

A magyarországi vasúthálózat zavarainak gráfelméleti alapú vizsgálata

Dr. Tóth Bence

Nemzeti Közszolgálati Egyetem
Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar
telefon: 1 / 432 9000 (29260)
e-mail: toth.bence@uni-nke.hu

Kivonat: A magyarországi vasúthálózatot egy élsúlyozott irányított gráffal modelleztem, ahol az élek súlyai az egyes állomásközök hosszai, illetve az ezen hosszakból és az engedélyezett sebességekből számított menetidők voltak. Az összes lehetséges állomáspár között meghatároztam Dijkstra-algoritmussal a legkisebb menetidejű és legkisebb hosszúságú menetvonalat az R programozási nyelv és környezetben az igraph csomag segítségével. A legforgalmasabb vonalszakaszoknak mindkét paraméter szerinti optimalizálás esetében az országos f-vonalak adódtak, azaz ezek a rendszer felépítéséből eredően a legfontosabb vonalszakaszok. Közülük is kiemelkedik az Összekötő vasúti híd és a szolnoki vasúti Tisza-híd. Egy állomás, illetve állomásköz zavarát a gráf adott hálózati elemet leíró éleinek törlésével modelleztem. Azon hálózati elemeket keresve, melyek zavarának hatására a teljes hálózat összes menetvonalának összmenetideje és összhossza a legnagyobb mértékben nő meg, szintén az Összekötő vasúti híd, illetve az azt tartalmazó állomásköz két végpontja, Ferencváros és Kelenföld bizonyult a legkritikusabbnak, 20%-os és 10%-os növekedéssel. Másodiknak itt is a szolnoki vasúti Tisza-híd és Szolnok és Szajol állomások adódtak, de a 80-as f-vonal zavarai is 5% fölötti növekedést okoznak. Csak azoknak a menetvonalaknak a zavar hatására történő átlagos menetidő- és hossznövekedését vizsgálva, melyek keresztülhaladnak az adott zavart állomáson vagy állomásközön azt találtam, hogy több fontos hálózati elemhez nem található ésszerű mértékű növekedést okozó alternatív útvonal. Ez egyrészt eredhet a rövid mellékvonali kerülő irányok hiányából, mint például Godisa és Dombóvár, illetve a 80-as f-vonal esetében. Másrészt egy kilométerben nem túl jelentős növekedés is nagy menetidő-növekedést okoz, ha az igénybe veendő kerülő vonalszakasz engedélyezett sebessége alacsony. Általánosan elmondható, hogy a mellékvonali hálózat elemein engedélyezett sebességek alacsonyabbak az ahhoz szükségesnél, hogy a f-vonalak sérülése esetén ne csak aránytalanul hosszabb menetidővel legyenek igénybe vehető kerülő irányként.

Kulcsszavak: vasút, hálózat, gráf, kritikus infrastruktúra

Bevezetés

A vasúthálózat igénybe vétele belföldi nagy távolságú és nemzetközi áru- és személyszállításra a legcélszerűbb. [1] Egy ország életében azonban a vasút nem csak egy célszerű gazdasági eszköz, hanem létfontosságú szerepe van az állam működésében is.

A 234/2011 (XI. 10.) kormányrendelet definíciója szerint ún. kritikus infrastruktúra a „Magyarországon található azon eszközök, rendszerek vagy ezek részei, amelyek elengedhetetlenek a létfontosságú társadalmi feladatok ellátásához, az egészségügyhöz, a biztonsághoz, az emberek gazdasági és szociális jólétéhez, valamint amelyek megzavarása vagy megsemmisítése, e feladatok folyamatos ellátásának hiánya miatt jelentős következményekkel járna.” [2] Ezen infrastruktúrák védelmének biztosításához alapvető jelentőségű azon elemek azonosítása, melyek véletlen zavara vagy szándékos rombolása a legnagyobb negatív hatást gyakorolja a rendszer egészére vagy egy részére.

Jelen cikkben ezért a magyarországi vasúthálózatot, mint kritikus infrastruktúrát [3] kívánom vizsgálni egy alkalmasan választott matematikai modellen keresztül. A cikkben szereplő ábrák nagyfelbontású változatai és az egyes állomásokra és állomásközökre vonatkozó numerikus eredmények elérhetők a <http://www.octans8.hu/railway03/> oldalon.

1. Magyarország vasúthálózatának gráfmodellje

A magyarországi vasúthálózat leírására egy élsúlyozott gráfot [4] használtam, azaz egy olyan gráfot, melynek élein adott egy ún. távolságfüggvény. Ez a távolságfüggvény, vagy más néven súlyfüggvény, azonban nem csak fizikai távolság lehet, hanem például az út költsége vagy az id szükséglete. Az élsúlyozott modellgráfban értelemszerűen a gráf csúcsai az egyes állomásokat reprezentálták, az élek pedig a köztük levő vasútvonal-szakaszokat.

1.1 Állomások

A megállóhelyek, ahol a vonatfordulás nem lehetséges, nem voltak a gráfban csúccsal reprezentálva, de az olyan állomások sem, melyek egy vonalszakasz közben állomásai. Csak az elágazó- és csatlakozó állomások szerepeltek csúcsként a gráfban, illetve a zsákvonalak végpontjai és a határátmenetek, valamint az ez utóbbiakat közvetlenül megelőző állomások, a határállomások.

1.2 Állomásközök

Mivel jelen modellben nem szerepel minden magyarországi állomás, az „állomásköz” kifejezést a gráfelméleti „él” értelemben fogom használni. A súlyok, azaz az egyes élekhez rendelt távolságfüggvény-értékek, az állomásközök hosszai voltak kilométerben, illetve az adott állomásközre érvényes maximális engedélyezett sebesség alapján számított menetid k percben. A vontatási nem, a tengelyterhelés, a vágányok száma nem szerepel a modellben.

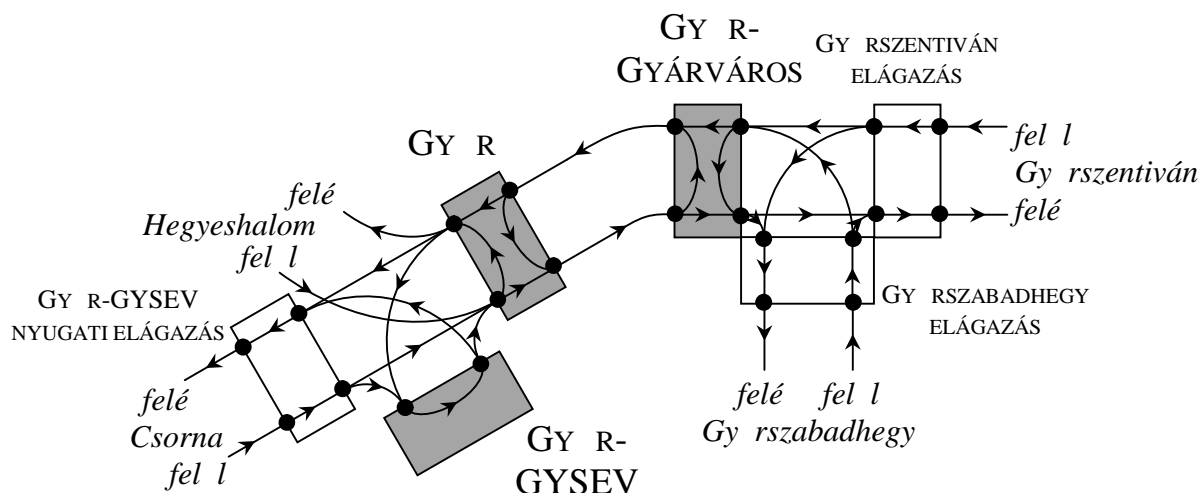
Az egyes állomások egymástól mért távolságainak fő forrása a Vasúti Pályakapacitás-elosztó Kft. (VPE Kft.) weblapján [5] elérhető értékek voltak. Néhány, itt nem szereplő iparvágány hosszadata a vonatkozó kormányrendelet [6] alapján lett a modellbe beépítve.

