

ANIZOTRÓP ANYAGMODELL ÉPÍTÉSE KORLÁTOZOTT ANYAGADATOKBÓL FDM- NYOMTATOTT PLA VIZSGÁLATÁHOZ

BUILDING AN ANISOTROPIC MATERIAL MODEL FROM LIMITED MATERIAL DATA FOR THE ANALYSIS OF FDM- PRINTED PLA

Szabó Sándor Imre*, Dr. Bihari Zoltán**

ABSTRACT

Parts produced by material extrusion (FDM/FFF) are built layer by layer, resulting in direction-dependent mechanical behavior. Reliable finite element analysis therefore requires an anisotropic material model. In engineering practice, however, calibration data are often limited to a few directional material properties provided in the filament manufacturer's datasheet. This work investigates whether a usable anisotropic material model can be created from such limited data and for which loading cases it can be applied.

1. BEVEZETÉS

Az anyagextrúziós (FDM/FFF) eljárással készült alkatrészek rétegenként épülnek fel, ezért mechanikai tulajdonságaik az iránytól is függenek. A rétegen belüli szilárdságot elsősorban a folytonos szálak határozzák meg, míg a rétegek között csak részleges összeolvadás jön létre. Emiatt az erre merőleges keresztmetszetben a rétegek közötti kapcsolat általában gyengébb, mint a rétegen belüli anyagkapcsolat.

Az irodalomban többféle anyagmodellt alkalmaznak ennek a viselkedésnek a leírására. Gyakori a **transzverz izotróp anyagmodell**, amelyben az anyag egy adott síkban azonos tulajdonságokat mutat, míg az erre merőleges irányban eltérően viselkedik; ehhez gyakran a Tsai–Hill kritériumot használják [1]. Szintén elterjedt az **ortotróp anyagmodell**, amely három egymásra merőleges irányban különböző anyagtulajdonságokat enged meg [2], valamint a **Hill-féle anizotróp folyási kritérium**, amely a képlékeny folyás irányfüggését írja le [3, 4].

Ezek a modellek megfelelő egyezést mutathatnak a kísérleti eredményekkel, alkalmazásukhoz azonban általában részletes kísérleti anyagvizsgálatokra van szükség. Li és társai [3] például hét különböző anyagsíkban végzett mérések alapján határozták meg az ortotróp anyagállandókat és a Hill48 paramétereit. Az irányfüggő viselkedést ugyanakkor nem minden nyomtatási jellemző befolyásolja egyformán: a raszterszög (nyomtatott szálak iránya) hatása a rugalmas

viselkedésre korlátozott, míg az építési irány meghatározó [5, 6].

A tervezési gyakorlatban az anizotróp anyagmodellekhez szükséges kísérleti vizsgálatok idő- és költségigényesek, ezért gyakran egyszerűsített, izotróp anyagmodellt alkalmaznak [5]. Sok esetben csak a filament gyártójának adatlapja áll rendelkezésre, amely csak néhány anyagjellemzőt tartalmaz. Ez felveti a kérdést, hogy ilyen korlátozott adatokból felépíthető-e olyan irányfüggő anyagmodell, amely végeselemes vizsgálatokhoz használható, és ha igen, milyen terhelési esetekben alkalmazható megbízhatóan.

A jelen munka ezt a kérdést vizsgálja. A felépített modell alapját a gyártói adatlap adatai adják, míg a hiányzó anyagállandókat irodalmi értékekből, számításokból és feltételezésekből határoztuk meg. Az így létrehozott anyagmodell **ortotróp rugalmasságot, Hill-féle folyási kritériumot és multilineáris izotróp keményedést** alkalmaz. A modellt szabványos szakítópróbatesten, öt különböző anyagorientációban vizsgáltuk. Fontos megjegyezni, hogy független kísérleti validációra nem volt lehetőség. Az eredményeket ugyanazon gyártói adatlap adataival vetettük össze, amelyből a modell kalibrálása is történt. Ezért a vizsgálat elsősorban azt mutatja meg, hogy a korlátozott adatokból felépített modell mennyire következetes, illetve milyen korlátai vannak az ilyen módon végzett kalibrálásnak.

2. AZ ANYAGMODELL

Az FDM eljárással nyomtatott PLA viselkedését egy három részből álló anyagmodellel írhatjuk le: **ortotróp, lineárisan rugalmas modellel, Hill-féle anizotróp folyási kritériummal és multilineáris izotróp keményedéssel**.

