

A HAGYOMÁNYOS ÉLETBIZTOSÍTÁSI TERMÉKEKBEN REJLŐ DÍJMENTESÍTÉSI OPCIÓ ÉRTÉKE

Tompa Krisztina Zsuzsa MSc, krisztina.zs.tompa@gmail.com

ÖSSZEFOGLALÓ

A tanulmányban a díjmentesítési opció, vagy más néven díjmentes leszállítási opció piaci értékének alakulását vizsgálom hagyományos életbiztosítási termékek esetén. Egy valósághoz közeli paraméterezésű biztosítási termék, egy vegyes szerződés példáján keresztül mutatom be a díjmentes leszállítási opció értékét. A vizsgálatok során figyelembe veszem a loadingot, a garantált technikai kamatot és az alkalmazott többlethozam-visszajuttatási szabályokat. A modell kiértékelése részben sztochasztikus scenáriók alapján történik a termék díjmentesítési opciójára vonatkozóan. Az értékelési kereteket elméleti és gyakorlati megfontolások alapján alakítottam ki.

SUMMARY

This paper examines the market value of paid-up options in participating traditional life insurance products. The paid-up option is presented in case of a specific endowment contract with realistic parameters. In this study I consider the loading, the guaranteed technical interest rates and the rules of profit sharing. The model evaluation is based partially on stochastic scenarios. Both theoretical and practical considerations are taken into account in creating rules of the evaluation framework.

Kulcsszavak: életbiztosítás; díjmentesítési opció; értékelés

Keywords: life insurance; paid-up option; valuation

JEL: G22,

DOI: 10.18530/BK.2016.4.62

<http://dx.doi.org/1018530/BK.2016.4.62>

Bevezetés

A tanulmány a díjmentesítési opció – vagy más néven díjmentes leszállítás – piaci értékének meghatározásával foglalkozik hagyományos életbiztosítási termékek esetén. A díjmentesítési opció lehetőséget nyújt a szerződőnek, hogy még lejárat előtt felfüggeszse a díjfizetést anélkül, hogy a szerződése megszűnne. Ilyen esetekben az addig összegyűjtött tartalékát egy alacsonyabb biztosítási összegű fedezetre váltja át.

A tanulmányban egy valósághoz közeli paraméterezésű biztosítási termék, egy vegyes szerződés példáján keresztül mutatom be a díjmentes leszállítási opció értékének alakulását. Az életbiztosítások különböző beágyazott opciókat és garanciákat tartalmazhatnak, melyek közül a díjmentes leszállítás mellett a garantált hozammal és a többlethozamból való részesedéssel, többlethozam-visszatérítési aránnyal foglalkozom.

Először egy rövid elméleti összefoglalóban bemutatom az életbiztosítási szerződések implicit opcióit és ezek különböző lehetséges vizsgálati módjait. Majd a díjmentesítési opció részletesebb leírása és a későbbiekben használt mintaszerződés bemutatása következik. A vizsgálatok során kitérek a díjmentesítés paraméterként kezelésére, a többlethozam-visszatérítési aránytól való függésére és az értékének nettó díjra vetített elemként való meghatározására.

Az opció értékét mind az ügyfél, mind a biztosító oldaláról értékelem. Ezután érzékenységvizsgálatok következnek, a hozamkörnyezet változására és a különböző belépési korú biztosítottakra kitérve.

Ezek után a modell bővítése jön, a vegyes szerződést elérési és kockázati szerződésre bontom, és megvizsgálom, hogy alakul a két esetben az opció értéke. Végezetül kitérek további modellbővítési lehetőségekre és az eredmények összegzésére.

A tanulmány megírása során nagymértékben támaszkodtam „A díjmentes leszállítási opció piaci értékének megállapítása hagyományos életbiztosítási termékek esetén” című 2016-ban megvédett Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszakos szakdolgozatomra és a hasonló című Tudományos Diákköri Konferencia dolgozatomra is.

Életbiztosítási szerződések implicit opciói

Az életbiztosítási szerződések implicit opcióit két alcsoportba sorolhatjuk (Gatzert, Schmeiser, 2014), így megkülönböztethetünk garanciákat és jogokat.

Az első csoportba, azaz a garanciák közé sorolható a minimális garantált hozam meghatározása és a többlethozamból való részesedés. A biztosítók az éves díjak kiszámítása során ezt a minimális garantált hozamot, más néven a technikai kamatlábat használják. Ennek előnye, hogy a szerződők könnyen össze tudják hasonlítani az egyes biztosítási termékeket. Gyakran a törvényhozó előírja a minimális garantált hozam maximális értékét. Ez az érték Magyarországon a jelenleg hatályos szabályozás, azaz az 54/2015. (XII. 21.) MNB rendelet¹ értelmében, 2016. július 1-jétől 2,3 százalékos forintos szerződések esetén.

A garanciák csoportjába sorolható a biztosító befektetési portfólióján elért többlethozamból való részesedés is, melynek két módja lehet (Gatzert, Schmeiser, 2014). Egyik esetben a szerződő részesedhet közvetlenül a befektetések hozamából évenként², a későbbiekben ezt a többlethozam-visszatérítési formát alkalmazom. Míg a másik esetben, ha lejáratkor a szerződés értéke meghaladja a garantált értékét, akkor ebből a többletből részesedhet a szerződő.³ A többlethozam mindkét esetben a szerződés lejáratkori értékét növeli.

Megkülönböztethetünk garanciákat és jogokat.

A második opciótípusba, a jogok csoportjába tartozik a díjmentesítési és az újrakezdési opció⁴, a visszavásárlás, a dinamikus díjkiigazítás, továbbá a garantált járadék opció. Gatzert és Schmeiser (2008) definíciója szerint díjmentesítési vagy díjmentes leszállítási opció esetén a szerződőnek jogában áll a szerződés tartama alatt a díjfizetést felfüggeszteni. Ebben az esetben nem szűnik meg a biztosítási fedezete, hanem a díjmentes leszállítás időpontjáig felhalmozott tartalékból mint egyszeri díjból egy alacsonyabb biztosítási összegű szerződést kap az ügyfél. Ha a díjmentesítésen túl a szerződő a díjfizetést újrakezdheti a díjmentesítés utáni időpontban, akkor beszélünk újrakezdési vagy visszatérési opcióról. Ekkor a szerződőnek lehetősége van a korábban lecsökkentett biztosítási összeget újra felemelni, és folytatni a díjfizetést.

Életbiztosítási szerződések esetén a dinamikus díjkiigazítás opció lehetősége mellett a szerződő periódusonként növelheti a biztosítási díjat. Ezt az opciót gyakran alkalmazták például az éves díj adott százalékos növelése által.

Gatzert és Schmeiser (2014) alapján garantált járadék opció esetén a szerződő a tartam során összegyűjtött tartalékát lejáratkor rögzített értéken beválthatja életjáradékra.

Fedezet szempontjából a szerződőnek előnyösebb a díjmentesítés, hiszen így a szerződése érvényben marad egy csökkentett biztosítási összeggel.

Végül a visszavásárlási opció Gatzert (2009) definíciója szerint abban különbözik a díjmentesítéstől, hogy ekkor a szerződés megszűnik. A szerződő visszakapja a szerződésének a visszavásárlási értékét, amely általában az addig felhalmozott tartalékok visszavásárlási büntetéssel csökkentett értéke. A visszavásárlás és a díjmentesítés esetén is a szerződő díjfizetése megszűnik. Fedezet szempontjából a szerződőnek előnyösebb a díjmentesítés, hiszen így a szerződése érvényben marad egy csökkentett biztosítási összeggel. Továbbá a biztosítónak is érdekében áll a meglévő állományt megtartani, ezért akár a visszavásárlás alternatívájaként is kínálhatja a díjmentesítést.

Ezen opciók árazásában számos megközelítés alkalmazható, de minden esetben feltételezésekkel kell élni a szerződő viselkedésére. Grosen és Jorgensen (2000) azt teszi fel, hogy a szerződő akkor hívja le a díjmentesítési vagy visszavásárlási opciót, ha a szerződésen elért jövőbeli cash flow-jának várható értéke kisebb, mint az aktuális értéke. Cikkükben megmutatják, hogy egy megtakarítási típusú biztosítási szerződés felbontható egy kockázatmentes és egy bónusz elemre, valamint egy visszavásárlási opcióra. Ez a kockázatmentes elem feleltethető meg a garantált hozamnak, a bónusz elem pedig a többlethozam-visszatérítésnek. Visszavásárlás nélkül ez a szerződés európai típusú opcióként árazható, hiszen csak a tartam végén hívható le. Visszavásárlással ez egy amerikai típusú opció, mivel a tartam során bármikor lehívható, így a kettő különbségéből állapítható meg a visszavásárlás értéke.

Egy megtakarítási típusú biztosítási szerződés felbontható egy kockázatmentes és egy bónusz elemre, valamint egy visszavásárlási opcióra.

Hasonlóan közelíti meg a két opciót Steffensen (2002) is. Feltételezi, hogy mind a díjmentesítési, mind a visszavásárlási opciót annak maximális értékén hívják le. Sztochasztikus vizsgálatot mutat be az amerikai opciók értékére és azon keresztül a két biztosítási szerződésben rejlő opcióra.

Buchardt et al. (2015) felhívja a figyelmet arra, hogy a racionális ügyfélviselkedés nem feltétlenül azonos a megfigyelhető ügyfélviselkedéssel. Grosen és Jorgensen (2000) a racionalitást ragadja meg, holott az egyes opciók lehívási valószínűsége függhet a gazdasági környezettől, érdemes statisztikai alapon is vizsgálni. Buchardt et al. elsősorban arra fókuszál, hogy a szerződő viselkedése nem független a biztosítási kockázattól. Például egy kockázati biztosítás esetén egy magasabb halandóságú biztosított kevésbé választja a díjmentesítési vagy visszavásárlási opciót, mint egy alacsonyabb halandóságú. Ezeket az opciókat vizsgálja a cikk független és összefüggő esetre. Megmutatja, hogy a függetlenség feltételezése sokat egyszerűsít a vizsgált modelleken, ugyanakkor a biztosító eredményén alig észlelhető a hatása.