Az állomások közötti menetid k ezen távolságadatok és az engedélyezettsebesség-értékek [5] alapján lettek meghatározva. Ez természetesen azt is jelenti, hogy ezek a menetid-értékek egy alsó korlátot jelentenek, melyek még a tiszta menetidnél is alacsonyabbak, mivel pl. az indítási és a fékezési idket, az ívekben engedélyezett alacsonyabb sebességértékeket, az esetleges lassújeleket (állomásiakat is), a terepviszonyokból adódó sebességcsökkentéseket, melyek mind növelik a menetid t , nem vettem figyelembe. Ahol kisebb engedélyezettsebesség-érték vonatkozott a nagyobb tengelyterhelés vagy a mozdonyal továbbított szerelvényekre, ott ezt az alacsonyabb sebességértéket vettem alapul a számolásokhoz.

1.3 Irányváltás

Azon menetvonalak esetében azonban, ahol állomási irányváltás(ok)ra van szükség, ott figyelembe vettem az ehhez szükséges id t , mégpedig úgy, hogy az egy előre meghatározott értéket, 15 percet [7],[8] adjon hozzá a teljes menetidhez. Ennek érdekében minden állomást (pontosabban minden elágazást, a deltavágányok egyes kitérítései is) négy csúcsként reprezentáltam a gráfban. Például Győr állomás esetében (lásd az 1. ábrát) annak keleti és nyugati oldalán is definiáltam egy bemeneti és egy kimeneti pontot, melybe, illetve melyből a szomszédos állomásokat reprezentáló csúcsokba, illetve csúcsokból a gráf élei be- és kifutnak. Az állomásokon való fordulás id igényét egy, az azonos oldali bemeneti és kimeneti csúcsok közötti 15 perc súlyú éllel lehet reprezentálni. Emellett szükséges még a gráf egyes éleinek irányítása [4], hogy a kimeneti pontok biztosan kimeneti pontokként, a bemenetiek pedig bemenetiekként funkcionáljanak és ne legyen lehetséges irányváltás a 15 perc súlyú élek elkerülésével. Egy állomásközt tehát valójában két, ellentétesen irányított él reprezentál.

Az állomásokon való áthaladásnak a modellben nincs extra id szükséglete, ezen élek súlya 0 perc. Mivel deltavágányon önmagában, állomásra való behaladás nélkül irányváltás nem lehetséges, csak áthaladás, ezért bár szintén négy ponttal reprezentáltak a gráfban, csak 0 perc súlyú áthaladó élek tartoznak hozzájuk. Minden, állomást leíró él távolság-súlya 0 km volt. Fejállomások esetében, ahol csak egy bemeneti és egy kimeneti irány van (és ez a kettő megegyezik), az állomás reprezentálásához elegendő két csúcs közöttük egy 15 perc (vagy 0 km) súlyú éllel.



1. ábra: A magyarországi vasúthálózat gráfmodelljének felépítési elvei Gy r és néhány környező állomás (szürke) és deltavágány (fehér) példáján szemléltetve

Egy kimeneti pontot természetesen akármennyi, másik állomáshoz tartozó bemeneti ponttal összeköthet egy-egy irányított él (állomásköz).

A számolások alapjául szolgáló gráfban összesen 1136 csúcs szerepel, melyek 291 állomást és 26 deltavágányt reprezentálnak négy vagy két csúccsal. A gráf összesen 1808 élt tartalmaz, melyből 1732 él (366 él-pár) szomszédos állomások közti viszonylatot ír le, a többi az állomások „belső szerkezetét” és a deltavágányok kapcsolatait írja le. Mindegyik élhez tartozik két súly, egy hosszúságérték km-ben és egy menetidő érték percben. A számítások során természetesen egyszerre csak az egyiket rendelhetjük hozzá az élekhez. Az azonos állomásközökhöz tartozó két ellentétesen irányított él súlya megegyezik. A későbbiekben az erre a két súlyozott gráfra való hivatkozás egyszer sítése érdekében jelöljük a menetidővel súlyozott gráfot G_t^{00} -vel, a távolságokkal súlyozottat pedig G_λ^{00} -l.

2. Számolási módszerek

A bemutatott számolások az R programozási nyelv és környezetben [9] történtek a Csárdi Gábor és Nepusz Tamás által kifejlesztett *igraph* csomag [10] segítségével.

2.1 Legrövidebb út

A két állomás közötti, menetidő vagy menetvonalhossz szempontjából legrövidebb utat az *igraph* csomag *distances()* függvényével lehet meghatározni. Ez a függvény olyan élsúlyozott gráfok esetében, melyek csak nemnegatív súlyú éleket tartalmaznak (mint a mi esetünkben is), a Dijkstra-algoritmust [4],[11],[12] használja a legrövidebb út meghatározásához.

Lefuttatva a legrövidebbút-keresést minden $\langle a, b \rangle$ állomáspárra (ahol $1 \leq a \leq 291$ és $1 \leq b \leq 291$) a menetidő- és a távolságsúlyokkal is és a kapott értékeket egy mátrixba rendezve úgy, hogy a sorok a kiinduló, az oszlopok az érkező állomást jelentik (azaz egy klasszikus szállítási feladat költségmátrixához hasonlóan), egy-egy 291×291 -es mátrixot kapunk, melyeket jelöljünk \mathbf{T}^{00} -l, illetve \mathbf{L}^{00} -l. Természetesen két tetszőleges állomás között a percben és a kilométerben vett legrövidebb úthoz tartozó menetvonalak pontos útvonalai nem feltétlenül esnek egybe.

A két mátrix főátlójában az $a = b$ esetekhez tartozó zérus értékek szerepelnek. Mind a \mathbf{T}^{00} , mind az \mathbf{L}^{00} mátrix szimmetrikus, mivel minden $\langle a, b \rangle$ állomáspárhoz tartozó minimális menetidőre és a minimális menetvonalhosszra is igaz, hogy $\mathbf{T}_{a,b}^{00} = \mathbf{T}_{b,a}^{00}$ és $\mathbf{L}_{a,b}^{00} = \mathbf{L}_{b,a}^{00}$. Az egyes mátrixok tehát $N^{00} = 42195$ darab független menetidő-, illetve menetvonalhossz-értéket tartalmaznak.

2.2 Állomások és állomásközök zavara

Zavar alatt egy állomás vagy állomásköz hálózathoz való teljes kiesését fogom érteni: a zavart állomáson menetvonal nem haladhat át és végpontja sem lehet. Hasonlóan, zavart állomásközön nem lehet végighaladni. Egyszerre pontosan egy hálózati elem zavarát vizsgáltam, mégpedig úgy, hogy az adott állomást vagy állomásközt leíró éleket töröltem a gráfból. Az így keletkezett új gráfon elvégeztem a menetid k és a menetvonalhosszak kiszámítását minden lehetséges állomáspárra, ugyanúgy, mint a zavarmentes esetben.

2.2.1 Állomások zavara

Az *igraph* csomag a gráfot élek halmazaként kezeli: egy él az a két csúcst definiál, amelyek között az él található (a súly opcionálisan rendelhető hozzá). Egy gráfból tehát csak az egyes éleket lehet eltávolítani, csúcsokat (a kapcsolódó élekkel együtt) nem. A viszony fordított: egy csúcs akkor szűnik meg, ha az összes oda vezető és onnan kiinduló él töröljük. Ezért célszerű az alkalmazott állomásreprezentáció: egy állomás kiiktatásához négy (fejállomás esetében egy), pontosan ismert él kell törölni a gráfból, az áthaladást és a fordulást leíró éleket. Ezek az állomásokat leíró élek ezért az egyszerűbb kezelhetőség érdekében egymás után, az állomások közötti viszonylatokat leíró éleket különítve kerültek bele a gráfot leíró éllistába.

Jelöljük G_i^{i0} -vel és G_λ^{i0} -al az i -edik állomást leíró él törlésével létrehozott, menetid k , illetve távolságok szerint súlyozott gráfot ($1 \leq i \leq 291$). A zavarmentes hálózatot leíró gráfokhoz hasonlóan minden állomáspárra lefuttatva a legrövidebbút-keresést az i paraméter minden lehetséges értékére, kétszer 291 darab 291×291 -es mátrixot kapunk. Jelöljük T^{i0} -al és L^{i0} -al az i -edik állomás zavara esetén az állomáspárok közötti legrövidebb menetid k -et, illetve menetvonalhosszakot tartalmazó mátrixot.