Az ortotróp modell azt feltételezi, hogy az anyagnak három egymásra merőleges, kitüntetett iránya van, amelyekben eltérő mechanikai tulajdonságokkal rendelkezhet. A modell ehhez kilenc független anyagállandót használ: három rugalmassági modulust, három Poisson-tényezőt és három csúsztató rugalmassági modulust. Az anyagkoordináta-

* PhD hallgató, Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Intézet

** egyetemi docens, Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Intézet

rendszerben az 1 és 2 tengely a nyomtatási síkban, a 3 tengely pedig a rétegrakás irányában fekszik.

A **képlékeny folyás** megindulását a Hill-kritérium [8] írja le. Ez a von Mises-féle folyási feltétel anizotróp

$$F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (1)$$

A számításhoz szükséges **együtthatók** a folyásszilárdsági arányokból (R_{11} , R_{22} , R_{33} , R_{12} , R_{13} , R_{23}) határozhatók meg. Ezek azt fejezik ki, hogy az egyes irányokban mért folyáshatárok hogyan viszonyulnak egy választott referenciáirány folyáshatárához. Izotróp anyag esetén valamennyi arány egyenlő 1-gyel, így a Hill-kritérium a von Mises-féle kritérium speciális esetévé válik. A folyás megindulása után az anyag tovább keményedik, vagyis további képlékeny alakváltozás hatására növekszik a folyáshatára. Ezt a modellben **multilineáris izotróp keményedéssel** írjuk le. A keményedést a valós feszültség és a képlékeny alakváltozás közötti görbe adja meg. A Hill-kritérium ezt a referenciáirányban megadott görbét a különböző irányok folyásszilárdsági arányainak megfelelően skálázza.

A vizsgált anyag a Polymaker PolyTerra™ PLA filament. A gyártói adatlap [10] az ISO 527 szabvány szerint mért értékeket közöl két fő irányban: a nyomtatási síkban (X–Y) és a rétegrakás irányában (Z). Mindkét irányra három jellemzőt ad meg: a rugalmassági modulus, a szakítószilárdságot és a szakadási nyúlást. A gyártó a mérési próbatestekre megadja a nyomtatás főbb paramétereit. Az anyagmodell teljes paraméterkészlete ennél jóval több anyagi jellemzőt tartalmaz. Az **1. táblázat** a modellben alkalmazott paramétereket és azok értékeit foglalja össze.

1. táblázat A Hill-modell paramétereit

Paraméter	Érték
$E_1 = E_2$	1882 MPa
E_3	1870 MPa
$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23}$	0,33
G_{12}	708 MPa
$G_{13} = G_{23}$	703 MPa
$R_{11} = R_{22} = R_{12} = R_{13} = R_{23}$	1
R_{33}	0,861

A rugalmassági modulusok közvetlenül a gyártói adatlapról származnak. Az irodalmi adatok alapján az FDM-mel nyomtatott PLA Poisson-tényezője megközelítőleg 0,33, és értéke a nyomtatási paraméterektől és a szálorientációtól gyakorlatilag független [6]. Ezért a modellben mindhárom irányban azonos, 0,33 értéket alkalmaztunk.

A **csúsztató rugalmassági modulus** (G) a mechanikából ismert összefüggéssel határozható meg. Ez az összefüggés szigorúan izotróp anyagra érvényes,

anyagokra kiterjesztett változata, vagyis figyelembe veszi, hogy az anyag folyáshatára az egyes irányokban eltérhet (1).

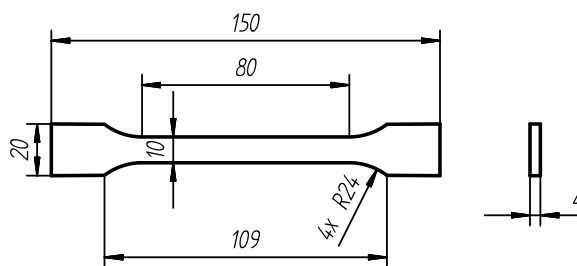
ezért ortotróp anyag esetén csak közelítésként alkalmaztuk. Erre azért volt szükség, mert a vizsgált anyagra nem álltak rendelkezésre mért nyírási adatok.

