alakulása egyszerre demográfiai, társadalompolitikai és pénzügyi kérdés. A népesség korösszetétele, az egészségügyi és szociális ellátások igénybe vétele, valamint a nyugdíj- és életbiztosítási kötelezettségek értéke akkor becsülhetők kellően pontosan, ha képesek vagyunk jól megragadni a halálozási viszonyok hosszú távú változását. A legtöbb klasszikus eljárás országonként külön időszorként kezeli a halandóságot. Ez kényelmesen egyszerű, de figyelmen kívül hagyja, hogy a szomszédos vagy más szempontból hasonló népességek tapasztalatai nem függetlenek egymástól. A tanulmány igyekszik közérthetően bemutatni a térbeli és tér-időbeli függőség fogalmát, a Lee–Carter- és Li–Lee mortalitási modellek alapgondolatát, valamint azt, miként kapcsolhatók hozzájuk panel- és térökonometriai előrejelző módszerek. Az alapul szolgáló empirikus vizsgálat 22 európai ország 1960 és 2019 közötti, 0–99 éves korokra vonatkozó adatait elemezte. Az eredmények szerint az országok közötti földrajzi kapcsolatokat kihasználó technikák több országban érdemben javították mind a pontelőrejelzéseket, mind a bizonytalanságot kifejező predikciós intervallumokat. A legfontosabb tanulság nem egyetlen „győztes” modellváltozat kijelölése, hanem az, hogy a halandóság jövőjének becslésekor az idő mellett a tér szerkezetét is érdemes adatként figyelembe venni.

Kulcsszavak: mortalitás-előrejelzés; térbeli függőség; többpopulációs modellek; élettartam-kockázat; térökonometria

1. A térkép a jövőről is mesél

Ha egy országban javulnak a túlélési esélyek, ritkán beszélhetünk teljesen elszigetelt nemzeti történetről. Az orvosi eljárások átlépik a határokat, az egészségpolitikai megoldásokat egymástól tanulják az országok, a járványok és környezeti ártalmak pedig nem állnak meg a határátkelőknél. A dohányzás, az alkoholfogyasztás, a táplálkozás vagy éppen a megelőző szűrések elterjedtsége részben kulturális mintázatokat követ. Emiatt a halandóság változása nemcsak időbeli folyamat, hanem földrajzi mintázatokat is követ.

A mortalitás-előrejelzés hagyományos kérdése így hangzik: mit mond egy ország múltja a saját jövőjéről? A térbeli megközelítés ehhez még egy kérdést tesz hozzá: mit mondanak a

¹ A tanulmány a Szentkereszti–Vékás (2026) cikk eredményeinek önálló, ismeretterjesztő bemutatása. Megírását az „Idősödés: új kihívás a gazdaság és a társadalom számára” című Nemzeti Program (projektkód: NP2025-IDGT-3/2025) és a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási Ösztöndíja támogatta.

hozza közeli országok múltbeli és jelenlegi tapasztalatai? A különbség ahhoz hasonlítható, mintha vezetés közben nemcsak a visszapillantó tüköröt, hanem az oldalsó tükröket is használnánk. A saját pályánk továbbra is a legfontosabb, de a körülöttünk zajló mozgásból is következtethetünk arra, mi várható.

Ez a gondolat különösen fontos a hosszú távú előrejelzéseknél. Egy nyugdíjrendszer vagy egy életjáradékot szolgáltató biztosítótársaság több évtizedre előre vállal kifizetéseket. A népesség-előreszámítások szintén hosszú időhorizonton határozzák meg az iskolák, kórházak, idősellátási férőhelyek és közösségi szolgáltatások várható igényét. Ilyen távon egy évenként ugyan kismértékű, de hosszú távon tartós előrejelzési hiba jelentős pénzügyi és társadalmi eltéréssé növekedhet.

Az alábbiakban először tisztázzuk, mit jelent a halandóság előrejelzése, majd bemutatjuk a térbeli függőség fogalmát. Ezután röviden ismertetjük azokat a modelleket és eljárásokat, amelyekkel a két nézőpont összekapcsolható. Végül egy 22 európai országra kiterjedő vizsgálat legfontosabb eredményeit és gyakorlati következményeit foglaljuk össze. A cél nem a teljes matematikai apparátus megismerése, hanem az alapgondolat, az eredmények és a korlátok közérthető bemutatása.

2. Mit jelent a halandóság előrejelzése?

A halandóságot életkor és naptári év szerint szokás vizsgálni. A halandósági (más néven mortalitási) ráta az adott életkorú, adott időszakban élő népesség létszámához viszonyítva adja meg az elhunytak arányát. Egy húszéves és egy kilencvenéves ember halálozási kockázata nyilvánvalóan nem azonos, és az orvostudomány fejlődésének köszönhetően ugyanazon életkor kockázata is változhat az évtizedek során, többnyire kedvező irányban. Az adatok egy nagy táblázatot alkotnak: a sorokban az életkorok, az oszlopokban a naptári évek állnak, a cellákban pedig az adott korhoz és évhez tartozó halálozási ráták. Az előrejelzés feladata ennek a táblázatnak a jövőbeli oszlopait megbecsülni.