Azonban még lehetséges a b állomás zavara esetén is az $a \rightarrow b$ menetvonal számítása, ezért még egy kikötést kell tenni: ha a számítandó menetvonal valamelyik végpontja éppen a zavart állomás, akkor a legrövidebbút-keresést nem végzem el, hanem a megfelelő mátrixelem értékét nullának választom. A későbbiekben látni fogjuk, hogy ez a fajta definíció miért célszerű a zavarok vizsgálatához.

Több olyan állomás található a magyarországi vasúthálózaton, melyek elhagyásával még legalább egy állomás elérhetetlen lesz, azaz a G_i^{00} és a G_λ^{00} gráf is egyszerűen összefügg [4]. Az így elérhetetlenné váló állomásokat, mint végpontot tartalmazó menetvonalak hossza és menetideje is nulla értékkel szerepel a számolásokban és nem végtelen vagy N/A értékkel.

2.2.2 Állomásközök zavara

Az állomásközök zavara az állomások eseténél egyszerűbben kezelhető: az ezeket leíró 732 irányított él közül az azonos viszonylatot leíró (és az éllistában is egymás mellett szerepeltetett) két él kell egyszerre törölni a gráfból.

Jelöljük G_i^{0j} -vel és G_λ^{0j} -al a j -edik állomásközt leíró két irányított él törlésével létrehozott, menetid k , illetve távolságok szerint súlyozott gráfot, ahol $1 \leq j \leq 366$. A j paraméter minden lehetséges értékére lefuttatva a legrövidebbút-keresést kétszer 366 darab 291×291 -es mátrixot kapunk a menetid k -re és a menetvonalhosszra, melyeket az állomások zavaránál használt jelöléshez hasonlóan jelöljük T^{0j} -vel, illetve L^{0j} -vel.

Ha azonban az adott állomásköz nem része egy körvonalnak [4], akkor megszüntetésével lesz olyan állomás, ami elérhetetlenné válik, mint az a G_i^{00} és a G_λ^{00} gráf esetében is fennáll. Az ilyen gráfot egyszerűen élösszefüggő [4] gráfnak nevezzük. Az így elérhetetlenné vált állomásokat végpontként tartalmazó menetvonalak menetideje és hossza az állomások zavarának esetéhez hasonlóan nullának lett választva.

A legrövidebbút-keresések lefuttatása után összesen 1314 darab, 291×291 -es mátrixot kapunk, melyek analízise több, a vasúthálózatra vonatkozó információt is szolgáltat.

3. Az egyes állomásokon és állomásközökön áthaladó menetvonalak

Az els kérdés, ami felmerül, hogy az egyes állomásokat és állomásközöket az összes menetvonal hány százalékára érinti.

3.1 A legkisebb menetidej átmen menetvonalak aránya

Az i -edik állomást érint minimális menetidej menetvonalak darabszámának meghatározásához vezessük be a $\mathbf{T}^{i0} = \mathbf{T}^{i0} \mathbf{T}^{00}$ mátrixot. Ennek egyes elemei lehetnek pozitívak, negatívak vagy nullák. A $\mathbf{T}_{a,b}^{i0}$ elem csak akkor lehet pozitív vagy nulla, ha a zavarmentes és a zavart hálózatban is létezik menetvonal az a és a b állomások között, hiszen $\mathbf{T}_{a,b}^{00}$ definíció szerint a lehet legkisebb menetid a két állomás között a G_t^{00} gráfban. A kevesebb élt tartalmazó G_t^{i0} gráfban nem lehetséges ennél rövidebb id tartamú menetvonal, azaz ekkor $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} = \mathbf{T}_{a,b}^{00} \forall i$.

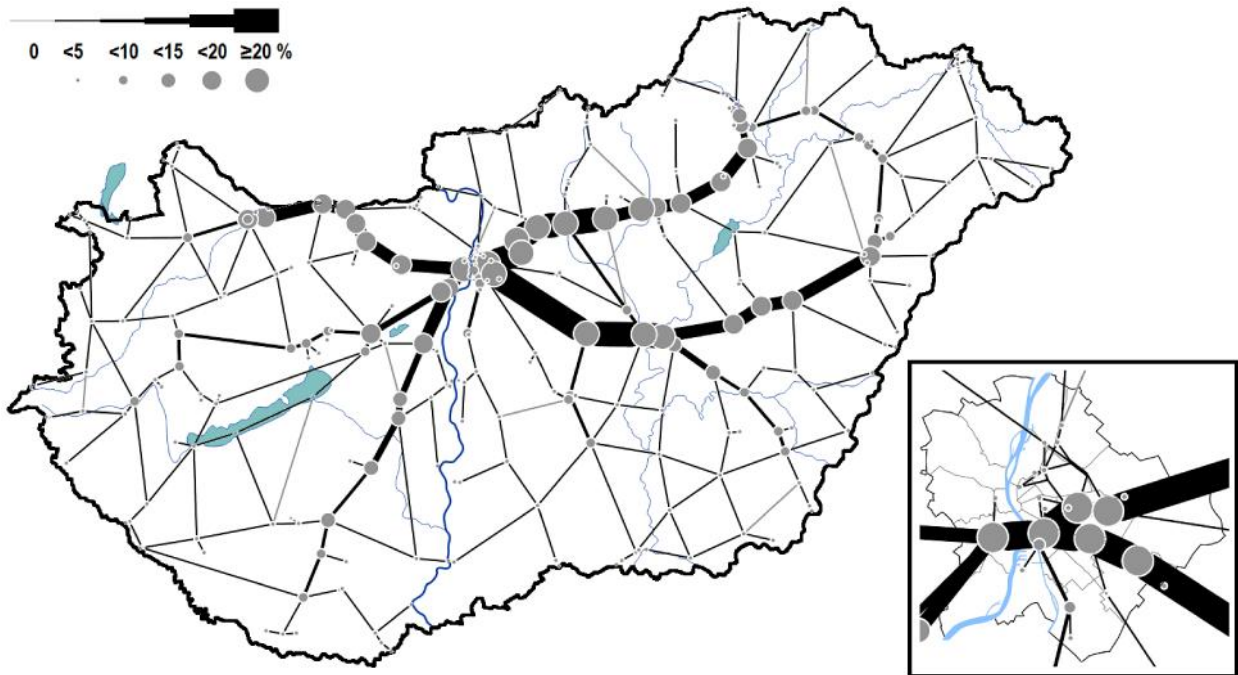
A $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} = \mathbf{T}_{a,b}^{00}$ egyenlőség két esetben lehetséges. Lehet, hogy a minimális menetidej menetvonal nem érintette az adott állomást sem a G_t^{00} , sem a G_t^{i0} gráfban, így az i -edik állomás megszüntetésével a legrövidebb menetidej menetvonal nem változott: $\mathbf{T}_{a,b}^{00} = \mathbf{T}_{a,b}^{i0} = 0$ és ezért $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} = 0$. Azonban az is lehet, hogy az a és a b állomások elérhetetlenek egymás számára mind a G_t^{00} , mind a G_t^{i0} gráfban, azaz $\mathbf{T}_{a,b}^{00} = \mathbf{T}_{a,b}^{i0} = 0$ és ezért $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} = 0$. Bármelyik eset is álljon tehát fenn, az $\langle a, b \rangle$ állomáspár közötti minimális menetidej menetvonal nem érintette a zavart állomást a zavarmentes hálózatban sem, a zavart hálózatban pedig ez nem is lehetséges.

Ha tehát $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} > 0$, az azt jelenti, hogy az $\langle a, b \rangle$ állomáspár közötti minimális menetidej menetvonal létezik mind a G_t^{00} , mind a G_t^{i0} gráfban, de míg elbbiben áthalad az i -edik állomáson, az utóbbiban nem, hiszen ez nem is lehetséges annak zavara miatt, ezért a menetid is megn.

A $\mathbf{T}_{a,b}^{i0}$ elem negatív akkor lesz, ha a G_t^{00} gráfban létezik menetvonal az a és a b állomások között ($\mathbf{T}_{a,b}^{00} > 0$), azonban az i -edik állomás megszüntetésével a két állomás elérhetlenné válik egymás számára ($\mathbf{T}_{a,b}^{i0} = 0$). Ez azonban azt is jelenti, hogy a G_t^{00} gráfbeli menetvonal áthalad az i -edik állomáson.