Magasabb halandóságú biztosított kevésbé választja a díjmentesítési vagy visszavásárlási opciót.

Az ügyfelek viselkedését az egyes opciók lehívása tekintetében vizsgálhatjuk mikro- és makroökonómiai változók függvényeként. Kim (2005), aki cikkével elsősorban a kötelezettségek eszközoldali megfelelése miatt vizsgálta az implicit opciókat, érdekes eredményeket ad. Egyszerre jeleníti meg modelljében a biztosítás korát, a munkanélküliségi rátát és a gazdasági növekedés indikátorát a visszavásárlási hányad magyarázására.

Megmutatja, hogy a különböző biztosítási szerződéstípusok esetén a visszavásárlási valószínűségek eltérőek. Továbbá, hogy logit modell segítségével megfelelően leírhatóak a visszavásárlási valószínűségek.

Gatzert és Schmeiser (2008) cikke a vizsgálataim kiindulási alapja, de modelljétől több ponton lényegesen eltér. Modelljében a szerződőnek lehetősége van díjmentesítést kérni, illetve visszatérhet újból a díjfizetéshez. A két opció, a díjmentesítési és az újrakezdési együtt egy komplex útfüggő struktúrát alkot, amely a szerződő döntésétől függ. A díjfizetés újrakezdésének időpontja nem lehet független a díjmentesítés időpontjától, hiszen az újrakezdés csak a díjmentesítés utáni időpontban lehetséges. Gatzert és Schmeiser (2008) a biztosító szemszögéből vizsgálja az opciók lehetséges veszélyeit, az opció értékének érzékenységét a szerződés különböző paramétereire. A biztosító oldaláról próbálja meg feltárni az opciókban rejlő potenciális kockázatokat.

A modellezett termékről

A modellezett termék egy vegyes életbiztosítás, melynek tartama n év. A biztosító a biztosított halála esetén és a biztosított tartam végi életben léte esetén is a biztosítási összeget téríti, az elérési és a haláleseti szolgáltatás megegyezik. Ebben az alaptermékben a díjfizetési tartam és a biztosítás tartama megegyezik. Az egyszerűség kedvéért éves díjfizetésű, rendszeres díjas szerződéseket vizsgálok. Tehát felteszem, hogy a szerződő minden biztosítási év kezdetén befizeti az éves biztosítási díjat. Az alaptermék bemutatása során eltekintek a díjmentesítés lehetőségétől, azt a későbbiekben mutatom be.

A teljes modellezés során azzal az egyszerűsítő feltevéssel élek, hogy a biztosító csak évfordulón teljesít szolgáltatást. Tehát egy adott biztosítási évben elhalálozottak után járó szolgáltatást év végén teljesíti a biztosító. Elérés esetén ez nem jelent korlátozást, hiszen években mérjük a biztosítás tartamát, a tartam legvégén fizeti ki a biztosító az elérési összeget.

A díjkalkuláció tekintetében a hagyományos életbiztosítási termékek árazását alkalmaztam, az ekvivalencia egyenlet alapján számítottam a díjakat (Banyár, 2003). Az alaptermék díjának meghatározásakor Magyarország népességének 2012-re vonatkozó halandósági tábláit használtam.⁵ A női és a férfi halandósági táblákból az adott életkorhoz tartozó népességszámmal súlyozottan készítettem el a továbbiakban használatos uniszex halandósági valószínűségeket. A legmagasabb életkor (ω) a táblákból adottan 100 év.

A szokásos módon egy vegyes életbiztosítási szerződés díját egy kockázati és egy elérési biztosítás díjainak összegéből számíthatjuk. Az ekvivalencia egyenletből kapjuk a vegyes biztosítás egyszeri nettó díját egy x éves biztosítottra, amely a következő képlettel adott:

$$A_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t p_x q_{x+t} (1+i)^{-(t+1)} + v^n p_x (1+i)^{-n} \\ = \frac{d_x v^1 + d_{x+1} v^2 + \dots + d_{x+n-1} v^n + l_{x+n} v^n}{l_x} \quad (1)$$

ahol a $v=1/(1+i)$ a diszkontfaktor (i a technikai kamatláb mértéke). Ez az érték egy egység biztosítási összegre vonatkozik. Az első kifejezésben a halálozási és túlélési valószínűségek találhatóak, míg az átalakított formában az adott évben életben lévő és elhalálozott állomány. A q_x halálozási valószínűség azt mutatja meg, hogy egy x éves biztosított nem éli meg az $x+1$ -edik életévét. Míg a $p_x=1-q_x$ mutatja azt a valószínűséget, hogy a biztosított megéli a következő életévét. Továbbá d_x jelöli az x éves korban elhunytak száma, l_x az x éves korban életben lévők száma. A d_x , l_x , illetve p_x és q_x közötti összefüggések a következő formában írhatóak fel:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \quad (2)$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad (3)$$

A egyszeri nettó díjból egy járadéktag felhasználásával kiszámíthatjuk a rendszeres díjat. Mivel a díjfizetési tartam és a biztosítás tartama a vizsgált esetekben egybeesik, így a járadéktag a következő formát veszi fel:

Mivel a járadéktag szerint fizeti a szerződő a biztosítási díjat, ezért a rendszeres nettó díj:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{l_x + l_{x+1}v + \dots + l_{x+n-1}v^{n-1}}{l_x} \quad (4)$$

Az alaptermék esetén feltételezem, hogy a biztosító nem alkalmaz loadingot, tehát nettó

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (5)$$

díjon árulja termékét. A biztosító loadingjával fedezi a saját felmerülő költségeit, illetve profitját, az ügyfél számára nincs mögötte szolgáltatás. A nettó áras modellt úgy is tekinthetjük, mintha a szerződőt minden módozat és pénzügyi termék esetén ugyanakkora költség terhelné.

A modellbe a technikai kamatlábon felül a többlethozam-visszatérítés is bekerül, mint garancia. A biztosító egy adott évben a tartalékon elért technikai kamatláb fölötti hozam meghatározott részét (α százalékát) írja jóvá a szerződés nyereségszámláján. A nyereségszámlán felhalmozott összeget a biztosító befekteti, ugyanolyan hozamot ér el rajta, mint a tartalékokon, és ennek a hozamnak is az α százalékát írja jóvá a nyereségszámlán. A biztosító a nyereségszámlára nem vállal garanciát, annak értéke a külső hozamnak megfelelően alakul, nincs a technikai kamattal garantált hozam rajta.

Egy adott szerződés esetében egy tetszőleges t évre a többlethozam a következő képlettel adható meg:

$$TH_t = \begin{cases} (V_{t-1} + P_{x:\overline{n}|})(r_{t,bizt} - i) + NYSZ_{t-1}r_{bizt}, & r_{t,bizt} \geq i \\ NYSZ_{t-1}r_{bizt}, & r_{t,bizt} < i \end{cases} \quad (6)$$

ahol $NYSZ_{t-1}$ a nyereségszámla értéke a t -edik év elején, $r_{t,bizt}$ a t -edik évben a biztosító által elért hozam és V_{t-1} a $t-1$ -edik év végi, t -edik év eleji tartalék értéke. A többlethozamba kerül a nyereségszámlán elért növekmény függetlenül attól, hogy a biztosító hozama és a technikai kamat hogy viszonyul egymáshoz. Illetve abban az esetben, ha a biztosító technikai kamat fölötti hozamot ér el, akkor a tartalékon (V_{t-1}) és az év elején befizetett díjon elért többlet is hozzáadódik az előző összeghez.

A biztosító a nyereségszámla értékét a biztosítási eseményt követő szolgáltatás teljesítésénél fizeti ki. Abban az esetben, ha a biztosított a t -edik év során hunyt el, a biztosító a t -edik év eleji nyereségszámla értékével növelt biztosítási összeget fizeti ki. Ha a biztosított megéri a lejáratot, akkor az utolsó év végi nyereségszámla értékét és a biztosítási összeget fizeti ki a biztosító.

Díjmentesítés bevezetése

A kezdeti vizsgálatok során a díjmentesítést mint paramétert vezetem be. A paraméter értéke pontosan a díjmentesítés éve. Ez a megközelítés jelenik meg Gatzert és Schmeiser (2008) modelljében is.

Azt teszem fel, hogy a szerződő év elején eldöntheti, hogy befizeti-e az év elején esedékes rendszeres díjat, vagy díjmentesít. A díjmentesítés évének legkisebb értéke 2 lehet, azaz aki az első évben szeretne díjmentesíteni, az nem köt szerződést. A legnagyobb értéke pedig a tartam utolsó éve lehet, ha a paraméter értéke ennél nagyobb, akkor nem történt díjmentesítés. Ez a díjmentesítés egy Bermuda típusú opció lesz, hiszen Hull (1997) szerint a Bermuda típusú olyan amerikai típusú opció, amelyet a szerződés kezdeti éveiben nem lehet lehívni.

A díjmentesítésre úgy tekinthetünk, mintha a szerződő az eddig befizetett díjakból képzett tartalékából egy egyszeri díjas, alacsonyabb biztosítási összegű szerződést vásárolna. Így az ekvivalencia egyenletből visszszámítható a díjmentesített szerződésre vonatkozó biztosítási összeg. Ez az új biztosítási összeg a korábban bevezetett jelölésekkel, ha a t -edik év elején díjmentesítették a szerződést, a következő képlettel adott:

$$SA_{t,dijment} = V_{t-1} \frac{l_{x+t}}{d_{x+t}v^1 + \dots + d_{x+n}v^{n-t} + l_{x+n}v^{n-t}} \quad (7)$$

A díjmentesítési opció vizsgálata során sem térek el a korábban leírt többlethozam-visszajuttatási szabálytól. Az egyes díjmentesítési évre rétegeket képeztem. Egy-egy réteg azt mutatja meg, hogy egy adott évben díjmentesített szerződésre, a tartam további éveire mekkora a nyereségszámla értéke. A réteg első évének, azaz a díjmentesítés évének kezdő nyereségszámla értéke megegyezik egy ugyanazon év eleji élő szerződés nyereségszámlájának értékével.