A nyers ráták azonban zajosak. Különösen a kisebb népességekben és a ritkább eseményekkel jellemezhető életkorokban egy-egy év adatait véletlen ingadozások is erősen befolyásolhatják. Ezért a modellek megpróbálják szétválasztani a tartós mintázatot és a véletlen eltérést. A cél nem az, hogy minden múltbeli rezdülést tökéletesen visszaadjunk, hanem hogy azokat a szerkezeti összefüggéseket találjuk meg, amelyek a mintán kívül, a jövőben is használhatók.

A legismertebb megközelítések egyike a Lee–Carter modell (Lee és Carter, 1992). Ennek alapötlete, hogy a kor szerinti halandósági görbe időbeli változását egy közös mortalitásiindex-idősorba tömöríti. Egyszerűsítve a modell így írható fel: $\ln m(x,t) = a(x) + b(x)k(t) + \text{hiba}$. A bal oldalon a mortalitási ráta logaritmusá áll, míg az $a(x)$ az egyes életkorok átlagos logaritmikus halandósági szintjét írja le, a $k(t)$ azt mutatja meg, hogyan változik összességében a halandóság az időben, a $b(x)$ pedig azt, hogy az egyes életkorok mennyire érzékenyek erre a közös változásra.

A $k(t)$ ún. mortalitási index egyfajta „halandósági hőmérőként” képzelhető el. Ha az index csökken, akkor a legtöbb életkorban javulnak a túlélési esélyek, bár nem feltétlenül azonos mértékben. A $b(x)$ paraméterek adják meg, hogy a javulás inkább a fiatalabb, a középkorú vagy az idősebb korcsoportokban jelentkezik-e erősebben. A teljes, minden életkort átfogó adathalmaz így néhány jól értelmezhető összetevőre bontható.

Az előrejelzés kritikus lépése ezután a mortalitási index jövőbeli pályájának becslése. A hagyományos megoldás gyakran egy eltolásos véletlen bolyongás: a következő évi index a jelenlegi értékből, egy átlagos változásból és egy véletlen eltérésből áll. Máskor ARIMA-idősormodellt használnak, amely a közelmúlt változásaiból és korábbi előrejelzési hibákból tanul. Mindkét megoldás egyetlen populáció saját időbeli történetére támaszkodik.

A halandóság előrejelzése nem kizárólag a várható érték meghatározását jelenti. Ugyanilyen fontos annak kifejezése, mennyire bizonytalan a becslés. A jövőbeli mortalitás alakulhat a központi pályánál kedvezőbben vagy kedvezőtlenebbül, és a hosszú távú nyugdíj- és életbiztosítási kötelezettségek értéke ezekre az eltérésekre kimondottan érzékeny lehet. Ezért a jó előrejelzés nem egyetlen görbével, hanem egy lehetséges tartománnyal írja le egy adott életkor mortalitási rátájának alakulását: olyan predikciós sáv, amely megfelelő valószínűséggel tartalmazza a később megfigyelhető értékeket.

3. Miért fontos mindez a gyakorlatban?

A demográfiában a halandóság a népesség jövőbeli létszámának és korösszetételének egyik alapvető meghatározója a termékenység és a vándorlás mellett. Ha az idősök túlélési esélyei a vártnál gyorsabban javulnak, növekszik az idős népesség aránya és az ellátórendszerek hosszú távú terhelése. Ha valamely korcsoportban megtorpan a javulás, annak jelentős következményei lehetnek a munkaerőpiacra, az egészségügyre, a családokra és az államháztartásra nézve. A becslések tehát nem csupán statisztikai gyakorlatok: döntési folyamatokat is alakítanak.

A nyugdíjrendszerek számára a legfontosabb veszélyek egyike az élettartam-kockázat (Májér–Kovács, 2011). Ez azt jelenti, hogy az emberek átlagosan tovább élnek, mint ameddig az előzetes számítások feltételezték. A hosszabb élet társadalmilag öröndetes fejlemény, pénzügyi szempontból azonban több és hosszabb ideig folyósított nyugdíjat jelent. Egy felosztó-kirovó elven működő nyugdíjrendszerben ez a járulékfizetők és ellátottak arányát, egy tőkefedezeti rendszerben pedig a szükséges megtakarítás nagyságát érinti.

Az életbiztosítók különböző termékei ellentétesen reagálhatnak ugyanarra a halandósági változásra. A klasszikus kockázati életbiztosításoknál, amelyek halál esetén a szerződésben megjelölt kedvezményezetteknek teljesítenek kifizetéseket, a vártnál magasabb halandóság növelheti a kifizetéseket, míg az életjáradékoknál, amelyek a biztosított élete során rendszeres jövedelmet nyújtanak, a vártnál hosszabb élettartam jelent nagyobb terhet. A biztosítóknak nemcsak a legvalószínűbb jövőbeli pályát kell megbecsülniük, hanem azt is, milyen szélsőséges, de még életszerű forgatókönyvekkel kell számolniuk a díjakban, a tartalékokban és a szabályozó által előírt szavatolótőke-szükségletben.