Megszámolva tehát a \mathbf{T}^{i0} mátrix pozitív és negatív elemeit, és ezt leosztva az összes menetvonal darabszámával, $2N^{00}$ -al, megkapjuk zavarmentes hálózatban az i -edik állomást érint minimális menetidej menetvonalak arányát az összes menetvonalhoz képest.

Hasonlóan, a $\mathbf{T}^{0j} = \mathbf{T}^{0j} \mathbf{T}^{00}$ mátrix negatív és a pozitív elemeit összeszámolva és leosztva $2N^{00}$ -al megkapjuk a zavarmentes hálózatban a j -edik állomásközön áthaladó minimális menetidej menetvonalak arányát. A számolások eredménye a 2. ábrán látható.



2. ábra: Az egyes állomásokat és állomásközöket érint minimális menetidej menetvonalak aránya.

Látható, hogy még ebben az egyszerű modellben is, kizárólag az engedélyezett sebességekből számított menetidő felhasználásával és országon belüli menetvonalakra (azaz a szomszédos országokon keresztül lehetséges kerülni utakat figyelmen kívül hagyva) is a TEN-T hálózat Mediterrán és Orient folyosóihoz tartozó hálózati elemek adódtak a „legforgalmasabb” vonalszakaszoknak. Ez persze nem véletlen: éppen a többenél magasabb kiépítési sebességük miatt ezek az állomásközök „vonzzák” a minimális menetidej menetvonalakat.

Azonban a rendszernek vannak szűk keresztmetszetei. Az Összekötő vasúti hídon tizenkétszer több minimális menetidej menetvonal halad át, mint az Újpesti vasúti hídon és a bajai Türr István hídon összesen, ami az összes menetvonal majdnem fele. A két leginkább érintett állomás is ennek az állomásköznek a két végpontja (Ferencváros állomáson az összes menetvonal fele áthalad!).

A második legtöbb menetvonal a Szolnok-Szajol állomásközön, vagyis a szolnoki vasúti Tisza-hídon halad át: ezen menetvonalak darabszáma ötszöröse a második legterheltebb átmenetnek, a Tokaj-rakamazi vasúti Tisza-hídnak és 3,5-szerese az összes többi Tisza-hídon átmenet együttes darabszámának. A harmadik és a negyedik legterheltebb állomás is ennek az állomásköznek a két végpontja, Szolnok és Szajol.

A 100a számú, Budapest-Cegléd-Szolnok és a 80a Budapest-Hatvan vasútvonal az ország két legforgalmasabb vasútvonala.

Kilenc viszonylatra hívnám még fel a figyelmet (1. táblázat), melyek a 2. ábrán szürke színnel jelennek meg (a két állomás között tehát legalább két útvonal létezik). Ezek az állomásközök ugyanis azért szerepelnek szürkével, ami 0 átmenet menetvonalat jelent, mivel nem részei egyetlen ideális útvonalnak sem, így a rendszerben való kivételük egy állomáspár közötti legrövidebb útvonalra sem gyakorol befolyást.

1. táblázat: Az állomásközök, melyeken a menetid nagyobb, mint a két végpont közötti menetid egy (alkalmasan megválasztott) kerül állomáson át. \hat{z} : villamosított vonalszakasz, \hat{z} : irányváltás szükséges

viszonylat	(km)	t (min)	kerül állomás(ok)	(km)	t (min)	(%)	t (%)
Kaposvár Siófok	100	200	Fonyód ()	94	79	6	61
Rákospalota-Újpest Vácrátót (\hat{z})	31	47	Vác (\hat{z})	35	35	+13	26
Vámosgyörk Újszász	61	61	Hatvan (\hat{z})	73	42	+20	31
Tócsövölgy Tiszalök	62	93	Debrecen, Nyíregyháza	87	54	+40	42
Fülöpszállás Kecskemét	42	120	Kiskunhalas, (\hat{z}) Kiskunfélegyháza	120	78	+186	35
Szerencs Hidasnémeti	51	77	Fels zsolca (\hat{z})	90	66	+76	14
Sárbogárd Börgönd	29	44	Pusztaszabolcs ()	50	42	+72	5
Kisterenye Kál-Kápolna	54	81	Hatvan ()	92	79	+70	2
Mez hegyes Kétegyháza	39	79	Békéscsaba, Orosháza	87	79	+123	0

A 35-ös Kaposvár Siófok vonal 100 km-ét 200 perc alatt lehet megtenni, míg a 30-as és 36-os vonalakon, fonyódi irányváltással is csak 39 percig tart a 94 km-es út. A Somogyi-dombságon át vezet vonal tehát nem csak menetid ben, de kilométerben is hosszabb úton köti össze a két várost.

A 71-es vonal Rákospalota-Újpest és Vácrátót közti, a 86-os vonal Vámosgyörk és Újszász közti és a 109-es vonal Tócsövölgy és Tiszalök közötti szakasza helyett kerül utat választani a kilométerben hosszabb út ellenére a jelent s megtakarított menetid miatt lehet érdemes.

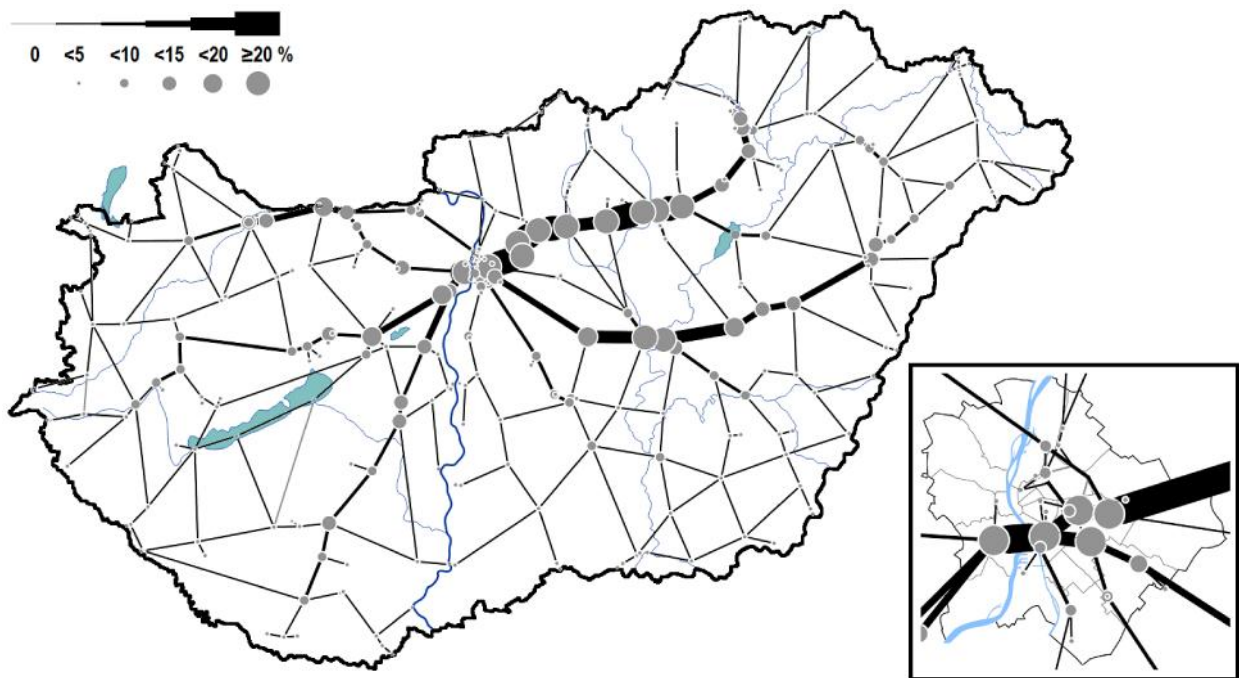
A 152-es számú Fülöpszállás Kecskemét vonal és a 98-as Szerencs Hidasnémeti vonal esetében már kétséges a menetid ben rövidebb kerül irány választásának el nyös volta a lényegesen hosszabb út árán. Mégis, a 152-es vonal (az azóta meghíusult) V0 vonal részeként, a 98-as vonal pedig a 90-es Miskolc Hidasnémeti TEN-T vonal alternatív útvonalaként jöhet(ett) számításba [13].