A díjmentesített állományra azt feltételezem, hogy a halandósága megegyezik az élő szerződéseknél számított halálozással. A szerződést bármely évben díjmentesítették, a koréves halálozási valószínűségek nem változnak.

Kezdeti eredmények

A kezdeti modell vizsgálatai arra irányultak, hogy milyen többlethozam-visszatérítés mellett marad az ügyfél szerződésen elért cash flow-jának jelenértéke nulla. Az első vizsgálatok során azt feltételeztem, hogy a biztosító a tartam minden évében azonos hozamot realizál. Így vizsgáltam, hogy adott technikai kamatszint mellett ($i=2\%$) a biztosító elért hozama hogyan befolyásolja a szükséges többlethozam-visszatérítési szintet. A díjmentesítés évét továbbra is paraméternek kezeltem, és minden lehetséges értékét vizsgálom.

A vizsgált szerződés egy 20 éves tartamú vegyes biztosítás, így a lehetséges díjmentesítési évek 2 és 21 közöttiek, ahol 21 annak felel meg, hogy nem díjmentesít a szerződő. Egy adott szerződés jelenértékének kiszámítása során mind az ügyfél, mind a biztosító oldaláról az elért hozamot használom. Az ügyféloldali értékelésről azért releváns a technikai kamat helyett a külső hozammal diszkontálni, mivel az ügyfél számára nem a kiígért hozam az érdekes (ez akár 0% is lehet), hanem a valós értékelés a cél, azaz a többi versengő termékkel való összehasonlíthatóság. Míg a biztosító oldaláról van egy hozamelvárás, a külső hozamkörnyezetet a kockázatmentes hozammal lehet közelíteni.

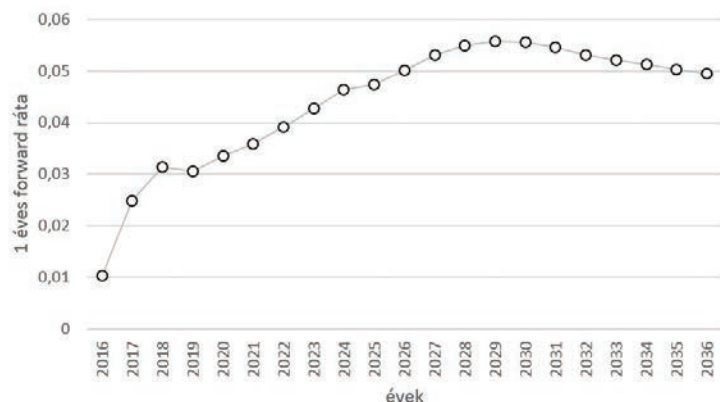
Ilyen feltételek mellett azt mondhatjuk, hogy ha a külső hozam, azaz a biztosító által elért hozam magasabb, mint a technikai kamatláb, akkor minden lehetséges díjmentesítési évre a 100 százalékos többlethozam-visszatérítés garantál nulla ügyféljelenértéket. Ez nem meglepő, hiszen az ügyfél más befektetéssel is a külső hozamnak megfelelő hozamot érheti el, így a technikai kamat fölötti többletet át kell adni az ügyfélnek, hogy ugyanolyan helyzetben legyen, mint más termékek vásárlása esetén.

Ezzel szemben, ha a technikai kamat értéke magasabb, mint a külső hozam, akkor az ügyfél minden esetben pozitív jelenértékkel szembesül, függetlenül attól, hogy díjmentesített a tartam valamely évben, vagy sem.

A továbbiakban a külső hozamkörnyezet vizsgálatához felhasználok az EIOPA által közzétett hivatalos 2015. december 31-i forward hozamgörbe értékeit, melyek az 1. ábrán láthatóak.

A biztosítóról felteszem, hogy mindig egyéves eszközöket vásárol. A tartam minden évében újból megveszi az egyéves papírokat, melyen az egyéves forwardnak megfelelő hozamot ér el. Természetesen ez is egyszerűsítő feltevés, hiszen a biztosítók az eszközök lejárata a biztosítási állományban szereplő tartamokhoz igazítják. A tanulmány célja a díjmentesítés árazása, így ezzel a kérdéssel most nem foglalkozom.

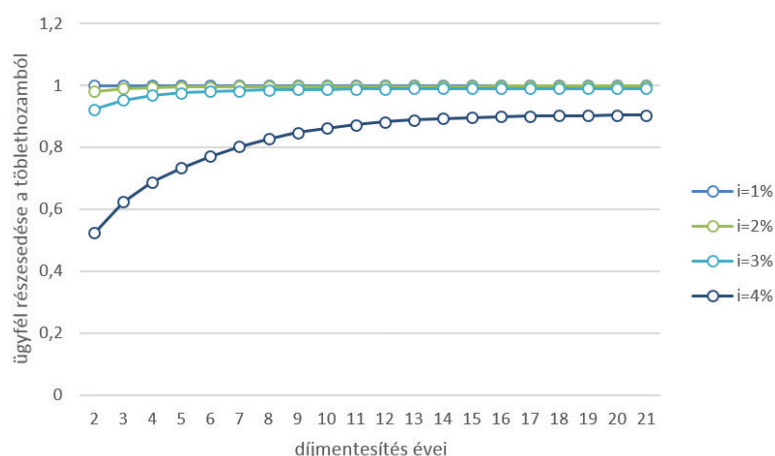
1. ábra: 2015. december 31-i hozamgörbe



Forrás: EIOPA⁶

Hasonlóan az előző kérdéshez, most is azt vizsgálom, hogy mekkora többlethozam-részese-
dést kell adni az ügyfélnek ahhoz, hogy a szerződése nullszaldós legyen. A külső hozam a most
bevezetett egyéves forward értékeket tartalmazó hozamgörbe. Ezen vizsgálat eredményeit a
2. ábra mutatja. Az egyes görbék a különböző technikai kamatlábakhoz tartoznak. A forward
hozamok között a legkisebb is 1 százalékos fölötti volt, így az 1 százalékos és az annál kisebb
technikai kamatok ugyanúgy viselkednek. Ahogy az ábra is mutatja, az 1 százalékos technikai
kamatszint alatt, függetlenül attól, hogy a szerződő melyik évben díjmentesített, a többlethozam
teljes egészét vissza kell neki juttatni ahhoz, hogy cash flow-jának jelenértéke nulla legyen.

2. ábra: Forward hozamokkal számolt többlethozam-visszatérítési arányok



Forrás: saját számítás

Viszont amint a technikai kamatláb konstans görbéje metszi a hozamgörbét, érdekesebb
eredmények adódnak. Ezekben az esetekben a technikai kamatlábbal kiígért garancia érvé-
nyesítésre kerül akkor, amikor a külső hozam a technikai kamat alatti szinten van. Alapvetően
elmondható, minél magasabb a technikai kamatláb, annál kisebb többlethozam-visszatérí-
tés szükséges a nulla ügyféljelenértékhez. Ezenkívül elmondható, hogy 2, 3 és 4 százalékos
technikai kamatszint mellett folyamatosan növekszik a többlethozam-visszatérítés mértéke,
ahogy a szerződő a tartam egy későbbi évében díjmentesít. A 4 százalékos technikai kamat
esetét részletezve, a hozamgörbéből az látszik, hogy a tartam elején jóval magasabb a techni-
kai kamatban kiígért garancia, mint a realizált hozam. Az első két évben a realizált hozam
a 3 százalékos szintet sem éri el, azután lassú ütemben növekszik a 4 százalékos szint fölé. Így azon
szerződőknek, akik a tartam elején díjmentesítenek, kisebb a tartalékuk, a magasabb hozamú
években nem fizetnek be díjakat, a tartalékuk csak a technikai kamattal nő. Így egy korábbi
évben díjmentesített szerződés a későbbi évek elért többlethozamából kisebb részesedéssel is
eléri a nulla jelenértéket.

Az 1. ábrán látható, hogy a forward ráta a 12. és 19. év között haladja meg az 5 százalékos
szintet, ez ebben az esetben azt jelenti, hogy a spot hozamgörbe a teljes időszakban 5 százalékos
alatti. 5 százalékos technikai kamatszint fölött az ügyfél cash flow-jának jelenértéke minden
lehetséges díjmentesítési évre pozitív lesz. Minden évben a technikai kamattal kiígért garancia
kerül érvényesítésre, a szerződő jobban jár minden esetben, mintha a külső hozamon fektetne be.

Sztocasztikus vizsgálatok

A továbbiakban a forward hozamráták helyett sztocasztikus scenáriókat használok, így
szélsőséges hozamalakulások is bekerülhetnek a modellbe. Ezáltal a kiígért garancia gyakrabban
érvényesítésre kerülhet.

A korábban alkalmazott díjmentesítési feltételeken még nem változtatok, tehát a díjmen-
tesítés éve paraméter, amely a tartam éveit veheti fel értékül. Az eredményeket a különböző
díjmentesítési évekre vizsgálom. Továbbra is az a kérdés, hogy a technikai kamat különböző
szintjei mellett milyen többlethozam-visszatérítés biztosít nulla jelenértéket az ügyfél számára
ezen a szerződésen.

A sztocasztikus vizsgálatok során 500 scenáriót alkalmaztam, melyek évenkénti átlaga
megegyeznek az 1. ábrán látható 2015. december végi egyéves forward hozamgörbe adott évi
értékével.

A hozam szórásának értéke 2 százalékos. A konkrét scenáriók elkészítésénél a forward rátára
0 várható értékű és 1 szórású normális eloszlásból vett zajt illesztettem.