A közpolitikai tervezésben hasonló a helyzet. Az idősellátás kapacitásait, a krónikus betegségek kezelését, a megelőzési programokat vagy akár a lakhatási és közlekedési infrastruktúrát hosszú időre előre alakítják ki. A bizonytalanságot is figyelembe vevő előrejelzések elősegítik a rugalmas, több forgatókönyvre felkészült döntéshozatalt. A predikciós intervallum tehát nem statisztikai dísz, hanem a kockázatkezelés alapvető segédeszköze.

Az előrejelzési pontosság javulását nem kizárólag matematikai mérőszámokban érdemes értékelni. Az előrejelzési hiba csökkentése pontosabb népesség-előreszámítást, megbízhatóbb életbiztosítási díjszámítást és tartalékolást, valamint kiegyensúlyozottabb nyugdíjtervezést tesz lehetővé. Természetesen egyetlen modell sem szünteti meg a jövő bizonytalanságát. A modell feladata az, hogy a rendelkezésre álló adatokból következetesen, ellenőrizhetően, a bizonytalanságot őszintén megragadva készítsen döntéstámogató becslést.

4. A térbeli függőség: amikor a szomszédok hasonlóan

A területi statisztika egyik legismertebb alapelve szerint minden összefügg mindennel, de a közeli dolgok általában erősebben kapcsolódnak egymáshoz, mint a távoliak (Tobler, 1970). Ez nem természeti törvény, amely alól nincs kivétel, hanem hasznos empirikus megfigyelés. Lakásárak, munkanélküliségi ráták, választási eredmények, légszennyezettség vagy járványos

megbetegedések gyakran alkotnak ún. földrajzi klasztereket: hasonlóan viselkedő, térben összefüggő blokkokat. Ez az alapelv jól működik a halandóság csökkenése esetén is.

Térbeli autokorrelációról beszélünk, ha egy változó egy adott helyen mért értéke tendenciózusan hasonlít a hozzá térben közeli helyeken mért értékekhez. Pozitív térbeli autokorreláció esetén a magas értékek közelében magas, az alacsony értékek közelében pedig alacsony értékek jelennek meg. Negatív térbeli autokorreláció esetén inkább ellentétes értékek kerülnek egymás mellé. Ha semmilyen mintázat nincs, és a térkép elrendezése lényegében véletlenszerűnek tekinthető, akkor nem áll fenn térbeli autokorreláció.

A „közelség” meghatározása maga is modellezési döntés. A legegyszerűbb esetben két területi egység (a továbbiakban: ország) akkor szomszéd, ha közös szárazföldi határuk van. Egy másik megoldás a fővárosok vagy földrajzi középpontok távolságát használja, és a távolsággal fordítottan arányosan gyengíti a kapcsolatot. Beszélhetünk azonban nem földrajzi közelségről is: ilyen a hasonló nyelv, egészségügyi rendszer, jövedelmi szint, vallási és életmódbeli hagyomány vagy intenzív migrációs kapcsolat. A térbeli modell valójában mindig egy kapcsolati háló modellje, amelynek leggyakoribb, természetes alapesete a földrajzi térképen alapuló modell.

A tér-időbeli függőség még egy lépéssel tovább megy. Nemcsak azt vizsgálja, hogy a szomszédos országok ugyanabban az évben hasonlóak-e, hanem azt is, hogy egy ország jelenlegi változása együtt jár-e saját maga vagy a szomszédai korábbi változásával. Például egy egészségügyi innováció, szabályozás vagy életmódbeli változás nem feltétlenül egyszerre jelenik meg mindenütt; a hatás terjedhet a térben, és késleltetve is érzékelhetővé válhat.

A térbeli autokorreláció egyik klasszikus mérőszáma a Moran-féle I mutató (Moran, 1950). Ennek kiszámításához először rögzíteni kell, mennyire tekintjük az egyes területeket egymással kapcsolatban állónak, ami egy ún. térbeli súlymátrixszal adható meg tömör, táblázatos formában. Ezután pedig azt vizsgáljuk, hogy a területi egységek értékei milyen szorosan és irányban mozognak együtt a közelinek tekintett területek súlyozott átlagával. A mutató globális változata egy számba sűríti az egész térképen jelen lévő mintázatot, a helyi mutatók pedig konkrét klasztereket és térbeli kivételeket keresnek.

A halandóság esetében a térbeliség több okból is ésszerű feltevés. A hasonló gazdasági és társadalmi fejlődési pályák, a közös történelmi tapasztalatok, a határokon átnyúló vándorlási folyamatok, az egészségügyi technológiák terjedése, a környezeti kitettségek és az életmód összefüggő régiókat alakíthatnak ki. Ugyanakkor a földrajzi szomszédság önmagában nem garancia a hasonlóságra. Éppen ezért a térbeli összefüggést mérni és tesztelni kell, nem pedig előzetes meggyőződésként beépíteni a modellbe.

Érdemes megjegyezni, hogy az autokorreláció csupán együttmozgást jelez, és nem oksági kapcsolatot. Két ország halandósága azért is változhat hasonlóan, mert ugyanazok a nemzetközi folyamatok hatnak rájuk, és nemcsak azért, mert a szomszédos ország “okozza” a mortalitás változását. A térbeli előrejelzés célja elsősorban a prediktív információ hasznosítása; az okok feltárásához külön epidemiológiai, társadalomtudományi vagy közgazdasági elemzés szükséges.