Az 1. táblázatban utolsóként feltüntetett négy állomásköz alternatívái csak matematikai lehet ségek a kis menetid -csökkenés mellett jelent sen megnövekv menetvonalhossz miatt.

A 2. ábra alapján ilyenek t nhet a 22-es számú Körmend Zalalöv vonal is, de az ezen engedélyezett legnagyobb sebesség jelenleg 0 km/h. Ez az állomásköz azért szerepel mégis a gráfban, mert a Mediterrán TEN-T folyosó zavara esetén annak Boba és a szlovén határ közti szakaszán kerül útirányaként szóba jöhet vasútvonal [13], illet leg a nemrégiben elfogadott RFC11 (Borostyán) korridor [14] egyik lehetséges útirányának is része [15], illetve elkerül útvonala.

3.2 A legkisebb hosszúságú átmen menetvonalak aránya

Az el z alpontban leírtakhoz hasonlóan definiálhatjuk a $\mathbf{L}^{i0} = \mathbf{L}^{i0} \mathbf{L}^{00}$ és a $\mathbf{L}^{0j} = \mathbf{L}^{0j} \mathbf{L}^{00}$ mátrixokat és segítségével az ott leírt módon meghatározhatjuk azon minimális hosszúságú menetvonalak arányát, melyek érintik az adott állomást, illetve állomásközt a zavarmentes hálózatban. A kapott eredményeket a 3. ábrán láthatjuk.



3. ábra: Az egyes állomásokat és állomásközöket érint minimális hosszúságú menetvonalak aránya.

A menetid khöz hasonlóan itt is az átlagnál terheltebbek a Mediterrán és Orient TEN-T folyosók. Ezek a vonalak tehát nem csak az átlagosnál nagyobb engedélyezett sebességük miatt, hanem földrajzi elhelyezkedésük és hálózatbeli pozíciójukból fakadóan is az állomások közötti legrövidebb úton fekvő szakaszok.

Egy vonalszakasz f vonaljellege tehát a jelenlegi magyarországi vasúthálózat inherens tulajdonsága is. Azaz a f vonalak nem csak az engedélyezett sebesség, a villamosítottság, esetleg a két vágány miatt f vonalak, hanem elhelyezkedésük, vonalvezetésük miatt is. Ez már csak a magyarországi vasúthálózat története miatt is így van: egy, a mellékvonali hálózat kiépülése el tti térképre rátekintve (például 1885-ben [16]), azon gyakorlatilag csak ezek a vonalak szerepelnek. A mellékvonalak tehát vonalvezetésük alapján is ráhordó, illetve lokális jelentőségű vasutak. A (megfelelően kiválasztott) mellékvonalak ennek ellenére nem elhanyagolandók, hiszen a f vonalak zavara esetén reális idő- és úthossz-paraméterekkel rendelkezhetnek alternatív útvonalat tudnak nyújtani.

A minimális hosszúságú menetvonalakról is elmondható az Összekötő vasúti híddal kapcsolatban, mint ami a minimális menetidjelekről: az összes menetvonal több mint harmada érinti a hidat. Hasonlóan, a Tiszán áthaladó minimális hosszúságú menetvonalak fele a szolnoki Tisza-hídon halad át. A menetvonalhossz szerinti minimalizálás során a 80 és a 80a számú vonalak Budapest és Füzesabony közötti szakasza adódott a legtöbb menetvonal által érintettnek mind az állomások mind az állomásközök szempontjából.

4. Zavar hatása a hálózat egészére

Akár egyetlen állomásnak vagy állomásköznek is országos jelentőségű hatása lehet. Elég csak Kelenföld és Ferencváros állomásokra és a közöttük levő hídra gondolnunk: mivel a Dunán áthaladó menetvonalak nagy része itt lép át a folyón, ennek a hálózati elemeknek a zavara a lokális környezeténél jóval nagyobb területre terjedhet ki.

4.1 Zavar országos hatása a menetid hálózatra

Ennek meghatározásához azokat az $\langle a, b \rangle$ állomáspárokat kell figyelembe venni, melyekre $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} > 0$, illetve $\mathbf{T}_{a,b}^{0j} > 0$, azaz az összes, a zavart hálózatban is létező menetvonalat. A

$$T_{i0} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{i0}}{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{00}} - 100 \quad (1)$$

kifejezés azt mutatja meg, hogy az i -edik állomás zavarának hatására a hálózat összes minimális menetidej menetvonalának összmenetideje hány százalékkal nő meg a zavarmentes hálózat összmenetidejéhez képest. Hasonlóan, a j -edik állomásköz zavarának esetében:

$$T_{i0} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{i0}}{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{00}} - 100. \quad (2)$$

Ezen számítások eredményeként azt kapjuk, hogy Ferencváros és Kelenföld állomások és a köztük levő állomásköz (az Összekötő vasúti híd) a teljes vasúthálózaton 20%-nál nagyobb menetidő-növekedést okoz. A következő három állomás Hatvan Szajol és Szolnok, állomásköz pedig Szajol Szolnok, azaz a szolnoki Tisza-híd. Ezek zavarai kb. 10%-kal kisebbek, de még messze nem elhanyagolható hatást gyakorolnak a teljes hálózatra.

Mint az előző pontban is láttuk, éppen ez az a két állomásköz, melyet a legtöbb menetvonal érint, azaz nem pusztán az átmeneti menetvonalak darabszáma szempontjából kiemelt jelentőségű állomásközök (hidak) ezek, hanem zavaruknak a hálózat egészére kiterjedő hatása miatt is.

4.2 Zavar országos hatása a menetvonalhosszakra

Hasonlóan az előző pontban leírtakhoz, azokat az $\langle a,b \rangle$ állomáspárokat figyelembe véve, melyekre $\mathbf{L}_{a,b}^{i0} > 0$, illetve $\mathbf{L}_{a,b}^{0j} > 0$, meghatározhatjuk, hogy az adott állomás vagy állomásköz zavarának hatására a teljes hálózat menetvonalhosszainak összege hány százalékkal nő meg:

$$L_{i0} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{i0}}{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{00}} - 100, \quad (3)$$

$$L_{0j} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{0j}}{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{00}} - 100. \quad (4)$$

Az eredmények azt mutatják, hogy egy állomás sem növeli meg a hálózat összes menetvonalának összhosszát több mint 20%-kal: a legnagyobb növekedést Ferencváros állomás zavara okozza 12%-kal, míg a Kelenföld-Ferencváros állomásköz zavara 10%-kal növeli az összmenetvonalhossz értékét.

Ez eredmény újra felhívja a figyelmet arra, hogy egy alternatív útvonal kialakítása mindenképpen szükséges lenne. Az átjárhatóság az Összekötő vasúti híd és az Újpesti vasúti híd között közvetve ugyan megoldott, azonban a pálya egyvágányúsága, Dorog és Almásfüzitő között az eltérő vontatási nem, és sok esetben az elkerülhetetlen irányváltás is gyakorlatilag ellehetetleníti kerülési irányként való használatát. A hálózat zavarérzékenységének csökkentése érdekében időről időre elkerül a Déli (vagy a Kelenföldi) és a Nyugati pályaudvar összekötése egy Duna alatti vasúti alagúttal [17],[18],[19],[20].

5. Zavar hatása a menetvonalakra

Az eddigiekben az egyes hálózati elemek országos hatását vizsgáltuk. Sok esetben azonban lényegesebb, és bizonyos vonalak állapotát jobban is jellemzi egy adott állomás vagy állomásköz zavarának hatása az adott hálózati elemet ténylegesen érint menetvonalakra. A továbbiakban ezeket vizsgálom.