A scenáriókhöz szükséges véletlen számok forrása a RANDOM.ORG⁶ bázisa. Ezen a honla-
pon elérhető generátor többféle eloszlásból vett ténylegesen véletlen számokat készít. A generátor
alapja a légköri zajból vett minta, ez biztosítja, hogy ténylegesen véletlen számokat kapjunk.

A minta normalitásának ellenőrzéséhez az első négy momentum illeszkedését vizsgáltam.
Először az átlag megfelelőségére a szokásos statisztikai t -tesztet végeztem el, mely szerint

24,79 százalékos p -érték mellett nem vehető el a nullhipotézis, miszerint az átlag értéke 0. A varianciára Khí-négyszet tesztet készítettem, hasonlóan az átlag esetéhez, itt 18,43 százalékos p -érték szerint nem tudjuk elutasítani a nullhipotézist. Tehát a variancia tekinthető 1-nek. A következőnek a Jarque-Bera normalitási tesztet futtattam, ami azt teszteli, hogy a mintában tapasztalt ferdeség megegyezik-e a normális eloszlásával, azaz az értéke nulla-e. Itt is megfelelő eredményt kaptam, mivel a p -érték 57,11 százalék, így most sem tudjuk elutasítani a normalitást, azaz a nulla értékű ferdeség hipotézisét. Végül pedig egy kevésbé elterjedt statisztikai tesztet végeztem a csúcosságra, ez az Anscombe-Glynn teszt. A teszt összeveti a mintabeli csúcosság értékét a normalitáshoz szükséges 3 értékkel. A nullhipotézis ebben az esetben az, hogy a csúcosság 3. A futtatott teszt azt mutatja, hogy 30,98 százalékos p -érték mellett most sem vehető el a nullhipotézis.

Így az első négy momentumra végzett minden teszt azt mutatja, hogy a letöltött véletlen számok megfelelnek egy 0 várható értékű és 1 szórású normális eloszlásból vett mintának. Használhatóak a hozamszenáriók készítéséhez szükséges normális eloszlásból való zajként.

A sztochasztikus hozamszenáriók mellett is az a fő kérdés, hogy milyen többlethozam-visszatérítési részesedés mellett lesz az ügyfél cash flow-jának jelenértéke nulla. A díjmentesítés éve paraméter marad, így a lehetséges évekre külön értékelem az eredményeket. Illetve a különböző technikai kamat értékeket is külön vizsgálom. A biztosító hozama, azaz a külső hozam alakul a hozamszenáriók alapján.

A vizsgálat során minden hozamszenárió, díjmentesítési év (t), technikai kamat (i) és többlethozam-részesedés (α) négyesre kiértékeltem, mekkora jelenértéke van az ügyfél számára ennek a szerződésnek. Majd a szenáriók átlagából kapott jelenértékek közül a nullához tartozó α -t vizsgáltam. Hasonlóan alakul a kép, mint a csak forward rátákat alkalmazott esetben, melyet a 2. ábra mutat. Alapvetően elmondható, hogy minden technikai kamathoz tartozó görbe lejjebb került, azaz minden díjmentesítési évre kisebb részesedés szükséges.

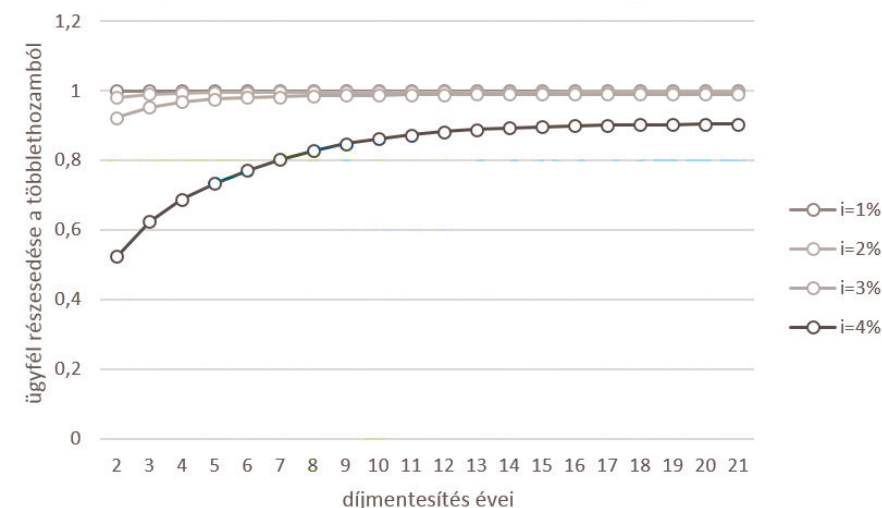
Sztochasztikus szenáriók között jelentős mértékben fordult elő olyan eset, ahol negatív lett a hozam.

A sztochasztikus szenáriók átlagából kapott esetet a 3. ábra mutatja. Ezen az ábrán a 0, az 1, a 2, a 3 és a 4 százalékos technikai kamat szintek láthatók. Már a 0 százalékos technikai kamathoz is jelentős eltérés van a forwardból és a szenárióból számolt görbék között. Hiszen itt a többlethozam-visszatérítésre adott görbe nem 100 százalékon konstans a teljes tartamra, hanem az első három díjmentesítési évre kisebb. Ez azt jelenti, hogy sztochasztikus szenáriók között jelentős mértékben fordult elő olyan eset, ahol negatív lett a hozam. Így már a 0 százalékos technikai kamathoz is erős garanciális eszköz lett.

A következő pozitív technikai kamatlábakra minden díjmentesítési évre kisebb többlethozam-részesedés szükséges a nulla jelenérték eléréséhez. A forward esethez hasonlóan itt is az 5 százalékos technikai kamatszint az, ahol már teljes egészében a garancia dominál.

A külső hozam nem nagyobb, mint a garancia értéke, így minden díjmentesítési év esetén pozitív jelenértékkel szembesül az ügyfél.

3. ábra: Sztochasztikus szenáriókból számolt többlethozam-visszatérítési arányok



Forrás: saját számítások

Díjmentesítési profillal vizsgált modell

A továbbiakban áttérek egy díjmentesítési profil használatára. Innentől a díjmentesítés éve már nem paraméter, nem a tartam alatt lehetséges díjmentesítési évekből adódó esetek szétválasztása által értékelem a modellt. A bevezetett díjmentesítési profilok a tartam egyes éveire egy valószínűséget rendelnek, mely azt mutatja meg, hogy a nyitó állomány hány százaléka választotta a díjmentesítési opció lehívását az adott év elején.

A díjmentesítési profil kialakítása során **az átlagosan racionális ügyfélviselkedést vettem alapul**. Ez a racionális viselkedés pedig nem takar mást, mint azt, hogy egy ügyfél abban az évben díjmentesít nagyobb valószínűséggel, amikor nagyobb a szerződésének jelenértéke.

A profil kialakítása során megvizsgáltam a 3 százalékos technikai kamatszint mellett a díjmentesítési évekhez tartozó ügyfél jelenértékét. A díjmentesítésre átlagosan évi 1 százalékot feltételeztem. Így a profilok kialakításában olyan görbét illesztettem, amely megfelel az adott többlethozam-visszatérítési arányhoz tartozó ügyféljelenértékek lefutásának. A díjmentesítési profilokat úgy állítottam be, hogy egy adott évhez tartozó legkisebb valószínűség ne legyen kisebb 0,5 százaléknál. A legnagyobb érték pedig ne haladja meg az 1,5 százalékot.

Mivel az így kapott díjmentesítési profilok lefutása lényegesen nem különbözött az eltérő α értékekre, így a továbbiakban egy profilt használok.

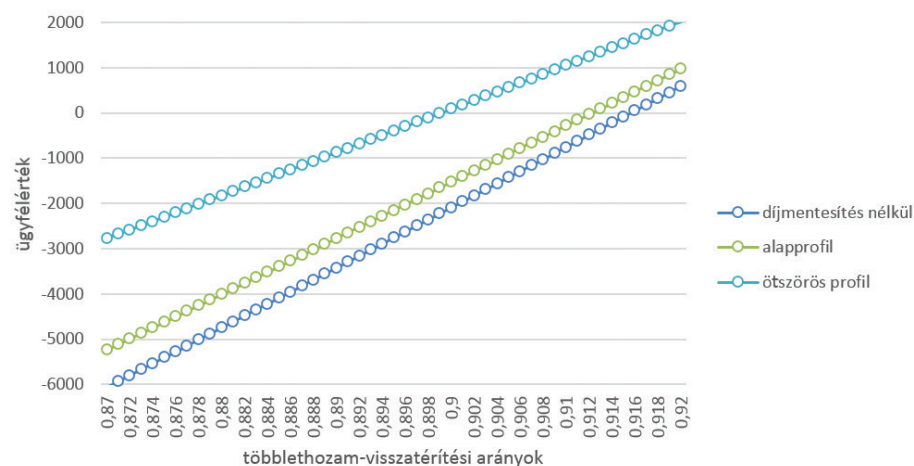
A díjmentesítés értéke az ügyfél számára

A díjmentesítés értékének vizsgálata során továbbra is a korábban bemutatott hozamszenáriókat alkalmazom. A forward hozamgörbe alapján a technikai kamatláb 3 százalékos értékével folytatom a vizsgálatokat. A bemutatott szerződés egy 20 éves, 1 000 000 forint biztosítási összegű, rendszeres díjas vegyes biztosítás, a biztosított 20 éves belépéskor.