5. Egy ország helyett több népesség együtt

A klasszikus Lee–Carter modell országonként külön-külön is megbecsülhető. Ha azonban sok ország mortalitását egymástól függetlenül jelezzük előre, könnyen előállhatnak hosszú távon nehezen hihető különbségek. Két, történelmileg és gazdaságilag szorosan kapcsolódó ország becsült halandósága például korlátlanul eltávolodhat egymástól, pusztán azért, mert a rövid történeti idősorokból különböző trendeket becsültünk.

A Li–Lee modell (Li és Lee, 2005) ezt a problémát közös és országspecifikus komponensek szétválasztásával kezeli. A modell feltételez egy közös mortalitási trendet, amely a teljes országcsoport hosszú távú mozgását ragadja meg, és emellett országonként külön eltérést is megenged. A közös komponens segítségével minden ország részesül a nagyobb adathalmaz információjából, miközben a sajátosságok sem tűnnek el.

A többpopulációs előrejelzés egyik fontos követelménye a koherencia. Ez hétköznapi nyelven azt jelenti, hogy a kapcsolódó népességek előrejelzései hosszú távon ne váljanak egymással összeegyeztethetlenné. Nem szükséges, hogy minden ország halandósága azonos legyen, de célszerű elkerülni az olyan mechanikus pályákat, amelyek szerint a különbségek minden határon túl nőnek. Koherens előrejelzés esetén a kapcsolódó országok halandósági rátáinak egymáshoz viszonyított arányai hosszú távon stabilizálódnak, és nem távolodnak el korlátlanul egymástól. A koherencia különösen fontos, ha több ország népességét jelezzük előre, vagy ha hosszú távú nyugdíj- vagy járadékkötelezettségeket értékelünk.

A Li–Lee modell már önmagában is kihasználja az országok közötti közös mozgást, de nem feltétlenül írja le teljesen annak szerkezetét. A közös trend körül maradó országos eltérésekben továbbra is lehet földrajzi vagy más kapcsolati mintázat. Ez indokolja, hogy a térbeli előrejelző technikákat ne csak az önálló Lee–Carter mortalitási indexekre, hanem a Li–Lee modell országspecifikus komponenseire is alkalmazzuk.

A több ország együttes kezelése statisztikai szempontból „információkölcsonzést” tesz lehetővé. Egy kisebb ország zajosabb adatai stabilabbá válhatnak, ha a modell figyelembe veszi

a kapcsolódó népességek tapasztalatait. Ennek azonban ára is van: ha a feltételezett kapcsolatok rosszul vannak megadva, a modell idegen mintázatot erőltethet az országra. A jó többpopulációs modellnek ezért egyszerre kell eléggé közösnek lennie ahhoz, hogy az országok előrejelzései kellőképpen tanuljanak egymástól, és elég rugalmasnak is ahhoz, hogy megőrizze az országok egyedi sajátosságait.

6. Térbeliség a halandóság-előrejelzésben

Szentkereszti és Vékás (2026) tanulmányukban a Lee–Carter és Li–Lee modellek mortalitásiindex-idősorainak előrejelzésére a gyakorlatban elterjedt eltolásos véletlen bolyongásos (RWD) és ARIMA technikákon túl a térbeliséget is figyelembe vevő eljárásokat kölcsönöznek a tér- és panelökonometria eszköztárából. A javasolt technikák alapötleteit az 1. táblázatban hasonlítjuk össze.

Előrejelző technika	Miből tanul?	Intuíció
RWD / ARIMA	Az adott ország saját múltjából.	A jövőbeli pályát az adott ország saját múltbeli értékei és előrejelzési hibái alapján becsüli.
Dinamikus lineáris panelmodell (DPLM)	Sok ország közös időbeli dinamikájából.	Az országok szintjei eltérhetnek, de változásaik közös dinamikát követnek.
Vektor-autoregresszió (VAR)	Az adott és a többi ország múltjából, azok együttmozgásaiból.	A modell kiválasztja, mely országok múltja segít egy másik ország rátáinak előrejelzésében.
Tér-időbeli ARIMA (STARIMA)	A saját és a közeli országok múltjából.	Nemcsak a saját múlt, hanem a szomszédok múltja is számíthat.
Térbeli dinamikus lineáris panelmodell (SDPLM)	A saját múltból és a közeli országok múltjából és jelenéből.	Kevés, jól értelmezhető paraméterrel írja le a kapcsolatokat.
Tér-időbeli sajátvektor-szűrő (ESTF)	A térkép jellegzetes alapmintázataiból.	A modell olyan régiókat keres, amelyek együtt mozognak vagy elkülönülnek.
Átlagos ensemble	A többi eljárás előrejelzéseinek számtani átlagát veszi.	Az átlagolás csökkentheti annak kockázatát, hogy egyetlen modell tévedésére építünk.