5.1 Zavar hatása a menetid kire

Az i -edik állomás zavara esetén az adott állomást a zavarmentes hálózatban érint menetvonalak menetidejének átlagos növekedését megkapjuk, ha a \mathbf{T}^{i0} mátrix azon elemeit összeadjuk, melyekre igaz, hogy $\mathbf{T}_{a,b}^{00} > 0$ és $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} > 0$, azaz az $\langle a, b \rangle$ állomáspár között létezik menetvonal mind a zavarmentes, mind a zavart hálózatban, de $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} > \mathbf{T}_{a,b}^{00}$, azaz a zavart állomáson ez a menetvonal a zavarmentes hálózatban még áthaladt, mivel a zavart hálózatban a menetid megnőtt. Ez azt jelenti, hogy azon elemeket összegezzük, melyekre $\mathbf{T}_{a,b}^{i0} > 0$; majd ezt az összeget elosztjuk az adott állomáson a zavarmentes hálózatban áthaladó minimális menetidej menetvonalak számával, N_i^{i0} -vel:

$$t_{i0} = \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{i0}}{N_i^{i0}}. \quad (5)$$

Hasonlóan, a j -edik állomásközre (csak a $\mathbf{T}_{a,b}^{0j} > 0$ feltételt teljesítő $\langle a, b \rangle$ állomáspárok figyelembe vételével):

$$t_{0j} = \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{0j}}{N_i^{0j}}, \quad (6)$$

ahol N_i^{0j} az adott állomásközön a zavarmentes hálózatban áthaladó minimális menetidej menetvonalak száma. A kritikus állomások és állomásközök két, sokszor összeadódó hatás miatt okoznak jelentős menetid-növekedést. Ha hasonló engedélyezett sebesség, de kilométerben lényegesen hosszabb az igénybe veendő út, már az is jelentősen megnöveli a menetid t (például Godisa, Ferencváros vagy Kál-Kápolna állomások és a Dombóvár Godisa, Ferencváros Soroksári út vagy a Makó Mezőhegyes állomásközök esetében). Ha azonban egy állomás olyan vonalak találkozásánál fekszik, melyek mindegyikén alacsony az engedélyezett sebesség vagy egy nagy sebességgel bejárható állomásköz zavara miatt lényegesen alacsonyabb engedélyezett sebesség állomásközöket kell igénybe venni útként, már egy kisebb útnövekedés is jelentős menetid-növekedést eredményez. Ezen két körülmény együttes hatása pl. Békéscsaba állomás zavara esetében majdnem másfél órával növeli az állomáson áthaladó menetvonalak átlagos menetidejét. De emiatt kritikus például még a Békéscsaba Kétegyháza állomásköz is.

Azonban egy 20 perces menetid-növekedés nem ugyanazt a hatást jelenti két, a zavarmentes hálózatban egymástól 10 percre és két, egymástól 100 percre található állomás esetében. Célszerű tehát az átlagos menetid-növekedést százalékosan kifejezni. Ehhez ismét csak azon $\langle a, b \rangle$ állomáspárokat figyelembe véve, melyekre a $\mathbf{T}_{a,b}^{i0}$ mátrixelemek pozitívak, a

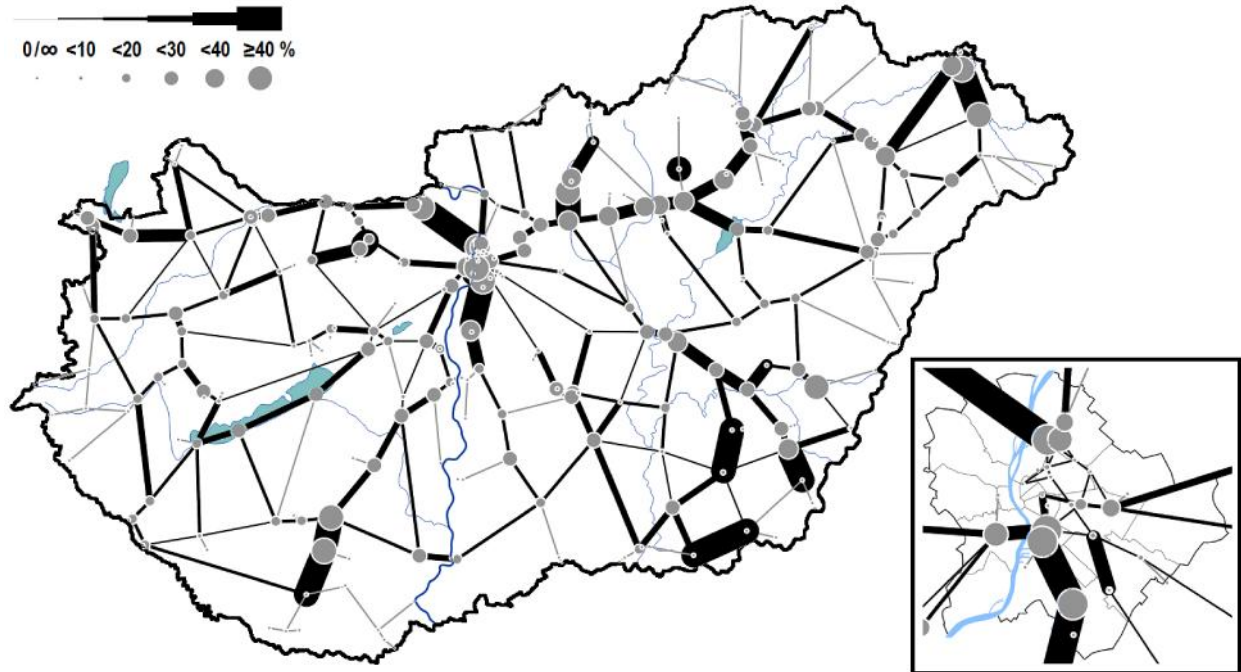
$$\tilde{t}_{i0} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{i0}}{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{T}_{a,b}^{00}} - 100 \quad (7)$$

kifejezés megmutatja, hogy az adott állomás zavara átlagosan hány százalékos menetid-növekedést eredményez az állomást a zavarmentes hálózatban érint minimális menetidej menetvonalakon a zavarmentes hálózatbeli menetid közepéhez képest.

Hasonlóan, a j -edik állomásköz zavarának hatására a $T_{a,b}^{0j} > 0$ feltételt teljesítő $\langle a, b \rangle$ állomáspárok esetében az érintett menetvonalak menetidinek átlagos növekedése százalékosan kifejezve:

$$\tilde{t}_{0j} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} T_{a,b}^{0j}}{\sum_{\langle a,b \rangle} T_{a,b}^{00}} - 100. \quad (8)$$

A kapott eredményeket az 4. ábrán láthatjuk.



4. ábra: Az egyes állomások és állomásközök kiesése által az azokat érintő viszonylatokon okozott átlagos menetidő-növekedés százalékban. A zsákvonalak, melyek bármelyik szakaszát törölve a gráfból az két részgráfra esik szét, így bizonyos állomások elérhetetlenek lesznek, szintén szürkével szerepelnek.

A hosszú menetvonalakon a nagy menetidő-növekedést okozó zavarok az igazán kritikusak, míg egy rövid menetvonalon sokkal kisebb menetidő-növekmény is kritikus lehet.

A hosszú menetvonalak a minimális menetidő követelménye miatt nagy részben a magasabb engedélyezett sebesség országos f vonalakon futnak. Éppen ezért ezek állomásközeinek vagy a rajtuk fekvő állomásoknak a zavara, különösen ha csak alacsony sebességgel bejárható mellékvonalak képeznek kerületet, jelentős menetidő-növekedést okoznak már viszonylag kis útnövekedés mellett is. Ilyen állomás például Angyalföld, Soroksári út, Godisa vagy Dombóvár, állomásköz pedig a Békéscsaba Kétegyháza, a Környe Tatabánya vagy a Ferencváros Soroksár vonalszakasz. Ez utóbbi a 150-es, Budapest Kelebia vonal része, mely eredetileg 100 km/h engedélyezett sebesség volt [21], de jelenleg szinte teljes hosszán csak 80 km/h sebességgel járható. A vonal a Transzeurópai közlekedési hálózat részévé válva [14] és 160 km/h engedélyezett sebességre (és kétvágányúra) való átépítése után [21] a 4. ábrán látható helyzete csak romlani fog, hiszen míg a vonalat érintő minimális menetidejű menetvonalak száma emiatt várhatóan növekedni fog, a zavar esetén igénybe vehető alternatív útirányok paraméterei változatlanok maradnak, ami nagyobb arányú menetidő-növekedést eredményez.

A kilométerben rövid mellékvonali menetvonalak zavara esetében ezen felül még a sokszor akár több mint kétszer olyan hosszú, lassan bejárható kerület miatt is drasztikusan növekszik a menetidő. Ezt láthatjuk például Vészt vagy Vásárosnamény állomás és a Békéscsaba Kétegyháza vagy a Kisszénás Orosháza állomásköz esetében.