Elsőként azt vizsgálom, hogy az ügyfél számára mennyit ér a díjmentesítés α -ban, azaz a többlethozam-visszatérítési arányban kifejezve. Továbbra is azt az α értéket keresem, amelyre az ügyfél számára a szerződés jelenértéke nulla, oly módon, hogy a szenáriókból számított jelenértéket átlagolom. Ahogy a 4. ábrán látható, az előbbi díjmentesítési profillal (a továbbiakban alaprofil) az ügyfél cash flow-jának jelenértéke 91,3 százalékos többlethozam-visszatérítés mellett éri el a nullát. Ezzel szemben díjmentesítés lehetősége nélkül az ügyfélérték 91,6 százalékon éri el azt. Tehát az ügyfél a díjmentesítés lehetőségével jobban jár, hiszen ekkor kisebb többlethozam-visszatérítéssel is eléri a nullszaldós állapotot. Így az ügyfél számára α -ban kifejezve a díjmentesítési opció 0,3 százalékponttal értékesebb, mint egy díjmentesítési opció nélküli szerződés. Természetesen ez az érték erősen függ a díjmentesítési profiltól.

A díjmentesítési profiltól való függés vizsgálatára bevezetek egy új díjmentesítési profilt, amely a tartam minden évére az alaprofil adott évi értékének az ötszöröse. Tehát ha a második évben az alaprofil szerint 1,2003 százalék valószínűséggel díjmentesítenek, akkor az ötszörös profil esetén a második évben 6,0015 százalékos valószínűséggel díjmentesítenek egy szerződést.

4. ábra: Ügyfélérték alakulása különböző díjmentesítési profilok mellett



Forrás: saját számítás

Ezekkel a növelt profil értékekkel az ügyfél ezen a szerződésen 90 százalékos többlethozam-visszatérítés mellett már nullszaldós. Így a szerződő számára ötszörös díjmentesítési valószínűségek mellett a díjmentesítési opció α -ban kifejezve 1,6 százalékpontot ér.

A következőkben azt vizsgálom, hogy mennyit ér az ügyfélnek a díjmentesítés loadingként kifejezve, azaz a nettó díjra mekkora loadingot tehet a biztosító ahhoz, hogy az ügyfél továbbra is nullszaldós legyen. Ennek elsősorban az a célja, hogy az opció értékére díjjal arányos összeget kapjunk.

Ehhez azt tesszük fel, hogy a biztosító mindig úgy állapítja meg a díjmentesítési büntetést, hogy a ténylegesen felmerülő kezdeti és folyamatos költségeit pontosan fedezni tudja, vagyis a loading alkalmazása nem befolyásolja a szerződés igazságosságát. Azt tételezzük fel, hogy a biztosító úgy állapítja meg a loading értékét, hogy az a díjmentesítési opcióból adott többletet veszi csak el. Így a loading alkalmazása mellett a díjmentesítési opcióval is nulla lesz az ügyfélérték a tartam első évének elejére számítva.

Ezekben az esetekben is sztochasztikus hozamszenáriókat és 3 százalékos technikai kamatlábat használok, és az ismertetett mintaszerződésen sem változtatok. Így ezen konkrét szerződés esetén a nettó rendszeres díj 36 432,61 forint.

Első esetben az alap díjmentesítési profil mellett számítottam ki azt a többletet, amelyet a biztosító a rendszeres díj növelésének formájában beszedhet. Elsőként azt a többlethozam-visszajuttatási szintet vizsgáltam, ahol díjmentesítési opció nélkül az ügyfél nulla jelenértékkel szembesül a tartam ideje alatti cash flow-ján. Ez az α szint 91,3 százalékos többlethozam-visszatérítésnek felel meg. Így a szenáriók átlaga szerint 91,6 százalékos α mellett már egy alacsony loadingot, 0,053 százalékosat lehet a szerződésbe építeni, úgy hogy az ügyfél ne szembesüljön negatív jelenértékkel. Nagyobb többlethozam-visszatérítés esetén a loading mértékét is emelni lehet, anélkül, hogy az ügyfél értéke negatív tartományba kerülne. 92 százalékos visszajuttatási arány mellett 0,159 százalékos loading, míg 95 százalékos visszajuttatási arány esetén 0,96 százalékos loading is megengedhető.

Mivel az alaprofil alacsony díjmentesítési valószínűségeket tartalmaz, ezért most is kitérek az ötszörös profil esetére. Először azt az α értékhez (91,3%) tartozó loadingot számítom ki, ahol az alaprofil mellett nulla az ügyfélérték. Ekkor a loading értékére 0,355 százalék, azaz ötszörös profil alkalmazása mellett az ügyfél loadingban kifejezve ennyivel jár jobban. 91,6 százalékos többlethozam-visszatérítés mellett, abban a pontban, ahol díjmentesítés nélkül nulla az ügyfélérték, az ötszörös profil mellett 0,440 százalékos loadingot visel el az ügyfél. 92 százalékos és 95 százalékos α esetén az ötszörös díjmentesítési profil 0,556, illetve 1,438 százalék loadingot alkalmazhat a biztosító.

A két díjmentesítési profiltól látható, hogy magasabb díjmentesítési valószínűségek esetén magasabb loadingot lehet alkalmazni, úgy hogy a szerződés igazságos maradjon a

szereződő számára is. A fent leírt esetekben az alap- és az ötszörös díjmentesítés profilok mellett a díjmentesítés értéke a többlethozam-visszatérítés növekedésével 0,355-ről 0,590 százalékpontra emelkedett.

A biztosító eredménye a díjmentesítés hatására

A biztosító profitjának vizsgálatához az eredményét felbontom bevételek és kiadások szerint. A biztosító díjbevételeire és kamatbevételeire tehet szert ebben a modellben, míg a kiadásai a tartalékváltozásból, a kockázati és elérési kifizetésből adódnak.

A tartam minden évének elején az év eleji állományból az adott évben nem díjmentesítők befizetik a rendszeres díjat, ez adja a díjbevételet. A biztosító a külső hozam szerinti kamatbevételeket a tartalékokon, a nyereségszámlán, illetve az év elején befizetett nettó díjakon tud elérni. A tartalékon és a nyereségszámlán minden díjmentesítési réteg esetén is realizál kamatbevételeket a biztosító.

A tartalékváltozás abból adódik, hogy a biztosító az élő szerződések tartalékát kezeli. A tartalékváltozás a teljes állományra számított érték, azaz az év végi állományra jutó év végi tartalék és nyereségszámla összegéből kivonjuk az év elején életben lévő állomány év elején meglévő tartalék és nyereségszámla értékét. Ezt az értéket is minden díjmentesítési rétegre számoljuk.

A kockázati kifizetés kiadási tétel forrása minden év végén az adott évben elhunytak kifizetése. A nem díjmentesített szerződésekre a tartam eleji biztosítási összeg és az adott év eleji nyereségszámla értéke, míg a díjmentesített szerződésekre a díjmentesítés utáni biztosítási összeg és a rétegre vonatkozó nyereségszámla év eleji értéke.

Elérési kifizetés csak a tartam végén lehetséges. A biztosító a tartam végét megelőző szerződésekre kifizeti a biztosítási összeget és az év végi nyereségszámla értékét. Hasonlóan a kockázati kifizetéshez, a nem díjmentesített szerződésekre az eredeti biztosítási összeget, díjmentesített szerződésekre a csökkentett biztosítási összeget és a réteg nyereségszámlájának lejáratkori értékét fizeti ki a biztosító.

A biztosító eredményét egy másik felbontásban is tekinthetjük, ahol az eredmény összetevőinek a biztosító által ténylegesen realizált értékeket vesszük. Ilyen szemléletben a biztosítónak lehet mortalitási, visszavásárlási, befektetési és akár költségeredménye is. Ebben a modellben a mortalitás megegyezik a kalkulálttal, nincs visszavásárlás, és ilyen értelemben nincs loading. Így ez az eredmény csak a befektetési eredményt tartalmazza. Természetesen itt megjelenne a díjmentesítési eredmény is abban az esetben, ha a biztosító díjmentesítési büntetést alkalmazna a tartam további részében felmerülő folyó költségeire.

A következőkben azt vizsgálom, hogy a díjmentesítési opciónak milyen hatása van a biztosító eredményére. Hogyan változik az eredmény az alap díjmentesítési profil bevezetésével a díjmentesítés nélküli esethez képest. Továbbra is a mintaszerződést tekintem.

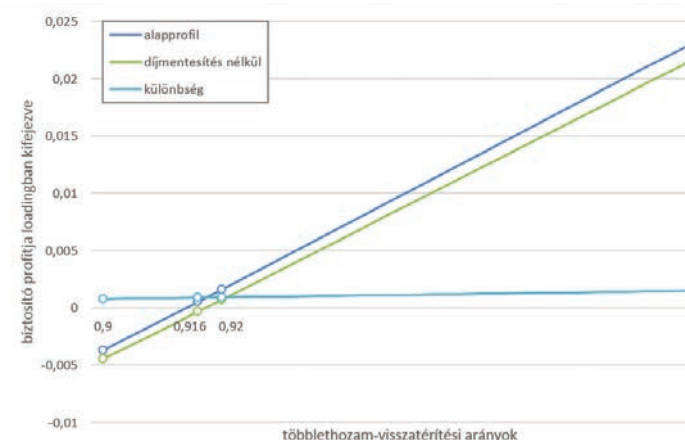
A díjmentesítés bevezetésének hatására a biztosító eredményének első felbontásbeli minden eleme megváltozik. A díjbevételek a díjmentesítés miatt csökkennek, hiszen nemcsak az előző időszakban elhunytak, hanem az adott évben díjmentesítők sem fizetik be év elején a rendszeres díjat. A kamatbevételek szintén csökkennek ugyanakkor abból adódóan, hogy kevesebben fizették be év elején a díjat. Így ezáltal kevesebb az élő állomány által befizetett díjon elért kamat. Továbbá minden egyes díjmentesítési réteg tartaléka és nyereségszámlájának értéke kisebb, mint ugyanabban az évben egy élő szerződés tartalékának és nyereségszámlájának összege, így az azon elért kamatbevételek is kisebbek.