Nyesett átlagos ensemble	A többi eljárás előrejelzéseinek számtani átlagát veszi, de előbb elhagyja a legkisebb és legnagyobb értékeket adó előrejelzéseket.	A nyesett átlagolás a legoptimistább és legpessimistább előrejelzést óvatosan figyelmen kívül hagyja.
--------------------------	---	---

1. táblázat. A vizsgált előrejelző eljárások intuitív összehasonlítása.

A dinamikus panelmodell abból indul ki, hogy az országok idősorai különböző szintekről indulhatnak, de időbeli reakciójukban lehet közös szabály. A vektor-autoregresszió megengedi, hogy az egyik ország múltbeli változása egy másik ország jelenbeli változásához kapcsolódjon; a túl sok lehetséges kapcsolatot ún. regularizáció, a releváns kapcsolatok szűrése ritkítja. A tér-időbeli ARIMA az idősoros késleltetések mellé szomszédsági késleltetéseket is rendel. A térbeli dinamikus panelmodell külön kezeli a saját múlt, a szomszédok jelenlegi helyzete és a szomszédok múltbeli helyzete felől érkező információkat. A tér-időbeli sajátvektor-szűrő más logikát követ: a kapcsolati mátrixból olyan alapmintázatokat állít elő, amelyek például egy régiót vagy országcsoporthat választanak el a többitől, majd ezekből a mintázatokról csak a hasznosakat tartja meg. Ez utóbbi kevésbé értelmezhető, de rugalmasan képes összetett földrajzi struktúrákat megragadni.

Az eljárások összehasonlításának egyik kulcsa a robusztus értékelés. Nem elég az előrejelzések ún. átlagos négyzetes hibáját összehasonlítani, mert egy előrejelző technika könnyen tűnhet kiválónak, ha éppen kedvező évnél választjuk el a becsléséhez használt tanuló és a teljesítmény értékelésére szolgáló tesztidőszakot. Ennek elkerülésére a szerzők különböző időszakhatárok használatát javasolják, és országonként az ún. aluteljesítmény mérését, vagyis azt, mennyivel marad el egy adott technika a legjobb versenytársától. Az átlagos aluteljesítmény azt mutatja meg, hogy a különböző időszakhatárok mellett átlagosan mennyire jó egy eljárás. A maximális aluteljesítmény óvatosabb mérce: azt vizsgálja, milyen rosszul teljesített a módszer a számára legkedvezőtlenebb felosztásban. Ez a megközelítés közelebb áll a gyakorlati kockázatkezeléshez, ahol nemcsak az átlagos, hanem a legrosszabb helyzetekben mutatott stabilitás is számít.

A szerzők az előrejelzési bizonytalanságot olyan szimulációs eljárással javasolják becsülni, amely figyelembe veszi a megfigyelt adatok zajosságát, a jövőbeli folyamat véletlenszerűségét, valamint a paraméterbecslés bizonytalanságát. A létrehozott pályák átlagát a pontelőrejelzésekhez igazítják, az intervallumok szélességét pedig külön validációs időszakon kalibrálják úgy, hogy a névleges, például 90 százalékos lefedettséget a gyakorlatban is megközelítsék.

7. Mit mutattak az európai adatok?

Szentkereszti és Vékás (2026) 22 térben összefüggő európai ország uniszex halálozási és népességi adatait használták fel a Human Mortality Database nemzetközi adatbázisból. Elemzésük az 1960–2019 közötti éveket és a 0–99 éves korokat fedte le, míg a pandémia éveit szándékosan kihagyták, mert a COVID–19 rendkívüli törést okozott, miközben az egyes országok haláloki nyilvántartása és tesztelési gyakorlata sem volt teljesen összehasonlítható.

Először országonként megbecsülték a Lee–Carter modell Poisson-változatát (Brouhns–Denuit–Vermunt, 2002), illetve közösen a Li–Lee modellt. Az előrejelző technikák értékelésére hét különböző tanuló–tesztelő időszakhatárt használtak: a tanuló időszak utolsó éve 2001 és 2007 között változott.

Az első kérdés az volt, hogy egyáltalán kimutatható-e térbeli szerkezet a mortalitás javulásában. A válasz egyértelműen igen volt. A Lee–Carter és a Li–Lee modellek országspecifikus mortalitási indexeinek éves változása pozitív és statisztikailag szignifikáns térbeli autokorrelációt mutatott, vagyis valóban megfigyelhetők voltak a szomszédos országok közötti területi összefüggések. A térbeli kapcsolatokat kétféleképpen írták le. Az egyik mátrix a közös határt tekintette kapcsolatnak, a másik pedig a fővárosok közötti távolság reciprokát használta. A közvetlen szomszédságon alapuló súlyozás erősebb térbeli autokorrelációt eredményezett, ami arra utal, hogy a vizsgált országcsoportban a határkapcsolat többet mond a mortalitási együttmozgásról, mint a kilométerben mért távolság.

A helyi klaszterelemzés több természetesen értelmezhető országcsoportot azonosított. A balti államok (Észtország, Lettország és Litvánia) együtt jelentek meg, és bizonyos specifikációkban Franciaország Svájjal vagy Németországgal alkotott klasztert. A sajátvektor-szűrők domináns mintázatai az Egyesült Királyságot és Írországot, valamint a skandináv országokat (Finnországot, Norvégiát és Svédországot) is elkülönítették Európa többi részétől. A vízzel elválasztott, ugyanakkor egymással szoros kapcsolatban álló országcsoportok megjelenése jól szemlélteti a földrajzi elrendezés fontosságát.