A folyásszilárdsági arányok közül az R_{33} értékét a gyártói adatlap két fő anyagirányra megadott szakítószilárdságából határoztuk meg. Fontos azonban, hogy a Hill-kritérium valójában a folyáshatárok arányát igényli, a gyártói adatlap viszont folyáshatárt nem közöl. A szakítószilárdságok arányának használata akkor adna pontos eredményt, ha a keményedés mértéke a két irányban hasonló lenne. A vizsgált anyagnál ez a feltétel nem teljesül, amint azt az 5. fejezetben részletesebben bemutatjuk. Az R_{11} értéke definíció szerint 1, mivel a nyomtatási síkot választottuk referenciáiránynak. Az $R_{22}=1,0$ érték abból a feltételezésből következik, hogy a nyomtatási síkban az anyag tulajdonságai azonosnak tekinthetők. A gyártói adatlap ugyanis a teljes nyomtatási síkra egyetlen értékkészletet ad meg, és nem különbözteti meg a síkon belüli raszterszögeket. Ezt a feltételezést a rugalmas viselkedés szempontjából az irodalmi eredmények is alátámasztják [4].

A többi, nyíráshoz kapcsolódó folyásszilárdsági arányra sem a gyártói adatlap, sem közvetlen mérési eredmény nem áll rendelkezésre. Ezért az alapmodellben ezeket izotrópnak, vagyis 1 értékűnek feltételeztük. Ennek a feltételezésnek a hatását az 5.2 fejezetben vizsgáljuk Li és társai [3] FDM PLA-n végzett mérései alapján. A gyártói adatlap a folyáshatárt sem közli. Ezért a modellben a folyáshatárt tapasztalat szerint a szakítószilárdság 80%-aként vettük fel.

3. A VÉGESELEMES MODELL

A vizsgálatot az **ISO 527-2 szabvány szerinti 1A típusú szakítópróbatesten** végeztük [9], amelynek geometriáját az 1. ábra mutatja. A próbatest teljes hossza 150 mm, a párhuzamos mérési szakasz hossza 80 mm, keresztmetszete 10×4 mm, az átmeneti lekerekítések sugara pedig 24 mm.



1. ábra. A szabványos próbatest

A modellt **húsz csomópontos, kvadrátikus hexaéder elemekkel** (SOLID186) hálóztuk be. A háló összesen 12 320 elemet és 60 965 csomópontot tartalmazott. A másodrendű elemek alkalmazását a nagy képlékeny alakváltozás indokolta.

A vizsgálatot öt különböző anyagorientációban végeztük. Ezeket a húzás iránya és a rétegrakási irány által bezárt φ szög jellemzi: 0° , $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$ és 90° . A $\varphi=0^\circ$ esetben a húzás a rétegrakási iránnyal párhuzamos, míg $\varphi=90^\circ$ -nál a terhelés a nyomtatási síkban történik. Az öt esetben ugyanazt a geometriát és hálót használtuk, csak az anyaghoz rendelt lokális koordináta-rendszer tájolása változott.

A próbatest megátmasztását a 3-2-1 kényszerzési elv szerint alakítottuk ki. Ez a módszer a test hat merevtest-szabadságfokát a szükséges minimális számú kényszerrel rögzíti. A teljes véglap befogását szándékosan elkerültük, mert az akadályozná a Poisson-hatásból eredő keresztirányú összehúzódást, és emiatt a befogás közelében mesterséges feszültségek alakulhatnának ki.

A terhelést a próbatest szemközti végén előírt elmozdulással adtuk meg. Az elmozdulás maximális értékét az adatlapban megadott szakadási nyúlás alapján határoztuk meg.

A gyártó ezt csak a két fő anyagirányra adja meg: a nyomtatási síkban 34,5%, a rétegrakási irányban pedig 2,51%. A köztes orientációkhoz tartozó értékeket ezért a két ismert érték között lineáris interpolációval határoztuk meg. Ez a megoldás feltételezésen alapul, mivel a Hill-kritérium a szilárdság irányfüggését írja le, a szakadási nyúlás szögfüggését azonban nem. A 80 mm hosszú párhuzamos szakasz alapján így az előírt elmozdulás 2,0 mm ($\varphi=0^\circ$) és 27,6 mm ($\varphi=90^\circ$) között változott. Statikus szerkezeti analízist alkalmaztunk, a nagy alakváltozás figyelembevételével és automatikus lépésvezérléssel.