Ugyanezen okból a kiadási tételek is csökkennek. A díjmentesített szerződésekre csökkentett biztosítási összeg kerül érvényesítésre, így a tartam alatti haláleseti kifizetés és a tartam végi elérési kifizetés is csökken. Hasonlóan a tartalékváltozás is csökken minden évre, mivel a díjmentesített szerződésekre a tartaléka is kisebb.

A biztosító profitját a többlethozamból való részesedéssel tudja elérni. Ebben a modellben a biztosítónak csak befektetési eredménye van. Ez a befektetési eredmény pedig abból adódik, hogy a technikai kamatlábnak megfelelő garantált hozamot a biztosítónak a szerződésen jóvá kell írnia. Illetve magas külső hozam esetén a többlethozamból részesedhet.

Az 5. ábra mutatja a biztosító eredményét loadingban kifejezve különböző többlethozam-visszatérítési arányok esetén. 91,6 százalékos α érték volt az, amelyre díjmentesítés nélkül az ügyfélérték nulla lett. Ekkor a biztosítónak az alapprofil mellett 0,0525 százalékos loadingot kell alkalmaznia ahhoz, hogy a profitját nullára növelje. Minden esetben olyan igazságos szerződési feltételrendszert keresek, amely sem a biztosító, sem az ügyfél számára nem veszteséges. Így azt a loading értéket keresem, amellyel a biztosító növelheti a nettó díjat úgy, hogy a szerződés jelenértéke a szerződő számára se legyen negatív.

5. ábra: A biztosító profitja loadingban kifejezve



Forrás: saját számítás

Magasabb többlethozam-visszatérítés mellett, 92 százalékos α -t vizsgálva a biztosítónak díjmentesítés nélkül 0,0675 százalékos, míg az alapprofil esetén 0,1583 százalékos loadingot kell alkalmaznia ahhoz, hogy nullára növelje profitját. Tehát a biztosító eredményét tekintve 0,0908 százalékpontos különbség adódik ekkor a loadingra vetített eredményben az alapprofil és a díjmentesítés nélküli eset között. **A biztosító eredménye kisebb, ha díjmentesítési opciót biztosít a szerződőnek.**

Ha a biztosító a teljes többlethozamot visszajuttatja a szerződőnek, akkor az alapprofil mellett 2,3260 százalékos, díjmentesítés nélkül pedig 2,1783 százalékos loading szükséges ahhoz, hogy ne legyen veszteséges a biztosító számára a szerződés. Magasabb α -ra nagyobb a különbség a két eset között. A 100 százalékos esetben 0,1477 százalékponttal magasabb loading szükséges az alapprofil mellett.

Abban az esetben, ha a többlethozam-visszatérítés 91,6 százalék alatt van, akkor a biztosító pozitív eredményt ér el mindkét feltételrendszerben. Tehát ekkor a loadingban kifejezett érték negatív, csökkenteni kell a díjat ahhoz, hogy a profitja nulla legyen.

A hozamgörbe hatása

Az eddig használt hozamgörbe mellett két új esetet vizsgálok, az egyikben a hozamgörbe 100 bázisponttal lefelé, a másikban 100 bázisponttal felfelé mozdul. Mindkét esetben a forward hozamgörbét módosítottam, majd a scenáriók elkészítése során ugyanazt a véletlen számzestet használtam, és a hozam szórására ugyanazt a 0,02 értéket állítottam be.

A hozamgörbe hatásának vizsgálatakor nem módosítottam az eddig használt terméken.

Ezen felül a technikai kamatláb mértékét is minden esetben 3 százaléknak tételeztem fel. Az eredeti forward görbe alakjából adódóan a hozam lefelé mozdítása esetén a technikai kamatláb kiírt garancia jóval többször kerül érvényesítésre. Míg a hozamgörbe felfelé mozdításával a tartam kezdetét kivéve minden évben a technikai kamatláb fölé a forward hozamráta.

Először az ügyfélértéket tekintem a hozam felfelé mozdulásának szempontjából. A díjmentesítés nélküli, az alap- és az ötszörös díjmentesítési profil esetén is elmondható, hogy magasabb hozamkörnyezetben magasabb többlethozam-részesedés szükséges a nulla ügyfélérték eléréséhez. Míg díjmentesítés nélkül az eredeti hozamok esetén 91,6 százalékos α mellett lett az ügyfélérték nulla, addig a megnövelt hozamok esetén csak 97,9 százalékon.

Az ügyfélérték meghatározásához a korábban is használt loadingként kifejezett értéket vizsgálom. A 6. ábrán látható, hogyan alakul a loadingban kifejezett ügyfélérték a hozamgörbe 100 bázispontos felfelé mozdulása esetén. A megnövekedett hozamkörnyezetben mindhárom díjmentesítési profilra csökken az ügyfélérték.

Ekkor a szerződés jelenértéke loadingként kifejezve az alap díjmentesítési profil mellett a pozitív tartományon ($\alpha=95-100\%$) 0,024 és 0,072 százalékponttal magasabb, mint a díjmente-

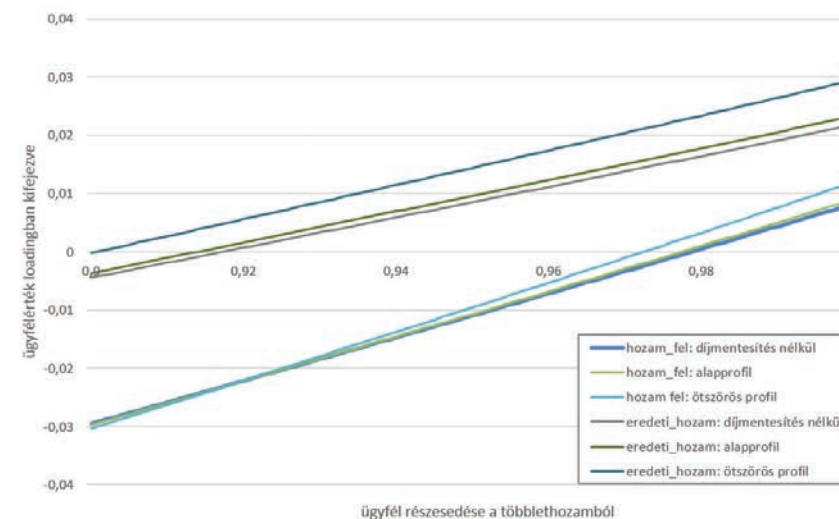
sítés nélküli esetben. Ha az ötszörös profilt alkalmazzuk, akkor ezek az értékek 0,139 és 0,371 között mozognak. Összevetve ezt az eredményt az eredeti hozam mellett kapott értékekkel, az látható, hogy a **megnövekedett hozamgörbe esetén a díjmentesítés értéke loadingban kifejezve közel feleakkora**, mint az eredeti esetben. Az eredeti hozamok mellett a díjmentesítés értéke az alapprofil szerint 0,112 és 0,148 százalékpont között alakult az $\alpha=95-100$ százalék tartományon, míg az ötszörös profil értéke ugyanitt 0,590 és 0,765 százalékpont közötti.

A hozamgörbe 100 bázisponttal lefelé mozdulása esetén az ügyfél számára értékesebbé válik a szerződés, amely 3 százalékos kamatot garantál. Díjmentesítés nélkül és mindkét díjmentesítési profil mellett kisebb többlethozam-részesedés is elég a nulla ügyfélérték eléréséhez. Díjmentesítés lehetősége nélkül ez az α egyenlő 68,1 százalékkal, alapprofil mellett 67,3 és az ötszörös profil mellett 63,9 százalékkal.

Alacsonyabb hozamkörnyezetben is magasabb az ügyfélérték, ha van díjmentesítés.

Ebben a hozamkörnyezetben lényegesen alacsonyabb α értékekre is pozitív az ügyfélérték. A loadingban kifejezett ügyfélérték az alapprofil mellett a díjmentesítés nélküli esethez képest 63 százalékos α mellett 0,107 százalékponttal, míg 100 százalékos α mellett 0,237 százalékponttal magasabb. Hasonlóan az ötszörös profil esetén is magasabb az ügyfélérték, a díjmentesítési opció nélküli esethez képest 63 százalékos α -ra 0,613 bázisponttal, 100 százalékos α -ra 1,424 százalékponttal magasabb.

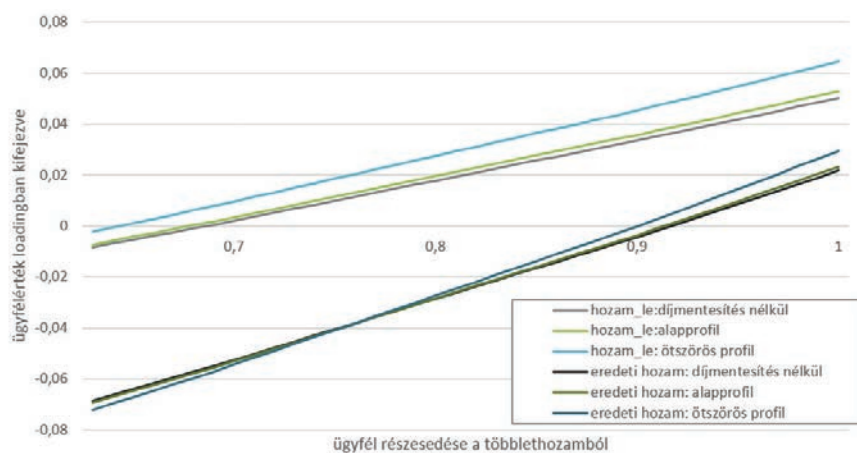
6. ábra: Hozam felfelé mozdulása



Forrás: saját számítás

A 7. ábrán jól látszik, hogy azokban az esetekben, ahol az ügyfélérték negatív, ott a díjmentesítésnek sincs pozitív értéke. Így a két hozamkörnyezetet is csak azokra az α -kra hasonlítom össze, ahol mindkét ügyfélérték pozitív. Ez a tartomány az α 91,6 százaléktól 100 százalékig terjedő szakasza. Ebben az esetben is kétszeres értékkülönbség figyelhető meg, az **alacsonyabb hozamkörnyezet esetén magasabb az opció értéke**. Ugyanez a különbség az ötszörös profil mellett jobban látható. Ott az eredeti hozamok mellett az opció értéke 0,475 százalékponttól 0,765 százalékpontra emelkedik az α 91,6 és 100 százalék közötti tartományán. Míg a 100 bázisponttal lejjebb elhelyezkedő hozamgörbe mellett az ötszörös profil szerinti díjmentesítés értéke 1,183 és 1,424 százalékpont közötti ugyanezen a tartományon.