A pontelőrejelzésekben nem született minden országra érvényes egyetlen győztes. Ez önmagában fontos eredmény: a halandósági dinamika országonként eltérő, ezért a modellválasztásnak is országspecifikusnak kell lennie. A Lee–Carter keretben a tér-időbeli sajátvektor-szűrő szerepelt a legerősebben: az átlagos alulteljesítmény alapján hat, az óvatosabb maximumkritérium alapján hét országban volt a legjobb. A térbeli dinamikus panelmodell további négy-négy országban nyert.

Összességében a Lee–Carter modellen belül a kifejezetten tér-időbeli technikák és az azokat is felhasználó ensemble eljárások az átlagos kritérium szerint 22 országból 17-ben, a maximumkritérium szerint 14-ben adták a legjobb eredményt. Ez erős jelzés arra, hogy a térbeliség figyelembe vétele sok esetben jelentős többletinformációt nyújt.

A Li–Lee modellkeretben a dinamikus panelmodell teljesített a legtöbb országban a legjobban: az átlagos kritérium szerint hat, a maximumkritérium szerint öt országban. A tér-időbeli ARIMA három, illetve öt országban nyert. Itt a tér-időbeli módszerek kevesebb országban domináltak, mint a Lee–Carter modellben. Ennek ésszerű magyarázata, hogy a Li–Lee modell közös trendje már eleve felhasználja az országok együttes mozgását; a térbeli eljárásoknak csak az ezen felül megmaradó függőséget kell megragadniuk.

Ha ugyanazt az eljárást kellene minden országban alkalmazni, a Li–Lee modell dinamikus panelmodellel kiegészített változata adta a legalacsonyabb medián átlagos alulteljesítményt. A legrosszabb felosztásra érzékenyebb maximumkritérium szerint a Li–Lee-alapú ensemble modellek bizonyultak különösen stabilnak. A Lee–Carter modellben az ensemble modellegyüttesek voltak erősek az átlagos, a térbeli dinamikus panel pedig a konzervatív mutató szerint. A hagyományosan alkalmazott véletlen bolyongást és ARIMA-t mindkét modellesalád esetén a vizsgált országok túlnyomó részében és összességében több modernebb eljárás is egyértelműen felülmúlta.

A predikciós intervallumok értékelése hasonló képet adott. Az ún. átlagos intervallumpontszám (Gneiting–Raftery, 2007) alapján a Lee–Carter modellkeretben a térbeli dinamikus panel hat országban nyújtotta a legpontosabb intervallumokat, míg a Li–Lee keretben a dinamikus panel hét, a sajátvektor-szűrő hat országban nyert. A klasszikus véletlen bolyongás a Li–Lee modellben egyetlen országban sem adta a legjobb intervallumokat. A tényleges lefedettségi arányok többnyire a megcélzott 90 százalék közelében maradtak.

Robusztussági ellenőrzésként a szerzők a különböző modell–technika párosokból származó, 2019. évi születéskor várható élettartamra vonatkozó előrejelzéseket is összehasonlították. Az eljárások közötti szórás országonként és modellenként 0,01 és 1,06 év között alakult, mediánja 0,44 év volt. Vagyis a részletes halandósági pályákban látható eltérések ellenére az összefoglaló élettartam-mutató többnyire viszonylag stabil maradt.

Az elemzés ugyanakkor figyelmeztető példát is adott. A balti országok sajátos történeti halandósági mintázata miatt egyes Lee–Carter-alapú tér-időbeli eljárások bizonyos életkorokban életszerűtlen trendváltást vetítettek előre. Ezeket az eseteket a részletes előrejelzési pályák egyenkénti vizsgálata tárta fel. A tanulság általános: jó átlagos hibamutató

mellett is kötelező megvizsgálni, hogy egy modell biológiailag és demográfiailag értelmes pályákat állít-e elő.

A tanulmány főbb kérdéseit, eredményeit és azok értelmezését a 2. táblázatban foglaltuk össze:

Kérdés	Fő eredmény	Értelmezés
Van-e térbeli mintázat?	Pozitív, szignifikáns térbeli autokorreláció; határszomszédság alapján erősebb, mint távolságalapú súlyozással.	A földrajzi szerkezet előrejelzési információt hordoz.
Mely pontelőrejelzések voltak erősek?	Különösen LC-ESTF, LL-DPLM, LL-VAR és LL-STARIMA; országoként eltérő sorrenddel.	Nincs univerzális győztes, a helyi modellválasztás fontos.
Hogyan teljesítettek a klasszikus benchmarkok?	Az RWD és ARIMA összesített mutatókban többnyire elmaradt a javasolt térbeli eljárásoktól.	A saját múlt önmagában sokszor nem használ ki minden információt; a térbeliségre is figyelni kell.
Mely technikák adták a legjobb predikciós intervallumokat?	A Li-Lee modellben az ESTF és a DPLM nyújtotta a legpontosabb predikciós intervallumokat.	A térbeli/panel információ figyelembe vétele a kockázati sávok minőségét is javíthatja.