4. EREDMÉNYEK

Az öt anyagorientációban végzett számítás eredményeit a 2. táblázat foglalja össze. A feszültséget a befogásnál ébredő reakcióerőből, a párhuzamos szakasz 40 mm²-es kezdeti keresztmetszetével számítottuk.

2. táblázat A számított feszültség értékek

φ [°]	Reakcióerő [N]	Számított feszültség [MPa]	Adatlap [MPa]
0	601,4	15,04	18
22,5	697,6	17,44	-
45	809,6	20,24	-
67,5	846,3	21,16	-
90	826,0	20,65	20,9

A táblázat alapján a számított feszültség az orientáció változásával nem monoton módon változik. A legnagyobb érték a **67,5°-os orientációnál** adódott.

5. EREDMÉNYEK ÉRTÉKELÉSE

A nyomtatási síkban kapott eredmény jól egyezik a gyártói adatlap értékével. Ez várható, hiszen a referenciairány anyagjellemzői közvetlenül az adatlap adataira épülnek. Az egyezés ugyanakkor fontos visszajelzés arra, hogy a geometria, a hálózás és a peremfeltételek nem okoznak jelentős eltérést.

A rétegrakási irányban kapott alacsonyabb érték oka elsősorban a folyásslárdsági arány meghatározásának módja. A Hill-kritérium a folyáshatár arányát igényli, a gyártói adatlap azonban folyáshatárt nem közöl. Ezért az arányt a szakítószilárdságokból határoztuk meg. Ez a helyettesítés csak akkor lenne pontos, ha a keményedés mértéke a két irányban hasonló lenne. A vizsgált anyagnál azonban jelentős különbség van a szakadási nyúlásban.

A szakítószilárdságokból meghatározott arány ezért nem tükrözi pontosan a tényleges folyáshatár-viszonyt. Az ebből származó eltérés a biztonság javára téved, mivel a ténylegesnél kisebb szilárdságot eredményez. A folyáshatár meghatározásának a végeleges eredmények pontosságára gyakorolt hatását más vizsgálatok is kimutatták [7].

A köztes orientációknál a szilárdság nem monoton módon változik a terhelés irányával. A számítás szerint a legnagyobb érték nem valamelyik fő anyagirányban, hanem egy köztes orientációnál ($\varphi = 67,5^\circ$) jelentkezik.

Ez a viselkedés a Hill-kritérium szerkezetéből és annak zárt alakú szögfüggéséből következik. Ferde terhelésnél a normálfeszültségek különbségét tartalmazó tagok részben kioltathatják egymás hatását, miközben a nyírási tagok hozzájárulását a nyírási folyásslárdsági arányok határozzák meg. Ezekre azonban nem állt rendelkezésre megbízható adat. A modellben ezért a nyíráshoz kapcsolódó folyásslárdsági arányokat izotrópnak, azaz 1 értékűnek vettük. Ez a feltételezés nincs összhangban azzal, hogy az anyag a rétegrakási irányban gyengébb. A modell így húzásra figyelembe veszi a rétegek közötti gyengébb kapcsolatot, nyírásra viszont nem. Ez az FDM-re jellemző rétegek közötti kapcsolat miatt fizikailag nehezen indokolható.

Li és társai [3] FDM PLA-n végzett mérései nyírási folyásslárdsági arányokra is adnak adatot. Ezek közvetlen átvétele azonban nem feltétlenül indokolt, mivel az általuk vizsgált anyag és a nyomtatási körülmények eltérnek a jelen vizsgálatától. Az eredmények ugyanakkor azt mutatják, hogy a ferde orientációk számított szilárdsága érzékeny a nyírási folyásslárdsági arányokra. Ezért az 1 értékű izotróp feltételezés helyett egy irodalmi becslés alkalmazása indokolt lehet. Az eredmények alapján az adatlapból felépített modell alkalmazhatósága jól körülhatárolható. A nyomtatási síkban történő terhelés esetén a modell

megfelelően működik, míg a rétegrakási irányban a biztonság javára téved.

A fő anyagirányoktól eltérő terheléseknél azonban a modell nem feltétlenül konzervatív. A nyírási adatok hiánya és az ezekre alkalmazott izotróp feltételezés miatt a számítás a valóságosnál nagyobb szilárdságot is eredményezhet. Ez összetett geometriájú alkatrészek esetében gyakorlati jelentőségű korlát.