Ez a néhány kiragadott példa azonban csak a jéghegy csúcsát jelenti. A 4. ábrán azon állomásközök száma, melyek zavara legfeljebb 10%-os menetidő-növekedést okoz, töredéke az összes állomásköz számának. Egy szélsőséges példa a Békéscsaba-Kétegyháza vonalszakasz, melynek kiesése átlagosan

majdnem kétszeres menetid -növekedést okoz, hiába s r bb ezen régió mellékvonali hálózata az országos átlagnál.

A 3.1 és 3.2 alfejezetekben azt láttuk, hogy a számolásokhoz használt modell szerint a f vonalak a meghatározó hálózati elemek. Ez azonban nem kis részben a kiterjedt mellékvonali hálózat létének következménye. Ugyanis „ha a mellékvonalakat felszámolják, akkor közvetve a f vonalak forgalmát is csökkentik”, mivel egy hálózat „legkisebb elemére is szükség van a ráhordó szerepe miatt” [22]. Zavar esetében pedig sok esetben ezek a vasútvonalak jelentik az egyedüli lehetséges vasúti kerül irányt, de például a fuvarozók általi tényleges igénybe vételük az irreálisan megnövekv menetid és/vagy út mellett (az alacsonyabb tengelyterhelésr l és villamosítatlanságról nem is beszélve) már korántsem biztos.

5.2 Zavar hatása a menetvonalhosszakra

Hasonlóan az menetid k esetében bemutatottakhoz, a \mathbf{L}^{i0} mátrix a pozitív elemeit összeadva és az összeget az adott állomáson áthaladó minimális hosszúságú menetvonalak számával leosztva megkapjuk az i -edik állomást a zavarmentes hálózatban érint minimális hosszúságú menetvonalak hosszának km-ben mért átlagos növekedését az adott állomás zavara esetén:

$$\lambda_{i0} = \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{i0}}{N_{\lambda}^{i0}}. \quad (9)$$

Hasonlóan a j -edik állomásközre (a $\mathbf{L}_{a,b}^{0j} > 0$ feltételt teljesít $\langle a,b \rangle$ állomáspárok figyelembe vételével):

$$\lambda_{0j} = \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{0j}}{N_{\lambda}^{0j}}. \quad (10)$$

Ahogy a menetid knél említésre került, nem mindegy, mennyivel hosszabb egy menetvonal, még akkor sem, ha nagy sebességgel járható be. Ha egy állomás vagy állomásköz zavara átlagosan több mint száz kilométerrel hosszabb kerül utat eredményez (öt-öt ilyen van, Godisa, Dombóvár, Mez keresztés-Mez nyárád, Füzesabony és Nyékládháza; Dombóvár Godisa, Godisa Szentl rinc, Füzesabony Mez keresztés-Mez nyárád, Mez keresztés-Mez nyárád Nyékládháza és Miskolc Nyékládháza) az egyértelm en a mellékvonali kerül utak hiányára utal. Így például Godisa zavara esetén Gyékényes érintésével (és irányváltással [13]), vagy Dombóvár kiesésével a Balaton déli partján való közlekedéssel oldható csak meg a zavart állomás elkerülése (ugyanaz igaz a Dombóvár Godisa és a Godisa Szentl rinc állomásközökre).

Soroksári út állomás, a Ferencváros Soroksári út és a Soroksár Soroksári út állomásközök zavara esetében Kecskeméten át lehet a legrövidebb úton kerülni [13], ami jól mutatja például egy Délegyháza Dabas vonal hiányát. Ennek megvalósulására azonban a megghiúsult V0 vasútvonal megépítése nélkül semmi esély nem látszik.

A menetid ket tárgyaló alfejezetben elmondottakhoz hasonlóan itt is figyelembe kell vennünk, hogy például egy 40 kilométeres menetvonalhossz-növekedés nem ugyanazt a hatást jelenti két, a zavarmentes hálózatban egymástól 20 kilométerre és két, egymástól 200 kilométerre található állomás esetében. Célszer tehát az átlagos menetvonalhossz-növekedést is százalékosan kifejezni. Ehhez ismét csak azon $\langle a,b \rangle$ állomáspárokat vesszük figyelembe, melyekre a $\mathbf{L}_{a,b}^{i0}$ mátrixelemek pozitívak, és így a

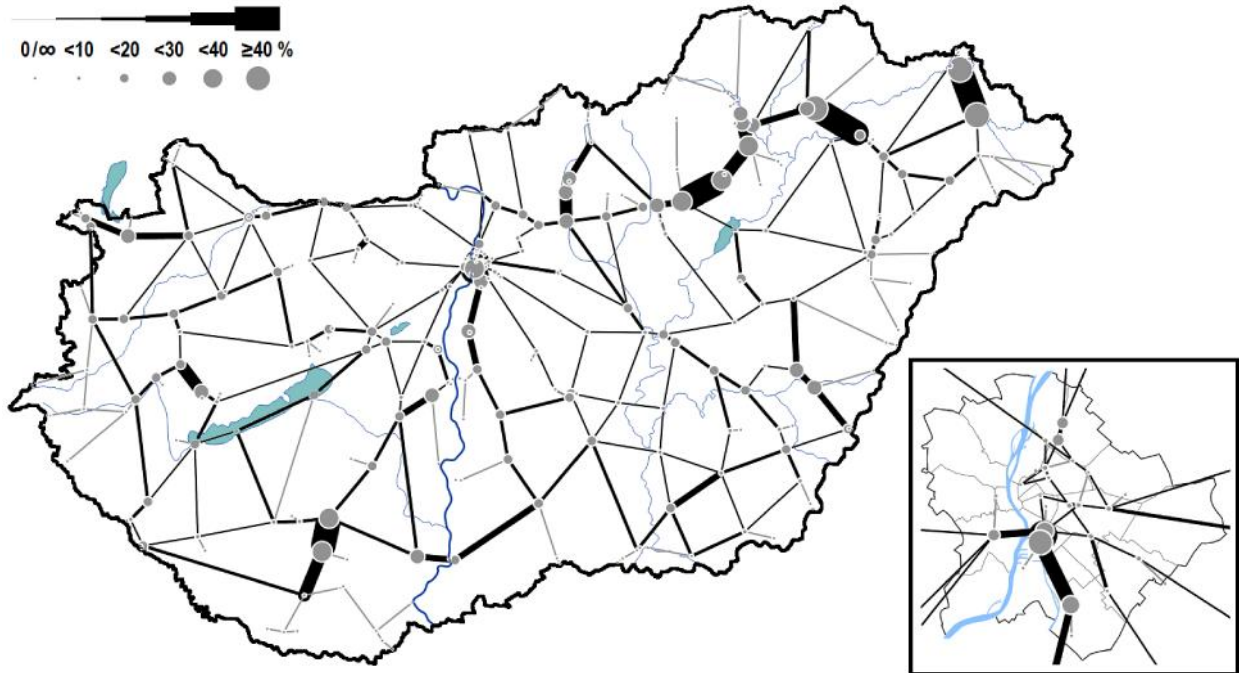
$$\tilde{\lambda}_{i0} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{i0}}{\sum_{\langle a,b \rangle} \mathbf{L}_{a,b}^{00}} - 100 \quad (11)$$

kifejezés megmutatja, hogy az adott állomás zavara átlagosan hány százalékos menetvonalhossz-növekedést eredményez az állomást a zavarmentes hálózatban érint minimális hosszúságú menetvonalakon a zavarmentes hálózatbeli menetvonalhosszhoz képest.

Hasonlóan, a j -edik állomásköz zavarának hatására a $L_{a,b}^{0j} > 0$ feltételt teljesítő $\langle a,b \rangle$ állomáspárok esetében a zavarmentes hálózathoz képest a minimális hosszúságú menetvonalak hosszai átlagosan

$$\tilde{\lambda}_{0j} = 100 \frac{\sum_{\langle a,b \rangle} L_{a,b}^{0j}}{\sum_{\langle a,b \rangle} L_{a,b}^{00}} - 100 \quad (12)$$

százalékkal növekednek meg. A kapott eredményeket a 6. ábrán láthatjuk.