2. táblázat. Az empirikus eredmények rövid összefoglalása.

8. Mit jelent a térbeliség a gyakorlatban?

A kutatás eredménye nem azt üzeni, hogy a hagyományos idősormodelleket minden esetben el kell vetni. Egy egyszerű modell átlátható, gyorsan becsülhető és néha valóban a legjobb. A tanulság inkább az, hogy több ország előrejelzésekor érdemes kifejezetten megvizsgálni az országok közötti kapcsolatokat, és a klasszikus benchmarkokat olyan eljárásokkal versenyeztetni, amelyek ezt a kapcsolatot képesek hasznosítani.

Biztosítási alkalmazásban a térbeli megközelítés különösen akkor lehet értékes, ha egy vállalat több régióban vagy országban működik, vagy ha a kockázatkezelés regionális portfóliót vizsgál. Az országoként külön készített becslések nemcsak pontatlanok lehetnek, hanem egymással is ellentmondásba kerülhetnek. A koherens, többpopulációs modell egységesebb képet adhat, a térbeli függőség pedig pontosíthatja, mely országok mozognak együtt a közös európai trend körül.

A nyugdíj- és járadékportfóliók esetében a legnagyobb pénzügyi kitettség gyakran nem az egyéves halandósági ingadozásból, hanem a hosszú távú javulási ütem tartós félrebecsléséből

ered. Ha több kapcsolódó országban hasonló gyorsulás látható, annak figyelmen kívül hagyása túl konzervatív vagy túl optimista tartalékokhoz vezethet. A térbeli modell lehetőséget ad arra, hogy a regionális jelzéseket korábban észleljük.

A közpolitikai felhasználásban a kisebb területi egységek jelenthetik a legígéretesebb irányt. Országokon belül a halandósági különbségek sokszor jelentősebbek, mint országok között, és a régiók, megyék vagy kistérségek közötti kapcsolatok közvetlenebbek. A szomszédos régiók közös kórházi ellátórendszert, munkaerőpiacot, közlekedési hálózatot és környezeti terhelést oszthatnak meg. Ilyen felbontásban a térbeli módszerek használható térbeli struktúrákat találhatnak.

A gyakorlatban a modellezési folyamatot célszerű több lépésre bontani. Először fel kell térképezni a térbeli autokorrelációt és az esetleges klasztereket. Ezután több, eltérő feltételezéseken alapuló előrejelző technikát kell versenyeztetni időben elkülönített adatokon. A választást nem egyetlen felosztásra, hanem több tesztidőszakra kell alapozni. Végül a pontelőrejelzések mellett kalibrált bizonytalansági sávokat és stresszforgatókönyveket is elő kell állítani.

A döntéshozó számára a módszer részleteinél gyakran fontosabb a következő három kérdés:

- Mekkora a várható halandósági változás?
- Mekkora bizonytalanság övezi?
- Mely feltételezések mellett változik meg lényegesen az eredmény?

A térbeli modellek akkor hasznosak igazán, ha nem fekete dobozként jelennek meg, hanem ezekre a kérdésekre adnak ellenőrizhető válaszokat. Ezért különösen fontos a klaszterek bemutatása és az alapos érzékenységvizsgálat.

Az ensemble modellek jó összeteljesítménye gyakorlati üzenetet is hordoz. Ha több ésszerű modell más-más hibákat követ el, az előrejelzések átlagolása mérsékelheti az egyetlen modell kiválasztásából eredő kockázatot. Az átlagolás azonban nem helyettesíti a minőségellenőrzést: életszerűtlen pályát nem célszerű pusztán azért bevonni, mert statisztikailag javít egy összesített mutatót. A modellkombinációk kialakításánál ugyanúgy szükség van szakmai korlátokra, mint az egyedi modelleknél.

9. Korlátok, óvatosság és továbblépési lehetőségek

Minden empirikus eredmény a vizsgált adatkörhöz kötődik. Az országok, életkorok vagy évek más megválasztása módosíthatja a rangsort. A kutatás 22 európai országra, 0–99 éves korokra és 1960–2019 közötti időszakra épült. Más kontinensen, eltérő életkorok és naptári időszakok esetén nem feltétlenül ugyanazok a módszerek lennének a legerősebbek.

A vizsgálat két nagy hatású mortalitási modellt, a Lee–Carter- és a Li–Lee modellt használta. Nem szerepeltek benne például kohorszalapú modellek, ok-specifikus halandósági modellek, bayesi tér-időbeli megközelítések vagy összetettebb gépi tanulási technikák. A bemutatott eredmények ezért nem a térbeli mortalitási modellezés végső rangsorát adják, hanem azt bizonyítják, hogy a panel- és térökonometriai eszközök a hagyományos eljárások komolyan veendő alternatívái.

A földrajz csak közelítés. Két távoli ország kulturálisan, gazdaságilag vagy egészségpolitikai szempontból közelebb állhat egymáshoz, mint két határszomszéd. A további kutatás egyik útja olyan súlymátrixok kialakítása lehet, amelyek a kulturális távolságot, a migrációs kapcsolatokat, az egészségügyi rendszer hasonlóságát vagy más releváns hálózatokat is figyelembe vesznek. Több kapcsolati mátrix összehasonlítása segíthet megérteni, milyen értelemben „közeli” két népesség.