Ilyen esetekben a nyírási folyásslárdsági arányok izotróp értéken tartása helyett legalább irodalmi becslés alkalmazása indokolt.

6. ÖSSZEGZÉS

A vizsgálat azt kereste, hogy a gyártói adatlap korlátozott adataiból felépíthető-e olyan irányfüggő anyagmodell, amely FDM eljárással nyomtatott PLA alkatrészek végelelemes vizsgálatához használható. A szükséges paraméterek egy része közvetlenül a gyártói adatlapból, a többi irodalmi adatokból, számításból vagy feltételezésből származik. A szabványos szakítópróbatesten, öt különböző anyagorientációban végzett vizsgálatok alapján a következő megállapítások tehetők:

- A nyomtatási síkban a modell jól közelíti a gyártói adatlap értékét; az eltérés 1,2%.
- A rétegrakási irányban 16,4%-kal kisebb szilárdságot ad, mert a folyáshatár hiányában a folyásslárdsági arányt a szakítószilárdságokból kellett meghatározni. Ez a becslés a biztonság javára tér el.
- A fő anyagirányoktól eltérő terheléseknél a modell már nem minden esetben ad biztonságos becslést. Ennek oka, hogy a nyíráshoz kapcsolódó folyásslárdsági arányokra nem állt rendelkezésre mérési adat, ezért azok izotróp értéken szerepelnek. Ez olyan szögfüggést eredményez, amely a paraméterkészlet belső ellentmondásából adódik, nem pedig a Hill-kritérium korlátja.

Az eredmények alapján az adatlapból felépített modell a fő anyagirányok menti terhelések vizsgálatára megfelelően alkalmazható.

Összetett terhelési állapotoknál azonban a nyírási jellemzők legalább becslést megadása szükséges. A modell továbbfejlesztéséhez irányonkénti szakító- és nyíróvizsgálatok elvégzése jelentheti a továbblépés lehetőségét.

7. IRODALOM

- [1] ZHAO, Y., CHEN, Y., ZHOU, Y.: *Novel mechanical models of tensile strength and elastic property of FDM AM PLA materials*. Materials & Design, 2019. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.108089
- [2] KUMAR S., M., CZEKANSKI, A.: *Development of constitutive material model of 3D printed structure via FDM*. Materials Today Communications, 15 (2018), 143–152. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2018.02.006
- [3] LI, M., XU, Y., FANG, J.: *Orthotropic mechanical properties of PLA materials fabricated by fused deposition modeling*. Thin-Walled Structures, 199 (2024), 111800. DOI: 10.1016/j.tws.2024.111800
- [4] RAVINDRABABU, S., GOVDELI, Y., WONG, Z. W., KAYACAN, E.: *Evaluation of the influence of build and print orientations of unmanned aerial vehicle parts fabricated using fused deposition modeling process*. Journal of Manufacturing Processes, 34 (2018), 659–666. DOI: 10.1016/j.jmapro.2018.07.007
- [5] SHAHID, S., ANDREASSON, E., PETERSSON, V., GUKHOOL, W., KANG, Y., KAO-WALTER, S.: *Simplified Characterization of Anisotropic Yield Criteria for an Injection-Molded Polymer Material*. Polymers, 15 (2023) 23, 4520. DOI: 10.3390/polym15234520
- [6] FERREIRA, R. T. L., AMATTE, I. C., DUTRA, T. A., BÜRGER, D.: *Experimental characterization and micrography of 3D printed PLA and PLA reinforced with short carbon fibers*. Composites Part B: Engineering, 124 (2017), 88–100. DOI: 10.1016/j.compositesb.2017.05.013
- [7] MAJEED, M., SILVA, R., FAYE, D. N., PEDROSA, P.: *Influence of Strain-Offset-Based Yield Definitions on the Accuracy of Finite Element Analysis of 3D-Printed PLA with Different Raster Orientations*. Polymers, 18 (2026) 2, 158. DOI: 10.3390/polym18020158
- [8] HILL, R.: *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*. Proceedings of the Royal Society A, (1948), 281–297.
- [9] ISO 527-2:2012 *Plastics — Determination of tensile properties — Part 2: Test conditions for moulding and extrusion plastics*.
- [10] Polymaker: *PolyTerra™ PLA — Technical Data Sheet, V5*.