6. ábra: Az egyes állomások és állomásközök kiesése által az azokat érintő viszonylatokon okozott átlagos menetvonalhossz-növekedés. A zsákvonalak, melyek bármelyik szakaszát törölve a gráfból az két részgráfra esik szét, így bizonyos állomások elérhetetlenek lesznek, szintén szürkével szerepelnek.

A zavaruk esetén nagy arányú menetvonalhossz-növekedést kiváltó állomások és állomásközök okozhatnak hosszú menetvonalakon nagy útnövekedést, mint például Godisa és Dombóvár állomások (mindkettő zavaruk esetében Gyékényes az érintendő kerület állomás [13]) vagy Füzesabony állomás (amit csak a 100-as vonalon lehet elkerülni). A Ferencváros Soroksári út (kerület Kecskeméten át), a Füzesabony Mezőkeresztes-Mezőnyárád (kerület a 100-as vonalon [13]) vagy az Ukk-Uzsa állomásköz (amit elkerülni legrövidebb úton Nagykanizsa érintésével lehet) esetében is hasonló a helyzet.

Okozhatnak azonban rövid menetvonalakon is kilométerben rövid, de arányaiban annál jelentősebb növekményt, mint például Mándok és Vásárosnamény állomások (kerület út Nyíregyházán át) vagy Vésztől állomás (kerület a 120-as vonalon), illetve a Mándok-Vásárosnamény állomásköz (melyek szintén csak Nyíregyházán át kerülhetnek el).

Konklúzió

Összefoglalásként megállapíthatjuk, hogy a cikkben bemutatott, a magyarországi vasúthálózatot modellez egyszerű elsúlyozott irányított gráf segítségével hatékonyan feltárhatóak a hálózat globális tulajdonságai és kritikus elemei is.

Az összes lehetséges állomáspár között meghatározva a legkisebb menetidej és legkisebb hosszúságú menetvonalakat azt találtam, hogy az országos f vonalak mindkét paraméter szerinti optimalizálás esetében a legforgalmasabb vonalszakaszoknak adódtak, azaz ez a tulajdonságuk a rendszer felépítéséből ered. A hálózati elemek közül kiemelkedik az Összeköt vasúti híd, melyen a minimális menetidej menetvonalak majdnem fele, a minimális hosszúságú menetvonalaknak pedig több mint harmada áthalad, valamint a szolnoki vasúti Tisza-híd.

Azon hálózati elemet keresve, mely zavarának hatására a teljes hálózat összes menetvonalának összmenetideje és összhossza a legnagyobb mértékben nő meg, szintén az Összeköt vasúti híd illetve az azt tartalmazó állomásköz két végpontja, Ferencváros és Kelenföld bizonyult a legkritikusabbnak. Zavaruk hatására az összmenetid több mint 20%-kal, az összhossz pedig 10%-kal növekszik. A második legkritikusabb tárgy a szolnoki vasúti Tisza-híd, mely kb. 9%-os országos menetid -növekedést okoz. Öt százalék fölötti növekedést okoznak a 80-as f vonal zavarai is.

Az egyes állomások és állomásközök zavara által a rajtuk keresztülhaladó menetvonalakon okozott átlagos menetid - és menetvonalhossz-növekedést vizsgálva azt találtam, hogy jelentős növekedést olyan hálózati elemek zavara okoz, melyekhez csak nagy kerülő jelentős alternatív útvonalak találhatóak, azaz hiányoznak a rövid mellékvonali kerülő irányok. Ez a helyzet különösen Godisa és Dombóvár, illetve a 80-as f vonal esetében.

Nagy menetid -növekedést egy kilométerben jóval hosszabb, de azonos engedélyezett sebesség mellékvonali kerülő irány mellett már egy kilométerben nem sokkal hosszabb, de sokkal kisebb engedélyezett sebesség vonalszakasz alternatív útvonalként való igénybe vétele is okozhat. Általánosan elmondható, hogy a mellékvonali hálózat elemein engedélyezett sebességek alacsonyabbak az ahhoz szükségesnél, hogy a f vonalak sérülése esetén ne csak aránytalanul hosszabb menetid vel legyenek igénybe vehető kerülő irányként.

Irodalomjegyzék

- [1] Kovács F.: Közlekedéstan, Széchenyi István Egyetem (elektronikus jegyzet) 4. fejezet: A közlekedés ágazati szerkezete és nemzetgazdasági súlya <http://ko.sze.hu/catdoc/list/cat/7086/id/7103/m/4974> (2018.01.31.)
- [2] 234/2011. (XI. 10.) Kormányrendelet a katasztrófavédelemről és a hozzá kapcsolódó egyes törvények módosításáról szóló 2011. évi CXXVIII. törvény végrehajtásáról
- [3] 2012. évi CLXVI. törvény a létfontosságú rendszerek és létesítmények azonosításáról, kijelöléséről és védelméről
- [4] Hajnal P.: *Gráfelmélet*; Szegedi Egyetemi Kiadó Polygon, Szeged, 2017. (ISSN 1417-0590)
- [5] Vasútvonalak http://www.vpe.hu/takt/vonal_lista.php (2018.01.31.)
- [6] 277/2014. (XI. 14.) Kormányrendelet a vasúti közlekedési hatóság által kiszabható bírság mértékéről és megfizetésének részletes szabályairól
- [7] Szily I. – Szabó L.: *Vasúti üzemtan II.*; Széchenyi István Egyetem - Universitas-Győr Kht. (Győr), 2006.
- [8] Ercsey Z. – Kisteleki M. – Vincze T.: *Lassújelek hatásai a vasúti közlekedés költségeire 2. rész*; Vasútgépészet 2012/3 16-19
- [9] R Core Team (2012). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>
- [10] Csardi G. – Nepusz T.: *The igraph software package for complex network research*, InterJournal, Complex Systems 1695. 2006. <http://igraph.org>
- [11] E.W. Dijkstra.: *A Note on Two Problems in Connexion with Graphs*; Numerische Mathematik 1 269-271, 1959. (DOI 10.1007/BF01386390)
- [12] Katona G.: Útvonaltervezési algoritmusok, Közlekedéstudományi Szemle 2016/1 35-44
- [13] Feller T – Hídvégi G. – Köller L.: *A nemzetgazdaság és nemzetbiztonság által igényelt „kritikus infrastruktúra” hálózatok komplex szemlélet vizsgálata (tanulmány)*; Budapest, 2010.
- [14] A Bizottság (EU) 2017/177 végrehajtási határozata (2017. január 31.) http://eur-lex.europa.eu/legal-content/HUN/TXT/?uri=uriserv:OJ.L_.2017.028.01.0069.01.HUN&toc=OJ:L:2017:028:TOC (2018.01.31.)
- [15] Köller L.: *Hatékonyág, versenyképesség a vasúti hálózatokon (A különböző vasúti hálózatok vonali és hálózati hatékonysága, illetve a versenyképesség értelmezése a vasútnál hazai tapasztalatok és nemzetközi példák alapján)*; <http://www.vki.hu/~tfleisch/~haver/indulo.html> (2018.01.31.)
- [16] Péteri L.: Környezetbarát vasúti közlekedés (vissza)fejlesztési tendenciái Németországban és Magyarországon; <http://realzoldok.hu/modules.php?name=Content&pa=showpage&pid=242> (2018.01.31.)
- [17] Szamos A.: *Budapest vasúti és elvárosi közlekedésének fejlesztése*; Sínek Világa Különszám 2006 24-29
- [18] *A Budapesti Regionális Gyorsvasúti Rendszer koncepciója*; Főterv-Közlekedés konzorcium, 2007.
- [19] Kálmán L.: *Budapest vasúti közlekedésének fejlesztése - Vasút a Duna alatt (1. rész)*; Sínek Világa 2011/4, 16-20
- [20] Kálmán L.: *Budapest vasúti közlekedésének fejlesztése - Összehangolt fejlesztési terv (2. rész)*; Sínek Világa 2012/1, 2-7
- [21] Balogh I.: *A X/B páneurópai vasúti közlekedési folyosószárny*; Közlekedéstudományi Szemle 2017/2 53-65
- [22] Kovács Gy. A.: *A regionális vasutak helye vasúti közlekedésünkben*; Földrajzi értesítő XLVIII. 3-4. (1999) 303-312