A COVID–19 kihagyása egyszerre indokolt és korlátozó döntés. A pandémia rendkívüli esemény volt, amelyet az országok eltérő módon mértek és kezeltek. Ezért indokolt volt az érintett éveket kihagyni a vizsgálatból. Ugyanakkor a jövőbeli előrejelző rendszereknek fel kell készülniük hasonló törésekre. Ehhez rezsimváltásokat, járványforgatókönyveket, halálóki információkat vagy robusztus kiugróérték-kezelést is be lehet építeni a modellekbe.

A térbeli függőség használata az adatminőségi hibák terjedésének kockázatát is felveti. Ha egy ország adatai hiányosak vagy definíciós törést tartalmaznak, a közös modell ezt a mintázatot részben más országokra is átviheti. Fontos ezért az adattisztítás, a források összehasonlíthatóságának ellenőrzése és az eredmények érzékenységvizsgálata.

A népességi előrejelzés értelmezése további körütekintést igényel. A modell csoportszintű átlagokat becsül, nem egyének sorsát, és a csoportokon belül jelentős a nem, lakóhely, jövedelem, iskolázottság, családi állapot és egyéb változók szerinti heterogenitás.

A következő természetes lépés a módszertan finomabb területi egységeken való tesztelése. Régiós, megyei vagy kistérségi adatokon erősebb és közvetlenebb földrajzi kapcsolatok jelenhetnek meg, de ezzel együtt nő a kis esetszámokból eredő zaj is. A hierarchikus, térbeli és

többpopulációs módszerek kombinációja ezért különösen ígéretes: egyszerre simíthatja a bizonytalan helyi rátákat és őrizheti meg a valódi területi különbségeket.

10. Összegzés: a halandóság nem áll meg a határon

A halandóság előrejelzése hagyományosan az idő dimenziójára épül: a múltbeli trendből következtetünk a jövőre. Ez nélkülözhetetlen, de több népesség együttes vizsgálatakor nem mindig elegendő. Az országok között mérhető térbeli és tér-időbeli függőség van, amelyet a modell vagy figyelmen kívül hagy, vagy tudatosan felhasznál.

A 22 európai ország adataira épülő vizsgálat azt mutatta, hogy a földrajzi és panelkapcsolatokat figyelembe vevő eljárások számos országban pontosabb pontelőrejelzést és jobb bizonytalansági sávokat adtak, mint a széles körben használt klasszikus idősormodellek. Különösen erősnek bizonyult a Lee–Carter modell tér-időbeli sajátvektorszűrővel, illetve a Li–Lee modell dinamikus panellel, vektor-autoregresszióval vagy tér-időbeli ARIMA-val. A pontos sorrend azonban országonként és értékelési kritériumonként változott.

A legfontosabb módszertani üzenet ezért kettős. Egyrészt érdemes a térbeli függőséget előzetesen megmérni, és ha jelen van, olyan modelleket is kipróbálni, amelyek képesek azt figyelembe venni. Másrészt a modellválasztást több tanuló–tesztelő felosztáson, a pontosság és a stabilitás együttes figyelembevételével kell elvégezni. A bizonytalansági intervallumok kalibrálása és a demográfiai életszerűség ellenőrzése ugyanilyen fontos.

A térbeliség beemelése nem teszi tévedhetetlenné az előrejelzést. Viszont gazdagabb információs alapot teremt: a saját múlt mellett a kapcsolódó népességek tapasztalatait is felhasználja. Egy olyan világban, ahol az egészségi kockázatok, az orvosi innovációk és a társadalmi változások országhatárokon át terjednek, ez a szemlélet nemcsak statisztikailag indokolt, hanem a gyakorlati döntéshozók számára is természetesebb kiindulópont.

Hivatkozások

- Brouhns, N. – Denuit, M. – Vermunt, J. K. (2002): A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31(3), 373–393.
- Gneiting, T. – Raftery, A. E. (2007): Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 102(477), 359–378.
- Human Mortality Database (2025): Human Mortality Database. University of California, Berkeley és Max Planck Institute for Demographic Research. www.mortality.org.
- Lee, R. D. – Carter, L. R. (1992): Modeling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), 659–671.
- Li, N. – Lee, R. (2005): Coherent mortality forecasts for a group of populations: An extension of the Lee–Carter method. *Demography*, 42(3), 575–594.
- Májér, I. – Kovács, E. (2011): Élettartam-kockázat – a nyugdíjrendszerre nehezedő egyik teher. *Statisztikai Szemle*, 89(7–8), 790–812.
- Moran, P. A. P. (1950): Notes on continuous stochastic phenomena. *Biometrika*, 37(1–2), 17–23.
- Szentkereszti, G. – Vékás, P. (2026): Mortality forecasting in geographical space and time. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 56(2), 367–388. DOI: 10.1017/asb.2026.10092.
- Tobler, W. R. (1970): A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography*, 46, 234–240.