7. ábra: Hozam lefelé mozdulása



Forrás: saját számítás

A belépési kor hatása

A következőkben azt vizsgálom, hogy a különböző belépési korú biztosítottak számára mennyit ér a díjmentesítési opció.

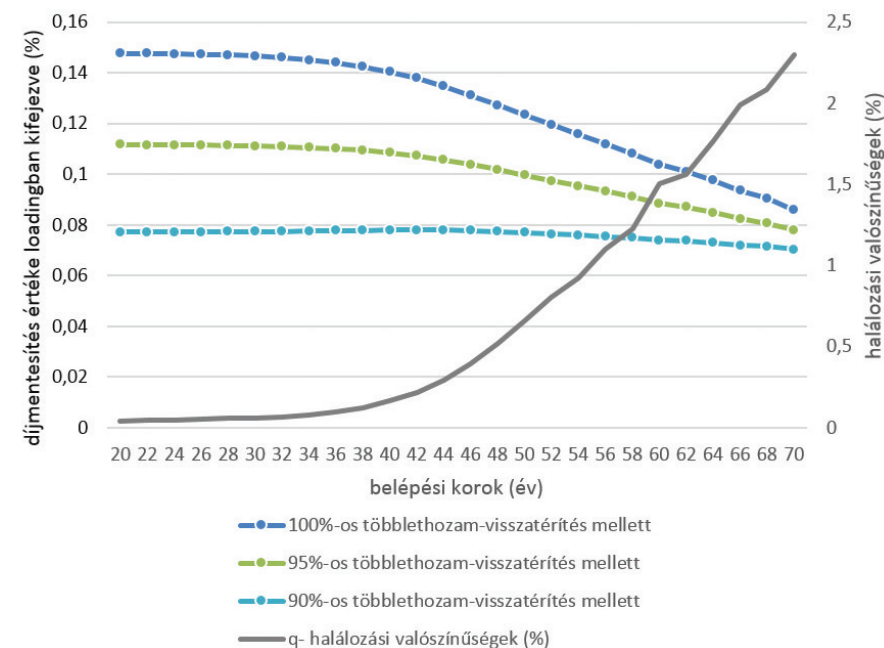
A korábban is vizsgált biztosítási szerződést tekintem. A biztosított egyes szerződést vásárol 20 éves tartamra 1 000 000 forintos biztosítási összeggel. Azt feltételezem, hogy a szerződéskötés minden esetben a $t=0$ időpontban történik, ez a halálzási valószínűségek miatt fontos kikötés. A technikai kamatláb értékét 3 százalékra állítottam be. Továbbra is alkalmazom a hozamszenáriókat, tehát minden paraméterezési variáció esetén az eredményeket kiértékelem az 500 szenárióra, majd azok átlagát veszem. A díjmentesítés értékének meghatározásához most is a díjmentesítés nélküli eseteket hasonlítom össze az alap díjmentesítési profil mellettivel.

A belépési kor vizsgálatánál is a loadingként kifejezett díjmentesítés értékeket keresem, mivel ekkor nem függ a befizetett díjtömegetől az opció értéke. Ez ennél a vizsgálatnál különö-

sen fontos, mivel egy idősebb biztosított nagyobb díjjal szembesül. Tehát azt határozom meg, hogy egyes többlethozam-visszatérítési százalékok mellett mekkora az ügyféljelenérték, és a korábban alkalmazott módon loadinggá alakítom. Megvizsgálom ezt az értéket díjmentesítés nélkül és az alap díjmentesítési profil mellett, majd a kettő különbsége adja a loadingban kifejezett értékét az opciónak.

Az így kapott eredmények a 8. ábrán láthatóak. Három többlethozam-visszatérítési arányra, 90, 95 és 100 százalékra láthatóak az értékek. A jobb tengelyen a koréves halálzási valószínűségeket is feltüntettem. Mindhárom esetben látható, hogy a belépési kor növekedésével csökken az opció értéke. **Ahogy a halálzási valószínűségek növekednek, úgy csökken a díjmentesítés értéke az ügyfél számára.** A 8. ábra jól mutatja, hogy ott, ahol a halálzási valószínűségek lényegesen emelkedni kezdenek, ott kezd jelentősen csökkenni a díjmentesítés értéke.

8. ábra: A díjmentesítés értéke a belépési kor függvényében



Forrás: saját számítás

Ez az eredmény összhangban van Gatzert és Schmeiser (2008) állításával, hiszen azt mondja, hogy az opció kevésbé értékes egy magasabb belépési korú biztosított számára. Alacsonyabb halandósági értékekkel rendelkező biztosítottak értékesebb a díjmentesítés lehetősége, így egy fiatalabb számára többet ér. Ugyanezen okból a nőknek értékesebb ez az opció, mint a férfiaknak.

Kockázati és elérési biztosítások

Mivel eddig minden esetben vegyes életbiztosítási szerződést vizsgáltam, ezért az eddigiekben leírt keretrendszer kiegészítésére, pontosítására van szükség.

A díjkalkuláció során itt is a szokásos jelölésekkel (Banyár, 2003) és a szokásos módon az ekvivalencia egyenletről számítom a nettó díjakat. A kockázati életbiztosítás egyszeri nettó díja

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{d_x v^1 + d_{x+1} v^2 \dots + d_{x+n-1} v^n}{l_x} \quad (8)$$

képlettel adott, míg az elérési biztosítás a

$$A_{x:\overline{n}|} \frac{1}{l_x} = \frac{l_{x+n} v^n}{l_x} \quad (9)$$

formulával. A jelölések értelmezésén nem változtattam, a halandósági feltételezések a korábbiak szerint alakulnak. Ezekből a nettó díjakból a járadéktag segítségével ugyanúgy számíthatjuk a rendszeres díjakat is. Az elérési és kockázati biztosításoknál a vegyeshez hasonlóan rendszeres, éves díjat vizsgálok, és a díjfizetési tartam ugyanúgy megegyezik a biztosítás tartamával.

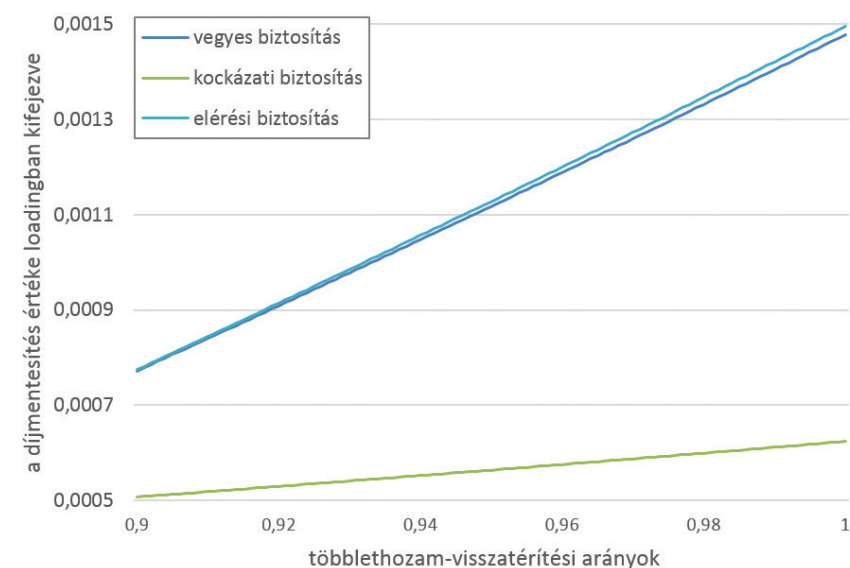
A többlethozam-visszatérítési szabályokon nem változtattam. Azt viszont érdemes megjegyezni, hogy elérési biztosítás esetén a biztosítási szolgáltatás mellett a nyereségszámla év végi értékét is megkapják az életben lévő állomány tagjai lejáratkor, míg a tartam során bekövetkező elhalálozás esetén a kedvezményezett az év eleji nyereségszámla értékét kapja meg év végén. A kockázati biztosítás esetén – hasonlóan a vegyes biztosításhoz – haláleseti szolgáltatás esetén a kedvezményezett a nyereségszámla év eleji értékével növelt biztosítási összeget kapja meg a halál évének végén. Míg a tartam végét megelőző biztosítottak a felhalmozott többlethozamot, azaz a nyereségszámlájuk év végi értékét kapják meg lejáratkor.

A következőkben azt vizsgálom, mennyit ér az ügyfél számára a díjmentesítés a különböző hagyományos szerződések esetén. Tehát a következőkben csak a biztosítási szerződés típusa tér el egymástól. A díjmentesítési valószínűségekre most is az alapprofil értékeit használom. Továbbra is nettó díjas modellt alkalmazok, és a díjmentesítés értékét a nettó díj arányában, loadingként fejezem ki.

A modellezett szerződés esetén a biztosított belépési kora 20 év, a biztosítási összeg 1 000 000 forint. A biztosítás tartama és így a díjfizetés tartama is 20 év. A szerződésbe épített hozamgarancia, azaz a technikai kamatláb értéke 3 százalék. Ezen paraméterek mellett a vegyes biztosítás rendszeres díja 36 433,61 forint, az elérési biztosításé 35 791,38 és a kockázatié 641,22 forint.

A 9. ábra mutatja a vegyes, az elérési és a kockázati biztosításban rejlő díjmentesítési opciók értékét. Ezen az ábrán látható, hogy a díjmentesítés értéke az elérési és a vegyes biztosítás esetében alig különbözik. Loadingként kifejezve a vegyes szerződésben a díjmentesítés értéke 90 százalékos többlethozam-visszatérítési arány mellett 0,077, míg 100 százalékos többlethozam mellett 0,148 százalék. Az elérési biztosítás esetén ezek az értékek 0,077 és 0,150 százalék közöttiek.

9. ábra: A díjmentesítés értéke különböző szerződéstípusokra



Forrás: saját számítás

A kockázati szerződésben rejlő opció értéke alacsonyabb, mint a másik két típus esetében, hiszen ott 90 százalékos többlethozam-visszatérítés mellett 0,051 százalék a díjmentesítés loadingként kifejezett értéke, 100 százalékos többlethozam-visszatérítés mellett pedig 0,062 százalék.

Ez az eredmény teljesen összhangban van azzal, hogy a vegyes biztosítást egy elérési és egy kockázati összegére bonthatjuk. Ehhez nézzük a biztosítási díjak arányait: ezen konkrét szerződés esetén a vegyes biztosítási fedezet rendszeres díjának 98,24 százaléka az elérési és 1,76 százaléka a kockázati rész. A díjmentesítés értékeléséhez használt ügyfélértékben megjelenő többlet is ezt az arányt követi mind a díjmentesítés nélküli esetben, mind pedig a díjmentesítési profil mellett. Mivel ezen többletek díjhoz viszonyított arányainak különbségéből képeztem a díjmentesítés loadingként kifejezett értékét, ezért az elérési és a kockázati biztosításbeli díjmentesítés értékének súlyozott átlaga adja a vegyes biztosítás melletti értéket. Tehát a vegyes biztosításban rejlő díjmentesítési opció értékét az elérési és a kockázati biztosítás opciói értékének 98,24 és 1,76 százalék súlyokkal vett átlaga adja.

Összegzés

A tanulmány során a díjmentesítési opció piaci értékét vizsgáltam, meghatároztam azt egy vegyes életbiztosítási szerződés mellett, illetve érzékenységvizsgálatokat végeztem.

Rövid elméleti összefoglaló után rátértem a modellezni kívánt termék paraméterezésére, majd a díjmentes leszállítás beépítésére ezen termékbe. Először a díjmentesítés évét is paraméterként kezeltem, és azt néztem meg, hogy külső hozamkörnyezet változásának hatására az egyes díjmentesítési években milyen értékkel szembesül a szerződő. Ezen vizsgálatokat úgy végeztem, hogy azt a többlethozam-visszatérítési arányt kerestem, amelyre az ügyfélérték nulla. A hozamhatások pontosabb vizsgálatára hozamszenáriókat képeztem, és azzal értékeltem tovább a modellt.

Majd áttértem díjmentesítési profil alkalmazására, amely valóságosabb modellezést eredményez. A profilok kialakítása során figyelembe vettem a racionális ügyfélviselkedést, tehát akkor díjmentesít az ügyfél, amikor azzal a legjobban jár. A profilok bevezetése után ezekkel a valószínűségekkel értékeltem ki a díjmentesítési opciót az ügyfél oldaláról, majd a biztosító oldaláról is. Mindkét fél tekintetében a díjmentesítés loadingként kifejezett értékét kerestem, azt a loadingra konvertált többletet, amelyet a szerződő számára a nulla jelenérték fölött a díjmentesítés lehetősége biztosít.

A két oldal értékelése után a hozamgörbe hatásával foglalkoztam. Megnéztem, hogy a vizsgált forward hozamgörbe 100 bázispontos felfelé, illetve lefelé mozdulása esetén hogyan változik a díjmentesítési opció értéke. Itt is sztochasztikus szenáriókat képeztem, melyek átlaga az eltolt hozamgörbe. A hozamgörbe felfelé mozdulásának hatására a díjmentesítés értéke közel felére csökken, míg a hozamgörbe lefelé mozdulása esetén közel duplájára nőtt.

Ezek után a belépési kor hatását vizsgáltam, mely szerint egy magasabb belépési korú biztosított számára kevésbé értékes a díjmentesítési opció, mint egy fiatalabb számára. Végezetül pedig felbontottam a vegyes biztosításban rejlő díjmentesítés értékét egy kockázati és egy elérési által adott részre.

A vizsgálatok alapján tipikusnak tekinthető díjmentesítési profil, hozamkörnyezet és szerződés paraméterek mellett a díjmentesítési opció értéke nem tűnik kifejezetten számottevőnek.

A bemutatott modell rengeteg bővítési lehetőséget kínál, mivel a modell felépítésénél a díjmentesítés értékelése volt a cél, ezért számos egyszerűsítő feltételt alkalmaztam.

A tanulmányban a díjmentesítést önmagában vizsgáltam törlési és visszavásárlási lehetőség nélkül. Mindkét esetben megszűnik a szerződés, és ezáltal a biztosítási fedezet is. Abban az esetben, ha ezek megengedettek, akkor annak hatása lehet a díjmentesítésre, nem kezelhetőek egymástól függetlenül. Előfordulhat olyan szerződő, aki visszavásárolná vagy törölné a szerződését, de mivel erre nincs lehetőség, ezért díjmentesít.

A díjmentesítés vizsgálatánál rögtön felmerül egy bonyolult kérdés: hogyan függ a díjmentesítés az egészségi állapottól. Továbbá érdemes-e az egészségi állapot paraméterét is bevenni a modellbe, van-e lényeges hatása az alapvetően alacsony díjmentesítési valószínűségekre. Ehhez hasonló a nemek kérdése is: A modellben uniszex halandósági táblát használtam, viszont mivel

a nők és férfiak tényleges halálozási valószínűségeiben eltérések figyelhetők meg, ezért érdekes kérdés, hogy a két nemnek mennyivel ér többet vagy kevesebbet így a díjmentesítési opció, továbbá az, hogy a díjmentesítést kérők nemenkénti eloszlása tükrözi-e ezeket az értékeket.

Egy következő továbblépési lehetőség a díjmentesítés dinamikus vizsgálata. Ebben az esetben nem díjmentesítési profil mellett vizsgáljuk az állományt, hanem a hozamkörnyezettől függő díjmentesítési valószínűségeket vezethetünk be. A dinamikus vizsgálat nagy előnye, hogy a hozamgörbe alakjától függetlenül teszi lehetővé az opció értékelését. Ekkor a hozamokhoz hasonlóan díjmentesítési szenárióként is kiértékelhető a modell. Természetesen fontos kérdés, hogy ezeken az alapvetően alacsony értékeken lényegesen változtatható-e a dinamikus modell.

HIVATKOZÁSOK

¹ <http://www.kozlonyok.hu/nkonline/MKP/PDF/hiteles/MK15200.pdf>

² cliquet-style option

³ point-to-point guarantees

⁴ resumption option

⁵ KSH

IRODALOMJEGYZÉK

- M. Albizzati - H. German (1994): Interest rate risk management and valuation of the surrender option in life insurance policies. *Journal of Risk and Insurance*, pp. 616-637.
<https://doi.org/10.2307/253641>
- A. Baccinello (2003): Pricing guaranteed life insurance participating policies with annual premiums and surrender option. *North American Actuarial Journal*, 7(3): pp. 1-17.
- J. Banyár (2003): Életbiztosítás. Aula, Budapest. ISBN 9639478385.
- K. Buchardt - T. Møller - K. Schmidt (2015): Cash flows and policyholder behaviour in the semi-markov life insurance setup. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2015(8): pp. 660-688.
<https://doi.org/10.1080/03461238.2013.879919>
- N.A. Doherty - J.R. Garven (1986): Price regulation in property-liability insurance: A contingent-claims approach. *The Journal of Finance*, 41(5): pp. 1031-1050.
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1986.tb02529.x>
- R. Douady (2002): Bermudan option pricing with monte-carlo methods. Available at SSRN1526765.
- N. Gatzert (2009): Implicit options in life insurance: An overview. *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 98(2): pp. 141-164. ISSN 1865-9748.
<https://doi.org/10.1007/s12297-008-0046-2>
- N. Gatzert - H. Schmeiser (2008): Assessing the risk potential of premium payment options in participating life insurance contracts. *Journal of Risk and Insurance*, 75(3): pp. 691-712.
<https://doi.org/10.1111/j.1539-6975.2008.00280.x>
- N. Gatzert - H. Schmeiser: Implicit options in life insurance (2014): Valuation and risk management. *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 95(1): pp. 111-128. ISSN 1865-9748. doi: 10.1007/BF03353443. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF03353443>
- A. Grosen - P. Løchte Jørgensen (2000): Fair valuation of life insurance liabilities: the impact of interest rate guarantees, surrender options, and bonus policies. *Insurance: Mathematics and Economics*, 26(1): pp. 37-57.
[https://doi.org/10.1016/S0167-6687\(99\)00041-4](https://doi.org/10.1016/S0167-6687(99)00041-4)
- J.M. Harrison - D.M. Kreps (1979): Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets. *Journal of Economic theory*, 20(3): pp. 381-408.
[https://doi.org/10.1016/0022-0531\(79\)90043-7](https://doi.org/10.1016/0022-0531(79)90043-7)
- J.C. Hull (1997): *Options, futures, and other derivatives*. Prentice Hall international, London, 3rd edition, ISBN 0-13-186479-3.
- C. Kim (2005): Modeling surrender and lapse rates with economic variables. *North American Actuarial Journal*, 9(4): pp. 56-70.
- P. Linnemann (2004): Valuation of participating life insurance liabilities. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2004(2): pp. 81-104.
<https://doi.org/10.1080/03461230110106480>
- M. Steffensen (2002): Intervention options in life insurance. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31(1): pp. 71-85, ISSN 0167-6687.
[https://doi.org/10.1016/S0167-6687\(02\)00127-0](https://doi.org/10.1016/S0167-6687(02)00127-0)
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167668702001270>